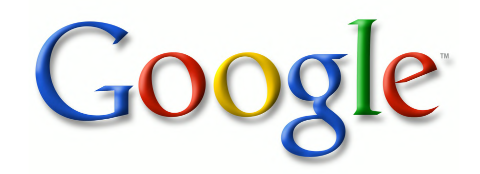


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

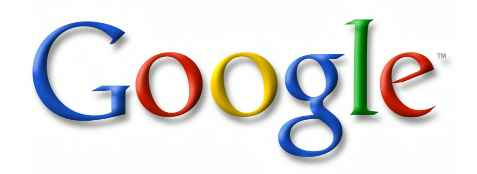
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

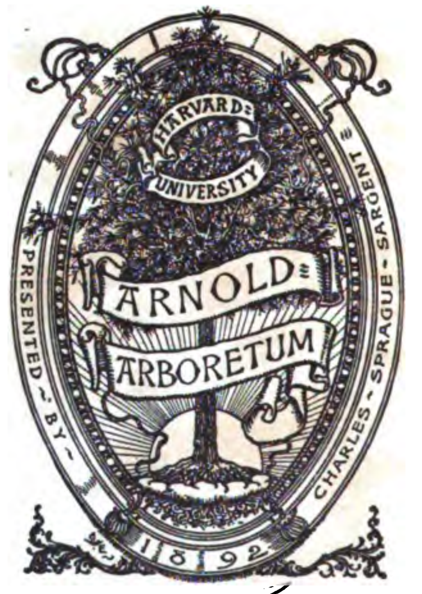
+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Th
K 81.3
3

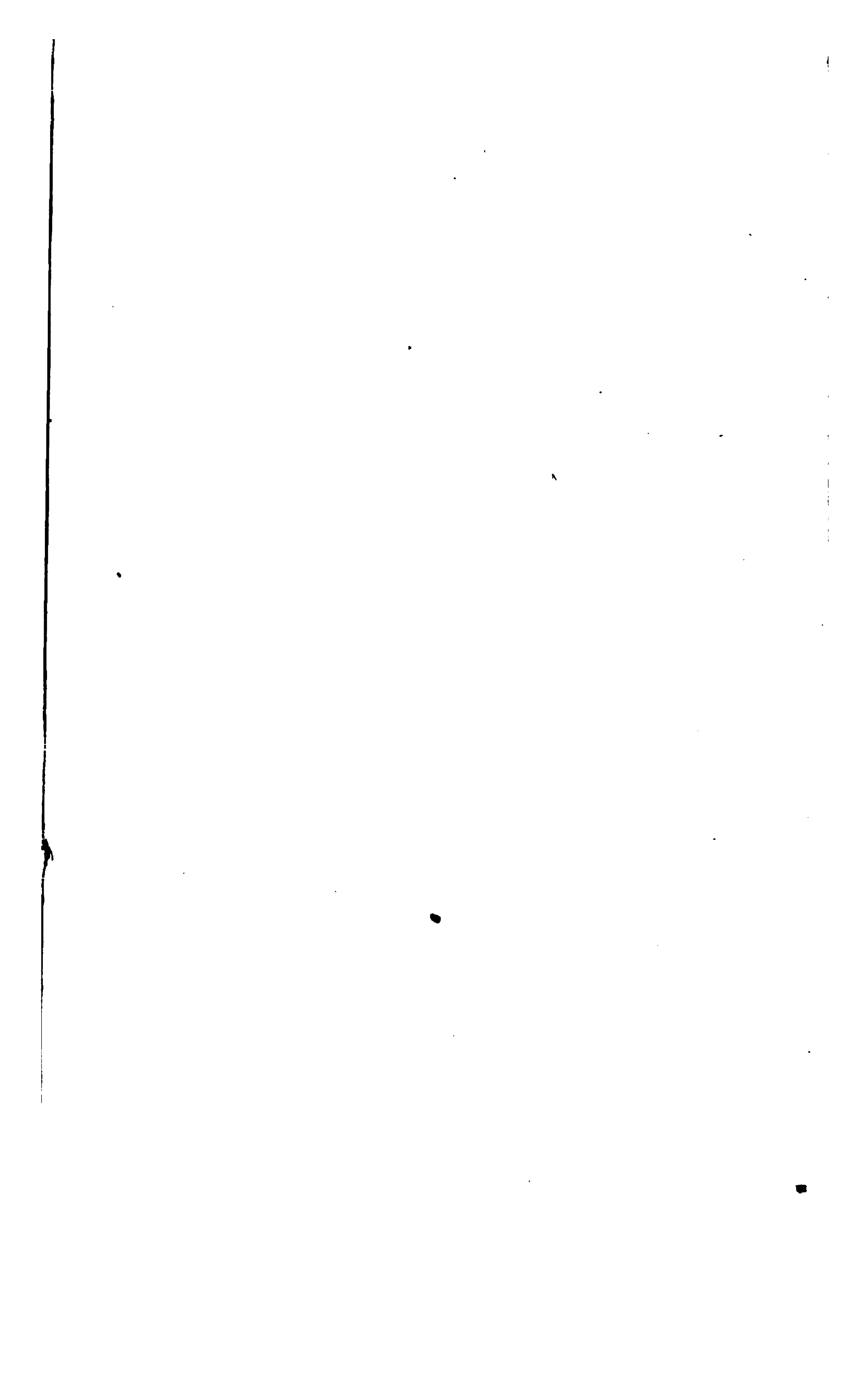
JP

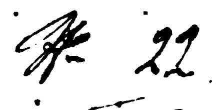


~~DEPOSITED AT THE HARVARD FOREST~~
1943

RETURNED TO J. F.
MARCH. 1967

HF 7.2





Die

Forst-Mathematik

in den Grenzen wirthschaftlicher Anwendung,

nebst

Hülfstafeln,

sowohl für die Forstschätzung, als für den täglichen Forstdienst.

Der

Forstwissenschaft

erste Hauptabtheilung

von

Dr. G. König,

Großherzogl. Sächsischem Oberforstrathe, Forsttaxations-Commissarius, Director der Forstlehranstalt zu Eisenach, Mitgliede mehrer forst- und landwirthschaftlichen Vereine, Komthur des Großherz. Sächs. Hausordens vom weißen Falken, Ritter des Herzogl. Sachsen Ernestinischen Hausordens und des Herzogl. Anhaltischen Ordens Albrecht des Bären, Inhaber der goldenen Medaille der Kaiserl. Russischen Gesellschaft zur Beförderung der Forstwirthschaft u. s. w.

Dritte verbesserte und vermehrte Ausgabe.

Gotha, 1846.

In Commission der Beckerschen Verlags-Buchhandlung.

July 1914
29744

Vorworte.

Zur ersten Ausgabe.

Zur Bearbeitung der Forstwissenschaft für den Forstdienst glaubt der Verfasser sich vorzüglich berufen. Cotta's erster Unterricht mit Öttelt's belehrender Unterweisung, die weitere Einübung, theils in dem untern Revierdienste, theils bei der frühern preußischen Forsttaxation, die Wirthschaftsführung in großen lehrreichen Waldungen, die Forstbetriebs-Einrichtung des Großherzogthums Sachsen, das Deutschlands Forstverhältnisse mannigfach darbietet, daneben die unausgesetzte Unterrichtung in dem Forstdienste — dies Alles giebt ihm reichlichen Stoff dazu. Eine solche, mehr als vierzigjährige, vielseitige Wirksamkeit dürfte ihn sogar verpflichten, seine Beobachtungen und Erfahrungen in geordneter Verbindung auch schriftlich mitzutheilen. Doch kann und soll dies nur geschehen, der Ausübung zum Beirathe, keineswegs aber zur Erweiterung der Forstwissenschaft an sich.

Der ausübende Forstmann braucht ohnehin ein Buch, das ihn über alle Gegenstände seines Wirkens auf die leichteste, angemessenste Weise belehrt und ihm nur das zum Dienste Erforderliche, der Natur und Erfahrung gemäß,

recht anwendbar darbietet, ohne alle rein wissenschaftlichen Weiterungen. Ein solches Lehrbuch dürfte dann auch dem angehenden Forstwirthe zum ersten Unterrichte dienen.

Möchte es dem Verfasser gelingen, diesem Bedürfnisse nach seinen Wünschen abzuhelfen, und möchte es ihm glücken, auch auf solche Weise zur Erhaltung der ihm lieb gewordenen Wälder beizutragen!

Die vorliegende erste Hauptabtheilung, die Forst-Mathematik, verdient des Forstmannes vorzügliche Beachtung. Die ganze Forstkunde besteht mehr oder weniger in einer Anwendung der Größenlehre auf der Wälder richtigen Gebrauch. Ohne diese Hülfswissenschaft kann kaum ein einziges Forstgeschäft pünktlich und zweckmäßig vollführt werden. Wie wäre man anders im Stande, der Forste Vermögen zu würdigen und zu ordnen, der Holzbestände Stellung und Wachsthum, Abtrieb und Anbau richtig und sicher zu handhaben, der Wälder höchste Nutzbarkeit zu erhalten und alle Walderzeugnisse recht auszubeuten? Zudem gewährt die Erlernung der Mathematik mit Übung im Messen und Planzeichnen dem jungen Forstmanne eine ganz vorzügliche Brauchbarkeit und Anstelligkeit. Sie fördert ihn leicht über den gemeinen Revierdienst hinauf; sie verhilft ihm zu anständigen Zwischendiensten bei Forstvermessungen und Abschätzungen; sie verschafft ihm auch wohl ein anderweitiges Unterkommen. Und braucht das Vaterland einmal Vertheidiger, so eröffnet ihm diese Geschicklichkeit ein hohes Ziel, wogegen er ohne dieselbe nur als gemeiner Jäger dienen kann. — Die Mathematik ist ohne allen Zweifel dem Forstmanne am nothwendigsten und förderlichsten, und der Zeitpunkt naht heran, wo in dem Forstdienste Niemand eine Anstellung erhält, der sich ohne forstmathematische Kenntnisse und Fertigkeiten finden läßt.

Wenngleich die reine Mathematik mehr dem allgemeinen Unterrichte angehört: so erschien es dem Verfasser doch zweckmäßiger, hier die wesentlichen Grundlehren der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie mit einzureihen, um dieser forstwissenschaftlichen Abtheilung eine gewisse Selbständigkeit zu geben, dem weniger Unterrichteten gleich mit einzuhelfen und selbst dem Kundigern das Wiederholen zu erleichtern. Mathematik kann überhaupt kaum zu viel gelehrt, gelernt und geübt werden.

Nicht nur wegen der großen Nützlichkeit dieser Wissenschaft, sondern auch wegen ihrer fast noch allgemeinen Vernachlässigung in den Vorschulen und wegen des Mangels an Zeit und Gelegenheit zum spätern Nachholen müßte die Mathematik ein Hauptgegenstand des Unterrichtes jeder Forstlehranstalt sein. Um so mehr könnte dieses Lehrbuch der Forstmathematik, das dem Lehrer überall noch weitere Zusätze und besondere Anwendungen gestattet, einen Gebrauch dabei finden. Des Verfassers Unterricht, wobei zuvörderst die allgemeine Mathematik und dann erst die Forstmathematik vorgetragen, daneben aber in jeder Anwendung tüchtig unterwiesen wird, hat sich seit vielen Jahren durch guten Erfolg bewährt.

Sollte dies Buch, seinen weitern Bestimmungen gemäß, auch in der vorübenden Försterlehre, wenn nur zu Aufgaben gebraucht werden: so mag jeder Lehrherr das für die Vorkenntnisse und Fähigkeiten seiner Lehrlinge eben Geeignete auswählen. Es versteht sich von selbst, daß die schwerern Gegenstände dieser Vorbereitung weniger angehören.

Der Verfasser darf zuversichtlich hoffen, man werde wenigstens sein Bemühen nicht verkennen und nicht unberücksichtigt lassen, daß es dem ausübenden Forstmanne bei dem so bewegten Leben und Wirken gar nicht leicht ist,

jenen anhaltenden Ruhestand zu gewinnen, den die umfängliche Ausarbeitung eines mathematischen Gegenstandes erfordert. Die Literatur dieses forstlichen Lehrzweiges kann übrigens beweisen, daß die vorliegende Leistung manches Eigene darbietet und aus erprobter Anwendung und Sichtung hervorging.

Je erfahrner der Forstmann wird im Lehren und Ausüben, um so nöthwendiger erscheint ihm ein Vereinfachen und Erleichtern des Unterrichtes für den Forstdienst. Wenige unter denen, die das Forstfach erwählen, zeichnen sich durch größere Neigung zur Wissenschaft aus. Vielen hält es schwer, nur das Nothwendige aufzufassen. Der Fähigere trachtet aber von selbst nach dem Höhern und Weitern, sobald sein Blick das Wesen der Wälder tiefer durchdringt. Daher blieb hier auch dasjenige der Mathematik unberührt, was der Forstwirth als solcher nicht eigentlich braucht. Ohnehin ist uns ja Tüchtigkeit in der Ausübung viel nöthiger, als ausgebreitete Gelehrsamkeit.

Eisenach, im September 1835.

Zur zweiten Ausgabe.

Die erste Auflage dieses Lehrbuches von 1835, welche seit länger als einem Jahre vergriffen ist, war eigentlich mehr zum Leitfaden meines Unterrichtes in der forstlichen Mathematik bestimmt. Durch die unverhofft beifällige Aufnahme, die sich sogar bis St. Petersburg erstreckt, wo diese Schrift — nach einem Beschlusse des hohen Vereines zur Aufmunterung der Forstwirthschaft Rußlands — in's Russische übersetzt wurde, fand ich mich zu vorliegender, dem größern Kreise mehr geeigneter Bearbeitung dank-

bar veranlaßt. Vor Allem habe ich gesucht, die Lehren der Forsttaxation zu erweitern und mit den besten Hülfsmitteln zu versehen. Mehr als 100 §§. und 80 Tafeln sind neu hinzugekommen. Man findet die Holzsorten- und Waldmassen-Schätzung bereichert, der Wälder Ertragsvermögen näher bestimmt, die verschiedenen Mittel und Wege zur Einzelertrags-Schätzung ausführlicher dargelegt, die Massen- und Wertherwachs- und Ertrags-Verhältnisse der Holzbestände an sich und der Wirthschaftswälder im Ganzen entwickelt, dazu auch die Benutzungsalter, Nachhaurückstände und Waldreserven näher erörtert. Weiter ist ausführlicher gelehrt, wie man zum Behufe der Waldertrags-Abschätzung den Werthgehalt aufnimmt und den Betriebsplan aufstellt, dann worauf die verschiedenen Abschätzungsmethoden im Wesentlichen beruhen, wo und wie sie anzuwenden und durchzuführen sind, und was jede der Gegenwart und Zukunft eigentlich leisten müßte. Endlich wurde der Waldwerthschätzung, mit Bezugnahme auf die gar verschiedenen, noch minder beachteten Nutzungszwecke, eine mehr praktische Bedeutung gegeben. Dabei sind viele irrigen Ansichten berichtiget, auch jene gemeinschädlichen Lehrsätze gehoben, womit sich die gefeiertsten Forstmänner bis daher trugen: daß es nämlich für den Waldeigenthümer stets gewinnbringend sei, seine Waldung abzutreiben und alle weitere Holzerziehung einzustellen! Die hier niedergelegten Elemente der Forstmathematik greifen so berichtigend in alle Theile der Waldwirthschaft ein und machen sich dadurch so dringend für das Gemeinwohl, daß zu deren gründlichen Verbreitung jede Forstlehranstalt verpflichtet sein sollte; möge sie auch dies Lehrbuch, das seinen minder gebilligten Titel wohl nun genügend rechtfertigt, dabei gebrauchen, oder nicht.

Zur dritten Ausgabe.

Diese neue Ausgabe der Forstmathematik habe ich, so viel mir möglich, verbessert und erweitert. Man wird darin mehr Deutlichkeit des Vortrags und manche neuen Lehren finden, besonders über die Schätzung der Entschädigungswerthe enteigneter Bäume und Gehölze. Expropriation ist ja eine Lebensfrage unserer Zeit, an der auch der Forstmann mit Theil nehmen muß. — Kaum wüßte ich nun noch einen Gegenstand aus dem Forstdienste herein zu ziehen.

Die fortgesetzte Nachfrage nach diesem Buche beweiset, daß die darin gelehrte forstliche Anwendung der Mathematik, ungeachtet ihrer schwierigen Einführung, immer mehr Beifall gewinnt. Möchte doch jeder Forstwirthschafts-Beamte, der sich mit dem Anfangsunterrichte junger Forstleute beschäftigt, diese auch in dem forstlichen Rechnen, Messen, Schätzen und Zeichnen recht fleißig vorüben, wozu es den eigentlichen Forstlehranstalten durchaus an Zeit mangelt, und möchten doch recht Viele, schon zu ihrer eignen Erhebung über die düstere Region des untern Forstdienstes, sich dem Vorbereitungs-Unterrichte in der forstlichen Praxis widmen und diesen, neuerlich fast ganz verlassenen Boden, auf welchem die forstliche Theorie nur allein feste Wurzel fassen kann, mit dem alten Fleiße wieder bearbeiten. Unterbleibt dies noch länger, so werden im Forstwesen die betriebsfesten Meister und die forstgerechten Lehrer immer seltener.

Eisenach, im September 1845.

Der Verfasser.

Eintheilung der Forstwissenschaft.

Die Forstwissenschaft, der Inbegriff aller Kenntnisse und Grundsätze zur Hervorbringung des größten werthvollesten Forstertrags, mit Erfüllung jedes sonstigen Zweckes der Wälder, umfaßt die eigentliche Forstwirthschafts-Lehre und die dazu erforderlichen Grundwissenschaften. Die Grundwissenschaften haben zu ihrem Gegenstande das Wesen der forstlichen Dinge, theils nach deren Größe, Forstmathematik, theils nach deren Beschaffenheit, Forstnaturkunde; die Forstwirthschafts-Lehre verbreitet sich theils über die Handhabung des Waldes, als Forstbehandlung, theils über die Nutzbarmachung der Forsterzeugnisse, als Forstbenutzung, theils über die Richtigstellung des ganzen forstlichen Thatbestandes, als Forsteinrichtung. Hiernach zerfällt die Forstwissenschaft in folgende fünf Hauptabtheilungen:

I. Forstmathematik: die auf das Forstwesen angewendete Größenlehre, als hauptsächliches Hülfsmittel der Forstwirthschafts-Lehre.

II. Forstnaturkunde: die Kenntniß der Beschaffenheit aller forstlichen Dinge, gleichsam als Stoff der Forstwirthschafts-Lehre.

III. **Forstbehandlung**: die Grundsätze, nach welchen man den nutzbarsten Waldzustand fortwährend erzeugt und erhält.

IV. **Forstbenutzung**: die Grundsätze, nach welchen man alle Walderzeugnisse geeignet ärntet und sicher einbringt.

V. **Forsteinrichtung**: die Grundsätze, nach welchen man der Forste Vermögen in allen Theilen und Beziehungen richtig stellt und hält.

Inhalt
der ersten Hauptabtheilung.

Forstmathematik.

Erste Abtheilung.
Forstliche Arithmetik.

III. Grundrechnungen mit benannten und sonst bezeichneten Zahlen.

IV. Potenzen und Wurzeln.

V. Gleichungen.

VI. Proportionen.

VII. Progressionen.

1. Die arithmetische Progression.

2. Die geometrische Progression.

3. Die Logarithmen.

4. Die Zinseszinsrechnung.

VIII. Waldwerthberechnung.

Zweite Abtheilung.

Forstliche Planimetrie.

I. Figurenbetrachtung.

1. Freie Linien und Winkel.

2. Drei gerade Linien, Dreiecke.

3. Vier gerade Linien, Vierecke.

2. Winkelmessung.

3. Mittelbare Linienbestimmung.

V. Flächenmessung.

1. Ausmessung einzelner Forststücke.

2. Abmessung bestimmter Flächen.

VI. Forstvermessung.

Dritte Abtheilung.

Forstliche Stereometrie.

I. Körperbetrachtung.

II. Körperberechnung.

Vierte Abtheilung.

Forstliche Taxation.

Hülfstafeln.

Forst-Mathematik.

I.

Die Mathematik lehrt der Dinge Größe bestimmen. Der Forstmann braucht diese Wissenschaft zum Berechnen seiner mannigfachen Wirthschaftsgegenstände, zum Ausmessen der Grenzen, der Wege und anderer Linien, der Abtriebs-, Anbau- und anderer Flächen, der Holzmaße, Holzstücke und anderer Körper; ferner zum Schätzen der Bäume, Holzbestände und ganzer Wälder nach ihrem Holzgehalte und Zuwachse, Ertrage und Geldwerthe; auch findet er in ihr die Gründe zu dem kunstmäßigen Verfahren bei den vielerlei forstlichen Anlagen und Bauwerken. Diese vortreffliche Wissenschaft befähigt ihn, die Wälder aufzunehmen, zu ordnen, einzutheilen, nachhaltig und höchst einträglich zu benutzen, kurz alle forstlichen Unternehmungen planmäßig zu betreiben. Ohne sie kann fürwahr der Forstwirth sich über das Gemeine nicht erheben.

II.

Die zum Forstbetrieb nöthige allgemeine Mathematik besteht in Anfangsgründen der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie. Die Arithmetik oder die Lehre von den Zah-

lengrößen dient zu den Berechnungen aller forstwirthschaftlichen Gegenstände; die Planimetrie oder die Lehre von den Längen- und Flächengrößen dient zu den forstlichen Messungen von Grund und Boden und anderen Ausdehnungen; die Stereometrie oder die Lehre von den Körpergrößen dient zur Messung der verschiedenen Forstkörper, behufs ihrer Bearbeitung, Verwendung und Verwerthung. Ein weiterer Inbegriff dieser Lehren, nämlich die Taxation, dient zur Gehalts-, Ertrags- und Werthschätzung der Bäume, Holzbestände und Waldwüchse.

Nach diesen vier verschiedenen Zweigen zerfällt die Forstmathematik in die forstliche Arithmetik, Planimetrie, Stereometrie und Taxation. Sie entlehnt ihre Grundlehren von der reinen Mathematik und wendet dieselben auf die forstwirthschaftlichen Größen und Verrichtungen besonders an. Daher ist ihr Unterricht ein aus reiner und angewandter Mathematik gemischter, wobei wir weniger auf wissenschaftliche Strenge, als auf wirkliche Brauchbarkeit sehen. Dennoch dürfte kein Satz angenommen werden ohne Erklärung und Beweis, aber auch kein Verfahren, ohne genügenden Grund und zureichende Genauigkeit.

III.

In der Mathematik hat man allgemein eingeführt:

1) Dinge heißen gleich, sofern sie einerlei Größe haben. Man setzt das Zeichen = zwischen das Gleiche; z. B. I = I heißt: I ist gleich I.
2) Die Ungleichheit bezeichnet man mit dem Zeichen >, dessen Oeffnung dem Größern zugekehrt wird. II > I heißt: II ist größer als I; II < III heißt: II ist kleiner als III.
3) Dinge heißen ähnlich, sofern sie einerlei Gestalt haben. Das Zeichen der Ähnlichkeit ist ∾; z. B. P ∾ p heißt: P ist ähnlich p. Nur ausgedehnte Größen können einander ähnlich sein.
4) Solche Größen, die gleich und ähnlich sind, heißen gleichähnlich (congruent). Das Zeichen der Gleich-Ähnlichkeit ist ≅. So heißt P ≅ P, P ist gleichähnlich P. Doch ge-

braucht man anstatt des Ausdruckes gleichähnlich gewöhnlich nur das Kürzere: gleich und spricht dann, um alle Unbestimmtheit zu vermeiden, bei bloßer Größengleichheit: gleichgroß.

IV.

Auf folgende allgemeinen Grundsätze stützt sich beinahe die ganze Mathematik:

1) Das Ganze ist allen seinen Theilen zusammengenommen gleich und also größer als ein einzelner dieser Theile.
2) Eine jede Größe ist sich selbst gleich.
3) Von gleichen Größen kann eine anstatt der andern gesetzt werden.
4) Ist von zwei Größen jede einer dritten gleich, oder ähnlich: so sind auch beide gleich, oder ähnlich.
5) Werden gleiche Größen gleich viel vermehrt, oder vermindert: so ist das, was herauskommt, ebenfalls gleich.
6) Werden gleiche Größen ungleich behandelt, oder ungleiche gleich: so ist das, was herauskommt, ungleich.
7) Eine Größe, welche größer oder kleiner ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch größer oder kleiner, als die andere.

Erste Abtheilung.

Forstliche Arithmetik.

§. 1. Rechnenkunst.

Die Rechnenkunst hat zu ihrem Gegenstande die Vielheit oder Zahl; sie erklärt die Eigenschaften der Zahlen und leitet hiervon Regeln ab, nach welchen aus einigen gegebenen Zahlen andere gesuchte bestimmt werden können.

§. 2. Zahl.

Jede Vielheit gleich zu achtender Dinge wird Zahl genannt, und jedes dieser derartigen Dinge heißt Einheit. Ein voller Inbegriff von gleichen Einheiten heißt eine ganze Zahl; ein bestimmter Inbegriff von gleichen Theilen des Ganzen, eine gebrochene Zahl oder ein Bruch. Ist die Art der Einheit bestimmt, so heißt die Zahl benannt, außerdem, unbenannt.

§. 3. Zahlzeichen.

Man gebraucht anstatt der bekannten Zahlwörter folgende gemeinen und römischen Zahlzeichen oder Ziffern:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...50...100...1000...
I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X...L...C...M...

§. 4. Römische Ziffern.

Die römischen Ziffern scheinen von I bis X der Hand nachgebildet worden zu sein. Ihr Gebrauch ist schwerfällig; doch gewähren sie bei niedern Zahlen viel Anschaulichkeit ihrer Bedeutung.

Man hat im Lesen und Schreiben derselben zu beobachten, daß I vor X und X vor L oder C stehend, vermindernd wirken. XL bedeutet X weniger als L oder XXXX.

Jede einzelne Ziffer, die hinter sich keine größere hat, gilt vermehrend, z. B. die Jahrzahl:

MDCCCXLV.

§. 5. Gemeine Ziffern.

Mit den wenigen gemeinen Ziffern: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 0, die in geltende und stellvertretende zerfallen, kann man jede Zahl darstellen. Hierbei haben die Ziffern doppelten Werth, nämlich den an sich, den Zifferwerth, und den, welchen die Stelle ihren Einheiten mittheilt, den Stellenwerth.

Von der rechten Hand an enthält die erste Stelle einfache Einheiten oder Einer, die zweite Stelle zehnfache Einheiten oder Zehner, die dritte hundertfache Einheiten oder Hunderter, die vierte Tausender, die fünfte Zehntausender, die sechste Hunderttausender, die siebente Millioner, und so folgen Zehnmillioner, Hundertmillioner ..... Billioner ..... Trillioner u. s. w.

Jede Ziffer bekommt somit in jeder Stelle oder Ordnung weiter links einen zehnmal höhern, weiter rechts aber einen zehnmal niedrern Werth. Die Null zeigt bloß an, daß von derselben Ordnung keine Zahl vorhanden ist.

Die Zahl 8'375·024 wird ausgesprochen: acht million, dreihundert fünf und siebzig tausend, vier und zwanzig. Hierzu theilt man wohl je drei und drei Ordnungen ab, um die Stellenwerthe leichter zu erkennen.

§. 6. Allgemeine Zeichen.

Um Zahlen oder andere Größen ohne Rücksicht auf die Menge ihrer Einheiten auszudrücken, bedient man sich gewöhnlich der kleinen lateinischen Buchstaben: a, b, c, d, ... x, y, z. Man erhält dadurch allgemeine Ausdrücke für die Rechnungsregeln und gebraucht dabei die Anfangsbuchstaben anstatt bekannter, gegebener und die Endbuchstaben anstatt unbekannter, zu suchender Zahlen.

§. 7. Eintheilung der Rechnenkunst.

Mit den Zahlen müssen mancherlei Veränderungen und Vergleichungen vorgenommen werden, um aus bekannten unbekannte zu finden.

Man kann eine Zahl vermehren, indem man ihr zuzählt, oder sie mehrmal nimmt, und vermindern, wenn man von ihr abzieht, oder sie mehrfach theilt. Diese vier Veränderungen begründen die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Dabei hat man es mit ganzen Zahlen, mit Brüchen, oder mit benannten und sonst bezeichneten Zahlen zu thun. Auch läßt sich eine Zahl durch sich selbst auf einen gewissen Rang erheben und erniedrigen, was zu den Potenzen und Wurzeln führt. Weiter geben zwei verschiedene Zahlenausdrücke von gleichem Werthe eine Gleichung, von denen uns die gemeinen Gleichungen und die Verhältnißgleichungen oder Proportionen beschäftigen. Endlich kann man mehre Zahlen nach einem bestimmten Gesetze zusammenreihen. Dies führt zu den Progressionen, worauf die Waldwerthberechnungen sich gründen. Hiervon gehen nun die acht Abtheilungen der forstlichen Arithmetik aus.

I. Grundrechnungen mit ganzen Zahlen.

1. Addition und Subtraktion.

§. 8. Addiren.

1) **Addiren** heißt: eine Zahl suchen, die so viel Einheiten enthält, als zwei oder mehre gegebene (**Summanden**, **Posten**) zusammengenommen. Den Gesammtwerth nennt man die **Summe**. Das Zeichen des Addirens ist + (plus, mehr, und). 4 + 3 bedeutet: man soll zu 4 hinzuzählen 3; die Summe ist 7.

2) Beim Addiren kleiner Zahlen werden die Einheiten unmittelbar zusammengezählt.

$$X + V + III = XVIII.$$

$$3 + 5 + 9 = 17.$$

3) Größere Zahlen setzt man nach ihren gleichartigen Ordnungen unter einander, zieht unter dieselben einen Absonderungsstrich, addirt alsdann von der rechten Seite die Einheiten jeder Ordnung und schreibt die einzelnen Summen der Einer, Zehner u. s. w. in die zugehörige Stelle darunter.

$$\begin{array}{r} 5231 \\ 2602 \\ 8054 \\ 1010 \\ \hline 16897 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\right\} \text{Summanden.} \\ \text{Summe.} \end{array}$$

4) Findet sich die besondere Summe einer Ordnung größer als 9, so setzt man davon nur die niedrigste Stelle unter und zählt die höhere zu der nächsten Ordnung, der sie angehört. Dieser Uebertrag kann mit Ziffern, oder Punkten geschehen.

$$\begin{array}{r} 89586 \\ 8973 \\ 49658 \\ 95321 \\ \hline 243538. \end{array}$$

§. 9. Subtrahiren.

1) Subtrahiren heißt: eine Zahl suchen, die zu einer gegebenen (Subtrahend) addirt, eine andere gegebene (Minuend) zur Summe giebt. Diese Zahl nennt man Rest (Differenz, Unterschied). Das Zeichen des Subtrahirens ist — (minus, weniger). 7 — 3 bedeutet: man soll von 7 abziehen 3; der Rest ist 4.

2) Beim Subtrahiren einer kleinen Zahl werden die Einheiten unmittelbar von dem Minuenden abgezogen.

XVIII — VIII = X.
17 — 9 = 8.

3) Bei größeren Zahlen schreibt man den Subtrahenden unter den Minuenden, nach den gleichartigen Ordnungen, zieht einen Absonderungsstrich, subtrahirt alsdann von der rechten Hand die Einheiten einer jeden Ordnung besonders und schreibt den gefundenen Rest gerade darunter.

7 3 5 6 9	Minuend.
4 1 3 6 8	Subtrahend.
3 2 2 0 1	Rest.

4) Findet sich in dem Minuenden eine Zahl nicht groß genug, so nimmt man zu ihr eine Einheit aus der folgenden Ordnung und vermehrt dadurch die Zahl an sich um zehn. Über die verminderte Ziffer kommt ein Punkt, um nicht zu übersehen, daß dieselbe eine ihrer Einheiten abgegeben hat.

$$\begin{array}{r} \dot{5}\,\dot{3}\,\dot{7}\,1\,\dot{4}\,6 \\ 2\,4\,8\,7\,2\,8 \\ \hline 2\,8\,8\,4\,1\,8 \end{array}$$

5) Trifft man beim Leihen auf Nullen, so geht man darüber hin zu der ersten bedeutenden Zahl und vermindert diese um 1. Die dadurch anstatt der nächsten Null erhaltene 10 vermindert man wieder um 1, so daß daselbst 9 bleibt, und fährt so fort, bis zu der Zahl, an der das Subtrahiren steht, welcher man, wie oben, 10 zulegt. Die dabei vorgegangene Verwandlung jeder 0 in 9 wird ebenfalls mit einem Punkte bezeichnet.

3 0 0 0 7 5 0 0 6 3 0 1
1 0 7 8 9 4 5 3 4 1 0 0
1 9 2 1 8 0 4 7 2 2 0 1

§. 10. Probe zur Addition und Subtraktion.

1) Um die verrichtete Addition zu prüfen, summirt man jede Ordnung ein Mal aufwärts und das andere Mal abwärts. Die arithmetische Probe, alle Posten aus der Summe wieder zu ziehen, ist nicht zweckmäßig.

2) Die verrichtete Subtraktion wird geprüft, indem man den gefundenen Rest zu dem Subtrahenden addirt, wodurch der Minuend wieder herauskommen muß (§. 9. 1). 7—3 = 4; 4+3 = 7.

3) Addition und Subtraktion sind einander entgegengesetzt. Die Addition legt Summanden hinzu; die Subtraktion nimmt sie als Subtrahenden eben so wieder hinweg, und so umgekehrt.

2. Multiplikation und Division.

§. 11. Multipliziren.

1) **Multipliziren** heißt: eine gegebene Zahl (**Multiplikand**) so viel Mal nehmen, als eine andere gegebene Zahl (**Multiplikator**) anzeigt. Das Ergebniß nennt man **Produkt** oder **Faktum**. Das Zeichen zu diesem **Vervielen** ist ein liegendes Kreuz (×), oder ein Punkt (.) und wird gelesen: multiplizirt mit, mal. 4 × 2 bedeutet: 4 soll man 2 mal nehmen; das Produkt ist 8. Multiplikand und Multiplikator können verwechselt werden, das Produkt bleibt dasselbe, z. B. 4 × 2 = 2 × 4; daher nennt man auch beide, ohne Unterschied, **Faktoren**.

2) Bei dem Multipliziren kleiner Zahlen nimmt man den Multiplikanden ohne Weiteres so viel Mal, als der Multiplikator anzeigt.

V × III = V + V + V = XV.
5 × 4 = 20.

3) Soll eine größere Zahl mit einer Einerzahl multiplizirt werden, so schreibt man den Multiplikator unter die Einerstelle des Multiplikanden und zieht darunter einen Strich. Nun vervielt man mit dem einfachen Multiplikator zuerst die Einer, dann

die Zehner, dann die Hunderter u. s. w. und setzt das Produkt der Einer unter die Einer, das der Zehner unter die Zehner, das der Hunderter unter die Hunderter u. s. w.

```
 243     denn     3 × 2 =   6
   2             40 × 2 =  80
 ---            200 × 2 = 400
 486            -------------
                243 × 2 = 486
```

4) Übersteigt hierbei ein Vielfaches der Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. die Zahl 9, so wird davon nur die hintere Ziffer untergesetzt, und die vordere, zehnmal höhere, der folgenden Stelle im Produkte zugerechnet.

```
  724    denn     724
    6               6
 ----            ----
 4344              24
                  120
                 4200
                 ----
                 4344
```

5) Soll mit besondern Zehnern, Hundertern, Tausendern .... multiplizirt werden, so verfährt man wie mit den Einern, nur daß an das Produkt noch eben so viele Nullen kommen, als die Multiplikatorziffer hinter sich führt. Denn es ist klar, daß ein Produkt von Zehnern, zehnmal, von Hundertern, hundertmal, von Tausendern, tausendmal größer wird, als von Einern.

```
   724       724
    40       300
 -----    ------
 28960    217200
```

6) Enthält der Multiplikator mehre geltende Ziffern, so könnte man mit der höchsten zuerst und dann mit jeder darauf folgenden, niedrigern multipliziren. Jedes besondere Produkt nähme seinen Anfang unter der Stelle seiner Multiplikatorziffer, so daß die gleichnamigen Ordnungen unter einander zu stehen kämen. Endlich würden alle Produkttheile addirt.

```
    724
    346
 ----------------------
 2172.. = 724 × 300
  2896. = 724 ×  40
   4344 = 724 ×   6
 ----------------------
 250504 = 724 × 346
```

7) Gewöhnlich multiplizirt man zuerst mit den Einern, dann mit den Zehnern, Hundertern u. s. w.

```
    724 Multiplikand.
    346 Multiplikator.
   4344)
  2896. } Produkttheile.
 2172..)
 250504 Produkt.
```

8) Sind Nullen in den Faktoren, so hat man sich vorzusehen, daß die Produkttheile recht untergesetzt werden, und daß in dem Produkte keine Stelle verloren gehe.

```
    72400     kürzer:     72400
       46                    46
   434400                4344..
  289600                2896
  3330400               3330400

    72400     kürzer:     72400
     4060                  4060
    00000                4344...
  434400                2896.
  00000                 293944000
 289600
 293944000
```

9) Vortheile bei dem Multipliziren: Man lernt vorher das Einmaleins recht geläufig und zwar vor- und rückwärts. Von den beiden Faktoren nimmt man denjenigen zum Multiplikator, welcher die wenigsten Zahlstellen hat, oder mit dessen Zahlen am leichtesten zu multipliziren ist. Kommt in dem Multiplikator eine Zahl mehrmal vor, so schreibt man den schon einmal berechneten Produkttheil unmittelbar ab. Ist eine Multiplikatorzahl halb oder doppelt so groß, als eine andere, deren Produkt schon dasteht: so nimmt man von diesem die Hälfte, oder das Doppelte. Für das Produkt des Multiplikators 5 kann man die Hälfte des Multiplikanden nehmen und eine Stelle weiter vorrücken; denn das Fünffache ist das halbe Zehnfache.

§. 12. Dividiren.

1) Dividiren heißt: eine Zahl suchen, die mit einer gegebenen (Divisor) multiplizirt, eine andere gegebene (Dividend) zum Produkte giebt. Diese Zahl heißt Quotient, und das Zeichen zu diesem Theilen ist der Doppelpunkt (:) oder ein Querstrich zwischen Dividend und Divisor und wird gelesen: dividirt durch. 8:2 oder $\frac{8}{2}$ bedeutet, man soll 8 theilen durch 2; der Quotient ist 4.

2) Beim Dividiren kleiner Zahlen durchläuft man das 1, 2, 3 und Mehrfache des Divisors bis zu dem Produkte, das dem Dividenden gleicht. Der dabei gefundene andere Faktor ist der gesuchte Quotient.

XV : V = III.
20 : 4 = 5.

3) Beim Dividiren größerer Zahlen setzt man den Divisor am füglichsten hinter den Dividenden. Ist nun der Divisor eine Einerzahl, so nimmt man zuerst die höchste Ordnung, oder wenn die Zahl derselben kleiner sein sollte, als der Divisor, die beiden höchsten Ordnungen zusammen vor, schreibt den dazu gesuchten Quotienten hinter, oder unter den Divisor, multiplizirt beide und zieht das Produkt von dem eben vorgenommenen Theile des Dividenden ab. Hiernächst setzt man die Zahl der folgenden Ordnung herunter hinter den etwa gebliebenen Rest und verfährt wieder auf dieselbe Weise. Findet sich die eben zu theilende Zahl kleiner, als der Divisor, so setzt man in die zugehörige Stelle des Quotienten eine Null und zieht die folgende Ordnung herunter. Kein Rest darf größer sein, als der Divisor. In dem Quotienten werden die gefundenen Zahlen ordnungsweise hinter einander geschrieben, wie sie aus dem Dividenden hervorgehen.

```
26298 : 3 = 8000;     kürzer  26298 : 3 = 8766.
24...     + 700               24...
-----                         -----
 22..     +  60                22..
 21..     +   6                21..
-----       ----               -----
  19.       8766                19.
  18.                           18.
-----                          -----
   18                            18
   18                            18
-----                          -----
    0                             0
```

4) Hat der Divisor mehre Zahlstellen, so nimmt man zuerst links von dem Dividenden auch eben so viele Ordnungen, oder wenn diese nicht zureichen, noch eine mehr, und sucht zu diesen den Quotienten; oft braucht dies nur mit den vordern Zahlen des Divisors zu geschehen. Nun multiplizirt man Quotienten und Divisor, subtrahirt das Produkt von dem vorgenommenen Theile des Dividenden, nimmt die folgende Ordnung zum Reste herunter und theilt so weiter eine Ordnung nach der andern bis zu Ende. Bleibt zuletzt ein Rest, so wird die weitere Division in dem Quotienten nur angezeigt.

```
Dividend 66152 : 32 Divisor.
         64...
         ----
          215        2067 8/32 Quotient.
          192.
          ----
           232
           224
           ---
             8 Rest.
```

5) Kommen Nullen vor im Divisor oder Dividend, so hat man sich vorzusehen, daß der Quotient die richtigen Ordnungen erhalte.

```
802345 : 52000;  kürzer  802|345 : 52|000
52000     15.            52          15.
------                   ---
282345                   282
260000                   260
------                   ------
 22345                    22 345

 96000 : 6000;   kürzer  96|000 : 6|000
 6000     16.            6         16.
 -----                   --
 36000                   36
 36000                   36
 -----                   --
     0                    0
```

6) Wenn man Dividend und Divisor gleich vielmal verkleinert oder vergrößert: so bleibt der Quotient unverändert.

$$96 \times 1000 : 6 \times 1000 = 16.$$
$$96 : 6 = 16.$$

7) Vortheile bei dem Dividiren: Von größern Divisoren könnte man sich das Zwei= bis Neunfache vorher anse=

gen, auch wohl ein schon vorgekommenes Mehrfaches unmittelbar abschreiben, oder durch 2, 3 theilen, oder 2, 3 mal nehmen.

§. 13. Probe zu der Multiplikation und Division.

1) Die verrichtete Multiplikation wird geprüft, indem man das erhaltene Produkt durch einen der Faktoren dividirt. Dadurch geht der andere Faktor als Quotient wieder hervor (§. 12. 1). $a \times 2 = 2a$; $2a : 2 = a$.

2) Die verrichtete Division wird geprüft, indem man den gefundenen Quotienten mit dem Divisor multiplizirt und den etwaigen Rest hinzuzählt. Dadurch muß der Dividend wieder hervorgehen (§. 12. 1). $2a : 2 = a$; $a \times 2 = 2a$.

3) Multiplikation und Division sind einander entgegengesetzt. Was die Multiplikation zusammenfügt, theilt die Division, und was diese theilt, fügt jene eben so wieder zusammen.

II. Grundrechnungen mit Brüchen.

1. Gemeine Brüche.

§. 14. Der gemeine Bruch.

1) Denkt man sich von einem Ganzen, das in mehre gleiche Theile zerlegt ist, eine bestimmte Anzahl solcher Theile: so entsteht ein Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$. Dieser Bruch, drei Viertel, enthält drei von vier gleichen Theilen eines Ganzen. $\frac{8}{4}$ bedeutet acht solcher Viertel oder zwei Ganze; dies ist eben so viel, als $8:4$. Daraus ersieht man, daß der Bruchausdruck nichts Anderes ist, als eine bloß angezeigte Division. Die obere Zahl heißt der Zähler und hat gleiche Bedeutung mit dem Dividenden; die untere, der Nenner, hat gleiche Bedeutung mit dem Divisor.

$$\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4.$$

2) In dem eigentlichen oder echten Bruche ist der Zähler kleiner, als der Nenner, wie z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$; daher ist der Werth desselben kleiner, als das Ganze.

3) In dem uneigentlichen oder unechten Bruche ist der Zähler entweder so groß, oder größer, als der Nenner, wie $\frac{2}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{16}{5}$, und sein Werth ist daher auch so groß, oder größer als das Ganze. Theilt der Nenner den Zähler ohne Rest, so ist der Werth eine ganze Zahl; z. B. $\frac{4}{2} = 2$. Bleibt aber ein Rest, so ist der Werth des uneigentlichen Bruches eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche, oder eine gemischte Zahl. $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

§. 15. Gemeine Brüche zu verwandeln.

1) Eine ganze Zahl läßt sich leicht in einen uneigentlichen Bruch verwandeln. Man multiplizirt sie mit dem gegebenen Nenner und setzt denselben unter das Produkt. Die Zahl 2, in Drittel verwandelt, giebt $\frac{2 \times 3}{3} = \frac{6}{3}$. Der Werth bleibt derselbe; denn die erfolgte Multiplikation wird durch die angedeutete Division wieder gehoben.

2) Eine gemischte Zahl wird in einen uneigentlichen Bruch verwandelt, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner ihres Bruches multiplizirt, dazu dessen Zähler addirt und dann den Nenner untersetzt; z. B. $2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

3) Von $\frac{1}{4}$ ist das Doppelte $\frac{1 \times 2}{4}$, das Dreifache $\frac{1 \times 3}{4}$, das Vierfache $\frac{1 \times 4}{4}$ u. s. w. Jeder Bruch wird mithin in dem Maße größer, als sein Zähler zunimmt. Von $\frac{1}{2}$ ist die Hälfte $\frac{1}{2 \times 2}$, das Drittel $\frac{1}{2 \times 3}$, das Viertel $\frac{1}{2 \times 4}$ u. s. w. Daher wird jeder Bruch in dem Maße kleiner, als sein Nenner zunimmt. Umgekehrt, muß der Werth eines Bruches fallen mit abnehmendem Zähler und steigen mit abnehmendem Nenner; z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$; $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{1}$.

4) Multiplizirt man eines Bruches Zähler und Nenner mit einerlei Zahl, so ändert dies den Werth desselben nicht. Die

Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1 \times 2}{2 \times 2}$, $\frac{1 \times 3}{2 \times 3}$, $\frac{1 \times n}{2 \times n}$ haben alle gleichen Werth. Denn wie durch ihre wachsenden Zähler die Anzahl der Theile um das Zwei=, Drei= und Mehrfache zunimmt, so nimmt durch ihre ebenmäßig wachsenden Nenner die Größe der Theile wieder um das Gleiche ab.

5) Dividirt man eines Bruches Zähler und Nenner durch einerlei Zahl, so bleibt ebenfalls der Werth desselben unverändert. $\frac{8}{16} = \frac{8 : 2}{16 : 2} = \frac{8 : 4}{16 : 4} = \frac{8 : n}{16 : n}$. Denn wie dadurch die neuen Ausdrücke an der Anzahl ihrer Theile verlieren, so gewinnen sie wieder an der Größe derselben.

6) Der Werth eines Bruches bleibt ungeändert, wenn man zu Zähler und Nenner zwei Zahlen addirt oder davon subtrahirt, die sich wie Zähler und Nenner verhalten.

Werden Zähler und Nenner um eine gleiche Zahl vergrößert oder verkleinert: so ändert sich der Werth des Bruches, je nachdem er ein eigentlicher oder uneigentlicher ist.

§. 16. Gemeine Brüche zu heben.

1) Ein Bruch wird gehoben, d. i. unbeschadet seines Werthes durch kleinere Zahlen ausgedrückt, wenn man Zähler und Nenner durch ein und dieselbe Zahl ohne Rest dividirt. $\frac{8}{16} = \frac{8 : 8}{16 : 8} = \frac{1}{2}$ (§. 15. 5).

2) Es giebt gewisse, hierbei brauchbare Kennzeichen von der Theilbarkeit mehrzifferiger Zahlen, nämlich:

Durch 2 ist eine Zahl ohne Rest theilbar, wenn die Endzahl gerade ist; denn die Ordnungen von 10 und darüber sind an sich schon durch 2 theilbar.

Durch 3, wenn die Quersumme aller Ziffern durch 3 theilbar ist. Die Zahl 543 besteht aus

3 Einern $= 3$
4 Zehnern $= 4 \times 9 + 4$
5 Hundertern $= 5 \times 99 + 5$;

also theils aus mehren Vielfachen von 9, die an sich durch 9 und 3 aufgehen, theils aus der Quersumme.

Durch 4, wenn die von den zwei hintersten Stellen gebildete Zahl durch 4 aufgeht; denn die höheren Ordnungen von 100 und darüber sind schon als solche durch 4 theilbar, z. B. 5732.

Durch 5, wenn die Endzahl 5 oder 0 ist; alle höheren Ordnungen sind fünffach, z. B. 745 oder 740.

Durch 6, wenn die Endzahl gerade und zugleich die Quersumme durch 3 theilbar ist; wenn also in der gegebenen Zahl 2 und 3 aufgehen, z. B. 762.

Durch 8, wenn die von den drei hintersten Stellen gebildete Zahl durch 8 aufgeht; denn die höheren Ordnungen von 1000 und darüber sind von selbst durch 8 theilbar, z. B. 143128.

Durch 9, wenn die Quersumme durch 9 theilbar ist; aus demselben Grunde, wie bei 3, z. B. 738.

Durch 10, wenn die Endzahl 0 ist, was sich von selbst versteht.

Man kann Zähler und Nenner durch solche gemeinschaftlichen Theiler so lange zu heben suchen, als es angeht; z. B. $\frac{84}{204}$ zuerst durch 4, dann durch 3; nämlich $\frac{84 : 4}{204 : 4} = \frac{21 : 3}{51 : 3} = \frac{7}{17}$.

3) Um den größten gemeinschaftlichen Theiler von Zähler und Nenner sogleich zu finden, dividirt man von beiden Zahlen die größere durch die kleinere, dann den eben gebrauchten Divisor wieder durch den Rest und so fort, bis die Division aufgeht, oder 1 zum Reste bleibt.

Geht die Division auf, so ist der letzte Divisor der größte gemeinschaftliche Theiler. In obigem Bruche $\frac{84}{204}$ ist es 12.

204 : 84	84 : 36	36 : 12
168 2	72 2	36 3
36	12	0

Denn da hier 36 durch 12 aufgeht, so ist auch $84 = 2 \times 36 + 12$ und eben so $204 = 2 \times 84 + 36$ durch 12 theilbar. Der gemeinschaftliche Theiler kann offenbar nicht größer sein, als der letzte Rest 12. Bleibt 1 zum Reste, so läßt sich der Bruch nicht weiter heben.

§. 17. Gemeine Brüche gleichnamig zu machen.

1) Wenn man Brüche so umgestaltet, daß sie einerlei Nenner bekommen: so werden sie gleichnamig. Die gemeinsten Brüche der gewöhnlichen Rechnungen mit den Nennern 2, 4, 8 und 16 können ohne Weiteres auf gleiche Benennung gebracht werden durch geeignete Multiplikation ihres Zählers und Nenners mit 8, 4 oder 2, z. B.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 8}{2 \times 8} = \frac{8}{16} \text{ (§. 15. 4.)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$$

$$\frac{7}{16} = \frac{7}{16} = \frac{7}{16}$$

Hier gehen in dem größten Nenner selbst alle anderen Nenner auf, und es findet sich daher zu jedem ein Faktor, der mit ihm den gemeinschaftlichen Nenner giebt, nämlich: 8 zu 2, 4 zu 4 und 2 zu 8.

2) Um weniger fügsame Brüche gleichnamig zu machen, sucht man ebenfalls eine Zahl, in der alle Nenner aufgehen, als gemeinschaftlichen oder Generalnenner. Eine solche Zahl ist unbedingt das Produkt aller Nenner, z. B.

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 6 \times 3}{4 \times 6 \times 3} = \frac{90}{72} \text{ (§. 15. 4.)}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 4 \times 3}{6 \times 4 \times 3} = \frac{12}{72}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 4 \times 6} = \frac{48}{72}$$

Auf diese Weise findet man aber nicht den kleinsten Generalnenner, im Fall einige der gegebenen Nenner gemeinschaftliche Theiler haben.

3) Um den kleinsten Generalnenner zu suchen, hebt man die gegebenen Nenner unter sich mit ihren gemeinschaftlichen Theilern auf, so viel es geht, setzt jedes Mal den gebrauchten Divisor dahinter, die Quotienten und was sich von den Nennern eben

nicht ohne Rest dividiren läßt, darunter und multiplizirt endlich alle übrig gebliebenen Zahlen und die Divisoren mit einander, z. B.

$$\begin{array}{ccc|c} \frac{5}{4} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \\ \hline 2 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 = 12.$$

Der Grund dieses Verfahrens leuchtet ein, wenn man betrachtet:

$$\text{Die Nenner} \left\{ \begin{array}{l} 4 = 2 \times 2 \\ 6 = 2 \times 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{Das Produkt } 4 \times 6 \times 3 = (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times 3.$$

Nun braucht man zu einer Zahl, die durch 4, 6 und 3 theilbar sein soll, nicht jenes ganze Produkt, sondern nur ein solches, das die Faktoren von 4, 6 und 3 eben in sich faßt, nämlich 2 × 2 × 3, und was davon weiter vorkommt, wie die übrigen 2 und 3, wird auf solche Weise gleich ausgeschieden.

Den gefundenen kleinsten Generalnenner dividirt man durch jeden einzelnen Nenner und multiplizirt mit dem Quotienten den dazu gehörigen Zähler, wie folgt:

$$\begin{array}{lcl} \frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12} & \text{kürzer:} & \frac{5}{4} \\ \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12} & \text{»} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} & \text{»} & \frac{2}{3} \end{array} \overset{12 \text{ Generalnenner.}}{\left| \begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 4 \end{array} \right| \begin{array}{c} 15 \\ 2 \\ 8 \end{array}} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}} \right\} \text{Neue Zähler.}$$

§. 18. Addiren gemeiner Brüche.

Um **Brüche zu addiren**, macht man sie gleichnamig, wenn sie es nicht schon sind, und addirt ihre Zähler. Die Summe giebt den Zähler zu dem gemeinschaftlichen Nenner, der hierbei bloß als Namen der Bruchtheile anzusehen ist.

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8}+\frac{7}{9}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{4}{15}+\frac{8}{25}$$

$$\begin{array}{l|l} 8\ .\ 9\ .\ 6\ .\ 3\ .\ 15\ .\ 25 & 3 \\ \hline 8\ .\ 3\ .\ 2\ .\ »\ .\ 5\ .\ 25 & \end{array}$$

$$8 \times 3 \times 25 \times 3 = 1800.$$

1800		
$\frac{1}{8}$	225	225
$\frac{7}{9}$	200	1400
$\frac{5}{6}$	300	1500
$\frac{2}{3}$	600	1200
$\frac{4}{15}$	120	480
$\frac{8}{25}$	72	576

Summe: $\frac{5381}{1800} = 2\frac{1781}{1800}$

Gehören die Brüche zu ganzen Zahlen, so wird in diesen, wie schon bekannt, weiter summirt.

§. 19. Subtrahiren gemeiner Brüche.

1) Sollen Brüche subtrahirt werden, so bringt man sie auf gleiche Benennung, wenn sie dieselbe nicht schon haben, und zieht dann Zähler von Zähler ab.

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15}.$$

56		
$\frac{5}{7}$	8	40
$\frac{3}{8}$	7	21

Rest: $\frac{19}{56}$

2) Ist ein Bruch von einer ganzen Zahl abzuziehen, so leiht man von derselben einen Einer, verwandelt diesen in einen gleichnamigen Bruch und subtrahirt. Der Rest wird zu dem übrigen Theile der ganzen Zahl geschrieben.

$$7 - \frac{4}{5} = 6\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 6\frac{1}{5}.$$

3) Bei gemischten Zahlen macht man die angehängten Brüche gleichnamig und leiht sogleich, wo es nöthig ist, von der ganzen Zahl.

$$23\tfrac{1}{4} = 22\tfrac{15}{12}$$
$$9\tfrac{7}{12} = 9\tfrac{7}{12}$$
$$\text{Rest: } 13\tfrac{2}{3}$$

§. 20. Multiplizieren gemeiner Brüche.

1) **Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multiplizieren:** Man multiplizire den Zähler mit der ganzen Zahl und lasse den Nenner ungeändert.

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\frac{5}{9} \times 3 = \frac{5 \times 3}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Hierbei wird die Anzahl der Theile vervielfältigt; man kann aber auch die Theile selbst um so viel vergrößern, nämlich den Nenner durch den Multiplikator dividiren, wenn die Division eben aufgeht.

$$\frac{5}{9} \times 3 = \frac{5}{9:3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ (§. 15. 3.)}$$

2) **Zwei oder mehre Brüche zu multiplizieren:** Man multiplizire sowohl die Zähler, als auch die Nenner mit einander. Das erste Produkt giebt den neuen Zähler, das andere den neuen Nenner, z. B.

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}.$$

Hier bedingt nämlich der Multiplikator $\frac{2}{3}$, daß $\frac{1}{3}$ des Multiplikanden 2 mal genommen werden soll; den dritten Theil von $\frac{4}{5}$, also $\frac{4}{5 \times 3}$, noch mit 2 multiplizirt, giebt $\frac{4}{5 \times 3} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$ (§. 15. 3.).

Die Faktoren in Zähler und Nenner können oft gegen einander aufgehoben werden (§. 16.).

$$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \times 5 \times \cancel{3}} = \frac{1}{5}.$$

3) **Gemischte Zahlen** verwandelt man gewöhnlich vorher in Brüche.

$$2\tfrac{3}{4} \times 3 = \frac{11}{4} \times 3 = \frac{33}{4} = 8\tfrac{1}{4}.$$

Man könnte auch mit den Ganzen und den Brüchen besonders multipliziren.

$$2\tfrac{3}{4} \times 3 = 2 \times 3 + \tfrac{3}{4} \times 3 = 6 + 2\tfrac{1}{4} = 8\tfrac{1}{4}.$$

$$2\tfrac{3}{4} \times 3\tfrac{1}{2} = 2\tfrac{3}{4} \times 3 + 2\tfrac{3}{4} \times \tfrac{1}{2} = 8\tfrac{1}{4} + 1\tfrac{3}{8} = 9\tfrac{5}{8}.$$

Wenn der Multiplikator ein eigentlicher Bruch ist, so muß das Produkt begreiflicher Weise kleiner sein, als der Multiplikand (§. 11. 1.).

§. 21. Dividiren gemeiner Brüche.

1) Einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren: Man multiplizire den Nenner mit der ganzen Zahl und lasse den Zähler ungeändert.

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \text{ (§. 15. 3.)}$$

$$\frac{6}{4} : 2 = \frac{6}{4 \times 2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Hierbei wird die Größe der Theile verkleinert; man kann dafür auch die Anzahl der Theile verkleinern, indem man den Zähler durch den Divisor dividirt, wenn die Division eben aufgeht.

$$\frac{6}{4} : 2 = \frac{6 : 2}{4} = \frac{3}{4}.$$

2) Eine ganze Zahl durch einen Bruch zu dividiren: Man multiplizire den Dividenden mit dem umgekehrten Divisor, z. B.

$$6 : \frac{4}{2} = 6 \times \frac{2}{4} = \frac{6 \times 2}{4} = 3.$$

Der gesuchte Quotient soll hier $\frac{4}{2}$ mal in 6 enthalten sein (§. 12. 1.); er ist also 2 mal so groß, als der, welchen man durch die Division mit 4 erhält. Nun giebt $6 : 4 = \frac{6}{4}$, noch mit 2 multiplizirt, $\frac{6 \times 2}{4} = 6 \times \frac{2}{4} = 3$.

3) **Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren:** Man multiplizire den Dividenden aus gleichem Grunde mit dem umgekehrten Divisor, z. B.

$$\tfrac{8}{10} : \tfrac{4}{2} = \tfrac{8}{10} \times \tfrac{2}{4} = \tfrac{16}{40} = \tfrac{2}{5}.$$

Hier wird $\tfrac{8}{10}$ durch 4 dividirt $= \frac{8}{10 \times 4}$, und dies 2 mal genommen, giebt $\frac{8 \times 2}{10 \times 4}$. Man könnte auch Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner dividiren; doch gehen diese Divisionen selten auf.

$$\frac{8}{10} : \frac{4}{2} = \frac{8 : 4}{10 : 2} = \frac{2}{5}.$$

4) Gemischte Zahlen werden zur Division vorher in Brüche verwandelt, z. B.

$$3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{7}{2} : \frac{5}{4} = \frac{7 \times 4}{2 \times 5} = \frac{28}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

5) Ist der Divisor ein eigentlicher Bruch, so muß der Quotient größer sein, als der Dividend.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{4 \times 1} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}.$$

6) Wird die Division von Brüchen in Bruchform angesetzt, so entstehen sogenannte **unreine** oder **Doppelbrüche**. Diese können in **reine** Brüche verwandelt werden, wenn man Zähler und Nenner des Doppelbruchs mit den eingeschobenen Nennern aufhebend multiplizirt (§. 15. 4.), z. B.

$$\frac{{}^6/_4}{2} = \frac{{}^6/_4 \times 4}{2 \times 4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{6}{{}^4/_2} = \frac{6 \times 2}{{}^4/_2 \times 2} = \frac{12}{4} = 3.$$

$$\frac{{}^8/_{10}}{{}^4/_2} = \frac{{}^8/_{10} \times 10 \times 2}{{}^4/_2 \times 2 \times 10} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$$

$$\frac{3^1/_2}{1^1/_4} = \frac{{}^7/_2 \times 2 \times 4}{{}^5/_4 \times 4 \times 2} = \frac{28}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

2. Dezimalbrüche.

§. 22. Der Dezimalbruch.

Diejenigen Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000 u. s. w. ist, nennt man Dezimalbrüche und schreibt sie, mit Weglassung der Nenner, folgender Gestalt:

0,3 3,42 17,4507

Die Null vor dem Zähler tritt an die Stelle der ganzen Zahl, wenn eben keine vorhanden ist. Das Komma trennt die Einerstelle der ganzen Zahl von dem Zähler des Bruches, der wohl durch kleinere Ziffern kenntlicher gemacht wird, und dessen Nenner eine 1 ist, die man sich unter dem Komma denkt, mit so viel Nullen, als Zahlstellen oder Dezimalen in dem Zähler sind.

Hinter dem Komma enthält die erste Stelle Zehntheile, die zweite Hunderttheile, die dritte Tausendtheile u. s. w., also jede folgende Stelle einen zehnmal kleineren Theil der Einheit, nach denselben Gesetzen, wie bei ganzen Zahlen. Die Versetzung des Komma bewirkt daher mit jeder Stelle eine zehnfache Veränderung der Stellenwerthe. Wird der Werth 10, 100, 1000 . . . . mal größer, so rückt das Komma um 1, 2, 3 . . . Stellen hinter, und so umgekehrt. Z. B.

$$5{,}372 \times 10 = 53{,}72; \quad 63{,}51 \times 1000 = 63510.$$
$$537{,}2 : 10 = 53{,}72; \quad 2{,}456 : 1000 = 0{,}002456.$$

§. 23. Dezimalbrüche zu verwandeln.

1) Einen Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch mit bestimmtem Nenner zu verwandeln: Man multiplizire den Dezimalbruch mit dem bestimmten Nenner und nehme das Produkt als neuen Zähler zu diesem Nenner.

Soll z. B. 0,75 verwandelt werden in Viertel, so multiplizirt man 0,75 mit 4, was $\frac{300}{100}$ oder 3 giebt, und setzt diese 4 wieder als Nenner unter; dadurch erhält man den gegebenen Werth in Vierteln, nämlich: $\frac{0{,}75 \times 4}{4} = \frac{3}{4}$. Um 0,56 in Zwölf-

tel zu verwandeln, setzt man $\frac{0,56 \times 12}{12} = \frac{6,72}{12}$, und erhält einen unreinen Bruch.

2) **Einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln:** Man hänge dem Zähler rechts beliebig Nullen an, dividire ihn durch den Nenner und schneide nachher im Quotienten wieder eben so viel Dezimalstellen ab, als der Dividendus Nullen erhalten hat.

Wird der Bruch $\frac{3}{4}$ multiplizirt mit 100, und wird die durch seinen Nenner ausgedrückte Division verrichtet: so giebt dies zuvörderst $\frac{3 \times 100}{4} = \frac{300}{4} = 75$; wird nun dieses Ergebniß wieder dividirt durch den vorigen Multiplikator 100, so entsteht $\frac{75}{100} = 0,75$ der Werth von $\frac{3}{4}$ in einem Dezimalbruche.

$$\frac{5}{16} = \frac{5 \times 10000}{16} : 10000 = 0,3125.$$

3) Öfter geht die Division durch den Nenner nicht auf, und der gemeine Bruch läßt sich in diesem Falle nicht genau in einen Dezimalbruch verwandeln. Hier kann man, wie bei jeder Division, wo ein Rest übrig bleibt, das Dividiren so lange fortsetzen, bis der bleibende Rest ganz unerheblich wird. An solche abgebrochenen Dezimalbrüche fügt man noch einige Punkte, als Zeichen weggelassener Dezimalen.

$$\frac{4}{7} = 0,5714..; \frac{9}{11} = 0,818181..$$

4) Bisweilen erscheinen bei fortgesetzter Division gleich die ersten Zahlen in derselben Ordnung wieder. Zeigt sich eine solche periodische Wiederkehr, so kann man, ohne noch weiter zu dividiren, den Dezimalbruch nach Gefallen erweitern, z. B.

$$\frac{26}{33} = 0,787878..$$

5) Hat der Bruch mehr Dezimalen, als die Genauigkeit der Rechnung erfordert, so läßt man die überflüssigen weg. Die hintere der beibehaltenen Dezimalen wird um 1 erhöhet, wenn die nächste der weggelassenen 5 oder mehr beträgt, damit der Bruch seinem wahren Werthe näher bleibe. Sollte der vorige

Bruch 0,787878.. nur drei Dezimalen behalten, so verwandelte man ihn in 0,788.

§. 24. Dezimalbrüche zu addiren.

Man schreibe die gegebenen Zahlen so unter einander, daß Komma unter Komma steht. Dadurch kommen die Ganzen, die Zehntheile, die Hunderttheile u. s. w. ordnungsweise unter einander. Nun addire man, wie es bei ganzen Zahlen geschieht (§. 8.).

```
 27,654        7,9035
  6,235        0,59
 ------        5,0329
 33,889       -------
              13,5264
```

§. 25. Dezimalbrüche zu subtrahiren.

Die gegebenen Brüche werden unter einander geschrieben, Komma unter Komma, Zehntheile unter Zehntheile u. s. w. und dann subtrahirt, wie ganze Zahlen (§. 9.). Finden sich in dem Minuenden oder Subtrahenden weniger Dezimalen, so verfährt man, als ständen Nullen in den offenen Stellen, z. B.

```
0,403       5,842       6,00435
0,152       1,00455     0,17
-----       -------     -------
0,251       4,83745     5,83435
```

§. 26. Dezimalbrüche zu multipliziren.

Man schreibe die Brüche unter einander und multiplizire sie, wie ganze Zahlen, schneide alsdann im Produkte von der Rechten so viel Dezimalen ab, als beide Faktoren zusammen enthalten. Hat das Produkt nicht so viel Stellen, als ihm abgeschnitten werden müssen, so werden die fehlenden durch vorangesetzte Nullen ergänzt, und außerdem wird noch eine Null statt der Ganzen gesetzt.

Soll z. B. 1,3 multiplizirt werden mit 0,7, und man behandelte diese Faktoren als gemeine Brüche: so müßte man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziren (§. 20. 2.). Das Nennerprodukt wäre aber eine 1 mit allen Nullen der bei-

den Nenner, wofür beim Dezimalbruche im Zählerprodukte ohne Weiteres so viel Stellen abgeschnitten werden. Es ist nämlich

$$1{,}3 \times 0{,}7 = \frac{13}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{13 \times 7}{10 \times 10} = \frac{91}{100} = 0{,}91.$$

```
  43,72          0,0345
  15             0,023
 -------        ---------
  21860            1035
  4372             690
 -------        ---------
  655,80        0,0007935
```

Gewähren die vorderen Dezimalen des Produktes schon hinlängliche Genauigkeit, so bedient man sich der **abgekürzten Multiplikation.** Man multiplizirt nämlich zuerst mit den Zehntheilen, hierauf mit den Hunderttheilen, Tausendtheilen u. s. w. und läßt jedes Mal von dem Multiplikanden rechts eine Stelle mehr weg, so daß alle Produkttheile in einer und derselben Reihe anfangen, z. B.

```
  3,7242                          unabgekürzt:  3,7242
  0,8721                                        0,8721
 ---------------------------             ----------------
  2,97936 Anfang 8×2                       297936
    26068 Anfang 7×4                        260694
      744 Anfang 2×2                          74484
       37 Anfang 1×7                           37242
 ---------------------------             ----------------
  3,24785..                                3,24787482
```

Wo das Komma stehen muß, bestimmt man sogleich bei dem ersten Produkttheile durch Abzählung der eben gebrauchten Dezimalen. Wegen der im Multiplikandus weggelassenen Stellen fällt öfters das Produkt etwas zu niedrig aus.

§. 27. Dezimalbrüche zu dividiren.

Man dividire wie mit ganzen Zahlen, füge auch dem Dividenden, der mindestens mit eben so viel Dezimalstellen angesetzt sein muß als der Divisor, die etwa noch erforderlichen Nullen an und schneide endlich im Quotienten die Mehrzahl Dezimalen ab, um welche der gebrauchte Dividend den Divisor übersteigt.

Soll z. B. 2,24 dividirt werden durch 0,4, und man verführe wie bei gemeinen Brüchen: so würde Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner dividirt (§. 21. 3.), nämlich

$\frac{224:4}{100:10} = \frac{56}{10} = 5{,}6.$ Der Quotient beider Nenner ist aber eine 1 mit den im Dividenden befindlichen überzähligen Nullen, wofür man beim Dezimalbruche gleich in dem Zählerquotienten so viel Stellen abschneidet.

$$29{,}4 : 0{,}49 = \frac{294}{10} : \frac{49}{100} = \frac{2940 : 49}{100 : 100} = 60.$$

```
35,00 : 1,66                    2,34552 : 232
332                             232
----                            ---
 180        21,084..              255     0,01011
 166                              232
 ----                             ---
  1400                             232
  1328                             232
  ----                             ---
    720                              0
    664
    ---
     56
```

Man wendet bei den Dezimalbrüchen auch eine abgekürzte Division an. Dividend und Divisor werden mit gleich vielen Dezimalstellen angesetzt, und bei dem fortgesetzten Dividiren wird jedes Mal von dem Divisor die letztere Dezimale weggelassen. In dem hier folgenden Beispiele steht jeder besondere Divisor, was beim Rechnen überflüssig ist.

```
26,73050 : 1,42857 = 18,71143
142857
-------
1244480 : 1,42857
1142856
-------
 101624 : 1,4285
  99995
 ------
   1629 : 1,428
   1428
   ----
    201 : 1,42
    142
    ---
     59 : 1,4
     56
     --
      3 : 1
      3
      -
      0
```

Die Stelle des Komma im Quotienten ergiebt sich schon aus den ersten Divisions-Ansätzen. Da bei der abgekürzten Division der Divisor allmählich verkleinert wird, so muß der Quotient etwas zu groß ausfallen.

III. Grundrechnungen mit benannten und sonst bezeichneten Zahlen.

1. Benannte Zahlen.

§. 28. Zahlenbenennung.

Bei benannten Zahlen ist die Art der Einheit bestimmt. Der zählbaren Dinge giebt es sehr vielerlei; am meisten beschäftigen uns davon die Münzen, die Maße und Gewichte, die Zeit u. s. w. Sie haben in sich besondere Ordnungen mit eigner Eintheilung und Größe, die man theils aus Nachweisungen, theils aus angestellten Untersuchungen kennen lernt.

Eine benannte Zahl ist einfach, wenn sie nur Einheiten einerlei Art enthält, oder zusammengesetzt, wenn sie aus verschiedenen, einander untergeordneten Arten von Einheiten oder Sorten besteht, z. B. 3 Thlr. 4 Gr. 6 Pf.

Benannte Zahlen müssen öfters reduzirt werden, indem man sie durch Multiplikation und Division mit ihrer Eintheilungszahl auf einen kleinern oder größern Namen bringt, z. B.

3 Thlr. $= 3 \times 24$ gGr. $= 3 \times 24 \times 12$ Pf. $= 864$ Pf.

365 Xr. $= \frac{365}{60}$ Fl. $= 6\frac{1}{12}$ Fl. $= 6$ Fl. 5 Xr.

§. 29. Benannte Zahlen zu addiren.

Man schreibe die Zahlen von einerlei Benennung reihenweise unter einander, zähle sie dann zusammen, die niedrigsten Einhei-

ten zuerst, darauf die nächst höheren u. s. w. Jede besondere Summe wird auf der Stelle reduzirt. Die darin gefundenen Einheiten der höheren Sorte kommen vor zu dieser, und die übrigbleibenden Einheiten der eben zusammengezählten Sorte werden untergesetzt.

31 Thlr.	27 Sgr.	3 Pf.
3 "	29 "	9 "
12 "	17 "	10 "
48 Thlr.	14 Sgl.	10 Pf.

§. 30. Benannte Zahlen zu subtrahiren.

Man setze ebenfalls die Zahlen von jeder Sorte, ihrer Folge nach, unter einander und ziehe sie ab. Oft hat man eine Einheit der höheren Sorte zu leihen und dadurch die niedere so viel zu vermehren, als von ihr Einheiten auf die höhere Sorte gehen.

Von	47 Thlr.	3 gGr.	2 Pf.
ab	12 "	18 "	9 "
bleibt:	34 Thlr.	8 gGr.	5 Pf.

§. 31. Benannte Zahlen zu multipliziren.

1) Man setze den Multiplikator gehörig unter und verviele damit den Multiplikanden von der niedrigsten Sorte an. Jedes besondere Produkt, das eine höhere Einheit voll enthält, wird sogleich reduzirt. Die darin befindlichen Einheiten einer höheren Sorte kommen hinüber zum gleichnamigen Produkte, und der Rest wird untergesetzt.

4 Thlr.	9 gGr.	6 Pf.
		5
21 Thlr.	23 gGr.	6 Pf.

2) Oft kann man den Multiplikator zerlegen in Faktoren oder Summanden und dann leichter theilweise multipliziren, z. B. 24 = 6 × 4; 17 = 4 × 4 + 1.

(8 Thlr.	10 Sgr.)	× 24
	6	
50 Thlr.	— Sgr.	das 6fache.
	4	
200 Thlr.	— Sgr.	das 6 × 4fache.

(14 Fl.	15 Xr.) × 17	
	4	
57 Fl.	— Xr.	das 4fache.
	4	
228 Fl.	— Xr.	das 4 × 4fache.
14 „	15 „	das 1fache.
242 Fl.	15 Xr.	das 4 × 4 + 1fache.

Oft erleichtert es aber auch die Rechnung, den Multiplikanden vorher auf seine niedrigsten Einheiten zu reduziren.

3) Der Multiplikator kann eigentlich keine benannte Zahl sein, weil er nur angiebt, wie oft der Multiplikand zu sich selbst addirt werden muß, damit aus ihm das Produkt entstehe. Bringt es der Gang einer Rechnung mit sich, daß eine benannte Zahl als Multiplikator erscheint: so kommt bloß die Zahl an sich, keinesweges aber die Benennung mit in Rechnung. Enthält ein solcher benannter Multiplikator mehrerlei Sorten, so reduzirt man denselben vorher auf einerlei Einheit, eigentlich auf die Verhältnißzahl.

Wenn z. B. der Acker Holzland zu 9 Thlr. 8 gGr. verkauft würde, wie theuer käme ein Stück von 3 Acker 40 Ruthen? Hält der Acker 140 Rthn., so sind 3 Ar. 40 Rthn. = $3\frac{40}{140}$ = $3\frac{2}{7}$ Ar.

9 Thlr.	8 gGr.		
	$3\frac{2}{7}$		
28 „	— „		3 mal.
2 „	16 „		$\frac{2}{7}$ mal.
30 Thlr.	16 gGr.		

Hier können nun wohl die 9 Thlr. 8 gGr. $3\frac{2}{7}$ mal genommen werden, so viel es Acker sind, aber nicht $3\frac{2}{7}$ Acker mal.

§. 32. Benannte Zahlen zu dividiren.

1) Ist der Divisor unbenannt, so theilt man damit ohne Weiteres im Dividenden die Zahlen jeder Sorte für sich, bei der höchsten anfangend. Bleibt irgendwo ein Rest, so wird derselbe sogleich zu der nächst niederen Sorte genommen und dann in dieser mit getheilt.

(22 Thlr., 13 gGr. 9 Pf.) : 5
20
2 = 48 — 4 Thlr. 12 gGr. $4\frac{1}{5}$ Pf.
61
60
1 = 12
21
20
1

Öfter ist es erleichternd, wenn man zuvor den ganzen Dividenden auf einerlei Sorte reduzirt.

2) Ist der Divisor eine benannte Zahl, so reduzirt man denselben auf einerlei Einheit, auf die Verhältnißzahl, ohne die Sorte weiter zu berücksichtigen, als zu etwaiger Verwendung des Quotienten.

Sollten z. B. 124 ℔ Kiefernsamen gesäet werden auf 15 Morgen 90 Ruthen, den Morgen zu 180 Ruthen gerechnet: so theilte man den gegebenen Samen in $15\frac{90}{180} = 15{,}5$ Theile, nämlich 124 ℔ : 15,5, und es kämen 8 ℔ auf jeden Morgen. Der Divisor wird hierbei als unbenannte Zahl gebraucht; denn es ist klar, daß Pfunde und Morgen an sich nicht durch einander dividirt werden können, so wenig als multiplizirt. Von gleichartigen Größen werden Dividend und Divisor auf einerlei Sorte gebracht; sie geben zum Quotienten eine unbenannte Zahl.

2. Buchstabenrechnung.

§. 33. Entgegengesetzte Größen.

Wenn zwei Größen gegenseitig in einer solchen Beziehung stehen, daß sie, zu einander gethan, sich entweder ganz, oder theilweise aufheben: so heißen sie *entgegengesetzt*. Z. B. 30 Schritte vorwärts und 10 Schritte auf demselben Wege rückwärts; 100 Thaler Einnahme und 100 Thaler Ausgabe.

Um entgegengesetzte Zahlen zu unterscheiden, nennt man die eine Art *positiv*, *bejahend*, die andere *negativ*, *verneinend*, und bezeichnet jene mit +, diese mit —. Wo eben der

Gebrauch nichts bestimmt hat, ist es willkürlich, welche von den beiden entgegengesetzten Zahlen man als positiv, oder negativ bezeichnet. Werden solche Größen noch mit Rechnungszeichen verbunden, so kommen die Zeichen des Positiven und Negativen mit der Zahl selbst in Klammern. Voranstehenden positiven Größen pflegt man kein Vorzeichen zu geben. Z. B. 30 Schritte + (— 10 Schritte) = + 20 Schritte.

§. 34. Einschlußzeichen.

Bezieht sich irgend ein Rechnungszeichen zugleich auf mehre Glieder eines arithmetischen Ansatzes, so muß man dieselben in eine Parenthese zusammenklammern. Dieser Einschluß kann auf zweierlei Weise gelös't werden. Entweder rechnet man die eingeschlossenen Glieder alle zusammen und behandelt sie als eine einzige Größe, was aber bloß bei bestimmten Zahlen anwendbar ist, oder man verwendet dieselben einzeln nach Maßgabe ihrer Rechnungszeichen. Eigentlich braucht man die Parenthese nur bei allgemeinen Zahlzeichen oder Buchstaben, und die Beispiele mit bestimmten Zahlen dienen uns mehr, die Beziehung der Klammer anschaulich zu machen.

1) Das Additionszeichen bedarf an und für sich keines Einschlusses. Z. B.

$$6+(2+3)=6+2+3=11;\ 5+(4-3)=5+4-3=6.$$

Andere Rechnungszeichen können, ohne Klammer, ihre Bedeutung keineswegs über dasselbe hin erstrecken. Z. B.

$$6\times3+4:2=18+2=20;\ 6\times(3+4:2)=6\times(3+\tfrac{4}{2})=30.$$

2) Das Subtraktionszeichen braucht den Einschuß eigentlich nur hinter sich für mehrgliederige Subtrahenden. Sollen da die Einschlußzeichen entfernt, oder sollen einige Glieder erst zusammengeschlossen werden: so bekommen die mit + und — entgegengesetzte Vorzeichen wegen der veränderten Beziehung.

$18 - (5 + 2) = 18 - 7 = 11,$
oder $= 18 - 5 - 2 = 11.$
$15 - (11 - 9 + 5) = 15 - 7 = 8,$
oder $= 15 - 11 + 9 - 5 = 8.$
$20 - 9 + 6 = 20 - (9 - 6) = 20 - 3 = 17.$

Andere Rechnungszeichen sind ebenfalls ohne Klammer über das — hinweg unwirksam. Z. B.

$10:4 - 3 \times \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 1;\ 10:(4 - 3 \times \frac{1}{2}) = 10:(4 - 1\frac{1}{2}) = 4.$

3) Das Multiplikationszeichen braucht bald vor, bald hinter sich Einschließungen für Multiplikand und Multiplikator. Beim Lösen der Parenthese können beiderseits die Glieder vereinzelt multiplizirt werden.

$(5 + 3) \times 4 = 8 \times 4 = 32,$
oder $= 5 \times 4 + 3 \times 4 = 20 + 12 = 32.$
$(5 - 3) \times (2 + 4) = 2 \times 6 = 12,$
oder $= 5 \times (2 + 4) - 3 \times (2 + 4) = 12,$
$= (10 + 20) - (6 + 12) = 12.$
$3 \times (7 - 5) = 3 \times 7 - 3 \times 5 = 6.$

4) Das Divisionszeichen braucht Einschließungen vor und hinter sich für Dividend und Divisor. Die Glieder des Divisors dürfen aber in keinem Falle vereinzelt werden.

$(10 - 4):2 = 6:2 = 3,$
oder $= 10:2 - 4:2 = 5 - 2 = 3.$
$(11 + 7 - 3):(5 - 2) = 15:3 = 5,$
oder $= \frac{11}{5-2} + \frac{7}{5-2} - \frac{3}{5-2} = \frac{15}{3} = 5.$

$$\frac{12}{4+2} - \frac{9}{4+2} + \frac{3}{4+2} = (12 - 9 + 3):(4 + 2) = 6:6 = 1.$$

Wollte man im letzteren Beispiele den Divisor vereinzeln, so ergäbe das etwas ganz Anderes, nämlich:

$$\frac{12-9+3}{4} + \frac{12-9+3}{2} = 6:4 + 6:2 = 4\frac{1}{2}.$$

Ist jedoch ein Divisor aus Faktoren zusammengesetzt, so darf man diese gewissermaßen als einzelne Divisoren gebrauchen. Z. B.

$48 : (2 \times 3) = 48 : 6 = 8,$

oder $= (48 : 2) : 3 = 24 : 3 = 8.$

Die Bruchform bedarf der Parenthese weniger, weil der Strich an sich schon die zusammengehörigen Glieder verbindet.

Zuweilen ist Einschluß in Einschluß erforderlich; auch bedient man sich wohl eines über die zusammengehörigen Glieder hin gezogenen Striches anstatt der Einschlußzeichen.

§. 35. Buchstaben.

Man kann mit Buchstaben jedes Rechnungsverfahren auf eine allgemeine Weise entwickeln und so die Regel oder die Formel, wonach eine gesuchte Größe zu finden ist, kurz und bestimmt ausdrücken. Die Buchstaben dienen dabei als allgemeine Zeichen der fraglichen Größen. Ein Buchstabe kann jede Zahl bedeuten; doch bleibt in ein und derselben Rechnung seine Werthbedeutung dieselbe.

Man bedient sich in der Buchstabenrechnung aller schon bekannten Rechnungszeichen; nur wird zwischen Faktoren das Zeichen der Multiplikation gewöhnlich weggelassen. Hiernach drückt $a+b$ die Summe, $a-b$ die Differenz, ab das Produkt und $a:b$ oder $\frac{a}{b}$ den Quotienten irgend zweier Zahlen aus.

Kommen bestimmte Zahlen zu den Buchstaben als Faktoren, so werden sie den Buchstaben vorgesetzt. Z. B. $2a$, $7ab$. Man nennt sie Koefficienten. Der Koefficient 1 wird gewöhnlich weggelassen.

§. 36. Allgemeine Addition.

1) Sollen einerlei Größen addirt werden von entgegengesetzter Beziehung: so nimmt man sowohl die positiven, als auch die negativen besonders, zieht dann die kleinere Summe von der größeren ab, um das Entgegengesetzte aufzuheben, und giebt dem Bleibenden das Vorzeichen des Größeren.

Zu 30 Schritten vorwärts
10 Schritte rückwärts

giebt 20 Schritte vorwärts.

$$7+4-6-3+6+3-4-2=+20-15=+5.$$

2) Sind verschiedenerlei Größen zu addiren, so ordnet man die gleichartigen Glieder zusammen in besondere Reihen und summirt alsdann von jeder Reihe die Koefficienten.

$$\begin{array}{r} +\,8a - 2b + 3c \\ -\,a + 11b - 2c \\ -\,5a + 3b - 4c \\ \hline 2a + 12b - 3c. \end{array}$$

In einem frisch gefallenen Spurschnee kreiseten zwei Jäger ein Jagdrevier ab und bemerkten sich die Eingänge mit + und die Ausgänge mit —. Um das erste Jagen spürte man auf dem Gestelle

A :	+ 1h	+ 1r	+ 2f
	— 3h	— 2r	— 5f
B :	+ 4h	+ 3r	+ 4f
	— 1h	»	— 1f
C :	+ 3h	+ 3r	+ 7f
	— 2h	— 3r	— 5f
D :	»	+ 2r	+ 3f
	— 1h	— 4r	»
Eingekreiset war:	1h		+ 5f.

§. 37. Allgemeine Subtraktion.

1) Sollen einerlei Größen mit positiver und negativer Beziehung subtrahirt werden, so verwandelt man das Zeichen des Subtrahenden in das entgegengesetzte und addirt beide Größen. Denn wem man Vermögen (+) entzieht, der muß um so viel ärmer werden, und wem man Schulden (—) abnimmt, um so viel reicher (§. 34, 2.).

Von 5 Vermögen und 4 Vermögen = + 9
ab 3 Vermögen und 2 Schulden = + 1
bleibt: 2 Vermögen und 6 Vermögen = + 8.

$$\begin{array}{r} +7+4-6-3+6+3-4-2=+5 \\ +3+6-2-4-2-8+3+7=+3 \\ \hline +4-2-4+1+8+11-7-9=+2. \end{array}$$

2) Sind verschiedenerlei Größen gegeben, so ordnet man vom Minuend und Subtrahend zuerst die gleichartigen zusammen und

subtrahirt ihre Koefficienten. Die übrigen einzelnen Glieder werden behandelt, als hätten sie unter, oder über sich 0.

+ 9a	— 13b	+ 7c	— 3x	» »
+ 2a	— 15b	— 9c	»	» + 5d
+ 7a	+ 2b	+ 16c	— 3x	— 5d.

Bei der Nachweisung des Waldmassenangriffs wendet man Subtraktion und Addition mit entgegengesetzten Größen an. Z. B.

1845 sollte gehauen werden:	685a	+ 52b	+ 153c.
Es ist aber gehauen worden:	663a	+ 81b	+ 162c
Mithin bleibt der Angriffstand:	+ 22a	— 29b	— 9c
Dazu den jährlichen Angriffsatz:	+ 700a	+ 80b	+ 150c
Giebt den Sollangriff für 1846:	+ 722a	+ 51b	+ 141c.

Starke Abweichungen haben im Sollangriff eben auch negative Zahlen zur Folge.

§. 38. Allgemeine Multiplikation.

1) Durch Buchstaben kann bloß angezeigt werden, daß die Multiplikation geschehen soll, z. B. a mit n giebt an, noch mit p, giebt anp. Die Koefficienten werden für sich multiplizirt, z. B. $3a \times 2b = 6ab$.

Was die Zeichen betrifft, so geben gleiche Zeichen ein positives und ungleiche ein negatives Produkt. Denn eine positive Größe bejahend genommen, so wie eine negative Größe verneinend, giebt ein positives Produkt. Eine positive Größe verneint, oder eine negative Größe bejahet, führt dagegen zu einem negativen Ergebnisse. Z. B.

+ 4a	— 5a	+ 3ab	— nx
+ 3a	— 2n	— 2c	+ 3a
+ 12aa	+ 10an	— 6abc	— 3nxa.

2) Bei zusammengesetzten Faktoren multiplizirt man mit jedem Gliede des einen Faktors alle Glieder des andern und addirt darauf die Produkttheile so viel als thulich.

$$\begin{array}{rrr} 5 & + \ 3a & \\ 2 & + \ \ a & \\ \hline 10 & + \ 6a & \\ & + \ 5a & + \ 3aa \\ \hline 10 & + \ 11a & + \ 3aa \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} a + b & & \\ a - b & & \\ \hline aa + ab & & \\ & - ab & - bb \\ \hline aa & & - bb. \end{array}$$

Im letztern Beispiele ersehen wir, daß von zwei Zahlen das Produkt ihrer Summe mit ihrer Differenz eben so groß ist, als die Differenz ihrer Selbstprodukte.

§. 39. Allgemeine Division.

1) Die Division durch Buchstaben kann nur angedeutet werden. a durch b giebt a : b oder $\frac{a}{b}$. Jedoch lassen sich gleiche Buchstaben im Divisor und Dividend gegenseitig heben: $\frac{an}{bn} = \frac{a}{b}$ (§. 16.). Eben so auch Koefficienten: $\frac{10a}{5b} = \frac{2a}{b}$. Übrigens geben gleiche Zeichen dem Quotienten + und ungleiche —, weil das Produkt des Quotienten und Divisors nicht anders dem Dividenden gleich werden könnte (§. 12. 1.).

$$\frac{-3ab}{-6aa} = +\frac{b}{2a}; \quad \frac{+24abc}{-6c} = -4ab.$$

2) Die Division mit zusammengesetzten Größen macht ebenfalls keine Schwierigkeit.

$$\begin{array}{l} (aa - bb) : (a + b) = + a - b. \\ \underline{aa + ab} \\ \quad - ab - bb \\ \quad \underline{- ab - bb} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (4cg + 8mc - 3c) : 4c & \\ \underline{4cg} & g + 2m - \frac{3}{4}. \\ \quad + 8mc & \\ \quad \underline{+ 8mc} & \\ \qquad\quad - 3c & \\ \qquad\quad \underline{- \frac{12}{4}c} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

Die letztere Divisionsaufgabe, als Bruch angesetzt, stellt die Hebung der Brüche und Auflösung der Parenthese sehr anschaulich dar:

$$\frac{4cg + 8mc - 3c}{4c} = \frac{4cg}{4c} + \frac{8mc}{4c} - \frac{3c}{4c} = g + 2m - \tfrac{3}{4}.$$

IV. Potenzen und Wurzeln.

---

§. 40. Potenz.

1) Ein Produkt von gleichen Faktoren heißt **Potenz**.

9	ist	die	Potenz	von	3×3
1000	»	»	»	»	$10 \times 10 \times 10$
aaaa	»	»	»	»	$a \times a \times a \times a$.

Die Potenzen nennt man nach der Anzahl ihrer Faktoren: **Quadrat** oder zweite Potenz, **Kubus** oder dritte Potenz, **vierte**, **fünfte** u. s. w. Potenz.

Daß eine Zahl auf eine gewisse Potenz erhoben werden soll, zeigt man an durch eine rechts darüber gesetzte kleine Ziffer, den **Exponenten** oder Anzeiger des **Potenzgrades**.

$$3^2 = 3 \times 3 = 9.$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000.$$
$$a^4 = aaaa.$$

2) Man erhebt eine Zahl zu einer gewissen Potenz, wenn man sie so viel mal nimmt und mit sich selbst multiplizirt, als es der Exponent anzeigt.

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343.$$
$$e^5 = eeeee.$$

3) Die Potenz eines Bruches hat zu ihrem Zähler dieselbe Potenz des Zählers und zu ihrem Nenner dieselbe Potenz des Nenners.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}.$$

$$\left(2\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{8}{3}\right)^5 = \frac{8^5}{3^5}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}.$$

4) Die Potenz eines Produktes findet man auch in dem Produkte aller von den einzelnen Faktoren erhobenen Potenzen.

$$10^2 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 2^2 \times 5^2 = 100.$$

$$(ab)^2 = aabb = a^2 \times b^2.$$

5) Hat man Potenzen von einerlei Zahl mit einander zu multipliziren, so addirt man nur ihre Exponenten. Die Grundzahl bleibt unverändert.

$$10^2 \times 10^3 = (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10) = 10^{2+3} = 10^5.$$

$$a^3 \times a^4 = aaa \times aaaa = a^7.$$

Allgemein ist:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

6) Um Potenzen von einerlei Zahl durch einander zu dividiren, braucht man bloß den Exponenten des Divisors von dem des Dividenden abzuziehen:

$$\frac{10^5}{10^3} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = 10^{5-3} = 10^2.$$

$$\frac{a^4}{a^2} = \frac{aaaa}{aa} = a^{4-2} = a^2.$$

Allgemein ist:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};\ \text{also auch}\ \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1.$$

7) Soll die Potenz einer Zahl nochmals auf eine gewisse Potenz erhoben werden, so multiplizirt man nur den Exponenten mit dem gegebenen Grade der neuen Potenz.

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2 \times 3} = 3^6.$$

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2 \times 3}.$$

Allgemein ist:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

8) Wenn Potenzen von einerlei Exponenten multiplizirt oder dividirt werden, so läßt man den Exponenten ungeändert und rechnet bloß mit den Grundzahlen.

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = 12^2 = 144.$$
$$a^2 \times b^2 = aa \times bb = ab \times ab = (ab)^2.$$
$$12^2 : 4^2 = (12 : 4)^2 = 3^2.$$
$$(ab)^2 : a^2 = \frac{aa \times bb}{aa} = bb = b^2.$$

Allgemein ist:

$$a^n \times b^n = (ab)^n \text{ und } \frac{(ab)^n}{a^n} = b^n.$$

§. 41. Wurzel.

1) Der Faktor, aus welchem eine Potenz entstanden ist, heißt **Wurzel**, und nachdem die Potenz aus zwei, drei, vier oder mehr solcher Faktoren besteht: Wurzel vom zweiten Grade oder **Quadratwurzel**, Wurzel vom dritten Grade oder **Kubikwurzel**, Wurzel vom **vierten, fünften** u. s. w. Grade.

Wenn aus einer Zahl eine gewisse Wurzel gezogen werden soll, so setzt man vor dieselbe das Zeichen $\sqrt{\ }$ mit dem Wurzelexponenten oder Wurzelgrade. Z. B. $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[2]{16}$, bei der Quadratwurzel auch bloß $\sqrt{16}$.

2) Man zieht aus einer gegebenen Zahl eine gewisse Wurzel, indem man den Faktor sucht, von dem die Zahl als Potenz gleiches Grades entstanden ist.

$$\sqrt[3]{343} = 7; \text{ denn } 7 \times 7 \times 7 = 343.$$
$$\sqrt[4]{aaaa} = a.$$

3) Die Wurzel eines Bruches hat zu ihrem Zähler dieselbe Wurzel des Zählers, und zu ihrem Nenner dieselbe Wurzel des Nenners.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}; \text{ denn } \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}.$$
$$\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b}; \text{ denn } \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^2.$$

4) Die Wurzel eines Produktes erscheint auch in dem Produkte aller aus den einzelnen Faktoren gezogenen Wurzeln.

$$\sqrt{(4 \times 25)} = \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10.$$
$$\sqrt{(ab)^2} = \sqrt{aabb} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = a \times b.$$

5) Soll aus einer Potenz eine gewisse Wurzel gezogen werden, so dividirt man den Potenzexponenten nur durch den gegebenen Wurzelexponenten.

$$\sqrt[3]{3^6} = \sqrt[3]{(3^2 \times 3^2 \times 3^2)} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2.$$
$$\sqrt[3]{a^6} = \sqrt[3]{(a^2 \times a^2 \times a^2)} = a^{\frac{6}{3}} = a^2.$$

Allgemein ist:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \text{ also } \sqrt{a} \text{ oder } \sqrt[2]{a^1} = a^{\frac{1}{2}}.$$

§. 42. Exponenten.

Wird eine Potenz durch ihre Wurzel dividirt, so mindert sich deren Exponent jedes Mal um 1, und so umgekehrt. Es ist z. B. $\frac{a^3}{a} = a^2$, $\frac{a^2}{a} = a^1$, $\frac{a^1}{a} = a^0 = 1$, $\frac{1}{a} = a^{-1}$, $\frac{1}{aa} = a^{-2}$, $\frac{1}{aaa} = a^{-3}$ u. s. w.

Mithin ist ... $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1, 10, 100, 1000 ....
gleich ... 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^{+1}, 10^{+2}, 10^{+3} ....

Hieraus ergiebt sich:

1) Man hat auch negative Exponenten; zwischen diesen und den positiven steht 0 mitten inne.

2) Der Exponent 0 ertheilt jeder Zahl den Werth von 1.

3) Der negative Exponent zeigt an, durch welche Potenz der Wurzel die Eins dividirt, und der positive, mit welcher Potenz der Wurzel die Eins multiplizirt werden soll.

4) Ist die Wurzel größer als 1, so sind alle Potenzen mit positiven Exponenten größer, und mit negativen kleiner als 1.

5) Ist die Wurzel ein eigentlicher Bruch, so sind die Potenzen mit positiven Exponenten kleiner, und die mit negativen größer als 1.

§. 43. Quadrate und Würfel der Einerzahlen.

Werden die Einerzahlen zweimal, z. B. 2×2, und dreimal, z. B. 2×2×2, genommen und mit sich selbst multiplizirt: so erhält man davon die Quadrate und die Würfel, nämlich:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.
1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

Hieraus leuchtet ein, daß von den meisten Zahlen keine Wurzeln vorhanden sind, die sich durch ganze Zahlen allein ausdrücken ließen. Solche Zahlen, deren Wurzeln man nur durch Näherung bestimmen kann, nennt man unvollkommene Quadrat- oder Kubikzahlen und ihre Wurzeln heißen Irrationalzahlen, z. B. $\sqrt{10} = 3{,}1622776..$ Dagegen ist die Zahl 512 ein vollkommener Würfel und ihre Wurzel 8 insofern eine Rationalzahl.

Von jeder einzifferigen Wurzel kann das Quadrat höchstens zwei und der Kubus höchstens drei Zahlstellen haben; denn die niedrigste dreizifferige Zahl (100) ist das Quadrat, und die niedrigste vierzifferige Zahl (1000) ist der Kubus der niedrigsten zweizifferigen Wurzel (10). Daher kommen auf jede einzelne Zahlstelle der Wurzel in dem Quadrate höchstens zwei und in dem Kubus höchstens drei Ziffern. Z. B.

$$9^2 = 81; \quad 99^2 = 9801; \quad 999^2 = 998001$$
$$9^3 = 729; \quad 99^3 = 970299; \quad 999^3 = 997002999.$$

§. 44. Quadrate zweitheiliger Wurzeln.

Enthält die Wurzel zwei Ziffern oder überhaupt zwei Theile, wofür man den allgemeinen Ausdruck $a \pm b$ angenommen hat: so ist auch ihr Quadrat mehrfach zusammengesetzt. Erheben wir $a \pm b$ zum Quadrate, nämlich:

$$\begin{array}{rl} & a + b \\ & a + b \\ \hline & a^2 + ab \\ & \quad + ab + b^2 \\ \hline & a^2 + 2ab + b^2 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & a - b \\ & a - b \\ \hline & a^2 - ab \\ & \quad - ab + b^2 \\ \hline & a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

so ersehen wir daraus, daß das Quadrat einer zweitheiligen Wurzel besteht: aus dem Quadrate des ersten Theiles (a^2), dem doppelten Produkte des ersten Theiles mit dem zweiten (2ab) und dem Quadrate des zweiten Theiles (b^2).

Wir quadriren danach die Zahl 34 zur Probe als zweitheilig:

$$
\begin{array}{rcrcrcl}
30 + 4 & & & & & & \\
30 + 4 & & & & & & \\
\hline
9\,.\,. & = & 30 & \times & 30 & = & a^2 \\
12\,. & = & 30 & \times & 4 & = & ab \\
12\,. & = & 30 & \times & 4 & = & ab \\
16 & = & 4 & \times & 4 & = & b^2 \\
\hline
1156 & = & 30^2 & + & 2\,(30 \times 4) & + & 4^2.
\end{array}
$$

Dieser Ansatz giebt zu ersehen, daß das Quadrat der Zehner in der Stelle der Hunderter, das doppelte Produkt der Zehner mit den Einern in der Stelle der Zehner, und das Quadrat der Einer in der Stelle der Einer eigentlich zu suchen ist.

§. 45. Ausziehung der Quadratwurzel.

1) Weiß man nun, wie aus der zweitheiligen Wurzel das Quadrat entsteht: so ist man auch leicht im Stande, aus einem solchen Quadrate die Wurzel zu ziehen.

Zuerst sucht man für die Hunderter und etwa vorhandenen Tausender die nächste Quadratzahl (a^2) und zieht diese ab. Die Wurzel davon (a) kommt, als erster Theil der Quadratwurzel, in die sonstige Stelle des Divisors.

Nun zieht man zu dem Reste die Zehner herunter und bekommt dadurch diejenige Zahl, in welcher das doppelte Produkt der Zehner mit den Einern enthalten ist. Aus dieser sucht man den zweiten Theil (b) der Wurzel, durch Division mit dem doppelten ersten Theile (2a), schreibt denselben hinter den ersten Wurzeltheil, multiplizirt damit den gebrauchten Divisor und zieht das Produkt (2ab) ab.

Zu dem Reste nimmt man noch die Einer des gegebenen Quadrates herunter. Beide zusammen müssen endlich das Qua=

drat der Einer (b^2) enthalten. Bleibt kein Rest, so ist die gefundene Zahl genau die gesuchte Quadratwurzel. Z. B.

$$
\begin{array}{rcll}
\sqrt{} & 1156 & = 34 & \\
a^2 = & 9 & & a\ b \\
\hline
& 25 & & \\
& (6) & = 2a & \\
2ab = & 24 & & \\
\hline
& 16 & & \\
b^2 = & 16 & & \\
\hline
& 0 & &
\end{array}
$$

2) Ist aus einer größern Zahl die Quadratwurzel zu ziehen: so theilt man zuvor dieselbe rechts herein in Klassen von je zwei Ziffern; denn zu einer Ziffer in der Wurzel gehören zwei Stellen im Quadrate.

Nun nimmt man die Zahl klassenweise vor und zieht zuerst von den beiden vordern Klassen für sich die Wurzel aus, wie vorhin. Man sucht nämlich zur vordern Klasse, welche bei ganzen Zahlen auch nur aus einer Ziffer bestehen kann, die nächste Quadratzahl (a^2), zieht diese ab und setzt zu dem Reste die folgende Klasse. Darunter kommt zuvörderst (2a) der doppelte, vorläufige erste Wurzeltheil, so daß rechts eine Stelle frei bleibt, für den nun vermittelst dieses Divisors gesuchten, vorläufigen zweiten Wurzeltheil (b). Beide Zahlen (2a + b) multiplizirt man mit diesem zweiten Wurzeltheile (b) und zieht dann das Produkt ($2ab + b^2$) zusammen ab.

Hierauf setzt man zu dem Reste die nächste Klasse herunter, nimmt die so weit erhaltene Wurzel nunmehr als ersten Theil der weiter zu suchenden Wurzel an, und fährt so fort bis zu Ende.

Bleibt zuletzt ein Rest, so hat die gegebene Zahl keine genaue Quadratwurzel, und man kann sich derselben nur annähern durch fortgesetzte Rechnung. Es werden nämlich dem Reste noch Nullenpaare angefügt; dadurch bekommt die Wurzel noch Zehntheile, Hunderttheile u. s. w. Als Beispiel diene folgende Aufgabe:

In einer Heide sollen 666 Morgen quadratförmig abgesteckt werden zu einer Waldanlage. Wie viel Ruthen beträgt jede Seite, den Morgen zu 180 Quadratruthen gerechnet?

666 Morgen = 666 × 180 = 119880 Q.Ruthen;

$\sqrt{11|98|80} = 346{,}2$ . . Ruthen.

```
  9     = a²
  298
   (6)4 = 2a + b
   256  = 2ab + b²
   4280
   (68)6
   4116
    164,00
    (692)2
    13844
     2556 u. s. w.
```

§. 46. Wurzelausziehung von Brüchen.

Gemeine Brüche verwandelt man zum Wurzelausziehen gewöhnlich in Dezimalbrüche, um die verlangte Wurzel nur aus dem Zähler berechnen zu müssen. Denn die Quadratwurzel aus dem Nenner eines Dezimalbruches ergiebt sich von selbst; sie ist nämlich eine 1 mit halb so viel Nullen, als derselbe Dezimalen hat. Die Anzahl der Dezimalen muß daher beim Ausziehen der Quadratwurzel eine gerade sein und wird in allen Fällen von dem Komma nach der rechten Hand zu getheilt. Die Quadratwurzel von $\frac{3}{4} = 0{,}75$ ist $0{,}866025$ . .

Diese Wurzel aus $\frac{3}{4}$, die man füglich zu 0,866 annehmen darf, wird unter andern bei der Gebrittpflanzung gebraucht. Hier bekommt nämlich jeder Pflänzling zu seinem Standraume ein doppeltes gleichseitiges Dreieck. Ist dessen Seite oder die Pflanzweite a, so findet man dessen Flächeninhalt durch die Formel: $\sqrt{(a^2 - (\frac{1}{2}a)^2)} \times a$, was die Geometrie näher nachweiset.

Hieraus läßt sich folgende Formel entwickeln:

$$\sqrt{(a^2-(\tfrac{1}{2}a)^2)}\times a = \sqrt{(a^2-(\tfrac{1}{2})^2\times a^2)}\times a$$
$$= \sqrt{(a^2-\tfrac{1}{4}a^2)}\times a$$
$$= \sqrt{(\tfrac{3}{4}a^2)}\times a$$
$$= \sqrt{(\tfrac{3}{4})}\times\sqrt{a^2}\times a$$
$$= 0{,}866\times a\times a$$
$$= 0{,}866\times a^2.$$

Um nun den Flächenraum zu finden, der in der Gebrittpflanzung jedem Pflänzlinge zukommt, multiplizirt man die gegebene Pflanzweite a mit sich selbst und noch mit 0,866.. Dies nur zum Beispiel, wie uns die Buchstabenrechnung Wege zeigt, sehr weitläufige Zahlenrechnungen unglaublich abzukürzen und zu erleichtern.

Übrigens könnte man auch die Kubikwurzel und noch andere Wurzeln unmittelbar ausziehen; doch ist dies viel zu mühsam gegen das weit leichtere Verfahren mit Hülfe der Logarithmen.

V. Gleichungen.

---

§. 47. Die Gleichung.

Zwei gleichbedeutende Zahlenausdrücke für eine und dieselbe Größe, durch das Gleichzeichen mit einander verbunden, nennt man eine **Gleichung**. Die Gleichung besteht also aus zwei Theilen von gleichem Werthe; jeder Theil kann aus mehren Gliedern zusammengesetzt sein und sowohl bekannte als unbekannte Größen enthalten. Z. B.

$$2x = 1 + 5.$$

Man bedient sich der Gleichungen, um den Werth unbekannter Größen aus ihren Verbindungen mit bekannten Größen aufzufinden, und nennt dieses Aufsuchen: die Gleichung **auflösen**. Die Auflösung der Gleichungen geht von dem Grundsatze aus:

Gleiches gleichviel vermehrt, oder vermindert, giebt wieder Gleiches. Dem gemäß ändert man die beiden Theile der Gleichung so lange, bis die unbekannte Größe allein und der Werth davon in bekannten Größen auch allein zu stehen kommt. Wird z. B. obige Gleichung auf beiden Seiten dividirt durch 2, so erhält man

$$\frac{2x}{2} = \frac{1+5}{2}$$
$$x = 3.$$

§. 48. Glieder mit + und —.

Sind in einer aufzulösenden Gleichung bekannte und unbekannte Größen durch + und — mit einander verbunden: so kann man beiderseits das Addirte subtrahiren und das Subtrahirte addiren.

z. B. $x + 3 = 12$, subtrahirt $3 = 3$, $x = 12 - 3$. — $x - 3 = 6$, addirt $3 = 3$, $x = 6 + 3$.

Hieraus ergiebt sich die Regel: Jedes mit + oder — frei verbundene Glied kann ohne Weiteres mit dem entgegengesetzten Zeichen auf die andere Seite gesetzt werden. Führt die unbekannte Größe das negative Vorzeichen, so ist sie vor allem hinüber zu bringen als positiv.

§. 49. Glieder mit × und :.

Ist das Unbekannte durch Multiplikation mit dem Bekannten verbunden, so dividirt man beiderseits durch den bekannten Faktor; ist aber das Unbekannte durch Bekanntes dividirt, so multiplizirt man mit dem Divisor. Zuvor werden die mit + und — angefügten bekannten Größen auf die andere Seite gebracht. z. B.

$$7x + 14 = 35$$
$$7x = 35 - 14$$
$$x = \frac{21}{7}$$

$$ax - x = b.$$
$$(a-1)\,x = b.$$
$$x = \frac{b}{a-1}.$$

$$\frac{x}{2a-b} + 2b = 6a.$$

$$\frac{x}{2a-b} = 6a - 2b.$$

$$x = (6a-2b) \times (2a-b).$$

$$x = 12a^2 - 10ab + 2b^2.$$

Faktoren der einen Seite können sonach als Divisoren der andern übergetragen werden, und so umgekehrt.

§. 50. Sonderung der unbekannten Größe.

Die unbekannte Größe ist so weit zu sondern, daß sie weder als Divisor, noch in Parenthese, noch unter einem Wurzelzeichen, noch in mehren Gliedern zugleich verbleibt.

1) Findet sich dieselbe als Divisor, so schafft man den ganzen Divisor weg, indem man alle Glieder der Gleichung damit multiplizirt. Z. B.

$$\frac{3a}{nx} = b.$$

$$3a = bnx.$$

$$\frac{3a}{bn} = x.$$

2) Ist die unbekannte Größe mit anderen eingeschlossen, so lös't man die Parenthese auf (§. 34.); macht z. B. aus $b \times (nx - d)$ den Ausdruck $bnx - bd$.

3) Führt die unbekannte Größe ein Wurzelzeichen, so erhebt man beide Theile auf diejenige Potenz, welche das Wurzelzeichen aufhebt. Dasselbe muß jedoch zuvor auf eine Seite der Gleichung allein gebracht werden. Z. B.

$$a + \sqrt{x} = b$$

$$\sqrt{x} = b - a$$

$$x = (b - a)^2 = b^2 - 2ba + a^2.$$

4) Befindet sich die unbekannte Größe in mehren Gliedern der Gleichung, so bringt man dieselben alle zusammen auf eine Seite und verschmilzt sie dann gleichsam in Eins, achtet aber darauf, daß die unbekannte Größe einen positiven Werth behält. Z. B.

$$8x - 12 = 7x - 4$$
$$8x - 7x = 12 - 4$$
$$x = 8.$$

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 44$$
$$\frac{6x}{6} + \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = 44$$
$$\frac{11}{6}x = 44$$
$$11x = 44 \times 6$$
$$x = \frac{44 \times 6}{11} = 24.$$

Erscheint die unbekannte Größe negativ, so multiplizirt man die ganze Gleichung mit — 1, oder verwandelt durchgängig — in + und + in — (§. 38.). Z. B.

$$2x + 8 = 4x + 2$$
$$2x - 4x = 2 - 8$$
$$-2x = -6$$
$$\times (-1)$$
$$+2x = +6$$
$$x = 3.$$

§. 51. Ansatz der Gleichung.

Eine Aufgabe als Gleichung zu bilden, suche man die als gleich gegebenen, bekannten und unbekannten Größen heraus und setze sie in der bestimmten Verbindung einander gegenüber. Die Beschaffenheit der so erhaltenen Gleichung muß dann ausweisen, in welcher Ordnung und auf welche Weise Veränderungen anzubringen sind, die zur Auflösung führen.

Enthält die Aufgabe mehre unbekannte Größen, so muß sie auch eben so viele verschiedenen Gleichungen geben, jede mit denselben unbekannten Größen, sonst bleiben die gesuchten Werthe unbestimmt. Wäre z. B. $x + y = 10$ gegeben, so wäre weder der Werth von $x = 10 - y$, noch der von $y = 10 - x$ bestimmt. Nur durch eine andere Gleichung, z. B. $x - y = 4$ würde es erst möglich, die Werthe von x und y aufzufinden. Aus dieser entwickelte man nämlich für x noch einen andern Ausdruck, $x = 4 + y$, und bildete dann aus beiden Werthen von x eine dritte Gleichung bloß mit y; z. B.

$$x = 10 - y$$
$$x = 4 + y$$
$$10 - y = 4 + y.$$

Daraus folgt $10 - 4 = 2y$ und $y = \frac{10-4}{2} = 3$. Setzt man diesen Werth in eine der beiden Gleichungen für x, so findet sich $x = 10 - 3$ oder $4 + 3$.

Die unbekannte Größe kann übrigens vorkommen in der ersten, zweiten oder einer höheren Potenz, und danach unterscheidet man einfache, quadratische und höhere Gleichungen. Wir brauchen nur die leichteren einfachen und quadratischen, wovon hier noch einige Anwendungen folgen.

§. 52. Einfache Gleichungen mit einer unbekannten Größe.

1) Es kauft Jemand 100 Klaftern, theils buchenes, theils eichenes Scheitholz für 450 Thlr.; die Klafter Buchenholz kostet 5 Thlr., die Klafter Eichenholz 3 Thlr.; wie viel ist von jeder Sorte gekauft?

Nennt man die Anzahl der Buchenklaftern x, so ist die Anzahl der Eichenklaftern $100 - x$ und der Geldbetrag für das Buchenholz $x \times 5$ Thlr., der für das Eichenholz $(100 - x) \times 3$ Thlr. Daraus entwickelt sich die Gleichung:

$$x \times 5 + (100 - x) \times 3 = 450.$$

Hierin wird zuerst die Parenthese gelöſ't,

$$x \times 5 + 300 - 3x = 450;$$

dann x von dem Bekannten gesondert,

$$5x - 3x = 450 - 300$$
$$2x = 150$$
$$x = \tfrac{150}{2} = 75.$$

Man findet also:

75 Klftr. Buchenholz	zu 5 Thlr.	für	375 Thlr.
25 Klftr. Eichenholz	zu 3 Thlr.	für	75 Thlr.
			450 Thlr.

2) Ein Waldertrag x wäre unter A, B und C zu theilen, und es erhielte:

A, die Hälfte weniger 95 Thlr., also $\frac{1}{2}x - 95$ Thlr.
B, ein Drittel weniger 75 Thlr., also $\frac{1}{3}x - 75$ Thlr.
C, ein Viertel weniger 30 Thlr., also $\frac{1}{4}x - 30$ Thlr.

Hieraus ergiebt sich: $x = \frac{13}{12}x - 200.$
Mit 12 multiplizirt: $12x = 13x - 2400.$
2400 addirt: $12x + 2400 = 13x.$
12x subtrahirt: $2400 = x.$

Der Waldertrag war also: 2400 Thlr.

Davon erhielte A: 1105 Thlr.
B: 725 Thlr.
C: 570 Thlr.

§. 53. Einfache Gleichungen mit mehr als einer unbekannten Größe.

1) Man kauft 6 Klaftr. Buchenholz und 10 Klaftr. Eichenholz für 76 Thlr., und wieder 7 Klaftr. Buchenholz und 15 Klaftr. Eichenholz für 102 Thlr. Wie theuer kommt die Klafter jeder Art?

Nennt man den Preis der Buchenklafter x und den der Eichenklafter y, so ist:

$$6x + 10y = 76, \text{ und } 7x + 15y = 102.$$

Hier sucht man zuvörderst zwei Werthe von x:

$$6x = 76 - 10y, \text{ also } x = \frac{76-10y}{6},$$

$$7x = 102 - 15y, \text{ also } x = \frac{102-15y}{7};$$

bringt nun die beiden Werthe von x in eine Gleichung:

$$\frac{76-10y}{6} = \frac{102-15y}{7};$$

befreit dann beide Seiten von den Divisoren:

$$(76 - 10y) \times 7 = (102 - 15y) \times 6;$$

entfernt weiter die Parenthesen:

$$532 - 70y = 612 - 90y,$$

und sondert die unbekannten Größen:

$$90y - 70y = 612 - 532,$$
$$20y = 80,$$
$$y = \frac{80}{20} = 4.$$

Weiß man erst, daß $y = 4$ ist, so kann man auch leicht finden, daß $x = 6$ ist.

2) Man könnte auch von jenen gegebenen Gleichungen

$$\begin{aligned} 6x + 10y &= 76 \\ 7x + 15y &= 102 \end{aligned}$$

die erste mit 3 und die zweite mit 2 multipliziren und alsdann eine von der andern abziehen, nämlich:

$$\begin{array}{lrcl} \text{von} & 18x + 30y & = & 228 \\ \text{ab} & 14x + 30y & = & 204 \\ \hline \text{bleibt:} & 4x & = & 24 \\ & x & = & 6. \end{array}$$

§. 54. Reine quadratische Gleichungen.

In der reinen quadratischen Gleichung findet sich die unbekannte Größe nur allein als Quadrat. Dies erfordert noch die Ausziehung der Quadratwurzel.

1) Auf einen Morgen von 180 Q.Ruthen, zu 12 × 12 Q.Fuß, sollen 1200 Pflänzlinge in Geviertform gepflanzt werden; man fragt nach dem Abstande x.

Der Standraum für jeden Stamm ist x^2, also

$$x^2 \times 1200 = 180 \times 12 \times 12$$

$$x^2 = \frac{180 \times 12 \times 12}{1200}$$

$$x = \sqrt{\frac{180 \times 12}{100}} = 4{,}65 \text{ Fuß.}$$

2) In einer Reihenpflanzung soll der Reihenabstand y viermal so groß, als die Pflanzweite x sein, und der Standraum $y \times x$ soll 36 Quadratfuß enthalten:

$$\begin{array}{l} y \times x = 36 \text{ und } y = 4x \\ \hline y = 36 : x = 4x \\ 36 = 4x^2 \\ 36 : 4 = x^2 = 9 \\ \hline x = \sqrt{9} = 3 \text{ Fuß,} \\ y = 4 \times 3 = 12 \text{ Fuß,} \\ xy = 3 \times 12 = 36 \text{ Q.Fuß.} \end{array}$$

§. 55. Vermischte quadratische Gleichungen.

In der vermischten quadratischen Gleichung findet sich die unbekannte Größe nicht nur als Quadrat, sondern auch als erste Potenz.

Diese beiden Glieder muß man ergänzen zum vollständigen Quadrate einer zweitheiligen Wurzel nach der Form $x^2 \pm 2bx + b^2 = (x \pm b)^2$ (§. 44.). Z. B.

Der Platz zu einer Pflanzschule von 600 Quadratruthen wäre 10 Ruthen länger, als die Breite x beträgt. Wie breit ist derselbe?

Gegeben: $x \times (x + 10) = 600$.

Die Parenthese aufgelös't:

$$x^2 + 10x = 600;$$

den vordern Theil zu einem vollständigen Quadrate ergänzt nach obiger Form,

$$\begin{array}{ll} \text{mit} & 5^2 = 25 \\ \hline & x^2 + 2 \times 5x + 5^2 = 625. \end{array}$$

Aus beiden Theilen die Wurzel gezogen:

$$x + 5 = \sqrt{625} = 25$$

$$x = 25 - 5 = 20 \text{ Ruthen.}$$

Die Länge ist: $20 + 10 = 30$ Ruthen.

Der Inhalt ist: $20 \times 30 = 600$ Q.Ruthen.

VI. Proportionen.

---

1. Die arithmetische Proportion.

§. 56. Arithmetisches Verhältniß.

Das Verhältniß zweier Zahlen in Absicht ihrer Differenz heißt arithmetisch und wird mit dem Subtraktionszeichen angedeutet, z. B. 8 — 6. Arithmetische Verhältnisse mit gleicher

Differenz sind gleich, und zwei gleiche arithmetische Verhältnisse, verbunden durch das Gleichzeichen, bilden eine sogenannte arithmetische Proportion, eigentlich eine Differenzgleichung. Z. B.

$$8 - 6 = 5 - 3.$$

Die vier Größen einer Proportion heißen Glieder, und man unterscheidet, in Beziehung auf die einzelnen Verhältnisse, Vorder- und Hinterglieder, in Beziehung auf die ganze Proportion, äußere und mittlere Glieder. Sind die mittlern Glieder gleich, so heißt die Proportion stetig, z. B. $10 - 7 = 7 - 4$. Diese wird auch wohl geschrieben $10 - 7 - 4$.

Bezeichnen wir die Differenz mit d, so ist der allgemeine Ausdruck für jede arithmetische Proportion:

$$(a \pm d) - a = (b \pm d) - b.$$

Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle die Summen der äußern und mittlern Glieder gleich sind; denn sie bestehen aus gleichen Summanden,

$$\text{nämlich } a + d + b = a + b + d,$$
$$\text{oder } a - d + b = a + b - d.$$

Daher nennt man die beiden äußern, so wie die beiden mittlern Glieder, zusammengehörige.

§. 57. Ein unbekanntes Glied der arithmetischen Proportion zu finden.

Jedes unbekannte vierte Glied einer arithmetischen Proportion wird gefunden, wenn man von der Summe der beiden bekannten, zusammengehörigen Glieder das dritte bekannte Glied abzieht.

Denn wenn $x - 6 = 5 - 3$
so ist auch $x + 3 = 6 + 5$ (§. 56.)
und daher $x = (6 + 5) - 3 = 8$ (§. 48.).
Oder wenn $8 - 6 = y - 3$
so ist auch $8 + 3 = 6 + y$
und deßhalb $8 + 3 - 6 = y = 5$.

In der stetigen Proportion

$$4 - 7 = 7 - x$$

ist $4 + x = 7 + 7 = 2 \times 7$

und $x = (2 \times 7) - 4 = 10.$

§. 58. Die arithmetische Mittelzahl.

In der stetigen arithmetischen Proportion heißt das mittlere Glied das arithmetische Mittel der beiden äußern Glieder. Diese Zahl wird gefunden, wenn man die Summe der beiden äußern Glieder halbirt.

In $4 - x = x - 10$

ist $4 + 10 = 2x$

und $\frac{4 + 10}{2} = x.$

Gesetzt, es koste die Klafter Buchenholz 3 Thlr. und die Klafter Eichenholz 2 Thlr. 6 Sgr. und man fragte nach dem Preise einer Klafter, die aus gleichen Theilen beider Holzarten zusammengesetzt ist: so macht man den Ansatz: 3 Thlr. — x = x — 2 Thlr. 6 Sgr. und findet zum Mittelpreise x = $\frac{\text{3 Thlr.} + \text{2 Thlr. 6 Sgr.}}{2}$ = 2 Thlr. 18 Sgr.

§. 59. Durchschnittsrechnung.

Die Mittel- oder Durchschnittszahl kann auch aus drei, vier und mehr Größen berechnet werden, indem man deren Summe nach Umständen entweder durch die Anzahl der gegebenen Posten, oder durch die Summe der gebrauchten Hülfsfaktoren dividirt. Im erstern Falle ist es ein bloßer Postendurchschnitt, im andern ein Faktorendurchschnitt.

1) Postendurchschnitt. Die Summe gegebener Posten wird durch die Postenanzahl dividirt. Z. B. Man probt eine Flinte mit einer gewissen Schrotsorte und schießt in derselben Entfernung auf einen Bogen Papier:

von	dem	1.	Schusse	16	Körner
»	»	2.	»	24	»
»	»	3.	»	19	»
»	»	4.	»	13	»

Von allen vier Schüssen 72 Körner.

also von einem Schusse im Durchschnitt

72 : 4 = 18 Körner.

Dies ist das eigentliche arithmetische Mittel.

2) Faktorendurchschnitt. Hier werden summarische Produkte durch einen Faktorenbetrag dividirt. Fänden sich z. B. in einem Eichenschafte

56 K.Fuß	festes Holz, zu 2 Gr. Nutzwerth,	beträgt	112 Gr.
16 »	Splint u. Rinde, zu ½ Gr. Brennw.,	betr.	8 »
72 K.Fuß	Massengehalt für		120 Gr.

so wäre im Durchschnitt der K.Fuß

120 : 72 = 1⅔ Gr. werth.

Diese Durchschnittszahl nennt man neuerlich die geometrische.

3) Hätten vier, einer Bestandesabtheilung entnommene Jahresschläge folgenden Ertrag gegeben:

der 1.	auf	5	Mg.	18500	K.Fuß.
» 2.	»	7	»	19600	»
» 3.	»	6	»	19740	»
» 4.	»	6	»	17760	»
Zusammen	auf	24	Mg.	75600	K.Fuß,

so wäre das arithmetische Mittel oder der Durchschnittsertrag von jedem Jahre

75600 : 4 = 18900 K.Fuß.

Dagegen betrüge der sogenannte geometrische Durchschnitt oder der Durchschnittsertrag pr. Morgen

75600 : 24 = 3150 K.Fuß.

Solche Durchschnittsrechnungen hat der Forstwirth vielfältig anzuwenden.

2. Die geometrische Proportion.

§. 60. Geometrisches Verhältniß.

Das Verhältniß zweier Zahlen in Absicht ihres Quotienten heißt geometrisch und wird mit dem Divisionszeichen angedeutet, z. B. 8 : 6. Das geometrische ist das eigentliche Verhältniß und nichts anderes, als eine Divisionsaufgabe oder ein Bruch; denn 8 : 6 = $\frac{8}{6}$ = 1⅓. Werden daher beide Glieder des Verhältnisses, wie in dem Bruche Zähler und Nenner (§. 15.),

mit einer und derselben Zahl multiplizirt, oder dividirt: so bleibt der Quotient oder Werth desselben unverändert, z. B. 8 : 6 = (8×3) : (6×3) = (8:2) : (6:2) = 1⅓. Der Quotient heißt bei dem geometrischen Verhältnisse auch noch Exponent.

Geometrische Verhältnisse mit gleichen Quotienten sind gleich, und zwei gleiche geometrische Verhältnisse, verbunden durch das Gleichzeichen, bilden eine sogenannte geometrische Proportion, eine eigentliche Verhältnißgleichung. Z. B.

$$8 : 6 = 4 : 3.$$

Die Glieder derselben heißen, wie in der arithmetischen Proportion: vordere und hintere, äußere und mittlere, auch zusammengehörige.

In der stetigen Proportion sind die mittlern Glieder gleich, z. B. 4 : 8 = 8 : 16; dies schreibt man auch wohl 4 : 8 : 16.

Bezeichnen wir den Quotienten mit q, so ist der allgemeine Ausdruck für jede geometrische Proportion:

$$aq : a = bq : b,$$

worin q ebensowohl eine ganze, als eine gebrochene Zahl bedeuten kann.

Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle die Produkte der äußern und der mittlern, oder der zusammengehörigen Glieder, gleich sind. Denn sie bestehen aus gleichen Faktoren, nämlich:

$$aqb = abq.$$

In der stetigen geometrischen Proportion ist sonach das Produkt der äußern Glieder gleich dem Quadrate eines der mittlern Glieder.

§. 61. Veränderungen an Proportionen.

Mit den Gliedern geometrischer Proportionen können allerhand Veränderungen vorgenommen werden, zur Gestaltung neuer Proportionen. Bleibt das Produkt der äußern Glieder dem der mittlern gleich: so ist auch jede neue Proportion wieder eine geometrische.

1) Man kann die zusammengehörigen Glieder versetzen:

$$\begin{array}{l} \text{Aus } aq : a = bq : b \text{ folgt:} \\ aq : bq = a : b \\ b : bq = a : aq \\ b : a = bq : aq \\ \hline a : aq = b : bq \\ a : b = aq : bq \\ bq : b = aq : a \\ bq : aq = b : a \end{array}$$

2) Man kann die beiden Glieder eines Verhältnisses mit einerlei Zahl multipliziren oder dividiren.

$$\begin{array}{ll} \text{Wenn} & aq : a = bq : b \\ \hline \text{so ist:} & aq \times n : a \times n = bq : b; \\ \text{auch} & aq : a = \frac{bq}{n} : \frac{b}{n}. \end{array}$$

3) Man kann in einer Proportion die entsprechenden Glieder beider Verhältnisse addiren, oder subtrahiren.

$$\begin{array}{ll} \text{Wenn} & aq : a = bq : b \\ \hline \text{so ist:} & aq + a : a = bq + b : b; \\ \text{auch} & aq - a : a = bq - b : b. \end{array}$$

Ebenso verhalten sich die Summen der ersten und zweiten Glieder von zwei und mehr gleichen Proportionen, wie die Glieder eines der Hinterverhältnisse:

$$\begin{array}{ll} \text{Wenn} & aq : a = q : 1 \\ \text{und} & bq : b = q : 1 \\ \hline \text{so ist:} & aq + bq : a + b = q : 1. \end{array}$$

4) Man kann die vier Glieder einer geometrischen Proportion mit den vier gleichnamigen einer andern, dritten u. s. w. multipliziren, oder dividiren.

$$\begin{array}{ll} \text{Wenn} & aq : a = bq : b \\ \text{und} & op : o = rp : r \\ \hline \text{so ist:} & aq \times op : a \times o = bq \times rp : b \times r; \\ \text{auch:} & \frac{aq}{op} : \frac{a}{o} = \frac{bq}{rp} : \frac{b}{r}. \end{array}$$

5) Man kann ebensowohl die vier Glieder auf eine gewisse Potenz erheben, oder aus denselben eine gewisse Wurzel ziehen.

$$\begin{array}{lccccccc} \text{Wenn} & aq & : & a & = & bq & : & b; \\ \hline \text{so ist:} & (aq)^2 & : & a^2 & = & (bq)^2 & : & b^2; \\ \text{auch:} & \sqrt{(aq)} & : & \sqrt{a} & = & \sqrt{(bq)} & : & \sqrt{b}. \end{array}$$

§. 62. Ein unbekanntes Glied der geometrischen Proportion zu finden.

1) Jedes unbekannte vierte Glied einer geometrischen Proportion wird gefunden, wenn man das Produkt der beiden bekannten, zusammengehörigen Glieder durch das dritte bekannte Glied dividirt. In der Proportion

$$8 : 4 = 6 : x$$
ist $8 \times x = 4 \times 6$ (§. 60.),

und werden beide gleichen Produkte durch 8 dividirt: so entsteht

$$x = \frac{4 \times 6}{8} = 3.$$

In der Proportion

$$24 : 6 = x : 2$$
ist $x \times 6 = 24 \times 2$
und $x = \frac{24 \times 2}{6} = 8.$

2) Das mittlere Glied einer stetigen geometrischen Proportion oder die mittlere geometrische Proportionalzahl wird gefunden, wenn man aus dem Produkte der beiden äußern Glieder die Quadratwurzel zieht. Z. B.

$$4 : x = x : 16$$
$$4 \times 16 = x \times x$$
$$\sqrt{(4 \times 16)} = x = 8.$$

Diese eigentliche geometrische Mittelzahl ist nicht mit der sogenannten geometrischen Durchschnittszahl (§. 59. 2.) zu verwechseln.

§. 63. Regelbetri.

Die Regelbetri lehrt, zu drei benannten Proportionalzahlen die vierte durch Rechnung finden. Diese vier Zahlen bilden zwei gleiche Verhältnisse verschiedenartiger Dinge, z. B. von Waaren und Preisen, von Arbeit und Lohn, von Kapitalien und

Zinsen. Gewöhnlich setzt man das bekannte Hülfsverhältniß zuerst und das Frageverhältniß zuletzt und nimmt die unbekannte Größe zum vierten Gliede. Die Rechnung wird verrichtet wie mit unbenannten Zahlen.

Heißt es z. B.: Wenn 3 Klftr. zu 7 Thlr. verkauft werden, wie viel kosten 50 Klftr.: so bringt man die Waare in das eine und das Geld in das andere Verhältniß; nämlich:

Klftr.		Klftr.		Thlr.		Thlr.
3	:	50	=	7	:	x

und berücksichtigt bei der Berechnung weiter nicht, was 3, 50 und 7 bedeuten; man findet

$$x = \frac{50 \times 7}{3} = 116\frac{2}{3},$$

und weiß schon, daß dies die gesuchte Zahl der Thaler ist.

Man könnte auch die mittlern Glieder verwechseln und wie die Alten setzen:

3 Klftr. kosten 7 Thlr., 50 Klftr. kosten x Thlr.;

wenn dabei nur die zusammengehörigen Glieder, hier 50 und 7 nicht getrennt werden (§. 61. I.).

In den beigegebenen Hülfstafeln 120 bis 135 findet man die im Forstwesen gewöhnlich zur Frage kommenden Hülfsverhältnisse.

§. 64. Verkehrte Regelbetri.

In manchen Beziehungen steigt das eine Verhältniß, wie das andere fällt. Dies erfordert den sogenannten umgekehrten Regelbetri-Ansatz. Die Waarenmenge für gleiches Geld verhält sich umgekehrt, wie der Preis der Waare; die Fußzahl einer bestimmten Länge verhält sich umgekehrt, wie die Größe des Fußes; die Zeit zu einer gewissen Arbeit, umgekehrt, wie die Zahl der Arbeiter u. s. w.

Aus der Natur der Sache ist leicht zu erkennen, ob die Aufgabe eben von dem Kleinern zum Größern, oder von dem Größern zum Kleinern führt. Danach setzt man das Vorderverhältniß in jedem Falle an.

Heißt es z. B. 12 Mann könnten eine Holzpflanzung in 21 Tagen verrichten, wie viel Tage würden 18 Arbeiter an derselben Arbeit zubringen: so führt die Aufgabe von einer größern Zeit zu einer kleinern, und es muß in dem Hülfsverhältnisse das größere Glied zuerst stehen, nämlich:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Mann} & & \text{Mann} & & \text{Tage} & & \text{Tage} \\ 18 & : & 12 & = & 21 & : & x \end{array}$$

$$x = \frac{12 \times 21}{18} = 14.$$

§. 65. Einrichtung des Regelbetri-Ansatzes.

Finden sich in den Gliedern des Hülfsverhältnisses verschiedene Sorten, so werden sie vorher auf einerlei Einheiten gebracht, damit man das reine Verhältniß bekommt; das dritte Glied wird in solchen Einheiten angesetzt, in welchen die unbekannte Größe am leichtesten zu berechnen ist.

Kostete z. B., wie im Jahre 1840, eine Sendung von 3 Ctnr. 74 ℔ Lärchsamen 130 Fl. 54 Xr., und man fragte, wie theuer 1 Ctnr. 28 ℔ dieses Samens sei: so wäre zu verwandeln:

3 Ctnr. 74 ℔ in 374 ℔,
1 Ctnr. 28 ℔ in 128 ℔,
130 Fl. 54 Xr. in 130,9 Fl.

und dann zu setzen:

$$374 \text{ ℔} : 128 \text{ ℔} = 130{,}9 \text{ Fl.} : x \text{ Fl.}$$

$$x = \frac{128 \times 130{,}9}{374} = 44{,}8 \text{ Fl.} = 44 \text{ Fl. } 48 \text{ Xr.}$$

Zuweilen ist die Auflösung leichter, wenn man bei dem Gleichnamigmachen ganze Zahlen in Brüche höherer Sorten verwandelt. Z. B.

$$16 \text{ Lth.} : 5 \text{ ℔ } 4 \text{ Lth.} = 2 \text{ Gr. } 9 \text{ Pf.} : x \text{ Gr.}$$

$$\tfrac{1}{2} \text{ ℔} : 5\tfrac{1}{8} \text{ ℔} = 2\tfrac{3}{4} \text{ Gr.} : x \text{ Gr.}$$

§. 66. Hebung der Glieder.

Man kann in dem Regelbetriansatze das vordere und ein mittleres Glied gegen einander heben, oder doch zur Rechnung geschickter machen.

Aus $a : b = c : x$ folgt

$$x = \frac{b \times c}{a} = \frac{b}{a} \times c = b \times \frac{c}{a} = \frac{bc : n}{a : n} = \frac{bc \times n}{a \times n}.$$

In diesen verschiedenen Formen liegt der Grund mancher anzuwendenden Rechnungsvortheile.

1) Man kann sogleich mit dem Vordergliede in eines der mittlern Glieder dividiren und dann den Quotienten mit dem andern Mittelgliede multipliziren.

Z. B. in $3 : 9 = 8 : x$
ist $x = \frac{9}{3} \times 8 = 24$.

2) Kommt ein gewisses Hülfsverhältniß öfter vor, so drückt man seinen Exponenten durch einen ständigen Dezimalbruch aus, merkt sich denselben und multiplizirt damit ohne Weiteres die dazu gegebene Fragezahl. Z. B. Der weimarische Fuß hält 125 pariser Linien, der preußische 139,13. Beide Größen ergäben für die Verwandlung einer Anzahl weimarischer Fuße w
in preußische Fuße x, (nach $139{,}13 : 125 = w : x$), $\frac{125}{139{,}13}$ $\times w = 0{,}8984 \ldots \times w = x$, wofür auch bei minderer Genauigkeit $0{,}9 \times w$ diente. Danach wäre z. B. eine Stammlänge von 80 weimarischen Fußen $(80 \times 0{,}9) = 72$ preußischen Fußen.

3) Man kann das Vorderglied, als Nenner, und eines der mittlern Glieder, als Zähler betrachtet, mit dem größten gemeinschaftlichen Theiler heben und dadurch die Rechnung abkürzen.

Z. B. $21 : 8 = 35 : x$
dividirt durch $7 \quad = 7$
$3 : 8 = 5 : x$.

4) Zur Erleichterung des weitern Rechnens dürfte auch das bekannte Vorderglied und eines der mittlern Glieder mit einer geeigneten Zahl multiplizirt werden. Ist das Vorderglied ein Bruch, so multiplizirt man mit dem Nenner; ist es ein Theiler von 10, 100, 1000 ..., mit einem Faktor, der zum Produkte 10, 100, 1000 ... giebt. Z. B.

	$1\frac{1}{4}$	: 36	=	$3\frac{1}{2}$	: x
multiplizirt mit	4		=	4	
	5	: 36	=	14	: x

	25	: 113	=	$5\frac{1}{2}$	: x
multiplizirt mit	4		=	4	
	100	: 113	=	22	: x

5) Enthalten das Vorderglied und ein Mittelglied Brüche, so bringt man sie unter einerlei Benennung und braucht dann bloß die Zähler. Z. B.

$\frac{3}{4}$ Ctnr. : $3\frac{1}{3}$ Ctnr. = 72 Fl. : x Fl.
$\frac{9}{12}$ » : $\frac{40}{12}$ » = 72 » : x »
9 » : 40 » = 72 » : x »

§. 67. Welsche Praktik.

Die sogenannte welsche Praktik besteht in vortheilhafter Zerfällung der benannten Zahlen eines der mittlern Glieder zur stückweisen Multiplikation (§. 31, 2.). Beispiele können dies am deutlichsten machen. Es sei die Frage: 1 ℔ koste 25 Sgr., was 36 ℔? Hier setzt man

1 ℔ : 36 ℔ = 25 Sgr. : x
(25 Sgr. zerfällt in)

24 Thlr. zu 20 Sgr. = $\frac{2}{3}$ Thlr.
6 Thlr. zu 5 Sgr. = $\frac{1}{4}$ vom Vorigen.
30 Thlr. = x

Dabei wurden die 25 Sgr. zerfällt in 20 + 5 oder in $\frac{2}{3}$ Thlr. und in $\frac{1}{4}$ von den $\frac{2}{3}$ Thlrn. = $\frac{1}{6}$ Thlr., und so kosten die 36 ℔

zuerst 36 × $\frac{2}{3}$ = 24 Thlr.
und noch 24 × $\frac{1}{4}$ = 6 Thlr. oder 36 × $\frac{1}{6}$ Thlr.

Als weiteres Beispiel sei gegeben:

1 Klftr. : 68 Klftr. = 5 Thlr. 22 gGr. 3 Pf. : x

zerfällt in:

340	Thlr.	—	gGr.	zu	5	Thlr.	
34	»	—	»	»	12	gGr.	= ½ Thlr.
17	»	—	»	»	6	»	= ½ vom Vorigen
11	»	8	»	»	4	»	= ⅓ von ½ Thlr.
—	»	17	»	»	3	Pf.	= ¼ gGr.
403	Thlr.	1	gGr.	= x.			

Weil diese Rechnungsvortheile so leicht sind, werden sie im bürgerlichen Leben gar vielfältig gebraucht.

§. 68. Zusammensetzung mehrer Proportionen.

Werden von mehren Proportionen die ersten, zweiten, dritten und vierten Glieder mit einander multiplizirt, so entsteht eine neue, zusammmengesetzte Proportion (§. 61. 4.). Sind diese Proportionen von der Beschaffenheit, daß jedes Mal das folgende dritte Glied dem vorhergehenden vierten gleich ist: so verhält sich das Produkt aller ersten Glieder zu dem Produkte aller zweiten Glieder, wie das dritte Glied der ersten Proportion zu dem vierten Gliede der letzten Proportion. Denn in dem hintern Verhältnisse der zusammengesetzten Proportion lassen sich die gleichen Faktoren gegen einander heben. Z. B.

$$8 : 6 = 4 : x$$
$$7 : 14 = x : y$$
$$2 : 5 = y : z$$
$$8 \times 7 \times 2 : 6 \times 14 \times 5 = 4 \times x \times y : x \times y \times z$$
$$8 \times 7 \times 2 : 6 \times 14 \times 5 = 4 : z$$

Diese Zusammensetzung mehrer Proportionen giebt den Grund zur Regel mit Fünfen, Siebenen u. s. w.

§. 69. Regel mit Fünfen.

Die Regel mit Fünfen lehrt, zu fünf gegebenen benannten Zahlen die sechste finden, unter der Bedingung, daß das Verhältniß der fünften zur sechsten das zusammengesetzte der vier erstern ist. Z. B.

1) Man handelte im Jahre 1841 das ℔ Kiefernsamen für

18 Sgr.; wie viel Fl. rheinisch kostete der Ctr. zu 108 ℔, wenn 30 Sgr. = $1\frac{3}{4}$ Fl. sind?

$$\begin{array}{l} 1\ ℔ : 108\ ℔ = 18\ \text{Sgr.} : x\ \text{Sgr.} \\ 30\ \text{Sgr.} : 1\tfrac{3}{4}\ \text{Fl.} = x\ \text{Sgr.} : y\ \text{Fl.} \\ \hline 30 : 108 \times 1\tfrac{3}{4} = 18 : y \\ y = \frac{108 \times 1\frac{3}{4} \times 18}{30} = 113\ \text{Fl. } 24\ \text{Xr.} \end{array}$$

2) Säete man an dem hannöverischen Harze in den Fichtenpflanzschulen pr. Mg. 400 ℔ Samen, und es sollte im württembergischen Schwarzwalde eine gleiche Aussaat versucht werden: so wäre nach Taf. 120 und 125 anzusetzen:

$$\begin{array}{l} 1{,}3690\ \text{hanv. Mg.} : 1{,}2344\ \text{württb. Mg.} = 400\ \text{hanv. ℔} : x \\ 467{,}7\ \text{württb. ℔} : 467{,}7\ \text{hanv. ℔} = x : y\ \text{wb. ℔} \\ \hline 1{,}3690 : 1{,}2344 = 400 : y \\ y = \frac{1{,}2344 \times 400}{1{,}3690} = 360\ \text{württb. ℔.} \end{array}$$

3) Wollte man in Baden die Kiefernzapfensaat auf verödetem Kalkboden versuchen nach der in Preußen üblichen Aussaat, pr. Mg. 12 Scheffel, so rechnete man nach Tafel 120 und 124:

$$\begin{array}{l} 1\ \text{pr. Mg.} : 1{,}41\ \text{bad. Mg.} = 12\ \text{pr. Schl.} : x \\ 7561\ \text{bad. Mltr.} : 2770\ \text{pr. Schl.} = x : y\ \text{bad. Mltr.} \\ \hline 7561 : 1{,}41 \times 2770 = 12 : y \\ y = \frac{1{,}41 \times 2770 \times 12}{7561} = 6{,}2\ \text{bad. Mltr.} \end{array}$$

4) Wenn 10 Acker Waldgrund für 3 Stück Vieh auf 4 Tage Weide geben können; wie viel Tage weiden 6 Stück auf 25 Acker von gleicher Beschaffenheit? Erstens: Haben 3 Stück 4 Tage zu weiden, so werden 6 Stück x Tage Weide finden. Leicht begreiflich muß hier das Vorderverhältniß ein fallendes werden, weil die größere Anzahl Vieh um so kürzere Zeit Nahrung findet; also 6 : 3 = 4 : x. Zweitens: 10 Acker geben für das fragliche Vieh x Tage Weide, 25 Acker geben y Tage.

Zusammengesetzt:

$$\begin{array}{l} 6\ \text{Stück} : 3\ \text{Stück} = 4\ \text{Tage} : x\ \text{Tage} \\ 10\ \text{Acker} : 25\ \text{Acker} = x\ \text{Tage} : y\ \text{Tage} \\ \hline 6 \times 10 : 3 \times 25 = 4 : y \\ y = \frac{3 \times 25 \times 4}{6 \times 10} = 5\ \text{Tage.} \end{array}$$

Zu heben durch 3. 5. 2. 2.

§. 70. Regeln mit Siebenen, Neunen u. s. w.

Diese Regeln lehren zu 7, 9 und mehr Zahlen, in zusammengesetzter Proportion, die 8., 10. u. s. w. finden; sie verbinden drei, vier und mehr Regeldetri-Ansätze. Z. B.

1) Wenn 20 Holzhauer im Herbste 4 Wochen lang täglich 8 Stunden arbeiten und 300 Klftr. Stockholz fertigen; wie viel Wochen werden 16 Holzhauer, die während des Frühlings täglich 12 Stunden arbeiten, an 400 Klaftern zubringen?

Diese Aufgabe zerfällt in drei einfache Proportionen, nämlich:

Die erste, mit dem Verhältnisse der Holzhauer, führt von dem Kleinern zum Größern; denn je weniger Holzhauer, desto mehr Zeit ist erforderlich, also:

16 Holzhauer : 20 Holzhauer = 4 Wochen : x Wochen.

Die zweite, mit dem Verhältnisse der Stunden, führt vom Größern zum Kleinern, denn bei längerer Tagearbeit sind um so weniger Wochen erforderlich, also:

12 Stunden : 8 Stunden = x Wochen : y Wochen.

Die dritte, mit dem Verhältnisse der Klaftern, führt vom Kleinern zum Größern, denn die Vermehrung der Klaftern zieht auch die Vermehrung der Wochen nach sich, also:

300 Klaftern : 400 Klaftern = y Wochen : z Wochen.

Zusammengesetzt:

$$\begin{array}{rcrl} 16 & : & 20 & = 4 : x \\ 12 & : & 8 & = x : y \\ 300 & : & 400 & = y : z \\ \hline 16 \times 12 \times 300 & : & 20 \times 8 \times 400 & = 4 : z \end{array}$$

$$z = \frac{20 \times 8 \times 400 \times 4}{16 \times 12 \times 300} = 4\tfrac{4}{9} \text{ Wochen.}$$

Zu heben durch 100. 16. 4.

2) Wem es bei solchen Aufgaben schwer fällt, ohne lange Überlegung den Ansatz zu machen, der schreibe sich vorläufig die

18 Sgr.; wie viel Fl. rheinisch kostete der Ctr. zu 108 ℔, wenn 30 Sgr. = 1¾ Fl. sind?

$$\begin{array}{l} 1\ ℔ : 108\ ℔ = 18\ \text{Sgr.} : x\ \text{Sgr.} \\ 30\ \text{Sgr.} : 1\tfrac{3}{4}\ \text{Fl.} = x\ \text{Sgr.} : y\ \text{Fl.} \\ \hline 30 : 108 \times 1\tfrac{3}{4} = 18 \quad : y \end{array}$$

$$y = \frac{108 \times 1\frac{3}{4} \times 18}{30} = 113\ \text{Fl.}\ 24\ \text{Xr.}$$

2) Säete man an dem hannöverischen Harze in den Fichtenpflanzschulen pr. Mg. 400 ℔ Samen, und es sollte im württembergischen Schwarzwalde eine gleiche Aussaat versucht werden: so wäre nach Taf. 120 und 125 anzusetzen:

$$\begin{array}{l} 1{,}3690\ \text{hanv. Mg.} : 1{,}2344\ \text{würtb. Mg.} = 400\ \text{hanv.}\ ℔ : x \\ 467{,}7\ \text{würtb.}\ ℔ : 467{,}7\ \text{hanv.}\ ℔ = x \quad : y\ \text{wb.}\ ℔ \\ \hline 1{,}3690 : 1{,}2344 = 400 \quad : y \end{array}$$

$$y = \frac{1{,}2344 \times 400}{1{,}3690} = 360\ \text{würtb.}\ ℔.$$

3) Wollte man in Baden die Kiefernzapfensaat auf verödetem Kalkboden versuchen nach der in Preußen üblichen Aussaat, pr. Mg. 12 Scheffel, so rechnete man nach Tafel 120 und 124:

$$\begin{array}{l} 1\ \text{pr. Mg.} : 1{,}41\ \text{bad. Mg.} = 12\ \text{pr. Schl.} : x \\ 7561\ \text{bad. Mltr.} : 2770\ \text{pr. Schl.} = x \quad : y\ \text{bad. Mltr.} \\ \hline 7561 : 1{,}41 \times 2770 = 12 \quad : y \end{array}$$

$$y = \frac{1{,}41 \times 2770 \times 12}{7561} = 6{,}2\ \text{bad. Mltr.}$$

4) Wenn 10 Acker Waldgrund für 3 Stück Vieh auf 4 Tage Weide geben können; wie viel Tage weiden 6 Stück auf 25 Acker von gleicher Beschaffenheit? Erstens: Haben 3 Stück 4 Tage zu weiden, so werden 6 Stück x Tage Weide finden. Leicht begreiflich muß hier das Vorderverhältniß ein fallendes werden, weil die größere Anzahl Vieh um so kürzere Zeit Nahrung findet; also 6 : 3 = 4 : x. Zweitens: 10 Acker geben für das fragliche Vieh x Tage Weide, 25 Acker geben y Tage.

Zusammengesetzt:

$$\begin{array}{l} 6\ \text{Stück} : 3\ \text{Stück} = 4\ \text{Tage} : x\ \text{Tage} \\ 10\ \text{Acker} : 25\ \text{Acker} = x\ \text{Tage} : y\ \text{Tage} \\ \hline 6 \times 10 : 3 \times 25 = 4 \quad : y \end{array}$$

$$y = \frac{3 \times 25 \times 4}{6 \times 10} = 5\ \text{Tage.}$$

Zu heben durch 3. 5. 2. 2.

§. 70. Regeln mit Siebenen, Neunen u. s. w.

Diese Regeln lehren zu 7, 9 und mehr Zahlen, in zusammengesetzter Proportion, die 8., 10. u. s. w. finden; sie verbinden drei, vier und mehr Regeldetri-Ansätze. Z. B.

1) Wenn 20 Holzhauer im Herbste 4 Wochen lang täglich 8 Stunden arbeiten und 300 Klftr. Stockholz fertigen; wie viel Wochen werden 16 Holzhauer, die während des Frühlings täglich 12 Stunden arbeiten, an 400 Klaftern zubringen?

Diese Aufgabe zerfällt in drei einfache Proportionen, nämlich:

Die erste, mit dem Verhältnisse der Holzhauer, führt von dem Kleinern zum Größern; denn je weniger Holzhauer, desto mehr Zeit ist erforderlich, also:

16 Holzhauer : 20 Holzhauer = 4 Wochen : x Wochen.

Die zweite, mit dem Verhältnisse der Stunden, führt vom Größern zum Kleinern, denn bei längerer Tagearbeit sind um so weniger Wochen erforderlich, also:

12 Stunden : 8 Stunden = x Wochen : y Wochen.

Die dritte, mit dem Verhältnisse der Klaftern, führt vom Kleinern zum Größern, denn die Vermehrung der Klaftern zieht auch die Vermehrung der Wochen nach sich, also:

300 Klaftern : 400 Klaftern = y Wochen : z Wochen.

Zusammengesetzt:

$$\begin{array}{rcrl} 16 & : & 20 & = 4 : x \\ 12 & : & 8 & = x : y \\ 300 & : & 400 & = y : z \\ \hline 16 \times 12 \times 300 & : & 20 \times 8 \times 400 & = 4 : z \end{array}$$

$$z = \frac{20 \times 8 \times 400 \times 4}{16 \times 12 \times 300} = 4\tfrac{4}{9} \text{ Wochen.}$$

Zu heben durch 100. 16. 4.

2) Wem es bei solchen Aufgaben schwer fällt, ohne lange Überlegung den Ansatz zu machen, der schreibe sich vorläufig die

gegebenen Benennungen hin, die gesuchte zuletzt, darunter die Zahlen für den bekannten und dann die für den unbekannten Fall, nämlich:

	Holzhauer.	Stunden.	Klaftern.	Wochen.
Bekannter Fall	20	8	300	4
Unbekannter Fall	16	12	400	z.

Dadurch kommen die einzelnen Verhältnisse zusammen, die man nun leichter beurtheilt, ob sie gerade oder verkehrt sind, und ansetzt, wie folgt:

$$\left.\begin{array}{r} 16 : 20 \\ 12 : 8 \\ 300 : 400 \end{array}\right\} = 4 : z.$$

Daraus ergiebt sich: $z = \frac{20 \times 8 \times 400 \times 4}{16 \times 12 \times 300} = 4\frac{4}{9}$.

Diese zusammengesetzten Aufgaben könnte man auch stückweise durch einfache Regeldetri-Ansätze auflösen; nur wird die Rechnung weitläufiger.

§. 71. Kettenrechnung.

Die Kettenrechnung ist eine zusammengesetzte Regeldetri mit etwas abgekürztem Ansatze, Kettensatz.

1) Würde z. B. gefragt: wie viel Dukaten wären zu zahlen anstatt 314 Thlr. 8 Sgl. = 9428 Sgl., wenn 2 Sgl. = 7 Xr. rhn., 24 Xr. rhn. = 20 Xr. östr., 60 Xr. östr. = 1 Gld. C. M., und 55 Gld. C. M. eben = 12 Dukaten sind?

Nach der Regel mit Neunen setzte man ausführlich:

2 Sgr.	: 7 Xr. rhn.	= 9428 Sgr.	: x Xr. rhn.
24 Xr. rhn.	: 20 Xr. östr.	= x Xr. rhn.	: y Xr. östr.
60 Xr. östr.	: 1 Gld. C. M.	= y Xr. östr.	: z Gld. C. M.
55 Gld. C. M.	: 12 Dukaten	= z Gld. C. M.	: w Dukaten
2×24×60×55	: 7 × 20 × 12 =	9428	: w Dukaten

und erhielte für $w = \frac{7 \times 20 \times 12 \times 9428}{2 \times 24 \times 60 \times 55}$ = 99 Duk. 4 Gld. 33 Xr.

Nach dem Kettensatze ordnet man aber ohne Weiteres das

dritte Glied zu den zweiten Gliedern, womit dasselbe nachher doch multiplizirt werden muß, nämlich:

w Dukaten	=	9428 Sgr.
2 Sgr.	=	7 Xr. rhn.
24 Xr. rhn.	=	20 Xr. östr.
60 Xr. östr.	=	1 Gld. C. M.
55 Gld. C. M.	=	12 Dukaten
$w \times 2 \times 24 \times 60 \times 55$	=	$12 \times 20 \times 7 \times 9428$

und verfährt übrigens wie oben, oder behandelt die Aufgabe als Gleichung.

2) Daraus ergiebt sich die Regel zur Kettenrechnung: Man setze das unbekannte Glied zuerst an und rechts daneben den dafür gleichgeltenden Werth. Hiernächst suche man aus der Aufgabe ein Glied, das die zuletzt gebrauchte Benennung hat, setze es links unter das Frageglied und daneben wieder den gleichgeltenden Werth u. s. w., bis man rechts das letzte Glied mit der Benennung des Fragegliedes bekommt. Dann ist der Kettensatz fertig, worin alle Glieder kettenförmig zusammenhängen. Jedes Glied darf nur eine Benennung haben, und gemischte Zahlen sind als uneigentliche Brüche anzusetzen.

In diesem Ansatze werden nun zuvörderst die Nenner aller Brüche auf die andere Seite gesetzt, was so viel ist, als würden beide Seiten mit dem Nenner multiplizirt. Dann werden beide Gliederreihen gegen einander gehoben. Endlich multiplizirt man die übrigen Faktoren jeder Seite für sich und dividirt das Produkt der Seite rechts durch das der Seite links. Der Quotient bekommt die Benennung des Fragegliedes.

§. 72. Antheilrechnung.

Oft sind verschiedene Antheile nach gegebenen Verhältnissen zu berechnen.

1) Drei Personen kaufen eine Holzung für 4000 Thlr.; A giebt dazu 2000, B, 1400 und C, 600. Der erste Holzschlag wirft 1500 Thaler ab; wie viel trägt es jedem Theilhaber davon?

Die Kaufsumme verhält sich hier zu dem ganzen Gewinne, wie eines Jeden Einlage zu dessen Gewinnantheil; also wie 4000 : 1500, oder 8 : 3. Der Gewinn beträgt mithin $\frac{3}{8}$ von der Einlage, und es erhält davon:

A, $\frac{3}{8} \times 2000 = 750$ Thlr.
B, $\frac{3}{8} \times 1400 = 525$ »
C, $\frac{3}{8} \times 600 = 225$ »

Summe: 1500 Thlr.

2) Drei Ortschaften haben zu ihrem nächsten Brennholzbedarf verlangt:

A, 500 Klaftern
B, 700 »
C, 300 »

Zusammen: 1500 Klaftern.

Nun ertrage aber der für diese Ortschaften angelegte Schlag nur 1200 Klaftern; es kann demnach jeder Ort nur $\frac{1200}{1500} = \frac{12}{15} = 0{,}8$ seines angeblichen Bedarfs erhalten, nämlich:

A, $0{,}8 \times 500 = 400$ Klaftern
B, $0{,}8 \times 700 = 560$ »
C, $0{,}8 \times 300 = 240$ »

Zusammen: 1200 Klaftern.

3) Zu 1 ℔ gutem Schießpulver nimmt man $\frac{12}{16}$ ℔ Salpeter, $\frac{3}{16}$ ℔ Kohle und $\frac{1}{16}$ ℔ Schwefel. Sollen nun 400 ℔ Schießpulver gemacht werden, so brauchte man dazu von den genannten Bestandtheilen:

Salpeter $400 \times \frac{12}{16} = 300$ ℔
Kohle $400 \times \frac{3}{16} = 75$ ℔
Schwefel $400 \times \frac{1}{16} = 25$ ℔

Zusammen: 400 ℔.

Die Summe dient hier allemal zur Probe.

§. 73. Einfache Zinsen.

Von dem ausgeliehenen Kapitale bekommt der Darleiher gewisse **Zinsen**, auf Hundert jährlich 3, 4, 5 . . ., was man

Zinsfuß, **Prozente** nennt und mit pCt. oder % bezeichnet. **Einfache Zinsen** sind an sich nicht wieder zinstragend; sie werden dem Kapitale nur allein zugerechnet.

Da Kapitale und Zinsen bei gleichem Zinsfuße und gleicher Zinszeit in gleichem Verhältnisse stehen, so gebraucht die einfache Zinsrechnung in allen Fällen folgende Grundverhältnisse:

100 wird mit 5 pCt. in 1 Jahre $100 + (5 \times 1)$,
100 » » 4 » » 2 » $100 + (4 \times 2)$,
100 » » p » » n » $100 + (p \times n)$,

und umgekehrt:

$100 + (4 \times 2)$ war mit 4 pCt. vor 2 Jahren 100,
$100 + (p \times n)$ » » p » » n » 100.

Danach berechnet man den **Nachwerth** sammt den Zinsen, den **Vorwerth** nebst dem **Rabatt**, das **Kapital**, den **Zinsfuß** und endlich die **Zinszeit**.

§. 74. Nachwerth mit einfachen Zinsen.

Den **Nachwerth** eines Kapitales K oder den spätern Werth einschließlich der einfachen Zinsen $K + z$ ergiebt die Proportion

$$100 : 100 + (p \times n) = K : K + z.$$

Wird z. B. gefragt, wie hoch wächst ein Kapital von 3600 Fl. mit 4 pCt. Zinsen in 12 Jahren an: so setzt man:

$$100 : 100 + (4 \times 12) = 3600 : K + z$$

und findet $K + z = \frac{100+(4 \times 12)}{100} \times 3600 = 5328$ Fl.

Die **Zinsen** hiervon sind der Unterschied des anfänglichen Kapitals von dem Nachwerthe, $5328 - 3600 = 1728$ Fl.; sie könnten auch für sich berechnet werden durch den Ansatz:

$$100 : 4 \times 12 = 3600 : z.$$

$$z = \frac{4 \times 12}{100} \times 3600 = 1728 \text{ Fl.}$$

Die Zinsen von 4680 Fl. zu 5 pCt. auf 1 Monat betragen nach dem Verhältnisse $100 : 5 \times \frac{1}{12}$ oder $12 \times 100 : 5$ (§. 61. 2.).

$$\frac{5}{1200} \times 4680 = 19 \text{ Fl. } 30 \text{ Xr.}$$

§. 75. Vorwerth zu einfachen Zinsen.

Den Vorwerth einer Summe K + z oder den frühern Werth ausschließlich des einfachen Rabattes z findet man durch die Proportion

$$100 + (p \times n) : 100 = K + z : K.$$

Wird z. B. gefragt, wie groß war die Summe von 392 Fl. mit 4 pCt. vor 10 Jahren bei einfachen Zinsen: so setzt man:

$$100 + (4 \times 10) : 100 = 392 : K$$

und findet $K = \frac{100}{100 + (4 \times 10)} \times 392 = 280$ Fl.

Der Rabatt hiervon ist der Unterschied des Vorwerthes von der spätern Summe, nämlich 392 — 280 = 112 Fl. Derselbe könnte auch für sich berechnet werden nach der Proportion

$$100 + (p \times n) : p \times n = K + z : z.$$

Sollten z. B. 4000 Fl., zahlbar in $1\frac{1}{2}$ Jahren, jetzt abgetragen werden mit 4 pCt. einfachem Rabatt, so findet man den Abzug, nach der Proportion

$$100 + (4 \times 1\tfrac{1}{2}) : 4 \times 1\tfrac{1}{2} = 4000 : z,$$

$$z = \frac{4 \times 1\frac{1}{2}}{100 + (4 \times 1\frac{1}{2})} \times 4000 = 226{,}42 \text{ Fl.}$$

Zur Probe bringt man die Zahlung 4000 — 226,42 = 3773,58 Fl. wieder auf ihren Nachwerth mit 4 pCt. nach $1\frac{1}{2}$ Jahren. Derselbe ist (§. 74.)

$$\frac{100 + (4 \times 1\frac{1}{2})}{100} \times 3773{,}58 = 4000 \text{ Fl.},$$

also genau, was dem Darleiher in jener Zeit zustände.

§. 76. Kapital zu einfachen Zinsen.

1) Der Kapitalwerth K zu einjährigen Zinsen z folgt aus

$$p : 100 = z : K,$$

$$\text{und } \frac{100}{p} \times z = K.$$

Gesetzt, es sei der Zinsfuß 4 pCt. und die einfache Zinspost z = 30 Fl.: so ist

$$K = \frac{100}{4} \times 30 = 750 \text{ Fl.}$$

Zum Behuf der Kapitalisirung wird der Ausdruck $\frac{100}{p}$ oder das Einheitskapital oft gleich anstatt des Zinsfußes gegeben.

2) Das Kapital K zu mehrjährigen Zinsen nz ergiebt sich aus

$$p \times n : 100 = nz : K,$$

$$\text{und } \frac{100}{p \times n} \times nz = K.$$

Hiernach ist ein Kapital, das mit $3\frac{1}{2}$ pCt. in 5 Jahren 385 Fl. Zinsen abwirft,

$$= \frac{100}{3\frac{1}{2} \times 5} \times 385 = 2200 \text{ Fl.}$$

Das Kapital sammt Zinsen beträgt 2200 + 385 = 2585 Fl.; dies ergäbe auch die Proportion

$$3\tfrac{1}{2} \times 5 : 100 + (3\tfrac{1}{2} \times 5) = 385 : K + nz.$$

§. 77. Zinsfuß zu einfachen Zinsen.

Die Prozente p findet man aus dem Kapitale K und dem einjährigen Zinsenbetrage z durch die Proportion

$$K : z = 100 : p.$$

Haben z. B. 2400 Fl. in einem Jahre 108 Fl. abgeworfen, so ist

$$2400 : 108 = 100 : p,$$

$$\text{und } p = \frac{108 \times 100}{2400} = \frac{108}{24} = 4\tfrac{1}{2}.$$

Hätte jenes Kapital in 5 Jahren zusammen 540 Fl. an Zinsen eingebracht, so setzte man, nach $K : \frac{5z}{5} = 100 : p$,

$$2400 : \frac{540}{5} = 100 : p.$$

§. 78. Zinszeit zu einfachen Zinsen.

Die Zinszeit n findet man mittels des Grundkapitals 100 nach Verhältniß des ausgeliehenen Kapitales K zu den vorher berechneten 1prozentigen Zinsen $\frac{z}{p}$; denn die Zahl der Zinsjahre ist ganz übereinstimmig mit den gleichzeitigen 1prozentigen Zinsen von 100. Die allgemeine Proportion hierzu ist

$$K : \frac{z}{p} = 100 : n.$$

Hätten z. B. 5475 Fl. bei 4 pCt. in n Jahren 1752 Fl. einfache Zinsen eingebracht, so wären davon die 1prozentigen Zinsen $\frac{1752}{4}$ Fl., und es verhielte sich:

$$5475 : \frac{1752}{4} = 100 : n \text{ Jahren.}$$

Daher wäre $n = \frac{1752 \times 100}{4 \times 5475} = 8.$

§. 79. Durchschnittlicher und periodischer Holzzuwachs.

Die an dem wachsenden Holzstamme und Holzbestande erfolgende Massenzunahme nennt man Holzzuwachs, und wird dieser für einzelne Jahre bestimmt, so heißt er Jahreszuwachs. Dividirt man den ganzen Massengehalt eines Stammes oder Bestandes durch die Zahl der Altersjahre, so ergiebt sich der durchschnittliche Jahreszuwachs oder Durchschnittszuwachs; theilt man aber die gesammte Massenzunahme einer gewissen Altersperiode durch deren Jahresanzahl, so geht der entsprechende periodische Jahreszuwachs hervor.

Hat z. B. ein 140jähriger Baum 80 Körperfuß Massengehalt, so ist sein durchschnittlicher Jahreszuwachs $\frac{80}{140} = \frac{4}{7}$ K.-Fuß; hätte dieser Baum in seinem 130. Jahre 75 K.Fuß enthalten, sich also in den letztern 10 Jahren um 80 — 75 = 5 K.Fuß vergrößert, so wäre der Jahreszuwachs dieser Zwischenzeit $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ K.Fuß.

Von ganzen Holzbeständen wird der Massengehalt und Zuwachs für die Flächenmaßeinheit, den Morgen oder Acker, be-

stimmt. Fänden sich z. B. von einem Morgen Kiefernbestand in 80jährigem Alter an vorauserhaltener Durchforstung 2400 K.Fuß und an noch vorhandenem Hauptbestande 4000 K.Fuß: so betrüge der durchschnittliche Jahreszuwachs $\frac{2400 + 4000}{80} =$ 30 + 50 K.Fuß.

Hätte dieser Kiefernbestand im 100-jährigen Alter ohne weitere Zwischennutzung zum Hauptbestande 5000 K.Fuß: so wäre der periodische Jahreszuwachs zwischen dem 80. und 100. Jahre

$$\frac{5000 - 4000}{20} = 50 \text{ K.Fuß.}$$

§. 80. Zuwachsprozente.

Bisweilen gewinnt die Holzertragsberechnung, oder man verschafft sich brauchbare Vergleichungsgrößen zur Holzertragsschätzung, wenn man das gefundene Verhältniß eines anfänglichen Holzgehaltes zu seinem jährlichen Zuwachse in Prozenten ausdrückt. Das letztere Beispiel von einem Kiefernbestande enthält in dem 80. Jahre 4000 K.Fuß Holzgehalt mit 50 K.Fuß Jahreszuwachs; dies giebt $1\frac{1}{4}$ pCt. Zuwachs, denn

$$4000 : 50 = 100 : 1\tfrac{1}{4} \text{ (§. 77.).}$$

Davon ist der Nachwerth nach 20 Jahren (§. 74.)

$$\frac{100 + (1\frac{1}{4} \times 20)}{100} \times 4000 = 5000 \text{ K.Fuß,}$$

jener Massengehalt im 100-jährigen Alter.

Überhaupt können die oben über einfache Zinsen angestellten Betrachtungen sämmtlich bei der forstlichen Zuwachsberechnung ihre Anwendung finden. Nur bieten die Zuwachsprozente weniger Stätigkeit, als der Zinsfuß. Die Wachsthumsverhältnisse müssen ergeben, wie lange ein jährlich gleicher Zuwachs statthaft ist. Je älter und voller ein Holzbestand wird, um so mehr mindern sich dessen Zuwachsprozente; alle forstmäßigen Zwischenhauungen dienen zur Wiedererhöhung derselben.

Schätzt man von etwa 356800 K.Fuß Holzvorrath den künftigen Jahreszuwachs x zu 2 pCt., so beträgt derselbe nach dem Ansatze:

$$100 : 2 = 356800 : x,$$

$$\tfrac{2}{100} \times 356800 = 7136 \text{ K.Fuß.}$$

Der nächste 10jährige Zuwachs 10x ist nach:

$$100 : (2 \times 10) = 356800 : x,$$

$$= \frac{2 \times 10}{100} \times 356800 = 71360 \text{ K.Fuß.}$$

Der Holzvorrath sammt Zuwachs am Ende des 10. Jahres beträgt:

$$\frac{100 + (2 \times 10)}{100} \times 356800 = 428160 \text{ K.Fuß.}$$

Die Natur des Holzzuwachses sowohl, als die Art und Weise, wie der Jahreszuwachs ausgemittelt wird, bedingen durchaus die einfache Zuwachsrechnung. Denn alle Holzbestände, für welche besondere Zuwachsberechnungen angelegt werden, nämlich die mehr erwachsenen, haben entweder einen ziemlich gleichen Zuwachs, oder eher einen ab-, als zunehmenden; auch ist der ermittelte wirkliche Zuwachs, wovon die Schlüsse auf den künftigen gemacht werden, meist ein durchschnittlicher, also ein einfacher.

§. 81. Durchschnittsverhältnisse.

Das Verhältniß verschiedener Theile oder Sorten, die zusammen ein gewisses Ganze ausmachen, wird oft nach dem gemeinschaftlichen Werthe oder Maße ausgedrückt zu weiterem Gebrauche.

Fänden sich z. B. als Ertrag eines Holzschlages:

8 Klftr. Werkholz	zu 90 c.′	=	720 K.Fuß.
52. Klftr. Scheitbrennholz	zu 70 c.′	=	3640 »
24 Schock Wellenholz	zu 50 c.′	=	1200 »
840 K.Fuß an einzelnen Stücken		=	840 »
		Zusammen:	6400 K.Fuß,

und man wollte diese Sortenverhältnisse weiter anwenden: so würden alle einzelnen Posten auf Prozente der Summe gerechnet, wie folgt:

6400 : 720 = 100 : 11,2 pCt. Werkholz;
6400 : 3640 = 100 : 56,9 pCt. Scheitbrennholz;
6400 : 1200 = 100 : 18,8 pCt. Wellenholz;
6400 : 840 = 100 : 13,1 pCt. einzelne Stücke.
Von 100 Gesammtertrag.

Es versteht sich von selbst, daß hierbei die Dezimalen abgekürzt und ausgeglichen werden müssen, damit gerade 100 als Summe herauskommt, was auch zur Probe dient.

Solche Durchschnittsverhältnisse pflegt man auch in Theilen der Einheit auszudrücken. So ist angenommen worden, 1 Buchenholz bestehe aus:

0,5145 Kohlenstoff,
0,0582 Wasserstoff,
0,4273 Sauerstoff.

§. 82. Reduktion der Längenmaße.

Die Verwandlung der Maße erfordert vor allem eine genaue Kenntniß der Maßverhältnisse. Man bestimmt die Länge aller bekannten Fußmaße nach dem alten pariser Fuße zu 144 Linien und bekommt dadurch Verhältnißzahlen der verschiedenen Längenmaße.

Der hessenkasseler Normal-Längenfuß enthält z. B. 127,536 und der hessendarmstädter neue Dezimal-Längenfuß 110,824 pariser Linien. Sollten nun 100 hessenkasseler Fuße in hessendarmstädter Fuße verwandelt werden, so müßte man das Hülfsverhältniß vom Kleinern zum Größern ansetzen; denn die Frage mit einem kleinern Maße hat eine um so größere Zahl zur Antwort; also:

$$110{,}824 : 127{,}536 = 100 : x \text{ und}$$

$$x = \frac{127{,}536 \times 100}{110{,}824} = 115{,}08; \text{ daher}$$

100 kasseler Fuß = 115,08 darmstädter Fuß.

Es hält ferner die weimarische Ruthe 16 Werkfuße zu 125 pariser Linien, die preußische Ruthe 12 rheinländische Fuße zu 139,13 pariser Linien. Jene verhält sich also zu dieser, wie

$16 \times 125 : 12 \times 139{,}13$. Gingen nun auf die deutsche Meile $1975\frac{1}{3}$ preußische Ruthen, so könnte man durch die Proportion

$$16 \times 125 : 12 \times 139{,}13 = 1975{,}33\ldots : x$$

finden, daß 1649 weimarische Ruthen einer deutschen Meile gleich sind.

§. 83. Reduktion der Flächenmaße.

Die Flächenmaße verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Längenmaße. So verhält sich der preußische Quadratfuß zu dem weimarischen Quadratfuße, wie $139{,}13^2 : 125^2$; die preußische Quadratruthe zu der weimarischen, wie $(12 \times 139{,}13)^2 : (16 \times 125)^2$. Da nun der preußische Morgen 180 Quadratruthen enthält und der weimarische Acker 140: so verhält sich jener zu diesem, wie

$$180 \times (12 \times 139{,}13)^2 : 140 \times (16 \times 125)^2.$$

Wollte man berechnen, wie viel eine Fläche von 100 preußischen Morgen an weimarischen Ackern enthielte, so kehrte man, aus dem schon bekannten Grunde, obiges Verhältniß um und setzte:

$$140 \times (16 \times 125)^2 : 180 \times (12 \times 139{,}13)^2 = 100 : x.$$

Hiernach wäre:

$$x = \frac{180 \times 12 \times 12 \times 139{,}13 \times 139{,}13 \times 100}{140 \times 16 \times 16 \times 125 \times 125},$$

durch 10. 2. 4. 4. 4. 25. 100. gehoben,

$$= \frac{15679{,}297}{175} = 89{,}5959\ldots;$$

also 100 preußische Morgen $= 89{,}5959\ldots$ weim. Acker.

§. 84. Reduktion der Körpermaße.

Die Körpermaße verhalten sich, wie die Würfel ihrer Längenmaße. So verhält sich der weimarische Körperfuß zu dem preußischen, wie $125^3 : 139{,}13^3$.

Bei der Reduktion der Holzmaße ist die Größe der Fuße

an sich und die verschiedene Fußzahl jeder Maßausdehnung in Rechnung zu stellen. Z. B.

Die kasseler Klafter hat in Fußen zu 127,536 pariser Linien:

6 Fuß Scheitlänge,
5 Fuß Weite und
5 Fuß Höhe.

Der darmstädter Stecken hat in Fußen zu 110,824 pariser Linien:

5 Fuß Scheitlänge,
4 Fuß Weite und
5 Fuß Höhe.

Die kasseler Klafter verhält sich also zu dem darmstädter Stecken, wie

$$(6 \times 127{,}536 \times 5 \times 127{,}536 \times 5 \times 127{,}536) : (5 \times 110{,}824 \times 4 \times 110{,}824 \times 5 \times 110{,}824)$$

und 100 kass. Klftr. $= \frac{6 \times 5 \times 5 \times 127{,}536^3 \times 100}{5 \times 4 \times 5 \times 110{,}824^3}$

$= 228{,}6$ darmst. Stecken.

§. 85. Reduktion der Holzerträge.

Noch ist hier die Verwandlung der Holzerträge in andere Maße übrig. Die gemachten Erfahrungen über die Holzhaltigkeit und Ergiebigkeit der Wälder sammelt man sich nämlich zur weitern Anwendung. Wenn nun bekannt gewordene fremde Holzerträge auf das eigene Maß reduzirt werden sollen, so kommen zwei Verhältnisse in Ansatz.

1) Das Verhältniß der Flächenmaße, wobei zu bemerken: je größer die Fläche, um so größer ist der Ertrag.

2) Das Verhältniß der Körpermaße, in welchem das kleinere Körpermaß zu einer größern Ertragszahl führt.

Aufgabe: Die Buchenwaldungen bei Eisenach, in Umwandlung begriffene Mittelwälder, ertragen auf dem weimarischen Acker im Durchschnitt etwa 42 weim. K.Fuß jährlich; wie viel würde das betragen auf dem preußischen Morgen in preuß. K.Fußen? Hier setzte man:

weimar. Acker		preuß. Morgen	w. Ertr.	
140×16×16×125×125	:	180×12×12×139,13×139,13	= 42	: y
preuß. K.Fuß		weim. K.Fuß		pr. Ertr.
139,13×139,13×139,13	:	125×125×125	= y	: x
gehob.: 7×4×4×139,13	:	9×3×3×125	= 42	: x

$$x = \frac{9\times3\times3\times125}{7\times4\times4\times139{,}13} \times 42 = 27{,}29 \text{ preuß. K.Fuß.}$$

Wären dergleichen Durchschnittserträge nicht in Körperfußen, sondern in gebräuchlichen Holzmaßen gegeben: so verwandelte man sich dieselben vorher in Körperfuße, wobei zugleich weiter anzuwendende Sortenverhältnisse gewonnen würden.

Um solche fremden Erfahrungsgrößen leichter zu nutzen, könnte man sich vorher eine, für die Reduktion eben geeignete, kurze Verhältnißzahl suchen und auch wohl eine eigene Umrechnungstafel, wenigstens für die Zahlen 1 bis 9, aufsetzen. Wäre z. B. weimarischer Forstertrag in preußisches Maß zu verwandeln, so diente dazu obiges Verhältniß:

$$\frac{9 \times 3 \times 3 \times 125}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13} = 0{,}64976\ldots, \text{ beinahe } 0{,}65$$

und man könnte ansetzen:

1 weim. Ertrag = 0,65 preuß. Ertrag
2 » » = 1,3 » »
3 » » = 1,95 » »
4 » » = 2,60 » »
u. s. w.

Danach wären obige

40 weim. Ertrag = 26,0 preuß. Ertrag
2 » » = 1,3 » »
42 weim. Ertrag = 27,3 K.Fuß preuß. Ertrag.

Auf Tafel 120 findet man hierzu die gewöhnlichen Maßverhältnisse und Umrechnungsfaktoren.

VII. Progressionen.

1. Die arithmetische Progression.

§. 86. Arithmetische Reihe.

Eine Zahlenreihe, worin die auf einander folgenden Glieder gleiche Differenz haben, heißt eine arithmetische Progression oder Reihe. Z. B.

3, 5, 7, 9, 11 oder
13, 10, 7, 4, 1.

Die arithmetische Reihe ist eine fortgesetzte stetige arithmetische Proportion (§. 56.).

$$3 - 5 = 5 - 7 = 7 - 9 \ldots.$$

Der allgemeine Ausdruck für die arithmetische Progression ist:

$$a,\ a \pm d,\ a \pm 2d,\ a \pm 3d,\ a \pm 4d,\ a \pm 5d \ldots$$

Daraus ergiebt sich zuvörderst: Jede Reihe ist nach der einen Seite steigend und nach der andern fallend; jedes Glied besteht in der steigenden Reihe aus dem vorhergehenden Gliede sammt der Differenz, in der fallenden aus dem vorhergehenden weniger der Differenz.

§. 87. Summirung der arithmetischen Reihe.

Aus obigem allgemeinen Ausdrucke der arithmetischen Progression folgt weiter:

1) Die Summen des ersten und letzten Gliedes, des zweiten und vorletzten Gliedes, überhaupt je zweier Glieder, von welchen das eine so weit vom Anfange als das andere vom Ende absteht, gleichen einander. Sie sind hier durchgängig $2a \pm 5d$.

2) Die Summe der ganzen arithmetischen Reihe gleicht also der Summe des ersten und letzten Gliedes, multiplizirt mit der halben Anzahl der Glieder; hier $(2a \pm 5d) \times \frac{6}{2}$.

3) Bezeichnet man von der arithmetischen Progression die Summe mit S, das erste Glied mit a, das letzte mit t und die Anzahl der Glieder mit n: so ist

$$S = (a + t) \times \frac{n}{2} = \frac{a+t}{2} \times n = \frac{(a+t)n}{2}.$$

4) Die Summe einer jeden arithmetischen Reihe wird daher gefunden, indem man die Summe des ersten und letzten Gliedes mit der halben Anzahl aller Glieder multiplizirt. So ist die Summe der Zahlen von 1 bis 100:

$$(1 + 100) \times \frac{100}{2} = 101 \times 50 = 5050,$$

was auch aus $\frac{101}{2} \times 100$ oder $\frac{101 \times 100}{2}$ hervorgeht.

5) Wenn eine arithmetische Reihe von dem Nullpunkte ausgeht und n die Anzahl der wirklichen Glieder bedeutet, z. B.

$$0,\ d,\ 2d,\ 3d,\ \ldots\ldots\ nd,$$

so ist $S = (0 + nd) \times \frac{n+1}{2}$,

$$= nd \times \frac{n+1}{2}.$$

6) Der obige allgemeine Werth von S führt zu folgenden Gleichungen, nach welchen man das erste und letzte Glied sowohl, als die Anzahl der Glieder finden kann:

$$S : \frac{n}{2} = a + t;\quad S : \frac{n}{2} - t = a;\quad S : \frac{n}{2} - a = t;\quad \frac{S}{a+t} = \frac{n}{2}.$$

§. 88. Abtriebsformeln.

1) Bestandes-Abtrieb. Die Regel, wonach man den gleichmäßigen Abtrieb eines Waldbestandes oder Waldtheiles berechnet, gründet sich auf Summirung der arithmetischen Progression. Sollte z. B. ein Holzbestand, der im Jahre vor dem Angriff 50000 Kfß. Holzvorrath mit 2 pCt. Zuwachs hat, während der nächsten 10 Jahre gleichmäßig abgetrieben werden, und man rechnete vorläufig für jedes Jahr den 10. Theil des vorhandenen Holzvorrathes besonders ab,

nämlich $\frac{50000}{10}$: so wäre noch an Zuwachs zu erwarten von dem allmählich abnehmenden Holzbestande:

Im	Schätzungsjahre,	v.	50000	c.′	Holzvorrath,	1000	c.′	Zuw.
»	1. Abtriebsjahre,	»	45000	c.′	»	900	c.′	»
»	2. »	»	40000	c.′	»	800	c.′	»
»	3. »	»	35000	c.′	»	700	c.′	»
»	4. »	»	30000	c.′	»	600	c.′	»
»	5. »	»	25000	c.′	»	500	c.′	»
»	6. »	»	20000	c.′	»	400	c.′	»
»	7. »	»	15000	c.′	»	300	c.′	»
»	8. »	»	10000	c.′	»	200	c.′	»
»	9. »	»	5000	c.′	»	100	c.′	»
»	10. »	»	0	c.′	»	0	c.′	»

Die Summe dieser Zuwachsreihe ist

$$1000 \times \frac{10+1}{2} = 5500 \text{ Kfß. (§. 87. 5.).}$$

Theilte man nun dieselbe in die 10 Abtriebsjahre mit ein, so käme davon auf jedes noch $\frac{5500}{10} = 550$ Kfß., und die ganze jährliche Abtriebsmasse wäre:

$\frac{50000}{10}$ Kfß. von dem anfänglichen Holzvorrathe,

$\frac{1000 \times \frac{10+1}{2}}{10}$ Kfß. v. dem Holzzuw. während der Abtriebszeit.

$\frac{50000 + 1000 \times \frac{10+1}{2}}{10} = 5550$ Kfß. zusammen.

Indessen würde bei dem so berechneten Angriffe der Holzbestand nicht ausreichen, weil man den Zuwachstheil nicht abgesondert von dem Holzvorrathe ganz für sich nehmen könnte, wie die Zinsen von dem Kapitale, sondern deßhalb in dem Holzvorrathe vorgreifen und dadurch den Zuwachs verkürzen müßte. Der ersten Hauung trüge es nämlich von dem Holzvorrathe doch eigentlich nur 5000 Kfß. mit dem daran befindlichen eigenen Zuwachse von 2 pCt. oder 100 Kfß., und es fehlten dem Zuwachstheile noch 450 Kfß., welche dem Holzvorrathe vorgriffsweise entnommen werden müßten. Bei der zweiten Hauung

6 *

hätten die 5000 Kfß. des Holzvorrathes an sich erst 200 Kfß. Zuwachs, und es fehlten abermals 350 Kfß. Späterhin glich sich das zwar in Etwas wieder aus; aber am Ende reichte der Bestand doch nicht ganz zu.

Da nun ohnedies keine einzige Zuwachsschätzung wegen ihres mindern Genauigkeitsgrades einer so scharfen Rechnung entspricht: so nimmt man von obiger Zuwachsreihe ein Glied weniger, nämlich:

$$1000 \times \frac{10}{2} = 5000 \text{ Kfß.},$$

und der jährliche Angriffsatz wäre

$$\frac{50000 + 1000 \times 5}{10} = 5500 \text{ Kfß.}$$

Die allgemeine Regel, nach welcher der Gesammtertrag eines Holzbestandes berechnet wird zu gleichmäßigem Abtriebe während einer gewissen Zeit, ist also:

Man multiplizire den vollen einjährigen Zuwachs mit der halben Zahl der Abtriebsjahre, und addire das Produkt zu dem im Jahre vor der ersten Hauung vorhandenen Holzvorrathe; oder:

Man rechne zu dem anfänglichen Holzvorrathe den vollen Zuwachs bis zur Mitte der Abtriebsperiode, gerade so, als würde der Holzbestand zu dieser Zeit auf ein Mal abgetrieben.

a) Soll dann der jährliche Ertrag noch ausgeworfen werden, so theilt man den Gesammertrag durch die Zahl der Abtriebsjahre. Hätte z. B. ein Holzbestand gegenwärtig 4350 Klftr. mit 125 Klftr. jährlichem Zuwachse, und sollte derselbe nach Verlauf von 10 Jahren in 10 auf einander folgenden Jahren gleichmäßig abgetrieben werden: so rechnete man

4350 Klftr. anfänglichen Holzvorrath,
1250 Klftr. Zuwachs der ersten 10 Jahre,
625 Klftr. Zuwachs auf die halbe Abtriebszeit;
6225 Klftr. zusammen.

Davon wäre der jährliche Angriffsatz:

$$\frac{6225}{10} = 622\tfrac{1}{2} \text{ Klftr.}$$

Hierbei hätte man den Zuwachs auch gleich auf alle 15 Jahre zusammenfassen können, nämlich:

$$\frac{4350 + 125 \times 15}{10} = 622{,}5 \text{ Klftr.}$$

b) Erfolgte nun der Abtrieb zu einer andern Zeit, etwa in dem 8., 9., 10. und 11. Jahre mit ziemlich gleichen Hauungen, und ergäbe derselbe 5700 Klftr.: so könnte wohl gefragt werden, wiefern dieser wirkliche Ertrag von der Schätzung eigentlich abgewichen sei. Hier hätte man nur zu berechnen, wie viel der Bestand zur Mitte dieser veränderten Abtriebszeit den geschätzten Grundlagen gemäß abwerfen sollte, nämlich:

4350 Klftr. anfänglichen Holzvorrath,
1125 Klftr. Zuwachs auf 9 Jahre;
5475 Klftr. zusammen.

Es wäre also an Ertrag gegen die Schätzung gewonnen worden 5700 — 5475 = 225 Klftr. Diese können eben sowohl bei der Ertragsschätzung in dem anfänglichen Holzvorrathe, oder in dem Zuwachse, oder in beiden zugleich übersehen, als bei der Ertragsentnehmung durch mindere Füllung der Holzmaße erübrigt worden sein, was sich nicht bestimmt nachweisen ließe.

2) Waldabtrieb. Befänden sich die Bestandsmassen aller Altersklassen eines Waldverbandes in gleicher Jahresmehrung, und enthielte z. B.

der 1jährige Schlag 1d,
» 2 » » 2d,
» 3 » » 3d,
. . . .
» n » » nd:

so wäre von dem ganzen Holzvorrathe die Summe

$$S = nd \times \frac{n+1}{2} \text{ (§. 87. 5.) und } S : \frac{n+1}{2} = nd.$$

Der älteste Schlagbestand oder der **jährliche Abtriebsertrag** ging also hervor, **wenn man den gefundenen Holzvorrath durch die Hälfte der mit 1 vermehrten Gliederzahl oder Umtriebszeit dividirte.**

Wäre S = 6000 Massenklaftern und n = 24 Jahre, so trüge es unter obiger Voraussetzung zum jährlichen Abtriebe $6000 : \frac{24+1}{2} = 480$ Mklftr. Diese Berechnungsart könnte freilich nur dann zu einem treffenden Ergebnisse führen, wenn die Bestandsmassen durch alle Altersstufen ganz progressiv steigen. Sie wird indeß bei der Forstabschätzung nicht selten mit gebraucht.

§. 89. Ergänzung der arithmetischen Reihe.

Von dem obigen allgemeinen Ausdrucke der arithmetischen Reihe

$$a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ a + 4d,\ a + 5d \ldots$$

läßt sich leicht ableiten, wie man mit Hülfe der Differenz fehlende Zwischenglieder zu suchen und abweichende zu berichtigen hat. Wäre das erste Glied a und das sechste a + 5d, so wäre die einfache Differenz $\frac{(a+5d)-a}{5} = d$. Diese legte man nur zum ersten Gliede 1, 2, 3, 4 mal und bekäme dadurch das 2., 3., 4. und 5. Glied.

1) Hätte man z. B. gefunden, daß ein Waldverband während des I. Jahrzwanzigts 4750 Klftr. abwerfen könne, und wäre ein stetiges Steigen des Ertrags vorauszusetzen bis zum VI. Jahrzwanzigt, wo der Vollertrag mit 5800 Klftr. einträte; so betrüge die Differenz von Periode zu Periode gerechnet,

$$\frac{5800-4750}{5} = 210,$$

und die Ertragsreihe selbst:

I.	Jahrzwanzigt	4750	Klftr.
		210	
II.	»	4960	»
		210	
III.	»	5170	»
		210	
IV.	»	5380	»
		210	
V.	»	5590	»
		210	
VI.	»	5800	»

2) Bei der örtlich und zeitlich sondernden Holzertrags-Abschätzung müssen die nicht sogleich progressiv ausfallenden Periodenerträge zuvor summarisch ausgeglichen werden, ehe man die Versetzung der verschieblichen Ortserträge vornimmt. Ergäbe z. B. eine Ertrags-Zusammenstellung für

das I. Jahrzwanzigt 2000 Klftr.
» II. » 1900 »
» III. » 2500 »
» IV. » 2700 » :

so bestimmte man zuvörderst eine, den Umständen ziemlich entsprechende Ertragsreihe und versuchte nun, wie sich dieselbe aus den gefundenen Periodensummen, nach Maßgabe eines durchschnittlich angenommenen Massenzuwachs-Prozentes, herstellen ließe; denn jede Versetzung in eine andere Abtriebszeit ändert auch die Ertragsmasse. Gesetzt, man bevorzugte folgende Ertragsreihe:

2000 — 2100 — 2300 — 2500.

Bei deren Einrichtung blieb das I. Glied unverändert. Das II. müßte von dem III. 2100 — 1900 = 200 Klftr. bekommen. Betrüge nun der jährliche Zuwachs von der Mitte des II. bis zur Mitte des III. Jahrzwanzigts 3 pCt.: so setzte man $100 : 100 + (3 \times 20) = 200 : x$ (§. 88. §. 74.) und fände, daß dem III. 320 Klftr. zu entnehmen wären, um den Ertragsausfall des II. von 200 Klftr. zu decken. Dem III. blieben 2500 — 320 = 2180 und es brauchte noch zur Ergänzung 120 Klftr. Diese würden dem IV. mit $\frac{(100 + 3 \times 20) \times 120}{100} = 192$ abgenommen, welches nun 2700 — 192 = 2508 Klftr. behielte, was vorläufig genügte. Ebenso schiebt man Ertragsmassen mit ihrem um den Zuwachs vermehrten Nachwerth hinter (§. 74.).

3) Ähnliche Ergänzungen sind bei manchen Normalertrags-Aufstellungen nöthig. Hätte z. B. ein Holzbestand in seinem

40 — 45 — 50 — 55 jährigen Alter
800 — 1125 — 1500 — 1925 K.Fuß Massengehalt,

so fände sich der periodische Jahreszuwachs:

von 40 zu 45 $= \frac{1125-800}{5} = 65$;

von 45 zu 50 $= \frac{1500-1125}{5} = 75$;

von 50 zu 55 $= \frac{1925-1500}{5} = 85$.

Danach könnte man nun die jährliche Steigung des Holzgehaltes jeder Altersperiode unmittelbar ausrechnen, wo eben eine größere Schärfe nicht erforderlich wäre. Z. B. für 45 bis 50 durch:

1125 + 1 × 75, 2 × 75, 3 × 75, 4 × 75, 5 × 75, was für die
45 — 46 — 47 — 48 — 49 — 50 jährigen Alter
1125 — 1200 — 1275 — 1350 — 1425 — 1500 K.Fuß ergäbe.

Die hierbei untergestellte Zuwachsreihe

65 . 65 . 65* . 65 . 65 + 75 . 75 . 75* . 75 . 75 + 85 . 85 . 85* . 85 . 85

ist aber keineswegs naturgemäß. Der wirkliche Jahreszuwachs hält sich frei von allen solchen periodischen Absätzen. Um denselben geeigneter aufzureihen, stellt man den periodischen Jahreszuwachs bloß auf die Mitte seiner Periode und vertheilt die Differenz von einem dieser Hauptglieder * zum andern * auf alle Zwischenglieder. Eine solche rück- und vorwärts anschließende Reihung ließe sich hier z. B. mittels $\frac{75-65}{5} = 2$ bewirken; diese führte zu folgendem

Jahreszuw.: — 65 — 67 — 69 + 71 — 73 — 75 — 77 — 79 + 81 — 83 — 85 — 87 — 89 + 91.
Altersjahr: 42 * 43 . 44 . 45 . 46 . 47 * 48 . 49 . 50 . 51 . 52 * 53 . 54 . 55 . .

Hieraus ergäbe sich der jährlich fortschreitende Massengehalt, angefangen mit obigen

1125 K.Fuß im 45 jährigen Alter:
71
1196 K.Fuß im 46 » »
73
1269 K.Fuß im 47 » »
75
1344 K.Fuß im 48 » »
77
1421 K.Fuß im 49 » »
79
1500 K.Fuß im 50 » »

u. s. w.

Eine noch gesuchtere Aufreihung wäre mindestens für die Genauigkeit solcher Grundlagen überflüssig; denn schon hier erscheinen die Unterschiede ganz unerheblich.

2. Die geometrische Progression.

§. 90. Geometrische Reihe.

Eine Zahlenreihe, in welcher die auf einander folgenden Glieder gleiche Quotienten haben, heißt eine **geometrische Progression** oder **Reihe**. Z. B.

$$81, \quad 27, \quad 9, \quad 3, \quad 1.$$
$$2, \quad 4, \quad 8, \quad 16, \quad 32.$$

Die geometrische Reihe ist eine fortgesetzte stetige geometrische Proportion (§. 60.).

$$81 : 27 = 27 : 9 = 9 : 3 \ldots$$

Der allgemeine Ausdruck für die geometrische Progression ist:

$$a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, aq^5 \ldots$$

Hierin kann der Quotient q, wie bei der Proportion, größer, oder kleiner sein als 1; im ersten Falle ist die Reihe steigend, im zweiten fallend. Daraus ergiebt sich, daß in jedem Falle das folgende Glied der geometrischen Reihe aus dem Produkte des vorhergehenden Gliedes mit dem Quotienten besteht, und daß dagegen jedes vorhergehende Glied gefunden wird, wenn man das folgende durch den Quotienten dividirt.

§. 91. Summirung der geometrischen Reihe.

Nimmt man irgend eine steigende geometrische Reihe an und nennt ihre Summe S, z. B.

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + aq^5 = S,$$

multiplizirt dann alle Theile dieser Gleichung mit dem Quotienten q, wie folgt:

$$aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + aq^5 + aq^6 = Sq,$$

und zieht die erste Gleichung von der andern ab, so bleibt:

$$aq^6 - a = Sq - S,$$

oder $(aq^5 \times q) - a = S \times (q - 1)$, und wird auf beiden Seiten durch $q - 1$ dividirt, so ergiebt sich die Formel

$$\frac{(aq^5 \times q) - a}{q - 1} = S.$$

Die Summe der steigenden geometrischen Reihe wird also gefunden, wenn man das höchste Glied mit dem Quotienten multiplizirt, davon das niedrigste Glied abzieht, und den Rest durch den um 1 verminderten Quotienten dividirt.

Ist die Reihe fallend und mithin der Quotient ein eigentlicher Bruch, so kehrt man denselben um und nimmt die Reihe rückwärts. Z. B. in

162, 54, 18, 6, 2

ist der Quotient $\frac{1}{3}$, und für die rückwärts genommene Reihe $\frac{3}{1} = 3$; daher die Summe

$$= \frac{(162 \times 3) - 2}{3 - 1} = 242.$$

3. Die Logarithmen.

§. 92. Logarithmensystem.

In einer geometrischen Progression, deren erstes Glied 1 ist, z. B. 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000 . . .
oder 10^0 10^1 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 . . .,
wie wir sie schon in §. 42. kennen gelernt haben, sind alle Glieder Potenzen, deren Exponenten 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . in arithmetischer Progression mit fortlaufen, als Faktorenzeiger jedes zugehörigen Gliedes in der Potenzenreihe.

In einer solchen Potenzenreihe findet man die Stelle des Produktes und die des Quotienten zweier Glieder mittels der Summe oder der Differenz ihrer beiden Exponenten (§. 40. 5. 6.), nämlich:

$$100 \times 1000 = 100000;\ 100000 : 1000 = 100.$$
$$2 + 3 = 5 \quad ; \quad 5 - 3 = 2.$$

Ebenso ergiebt sich die Stelle einer neuen Potenz, oder einer neuen Wurzel von irgend einem Gliede durch das Produkt, oder den Quotienten seines Exponenten mit dem gegebenen Grade (§. 40. 7. §. 41. 5.). Z. B.

$$1000^2 = 1000000; \sqrt[3]{1000000} = 100.$$
$$3 \times 2 = 6; \quad 6 : 3 = 2.$$

Zwei ausführliche Zahlenreihen solcher Art gewähren bei weitläufigen Rechnungen die großen Vortheile, daß man
die Multiplikation durch Addition,
die Division durch Subtraktion,
die Potenzerhebung durch Multiplikation,
die Wurzelausziehung durch Division
der stellvertretenden Exponenten leicht verrichten kann.

Man nennt eine solche Zusammenstellung zweier Zahlenreihen Logarithmensystem, den Quotienten in der geometrischen oder Potenzenreihe Grundzahl und die Zahlen der arithmetischen oder Exponentenreihe Logarithmen. Das Logarithmensystem mit der Grundzahl 10 ist zu unserer Zählweise am paßlichsten; es beruht auf folgender Grundlage:

Zahlen.		Logarithmen.
1	»	0
10	»	1
100	»	2
1000	»	3
10000	»	4
100000	»	5
1000000	»	6
10000000	»	7
100000000	»	8
1000000000	»	9
10000000000	»	10

u. s. w.

Zur Ergänzung dieses Ansatzes berechnete man immerfort zwischen den Gliedern der Zahlenreihe neue mittlere Proportio-

nalzahlen (§. 62. 2.), wenn auch nur näherungsweise, und zwischen den Gliedern der Logarithmen die entsprechenden arithmetischen Mittelzahlen (§. 58.), und erhielt somit zu allen ganzen Zahlen die Logarithmen.

§. 93. Zahl. — Logarithme.

Der Logarithme von 1 ist 0; die Logarithmen aller Zahlen über 1 sind positiv, aller Zahlen unter 1, negativ (§. 42.). Nur die Logarithmen der ursprünglichen Potenzen 10, 100, 1000, 10000 u. s. w., wie auch von $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ u. s. w., sind ohne Brüche. Die Logarithmen aller Zwischenzahlen haben Brüche, die man der Bequemlichkeit wegen in Dezimalbrüchen ausgedrückt hat.

Die Logarithmen der Zahlen

von 1 bis 9 haben 0 Einer,
von 10 bis 99 haben 1 Einer,
von 100 bis 999 haben 2 Einer,
von 1000 bis 9999 haben 3 Einer,

. . . .

zur ganzen Zahl.

An der Anzahl von Einern im Logarithmen erkennt man daher, aus welcher Ordnung die dazu gehörige Zahl ist. Hat z. B. der Logarithme 3 Einer, so reicht dessen Zahl in die Tausender oder in die vierte Stelle. Deßhalb nennt man die ganze Zahl des Logarithmen auch Kennziffer oder Charakteristik; die Dezimalen desselben heißen Zusatz oder Mantisse.

Nach der Ordnung der Zahl bestimmt man wiederum die Charakteristik, die in vielen Logarithmentafeln ganz weggelassen ist. Überhaupt hat die ganze Zahl immer eine Stelle mehr, als die Charakteristik ihres Logarithmen positive Einer enthält.

§. 94. Logarithme einer gegebenen Zahl.

In den gewöhnlichen Logarithmentafeln findet man die Logarithmen aller ganzen Zahlen von 1 bis 100999. Zu den voran

stehenden Zahlen gehören die obern Ziffern noch als Einer. Dahinter und darunter folgen die Logarithmen abtheilungsweise mit gemeinschaftlichen Vorderziffern, die bis dahin gelten, wo die Hinterziffern wieder mit 0 anfangen und zugleich ein Sternchen das Gebiet der nächsten Vorderziffern anzeigt. Soll der Logarithme zu einer größern Zahl gesucht werden, etwa zu 5638254: so nimmt man zuvörderst den Logarithmen von so vielen Vorderziffern der gegebenen Zahl, als die Tafeln unmittelbar enthalten, hier nämlich den log. von 56382 = 4,7511405, vermehrt nun die Charakteristik desselben mit so viel Einern, als Zahlstellen zurückgestellt wurden, und ergänzt die Mantisse noch mit dem Proportionaltheile, welcher diesem Zahlenreste zukommt. Die hier in Frage stehende, zu der Zahlen-Differenz 1 gehörige Logarithmen-Differenz ist 77 und findet sich mit ihren Zehnteln in den Tafeln hinten angefügt. Davon kommt auf 54, den zurückgestellten Zahlenrest, als 0,54 der Zahlen-Differenz 1:

für 0,5, hinter 5, der Proportionaltheil 39,
für 0,04, hinter 4, der Proportionaltheil 3.1.
Zusammen 42.1

Es käme also zu jenem Logarithmen 4,7511405
noch die Ergänzung 2 und 42.1
Daher log. von 5638254 = 6,7511447..

§. 95. Zahl zu einem gegebenen Logarithmen.

Ist ein gegebener Logarithme, wozu eben die Zahl gesucht werden soll, nicht genau in den Tafeln enthalten: so nimmt man den nächst kleinern Logarithmen, zieht ihn von dem gegebenen ab, sucht wie vorhin zu dem Logarithmenreste den Proportionaltheil der Zahl und addirt denselben zu der Zahl vom nächst kleinern Logarithmen.

2,4978325 sei der gegebene Logarithme.
2,4978277 ist der Logarithme von . . . 314,65..
Zu dem Reste 48 gehört der Proportionaltheil 35
Die gesuchte Zahl ist also: 314,6535

Die Charakteristik 2 verlangt nur 3 Stellen in ganzen Zah-

len. Wäre sie vielleicht 8 gewesen, so hätte man noch 2 Nullen anhängen müssen, um 9 Stellen in ganzen Zahlen zu bekommen, nämlich: 314653500.

Wird die Zahl mit 10, 100, 1000 u. s. w. multiplizirt, oder dividirt, so ändert dies an ihrem Logarithmen nur allein die Charakteristik.

§. 96. Logarithme eines Dezimalbruches.

Den Logarithmen eines Dezimalbruches nimmt man eben so, wie für eine ganze Zahl, und bestimmt zuletzt nur die Charakteristik nach dem Stande des Komma. Z. B.

Der log. von 314,6535 ist 2,4978325
» » » 3,146535 » 0,4978325
» » » 0,3146535 » 0,4978325 — 1
» » 0,003146535 » 0,4978325 — 3
» 0,000003146535 » 0,4978325 — 6.

Es verursachte in der Rechnung manche Unbequemlichkeit, wenn die Logarithmen der Zahlen unter 1, oder die der eigentlichen Brüche an sich negativ ausgedrückt würden. Daher behält man bei denselben, wie so eben geschehen, die positive Mantisse bei und setzt dahinter mit einem Minuszeichen die Einer, um welche der Logarithme zu groß ist. Rückt nämlich in der Zahl das Komma um 1, 2, 3 . . . Stellen vor, so nimmt auch ihr Logarithme um 1, 2, 3 . . . Einer ab. Kann nun diese Abnahme nicht wirklich Statt finden, so hängt man ohne Weiteres eine negative Charakteristik zur Rechten der Mantisse an, bis im Laufe der Rechnung dieser Anhang wieder zu heben ist.

Wir haben daher folgende Bedeutung dieser angehängten negativen Charakteristik für Dezimalbrüche zu merken:

bei — 1 enthält die höchste Stelle Zehntel,
» — 2 » » » » Hunderttel,
» — 3 » » » » Tausendtel,
» — 4 » » » » Zehntausendtel,
u. s. w.

Überhaupt bezeichnet die negative Charakteristik allemal diejenige Stelle des Dezimalbruches, worin dessen erste zählende Ziffer von dem Komma aus stehen muß.

§. 97. Logarithme eines gemeinen Bruches.

Den Logarithmen eines gemeinen Bruches sucht man, wie den eines Quotienten. Man zieht nämlich von dem Logarithmen des Zählers den Logarithmen des Nenners ab (§. 92.).

Der Logarithme von $\frac{117}{1221} = \log. 117 - \log. 1221$.

$$\log. \text{ von } 117 = 2{,}0681859 = 4{,}0681859 - 2$$
$$\log. \text{ von } 1221 = 3{,}0867157$$
$$\log. \text{ von } \frac{117}{1221} = 0{,}9814702 - 2.$$

Hier mußte die Charakteristik des Logarithmen von 117 um 2 vermehrt werden, damit man einen positiven Rest bekam; dieser erhielt deßhalb, weil er dadurch wirklich um 2 zu groß wurde, — 2 zum Anhange.

Zu obigem Logarithmen 0,9814702—2 findet man den Dezimalbruch 0,095823 . .; es könnten also auch mit Hülfe der Logarithmen gemeine Brüche in Dezimalbrüche verwandelt werden.

§. 98. Potenzerhebung und Wurzelausziehung.

Man erhebt eine Zahl zur Potenz durch Multiplikation ihres Logarithmen mit dem Exponenten der gegebenen Potenz, und zieht umgekehrt aus einer Zahl die Wurzel, indem man ihren Logarithmen durch den Wurzelexponenten dividirt (§. 92).

Z. B. 1) $37^4 = 37 \times 37 \times 37 \times 37$, also

$$\log. 37^4 = 4 \log. 37.$$
$$\log. 37 = 1{,}5682017$$
$$\times 4$$
$$\log. 37^4 = 6{,}2728068.$$

Die Zahl dazu ist: 1874161.

2) $\log. \sqrt[3]{45325} = \frac{\log. 45325}{3} =$

$$\frac{4{,}6563378}{3} = 1{,}5521126.$$

Die Zahl dazu ist: 35,65436 . .

Da die Dezimalen der Logarithmen abgebrochen sind, so weichen, besonders bei Potenzen, die hintersten Stellen manchmal ab; diese Abweichung ist jedoch, zumal für den Genauigkeitsgrad forstlicher Berechnungen, ganz unerheblich.

§. 99. Proportionsrechnung mit Logarithmen.

Um Proportionsaufgaben mit Logarithmen auszurechnen, addirt man die Logarithmen der beiden mittlern Glieder und zieht von dieser Summe den Logarithmen des Vordergliedes ab. Die Rechnung in §. 85. führte zu $x = \frac{9 \times 3 \times 3 \times 125 \times 42}{7 \times 4 \times 4 \times 139{,}13}$. Darin könnten die kleinern Faktoren erst vereinigt werden in $\frac{81 \times 125 \times 42}{112 \times 139{,}13}$.

Nun wäre log. von 81 = 1,9084850
log. von 125 = 2,0969100
log. von 42 = 1,6232493
log. (81 × 125 × 42) = 5,6286443
Davon ab: log. von 112 = 2,0492180
und log. von 139,13 = 2,1434208
log. (112 × 139,13) = 4,1926388
Bliebe log. von x = 1,4360055

Die Zahl dazu ist 27,29, wie oben.

Würde der Logarithme des Hülfsverhältnisses besonders gesucht, nämlich

von dem log. (81 × 125) = 4,0053950
ab der log. (112 × 139,13) = 4,1926388
so erhielte man in 0,8127562 — 1

den beständigen Logarithmen, mit welchem hernach jeder in weimarischem Maße gegebene Forstertrag in preußisches Maß verwandelt werden könnte. Solche beständigen Logarithmen merkt man sich an zu weiterm Gebrauche (§. 66. 2.).

4. Die Zinseszinsrechnung.

§. 100. Grundverhältnisse der Zinseszinsen.

Werden die Zinsen jährlich zu dem Kapitale geschlagen und als zinstragend mit berechnet: so nennt man dies Zinseszins- oder zusammengesetzte Zinsrechnung.

Das Kapital 1 wächst zu 4 Prozent mit Zinseszinsen:

in 1 Jahre auf $(\frac{104}{100})^1$;

$$\text{denn } 100 : 104 = 1 : x$$
$$\text{und } x = \frac{104}{100} \times 1 = (\tfrac{104}{100})^1;$$

in 2 Jahren auf $(\frac{104}{100})^2$;

$$\text{denn } 100 : 104 = (\tfrac{104}{100})^1 : y$$
$$\text{und } y = \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} = (\tfrac{104}{100})^2;$$

in 3 Jahren auf $(\frac{104}{100})^3$;

$$\text{denn } 100 : 104 = (\tfrac{104}{100})^2 : z$$
$$\text{und } z = \frac{104}{100} \times (\tfrac{104}{100})^2 = (\tfrac{104}{100})^3;$$

in 4 Jahren auf $(\frac{104}{100})^4$;

in n Jahren auf $(\frac{104}{100})^n$, u. s. w.

1 wird also mit p pCt. in n Jahren $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$, und

$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ war mit p pCt. vor n Jahren 1.

Nach diesen allgemeinen Zinseszinsverhältnissen berechnet man den Nachwerth und die Zinseszinsen, den Vorwerth und den Rabatt, das Kapital, den Zinsfuß und die Zinszeit, auch Rentenwerthe.

§. 101. Nachwerth mit Zinseszinsen.

Der Nachwerth eines Kapitales K mit Zinseszinsen z" entspringt aus der Proportion:

$$1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = K : K + z''.$$

Daher

$$K + z'' = \left(\frac{100+p}{100}\right)^n \times K.$$

Ein Kapital von 3600 Fl. steigt hiernach mit 4 pCt. Zinseszinsen in 12 Jahren auf

$K + z'' = (\frac{104}{100})^{12} \times 3600 = 5763{,}7$ Fl.

Berechnung:

von log. 104 = 2,0170333
ab log. 100 = 2,0000000
bleibt log. $\frac{104}{100}$ = 0,0170333
Diesen multiplizirt mit 12
340666
170333
giebt log. $(\frac{104}{100})^{12}$ = 0,2043996
Dazu log. 3600 = 3,5563025
Also log. $[(\frac{104}{100})^{12} \times 3600]$ = 3,7607021.
Dessen Zahl = 5763,7 wie oben.

Die Zinseszinsen betragen

$$5763{,}7 - 3600 = 2163{,}7 \text{ Fl.}$$

§. 102. Zinseszinsen.

Die Zinseszinsen z'' können auch für sich berechnet werden durch die Proportion:

$$1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 = K : z'',$$

nach welcher

$$z'' = \left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right] \times K.$$

Obige Zinseszinsen von 3600 Fl. bei 4 pCt. in 12 Jahren betragen mithin:

$z'' = [(\frac{104}{100})^{12} - 1] \times 3600 = 2163{,}7$ Fl.

Denn log. $(\frac{104}{100})^{12}$ = 0,2043996
Die Zahl dazu ist = 1,60103
Also $(\frac{104}{100})^{12} - 1$ = 0,60103
und 0,60103 × 3600 = 2163,7.

Wenn man beim Gebrauche der Logarithmen auf Glieder mit + oder — stößt, so muß zum Logarithmen jedes einzelnen Gliedes die zugehörige Zahl gesucht werden, weil man die Zah-

len mittels der Logarithmen weder addiren, noch subtrahiren kann. Deßhalb ist diese abgesonderte Zinsenberechnung auch schwerfälliger.

§. 103. Vorwerth zu Zinseszinsen.

Den Vorwerth K einer Summe oder den Werth derselben nach Abzug des Zinseszins-Rabattes z" findet man durch die Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n : 1 = K + z'' : K,$$

aus welcher folgt:

$$K = \frac{K+z''}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n} = (K+z'') \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n \quad (§. 21, 2.).$$

Wird z. B. gefragt, wie groß ist die Summe von 4000 Fl. mit 4 pCt. Zinseszinsen vor 10 Jahren gewesen: so antwortet man

$$K = 4000 : (\tfrac{104}{100})^{10} = 2702{,}26 \text{ Fl.}$$

Denn log. 4000 = 3,6020600
ab log. $(\frac{104}{100})^{10}$ = 0,1703330
bleibt log. $[4000 : (\frac{104}{100})^{10}]$ = 3,4317270.
Dessen Zahl ist 2702,26.

Anstatt $4000 : \left(\frac{104}{100}\right)^{10}$ könnte man auch, um sich der Division zu überheben, setzen

$$4000 \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10}, \text{ nämlich:}$$

log. 100 = 2,0000000 = 3,0000000 — 1
log. 104 = 2,0170333
log. $\frac{100}{104}$ = 0,9829667 — 1
10
9,8296670 — 10 = 0,8296670 — 1
log. $(\frac{100}{104})^{10}$ also = 0,8296670 — 1
log. 4000 = 3,6020600
log. $4000 \times (\frac{100}{104})^{10}$ = 3,4317270
und dessen Zahl = 2702,26.

Der Rabatt betrüge:

$$4000 - 2702{,}26 = 1297{,}74 \text{ Fl.*)}$$

§. 104. Zinseszins-Rabatt.

Der Zinseszins-Rabatt z'' könnte auch für sich berechnet werden nach der Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 = K + z'' : z'',$$

welche ergiebt:

$$z'' = \frac{\left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right] \times (K + z'')}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n}.$$

Sollten z. B. 4000 Fl., zahlbar in 10 Jahren, jetzt abgetragen werden, und der Schuldner dürfte Zinseszins-Rabatt mit 4 pCt. in Abzug bringen, so berechnete sich:

$$z'' = \frac{\left[\left(\frac{104}{100}\right)^{10} - 1\right] \times 4000}{\left(\frac{104}{100}\right)^{10}} = 1297{,}74 \text{ Fl.}$$

Denn log. $\left(\frac{104}{100}\right)^{10}$	$= 0{,}1703330$
Die Zahl dazu ist	$= 1{,}480243$
also $\left(\frac{104}{100}\right)^{10} - 1$	$= 0{,}480243$
log. $\left[\left(\frac{104}{100}\right)^{10} - 1\right]$	$= 0{,}6814610 - 1$
log. 4000	$= 3{,}6020600$
log. $\left(\left[\left(\frac{104}{100}\right)^{10} - 1\right] \times 4000\right)$	$= 3{,}2835210$
log. $\left(\frac{104}{100}\right)^{10}$	$= 0{,}1703330$
log. $\frac{\left[\left(\frac{104}{100}\right)^{10} - 1\right] \times 4000}{\left(\frac{104}{100}\right)^{10}}$	$= 3{,}1131880$

Die Zahl dazu ist 1297,74.

§. 105. Kapital zu Zinseszinsen.

Das Kapital K ergiebt sich aus den Zinseszinsen z'' durch folgende Proportion:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 : 1 = z'' : K,$$

*) Dies Vorwerthberechnen heißt im Handel „Discontiren."

in dem Werthe: $K = \frac{z''}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

Hiernach ist ein Kapital, das mit 4½ pCt. in 3 Jahren 1500 Fl. Zinseszinsen abwirft:

$$K = 1500 : \left[\left(\frac{104,5}{100}\right)^3 - 1\right] = 10625,48 \text{ Fl.}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Denn log.} \left(\frac{104,5}{100}\right)^3 & = 0,0573489 \\ \text{Die Zahl dazu} & = 1,14117 \\ \text{also} \left(\frac{104,5}{100}\right)^3 - 1 & = 0,14117 \\ \hline \text{log. } 1500 & = 3,1760913 \\ \text{log.} \left[\left(\frac{104,5}{100}\right)^3 - 1\right] & = 0,1497424 - 1 \\ \hline \text{log. } 1500 : \left[\left(\frac{104,5}{100}\right)^3 - 1\right] & = 4,0263489 \end{array}$$

Die Zahl dazu ist 10625,48.

§. 106. Zinsfuß zu Zinseszinsen.

Die Prozente p berechnet man nach dem Kapitale, dessen Nachwerth $K + z''$ und der Zinszeit n mittels der Proportion:

$$K : K + z'' = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n.$$

Aus dieser geht hervor:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \frac{K+z''}{K}$$

$$\frac{100+p}{100} = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}}$$

$$100+p = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}} \times 100$$

$$p = \sqrt[n]{\frac{K+z''}{K}} \times 100 - 100.$$

Wäre ein Kapital von 800 Fl. im Verlauf von 6 Jahren mit Zinseszinsen zu 1080 Fl. angewachsen, so betrüge:

$$p = \sqrt[6]{\left(\frac{1080}{800}\right)} \times 100 - 100 = 5,13 \text{ pCt.}$$

§. 107. Zinszeit zu Zinseszinsen.

Die **Zinszeit** n läßt sich ebenfalls aus dem Kapitale, dessen Nachwerth $K+z''$ und den Prozenten p mittels der Proportion:

$$K : K+z'' = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n$$

entziffern, nämlich:

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \frac{K+z''}{K}$$

$$\log. \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = \log. \frac{K+z''}{K}$$

$$n \log. \frac{100+p}{100} = \log. \frac{K+z''}{K}$$

$$n = \frac{\log. \frac{K+z''}{K}}{\log. \frac{100+p}{100}}.$$

Würde nach der Zeit gefragt, in welcher 3000 Fl. mit 5 pCt. zu 5500 Fl. anwachsen, so antwortete man:

$$n = \frac{\log. \frac{5500}{3000}}{\log. \frac{105}{100}} = 12 \text{ Jahr } 5 \text{ Monat } 2 \text{ Tage.}$$

§. 108. Rentenrechnung.

Renten sind jährlich erfolgende, gleiche Einnahmen. Die vollkommene Rente geht immerwährend von Jahr zu Jahr ein, und gleicht somit den Zinsen eines feststehenden Kapitales. 600 Fl. jährliche Einkünfte haben bei 4 pCt. nach der Proportion:

$$4 : 100 = 600 : K,$$

zum Kapitalwerth $\frac{100}{4} \times 600 = 15000$ Fl.

Nennen wir von einer solchen immerwährenden Rente die jährliche Rentenpost r, so ist das Rentenkapital, nach der allgemeinen Proportion

$$p : 100 = r : K,$$

$$K = \frac{100}{p} \times r,$$

das Produkt des Einheitskapitales $\frac{100}{p}$ mit der Rentenpost r (§. 76. 1.).

Führen wir nun einmal, gleichsam zur Probe, alle einzelnen Rentenposten, wie sie der Zeit nach eingehen, für sich auf ihren Jetztwerth, so erhalten wir für die

1. Post. $\left(\frac{100}{100+p}\right) \times r$ (n. §. 103.)

2. » $\left(\frac{100}{100+p}\right)^2 \times r$

3. » $\left(\frac{100}{100+p}\right)^3 \times r$

⋮

n. » $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n \times r$

und für eine letzte nach unendlich langer Zeit ∞ Statt findende Post $\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty \times r$.

Daraus ergiebt sich als gegenwärtiger Gesammtwerth aller Rentenposten:

$$\left[\left(\frac{100}{100+p}\right)^1+\left(\frac{100}{100+p}\right)^2+\left(\frac{100}{100+p}\right)^3+\ldots\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty\right]\times r.$$

Summiren wir nun diese geometrische Reihe, deren höchstes Glied $\frac{100}{100+p}$, deren Quotient $\frac{100+p}{100}$ und deren niedrigstes Glied, als unendlich hohe Potenz eines eigentlichen Bruches, $\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty = 0$ ist: so geht nach §. 91.

$$\frac{\left(\frac{100}{100+p}\times\frac{100+p}{100}\right)-\left(\frac{100}{100+p}\right)^\infty}{\frac{100+p}{100}-1}\times r=\frac{1-0}{\frac{100}{100}+\frac{p}{100}-1}\times r=$$

$$\frac{1-0}{\frac{p}{100}}\times r=\left[1:\frac{p}{100}\right]\times r=1\times\frac{100}{p}\times r=\frac{100}{p}\times r$$ hervor,

wieder der obige Kapitalwerth von der ganzen Rente. Dies begründet ein weiteres Verfahren, wie man auch einzelne Rentenposten und Rentenstücke für sich kapitalisiren kann; es versteht sich aber, nur vermittelst der Zinseszinsrechnung.

VIII. Waldwerthberechnung.

---

§. 109. Grundlagen der Waldwerthberechnung.

Der Geldwerth einer Waldung, oder eines Waldstückes, so wie der wahrscheinliche Gewinn von einer Holzanlage, wird berechnet nach den davon zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben und nach dem geeigneten Zinsfuße.

Die Einnahmen werden gewonnen von allen verkäuflichen Holz- und andern Nutzungen. Die Ausgaben bestehen in Verwaltungskosten, etwaigen Abgaben, Unterhaltungskosten, Bereitungskosten u. d. m. Den Zinsfuß zur Verwandlung der künftigen Einnahmen und Ausgaben in ihren gegenwärtigen Kapitalwerth bestimmt man nach den eben herrschenden Zinsverhältnissen und nach besondern Absichten und Zwecken der Betheiligten.

Hier kann weder vom Eigenwerthe des Bodens und des Holzvorraths, noch von einer Umsetzung des letztern in einträglicheres Geldkapital, noch von Thulichkeit der aussetzenden oder nachhaltigen Benutzung, oder von gänzlicher Waldzerschlagung gehandelt werden, auch nicht von Ersparung in der Verwaltung und Unterhaltung, oder von andern Mitteln und Wegen zur Bestimmung und Erhöhung des Reinertrags. Das Alles ist Gegenstand der Forstabschätzung, aber nicht der Werthberechnung.

Wir sehen hier alle Einnahme- und Ausgabeposten, so wie den Zinsfuß als unbedingt gegeben an, mittels gründlicher Erwägung aller bezüglichen Verhältnisse, und berechnen danach

den Waldwerth mit strenger Beobachtung des Grundsatzes: Der gesuchte Geldwerth muß dem gegenüber gegebenen Reinertrage aller Zeiten gleichen, oder der Verkäufer mit seinem Kapitaleinkommen muß dem Käufer mit seinem Forsteinkommen durchaus gleich stehen.

§. 110. Vorbereitung zur Rechnung.

Bei einem ganzen Waldverbande mit Nachhaltbetrieb erfolgen die Einnahmen und Ausgaben ununterbrochen von Jahr zu Jahr. Man ordnet die Erträge gewöhnlich zwischen gleiche Zeitabschnitte, in Jahrfünfte, Jahrzehnde oder Jahrzwanzigte, bis dahin, wo die ständige Nutzung eintritt. In der Regel findet während eines jeden solchen Zeitraumes ein gleichmäßiger Betrieb, also auch ein jährlich gleicher Ertrag Statt. Die dadurch erhaltenen Rechnungsposten haben daher die Beschaffenheit ordentlicher Renten, die wenigstens von einem Zeitabschnitte zum andern jährlich gleich stehen.

Die einzelnen Waldstücke oder Holzanlagen sind einem aussetzenden Betriebe unterworfen; denn es kann darin nicht alljährlich gewirthschaftet werden. Die Einnahme- und Ausgabeposten derselben ergeben sich daher mehr vereinzelt, doch eben auch wiederkehrend.

Zum Ansatze der Werthberechnung werden alle geschätzten Naturalerträge in Geld ausgeworfen. Dabei gleicht man schon manche Ausgaben gegen Einnahmen aus, zieht nämlich ständige Holzabgaben von dem Holzertrage, Bereitungskosten von dem Verkaufspreise ab, u. s. w. Hiernächst werden die gleichzeitigen Gelderträge und Geldausgaben, so viel als thulich, gegen einander aufgehoben und so zusammengereiht, wie es zur leichtern Rechnung eben dienlich ist.

Wir nehmen in der Regel die Verfallzeit jeder Einnahme- und Ausgabepost zu Ende des dabei genannten Jahres an, und zählen daher Alles, was ganz zu Anfang des ersten Jahres besonders eingeht, oder ausgegeben werden muß, für sich mit auf. In jedem Rechnungsfalle bestimmen wir zuvörderst das allgemeine Werthverhältniß, oder den fraglichen Werth von 1, und multipliziren diesen mit der gegebenen Post. Die gewöhn-

lich vorkommenden Werthe von der in Frage stehenden Einheit finden sich in den anliegenden Werthtafeln A, B, C, D und E, S. 128 bis 135; wo diese nicht zureichen, gebraucht man Logarithmen.

In unsern Formeln sind folgende allgemeinen Bezeichnungen und Ausdrücke beibehalten:

p für die Prozente,

$\frac{100}{p}$ für das Einheitskapital,

$\frac{100+p}{100}$ für den spätern Werth von 1 nach einem Jahre,

$\frac{100}{100+p}$ für den frühern Werth von 1 vor einem Jahre,

n für die volle Jahreszahl der Zinseszinszeit,

Dabei sind die gegebenen Fälle durch bildliche Darstellung ihrer Zeitfolge mehr versinnlicht.

§. 111. Nachwerth einmaliger Einnahmen.

Taf. A.

$$1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \underbrace{n}_{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n}$$

Der spätere Werth von Einnahmen oder Ausgaben kommt vorzüglich bei Holzanlagen in Betracht und ist nichts anderes, als der Nachwerth. Zur Berechnung desselben dient der allgemeine Satz:

$$1 \text{ giebt } \left(\frac{100+p}{100}\right)^n,$$

nämlich: 1 wird in n Jahren mit p Prozent Zinseszinsen $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ (§. 101.).

Würde z. B. ein Morgen Land jetzt für 5 Thlr. mit Erlen bepflanzt, und man fragte, wie hoch diese Ausgabe zu 4 pCt. Zinseszinsen in 20 Jahren anwächst: so würde 1 zu $(\frac{104}{100})^{20}$ und 5 zu $5 \times (\frac{104}{100})^{20}$ hinaufsteigen.

Dieser Erwartungswerth von 1, nämlich $(\frac{104}{100})^{20}$, könnte,

wie oben geschehen, durch Logarithmen ausgemittelt werden; kürzer nimmt man ihn jedoch unmittelbar aus der hier angefügten Nachwerthtafel A, 128 und 129, welche $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ für alle uns vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hierin steht unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Nachwerth von 1, die Zahl 2,19112 $= (\frac{104}{100})^{20}$. Danach ist der gesuchte Werth

$$5 \times 2{,}19112 = 10{,}9556 \text{ Thlr.} = 10 \text{ Thlr. } 28 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}$$

Zur Berechnung des Nachwerthes einer einzelnen Einnahme oder Ausgabepost haben wir also die Regel: Man multiplizire die gegebene Post mit der Werthzahl von 1 aus der Nachwerthtafel A bei gleichen Prozenten und gleicher Zeit.

Der Nachwerth von 25 Thlr. in 18 Jahren mit 3½ Prozent Zinseszinsen würde berechnet:

```
 1,85749 Werthzahl von 1
     × 25 gegebene Zahl.
 -------
  928745
 371498
 -------
 46,43725 Thlr. Nachwerth von 25.
```

Zusatz zu §. 111. Nachwerth mehrmaliger Einnahmen. Taf. E.

Der Nachwerth mehrmaliger Einnahmen oder Ausgaben aus der Vergangenheit kann eben auch mittels Taf. A postenweise berechnet werden. Fände jedoch ein gleicher Entfall von einem gewissen Zeitpunkte an jährlich Statt, so bedient man sich lieber des Vergangenheits-Rentenwerthes. Im nächsten Jahre nach der letzten Zahlung ist nämlich:

$$1 = \left(\frac{100+p}{100}\right)^1 + \left(\frac{100+p}{100}\right)^2 + \left(\frac{100+p}{100}\right)^3 \ldots\ldots \left(\frac{100+p}{100}\right)^n,$$

und die Summe dieser geometrischen Progression (§. 91.)

$$= \left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n+1} - \frac{100+p}{100}\right] : \left(\frac{100+p}{100} - 1\right).$$

Wären nun z. B. an irgend ein Waldstück während der letztern fünf vollen Jahre jährlich 30 Thlr. Anbaukosten gewendet worden, und hätte man für das Jahr danach den Werth dieses Kostenaufwandes mit 4 pCt. zu kapitalisiren, so rechnete man:

$$1 \text{ giebt } [(\tfrac{104}{100})^6 - \tfrac{104}{100}] : (\tfrac{104}{100} - 1),$$
$$= (1{,}26532 - 1{,}04) : 0{,}04 = 5{,}633;$$

30 Thlr. geben $5{,}633 \times 30 = 168{,}99$ Thlr.

Diese Nachwerthe der seit n Jahren jährlich entfallenen Einheiten findet man zum Behuf der Waldwerthberechnung unmittelbar auf Taf. E; so z. B. unter 4 pCt. und hinter 5, obigen Werthfaktor 5,633. Wäre eine solche rentenartige Zahlung schon früher eingestellt worden, so müßte man zu diesem Gesammtwerthe, als einmaligen Betrag angesehen, mittels Taf. A noch den jetzigen Nachwerth berechnen.

§. 112. Vorwerth einmaliger Einnahmen.
Taf. B.

$$0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \overset{n}{1}$$
$$\underbrace{\left(\frac{100}{100+p}\right)^n}$$

Der frühere Werth einer Einnahme oder der Vorwerth ist zu finden mittels des allgemeinen Satzes:

$$1 \text{ giebt } \left(\frac{100}{100+p}\right)^n,$$

nämlich: 1 ist n Jahre früher bei p pCt. Zinseszinsen $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ (§. 103.).

Wirft z. B. ein Holzbestand am Ende des 20. Jahres 10 Thlr. 28 Sgr. 8 Pf. oder 10,9556 Thlr. ab, und man fragte, wie viel ist diese Einnahme jetzt werth zu 4 pCt. Zinseszinsen: so würde 1 zu $(\tfrac{100}{104})^{20}$, und 10,9556 zu $10{,}9556 \times (\tfrac{100}{104})^{20}$ heruntergehen.

Diesen Vorwerth von 1, nämlich $(\tfrac{100}{104})^{20}$, nimmt man unmittelbar aus der Vorwerthtafel B, 130 und 131, welche

$\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ für alle vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hierin steht unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Vorwerth von 1, die Zahl 0,45639 = $\left(\frac{100}{104}\right)^{20}$. Danach wäre der gesuchte Jetztwerth

$$10{,}9556 \times 0{,}45639 = 5 \text{ Thlr.}$$

Zur Berechnung des Vorwerthes einer einzelnen Einnahme- oder Ausgabepost nehmen wir nun die Regel an: Man multiplizire die gegebene Post mit der Werthzahl von 1 aus der Vorwerthtafel B unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zeit.

Der Vorwerth einer nach 15 Jahren fälligen Einnahmepost von 30 Thlr. mit 4½ pCt. Zinseszinsen würde berechnet:

0,51672 Werthzahl von 1
× 30 Einnahmepost.
15,50160 Thlr. Vorwerth von 30.

Übrigens läßt sich auch der Vorwerth mittels der Nachwerthtafel und der Nachwerth mittels der Vorwerthtafel berechnen, wenn man die unbequeme Division nicht vermeiden will;

$$\text{denn } 1 \times \left(\frac{100+p}{100}\right)^n = 1 : \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$$

$$\text{und } 1 \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n = 1 : \left(\frac{100+p}{100}\right)^n \text{ (§. 21.).}$$

§. 113. Kapitalwerth voller Renten. Taf. C.

A.0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ∞

$\frac{100}{p}$

Die hier dargestellte, von jetzt an immerwährend wiederkehrende, jährlich gleiche Einnahme ist eine vollkommene Rente; ihr Werth gleicht, wie bekannt, einem Kapitale, das ganz dieselben Zinsen abwirft. Ist die jährliche Rentenpost r = 1, so beträgt der Rentenwerth im eigentlichen Anfangs- oder 0-Punkte der Rente, ein Jahr

vor Eingang der ersten Rentenpost, $\frac{100}{p}$ (§. 108.). Zur Berechnung des vollen Rentenwerthes dient also das Einheitskapital, in dem Ansatze:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p}.$$

Eine alljährliche Einnahme von 600 Thlr., die sogleich mit Ende des ersten Jahres erfolgt, hat demnach zu ihrem Jetztwerthe

bei 5 Prozent: $600 \times \frac{100}{5} = 600 \times 20 = 12000$ Thlr.
bei 3 Prozent: $600 \times \frac{100}{3} = 600 \times 33\frac{1}{3} = 20000$ Thlr.

Die fortlaufenden Ausgaben behandelt man als negative Einnahmen. Fände sich z. B. neben jener Einnahme eine jährliche Ausgabe von 50 Thlr., so betrüge ihr Werth bei 5 Prozent: $50 \times 20 = 1000$ Thlr. und der reine Einnahmewerth wäre

$$12000 - 1000 = 11000 \text{ Thlr.}$$

Kürzer ist es jedoch, sogleich die reine Einnahme auszuwerfen. Diese ist hier $600 - 50 = 550$ Thlr. und mit 5 pCt. kapitalisirt, $550 \times 20 = 11000$ Thlr.

Fände sich am Anfange des ersten Jahres zufällig noch eine Einnahme oder Ausgabe, die eigentlich der Rente nicht mehr angehört, in letzterm Falle z. B. 50 Thlr. Einnahme für noch vorhandene Hölzer: so würde dieselbe dem gefundenen Werthkapitale besonders zugerechnet, nämlich $11000 + 50 = 11050$ Thlr.

Übrigens ist aus obigen Ansätzen ersichtlich, welchen wichtigen Einfluß der Zinsfuß auf die Ergebnisse der Waldwerthberechnung hat, und daß man, schon wegen der in ihm beruhenden großen Werthunterschiede, die hintern Dezimalen mancher Faktoren sehr wohl vernachlässigen darf.

Die Regel zur Berechnung des Kapitalwerthes einer vollkommenen Rente ist also: Man multiplizire die jährliche Einnahme mit dem Einheitskapitale $\frac{100}{p}$.

Diese vollen Kapitalwerthe von 1 sind:

Zu 3 Prozent $\frac{100}{3} = 33{,}33333\ldots$

Zu 3½ Prozent $\frac{100}{3{,}5} = 28{,}57143$

Zu 4 Prozent $\frac{100}{4} = 25.$

Zu 4½ Prozent $\frac{100}{4{,}5} = 22{,}22222\ldots$

Zu 5 Prozent $\frac{100}{5} = 20.$

Man findet sie auf der Rentenwerthtafel C, 132, hinter dem Null-Punkte der Rente.

Hiernach würde der Kapitalwerth einer alljährlichen Einnahme von 80 Thlr. mit 3½ pCt. berechnet:

28,57143 Voller Rentenwerth zu 1.
× 80 Jährliche Einnahme.
2285,7144 Kapitalwerth zu 80.

§. 114. Kapitalwerth hinterer Rentenstücke.
Taf. C.

B. 0..........$\overset{n}{1}$1111111111111111111111111111∞

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ $\quad \frac{100}{p}$

Beginnt eine fortwährende, jährliche Einnahme erst nach Verlauf einer gewissen Zeit, wie in der Darstellung B, so muß von ihrem vollen Rentenwerthe jener Zeit, als einmalige Einnahme angesehen, der jetzige Vorwerth berechnet werden. Die jährliche Einnahme 1 hat (nach §. 113.) zum vollen Rentenwerthe $\frac{100}{p}$; wird diese Rente aber erst nach n Jahren gangbar oder nach n + 1 Jahren zum ersten Male fällig: so ist (n. §. 112.) der gegenwärtige Werth davon $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$. Daraus entspringt zur Werthberechnung eines jeden hintern Rentenstückes die allgemeine Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Würde nun z. B. eine solche Rente von 600 Thlr. erst nach dem 10. Jahre gangbar, oder am Ende des 11. Jahres zum ersten Male fällig: so wäre ihr voller Kapitalwerth am Ende des 10. Jahres bei 4 pCt.

$$600 \times \frac{100}{4} = 15000 \text{ Thlr. (§. 113.)}$$

und davon der gegenwärtige Vorwerth, $15000 \times (\frac{100}{104})^{10}$, nach der Vorwerthtafel,

$$15000 \times 0{,}67556 = 10133{,}4 \text{ Thlr.}$$

Diese 10133,4 Thlr. wachsen in 10 Jahren mit Zinseszinsen zu jenem bleibenden Kapitale von 15000 Thlr. an, das alsdann, mit Ende des 11. Jahres anfangend, fortwährend die 600 Thlr. jährlich abwirft.

Der gegenwärtige Werth eines hintern Rentenstückes von der jährlichen Einnahme 1 ist unmittelbar in der Rentenwerth-Tafel C, 132 und 133, zu finden, welche $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ für die vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hieraus nimmt man für unsere Aufgabe unter 4 Prozent und hinter der Jahreszahl 10, als Rentenwerth von 1, die Zahl 16,88912 $= \frac{100}{4} \times (\frac{100}{104})^{10}$ ohne Weiteres, und multiplizirt sie mit 600, was obige 10133,4 Thlr. giebt.

Wir haben somit die kurze Regel zur Berechnung des gegenwärtigen Werthes von einer später eintretenden Rente:

Man multiplizire die gegebene jährliche Einnahme mit der Werthzahl von 1 aus der Rentenwerth-Tafel C unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zeit.

Hiernach würde die jährliche Einnahme von 50 Thlr., welche nach 10 Jahren eintritt, mit 3½ pCt. Zinseszinsen für die gegenwärtige Zeit kapitalisirt:

20,25485	Rentenwerth zu 1.
× 50	Jährliche Einnahme.
1012,7425 Thlr.	Gesuchter Rentenwerth von 50.

Zu bemerken ist noch, daß bei allen Berechnungen der Kapitalwerthe von Renten diejenige Jahreszahl gebraucht wird, welche dem Eintritte der ersten Rentenpost vorangeht, weil das Kapital erst ein Jahr liegen muß, ehe es die Zinsen abwirft. Für eine Rente, deren erste Post am Ende des 11. Jahres eingeht, wird also der 10jährige Vorwerth gesucht. Die Ausdrücke: nach dem 10. Jahre . . . von dem 11. Jahre an . . . sind hier gleichbedeutend; doch ist der erstere übereinstimmig mit der, die Rechnung bestimmenden Jahreszahl.

§. 115. Kapitalwerth vorderer Rentenstücke.

Taf. C.

A. 0111111111i111111111i111111111i111111111i∞

$\frac{100}{p}$

B. 0..........ⁿ111111111i111111111i111111111i∞

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

C. 0111111111i............................ (n)

$\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

Eine sogleich beginnende, jährliche Einnahme, die, wie hinter C dargestellt, nach einiger Zeit ganz aufhört, ist anzusehen als das vordere Stück einer vollen, im übrigen ganz gleichen Rente A, und wird gefunden, wenn man von dieser das hintere Rentenstück B abzieht, das mit dem Aufhören des gegebenen beginnt. Der Werth einer vollen Rente A von 1 ist, wie bekannt, $\frac{100}{p}$, und der Jetztwerth eines hintern Rentenstückes B von 1, das erst nach n Jahren beginnt, ist $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$; folglich beträgt der Jetztwerth des vordern Rentenstückes C oder der jährlichen Einnahme 1, die sogleich beginnt und bis in das n. Jahr dauert, $\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$.

Das vordere Rentenstück berechnen wir also nach der allgemeinen Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Gingen z. B. 600 Thlr. die nächsten 10 Jahre hinter einander jährlich ein, und man fragte nach dem gegenwärtigen Werthe davon bei 4 pCt.: so würde folgendermaßen gerechnet:

A) Eine immerwährende Rente von 600 Thlr. ist, mit 4 pCt. kapitalisirt, gegenwärtig werth:

$600 \times \frac{100}{4} = 15000$ Thlr.

B) Ein nach dem 10. Jahre beginnendes, fortdauerndes Rentenstück von 600 Thlr. mit 4 pCt. ist gegenwärtig werth (n. §. 114.):

$600 \times \frac{100}{4} \times (\frac{100}{104})^{10} = 600 \times 16{,}8891 = 10133{,}4$ Thlr.

C) Das vordere Rentenstück von 600 Thlr. jährlicher Einnahme während der ersten 10 Jahre hat also zum Jetztwerthe:

$15000 - 10133{,}4 = 4866{,}6$ Thlr.

Betrachten wir die Theile dieser Rechnung näher, so findet sich:

$$600 \times \frac{100}{4} - 600 \times 16{,}8891 = 600 \times (\frac{100}{4} - 16{,}8891).$$

Daraus ergiebt sich folgende abgekürzte Regel für die Werthberechnung der vordern Rentenstücke: Man ziehe die aus der Rentenwerth-Tafel C genommene Werthzahl der Hinterrente von dem zu 1 gehörigen vollen Rentenwerthe ab und multiplizire den Rest mit der jährlichen Rentenpost.

Der Werth einer sogleich beginnenden, 15 Jahre dauernden, jährlichen Einnahme von 70 Thlr. mit 4½ pCt. Zinseszinsen würde also berechnet:

22,22222	Voller Rentenwerth zu 1.
— 11,48267	Hinterrentenwerth zu 1.
10,73955	Vorderrentenwerth zu 1.
× 70	Jährliche Rentenpost.
751,7685	Gesuchter Rentenwerth von 70.

Der obige allgemeine Ausdruck $\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ läßt sich verwandeln in $\frac{100}{p} \times \left[1 - \left(\frac{100}{100+p}\right)^n\right]$, und dies giebt eine Formel zur Berechnung des gleichen Werthes vermittelst der Vorwerthtafel, nämlich:

$$\frac{100}{4,5} \times \left[1 - \left(\frac{100}{104,5}\right)^{15}\right] \times 70 = 22,22222 \times (1 - 0,51672) \times 70.$$

Man könnte auch nach §. 112. von den gegebenen Einnahme-posten die Jetztwerthe einzeln berechnen mittels der Formel

$$70 \times \left[\left(\frac{100}{104,5}\right)^1 + \left(\frac{100}{104,5}\right)^2 + \left(\frac{100}{104,5}\right)^3 \ldots \left(\frac{100}{104,5}\right)^{15}\right].$$

Hierzu würden die 15 Werthzahlen in der Vorwerthtafel unmittelbar addirt, und man erhielte $10,73954 \times 70$.

§. 116. Kapitalwerth mittlerer Rentenstücke.
Taf. C.

B. 0..........^{n}11111111111111111111111111∞

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

B'. 0.........................^{m}1111111111111111111∞

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m$

D. 0..........111111111..........................

$\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m$

Eine jährliche Rente, die wie in der Reihe D nach gewisser Zeit erst beginnt und dann nach einiger Zeit wieder aufhört, ist als Unterschied zweier hintern, übrigens gleichen Rentenstücke B — B' anzusehen, von denen das eine mit dem gegebenen Anfange n und das andere mit dem gegebenen Ende m eintritt.

B, das früher nach n Jahren eintretende Rentenstück ist (n. §. 114.) für die Einnahme 1 $= \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$

B', das später nach m Jahren eintretende, ist $= \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m$

D, der Werth des gesuchten mittlern Rentenstückes, der Unterschied von beiden, wird also berechnet nach der allgemeinen Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m.$$

Sollte z. B. der gegenwärtige Werth einer von dem 11. bis in das 20. Jahr dauernden jährlichen Rente von 500 Thlr. mit 3 pCt. Zinseszinsen berechnet werden: so suchte man erstlich (n. §. 114.) den Werth eines solchen, eben auch nach 10 Jahren eintretenden, aber fortwährenden Rentenstückes

$$500 \times \tfrac{100}{3} \times (\tfrac{100}{103})^{10} = 500 \times 24{,}80314 = 12401{,}5 \text{ Thlr.}$$

Dieser Werth ist jedoch um das, nach dem 20. Jahre abfallende, hintere Rentenstück zu groß, nämlich um:

$$500 \times \tfrac{100}{3} \times (\tfrac{100}{103})^{20} = 500 \times 18{,}45588 = 9227{,}9 \text{ Thlr.}$$

Das gesuchte 10jährige Rentenstück, vom 11. bis zum 20. Jahre dauernd, ist mithin gegenwärtig werth:

$$12401{,}5 - 9227{,}9 = 3173{,}6 \text{ Thlr.}$$

Erwägen wir, daß

$$500 \times 24{,}80314 - 500 \times 18{,}45588 = 500 \times (24{,}80314 - 18{,}45588):$$

so bietet sich uns eine oben schon gebrauchte Abkürzung wieder dar mit folgender Regel zur Berechnung des gegenwärtigen Werthes von einem Rentenstücke aus mittler Zeit: Man subtrahire zuvor die beiden Faktoren aus der Rentenwerthtafel C und multiplizire nachher den Rest mit der Rentenpost. Z. B.

24,80314	Früherer Rentenwerth zu 1.
—18,45588	Späterer Rentenwerth zu 1.
6,34726	Mittler Rentenwerth zu 1.
× 500	Jährliche Rentenpost.
3173,630 Thlr.	Gesuchter Kapitalwerth zu 500.

Obiger allgemeine Ausdruck $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^m - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ ist gleich $\frac{100}{p} \times \left[\left(\frac{100}{100+p}\right)^n - \left(\frac{100}{100+p}\right)^m\right]$. Diese Formel dient uns, denselben Werth vermittelst der bloßen Vorwerthtafel zu berechnen, nämlich durch

$$\tfrac{100}{3} \times \left[\left(\tfrac{100}{103}\right)^{10} - \left(\tfrac{100}{103}\right)^{20}\right] \times 500 = 33{,}33333 \times (0{,}74409 - 0{,}55368) \times 500.$$

Auch besteht der fragliche Werth aus

$$500 \times \left[\left(\tfrac{100}{103}\right)^{11} + \left(\tfrac{100}{103}\right)^{12} + \left(\tfrac{100}{103}\right)^{13} + \ldots \left(\tfrac{100}{103}\right)^{20}\right].$$

Danach addirt man sogleich in der Vorwerthtafel alle Werthzahlen, hier von 11 bis 20, und multiplizirt die Summe mit 500, nämlich: 6,34728 × 500.

§. 117. Kapitalwerth periodischer Renten im Beginn ihrer Zwischenzeit. Taf. D.

$$E.\ 0 \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1} \ldots\ldots\ldots \overset{n}{1}\infty$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{\dfrac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}}$$

Geht eine gewisse Einnahme R immerwährend erst nach Verlauf einer ausgesetzten gleichen Reihe von Jahren wieder ein, wie in obiger Darstellung E: so besteht ihr gesammter Werth zu **Anfang jeder Zwischenzeit** in einem Kapitale, dessen Zinseszinsen während deß der Einnahme gleichkommen. Das auf immer angelegte Kapital 1 würde (n. §. 111.) mit Zinseszinsen in n Jahren zu $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ anwachsen und dann jedes Mal $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1$ als periodische Rente abwerfen. Es verhält sich daher

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1 : 1 = R : K,$$

und der zu R gesuchte Kapitalwerth K ist $\dfrac{R}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

Setzen wir nun die Periodeneinnahme R = 1, so erhalten wir

zur Berechnung ihres Werthes im Beginn der Zwischenzeit die allgemeine Formel:

$$1 \text{ giebt } \frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n} - 1}.$$

Wirft z. B. ein eben abgetriebener Niederwaldschlag von jetzt nach jedem 20. Jahre 600 Thlr. ab: so ist bei 5 pCt. der Kapitalwerth dieser periodischen Rente

$$600 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 600 \times 0{,}60485 = 362{,}9 \text{ Thlr.}$$

Der Jetztwerth solcher Periodeneinnahmen von 1 wird unmittelbar gefunden in der **Periodenrenten-Tafel D**, 134 und 135, welche $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n} - 1}$ für alle vorkommenden Fälle in bestimmten Zahlen enthält. Hieraus nimmt man für obige Aufgabe unter 5 Prozent und hinter der Jahreszahl 20, als Kapitalwerth von 1, die Zahl 0,60485 $= \frac{1}{(\frac{125}{100})^{20} - 1}$. Wir berechnen somit den Kapitalwerth jeder periodischen Rente **im Beginn ihrer Zwischenzeit** nach folgender leichten Regel: **Man multiplizire die gegebene Periodenpost mit der Werthzahl von 1 aus der Periodenrenten-Tafel D unter gleichen Prozenten und hinter gleicher Zwischenzeit.** Z. B.

Eine periodische Rente von 250 Thlr., die in dem je 30. Jahre erfolgt, bei 3½ Prozent:

0,55347 Perioden-Rentenwerth zu 1.
×250 Einnahmepost.
2767350
110694
188,36750 Gesuchter Perioden-Rentenwerth zu 250.

Der obige allgemeine Ausdruck $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^{n} - 1}$ ist gleich

$1 : \left[\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1\right]$. Nach dieser Formel könnte der gleiche Werth auch vermittelst der bloßen Nachwerthtafel berechnet werden, nämlich durch $250 : \left[\left(\frac{103,5}{100}\right)^{30} - 1\right] = 250 : (2,80678 - 1)$.

§. 118. Kapitalwerth periodischer Renten im Laufe ihrer Zwischenzeit. Taf. D.

F. 0 . . . . 1 . . . . 1 . . . . 1 . . . . 1 ∞
* * * *

Träte obige 20jährige Periodenrente von 600 Thlr. das erste Mal früher als nach Verlauf ihrer vollen Zwischenzeit ein, wie die Reihe F darstellt, von jetzt an etwa schon am Ende des 6. Jahres: so wäre zuvörderst deren Werth auszumitteln für den Beginn der nächsten vollen Zwischenzeit, nämlich wie oben:

$$600 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 600 \times 0,60485 = 362,9 \text{ Thlr.}$$

und dazu noch die am Ende des 6. Jahres
eben fällige Einnahme $= 600$ Thlr.
Dieser Gesammtbetrag $= 962,9$ Thlr.
zu Ende des 6. Jahres wäre endlich (n. §. 112.) als einmalige Einnahme auf seinen gegenwärtigen Vorwerth zu führen. Derselbe ist

$$962,9 \times (\tfrac{100}{105})^6 = 962,9 \times 0,74621 = 718,5 \text{ Thlr.}$$

Unsere Regel zur Werthberechnung der Periodenrenten für ein jedes im Laufe ihrer Zwischenzeit gegebene Jahr ist mithin: Man multiplizire die Periodenrenten-Post mit der Werthzahl aus der Periodenrenten-Tafel D, addire dazu noch die vordere Einnahmepost, multiplizire dann die Summe mit der zur Einnahmezeit gehörigen Werthzahl aus der Vorwerthtafel B.

Z. B. die nach 6 Jahren zuerst eingehende, 20jährige Periodeneinnahme von 600 Thlr. mit 5 pCt.:

0,60485	Perioden-Rentenwerth zu 1.
× 600	Rentenpost.
362,91000	
+ 600	Einmalige Einnahme.
962,91	Perioden-Rentenwerth nach 6 Jahren.
× 0,74621	Vorwerth von 1.
674,037	
38,516	
5,772	
192	
9	
718,526 Thlr.	Gesuchter Kapitalwerth.

Man könnte auch eine solche Periodenrente verwandeln in eine andere, deren Zwischenzeit von jetzt an beginnt. Obige 600 Thlr., fällig in jedem 6. Jahre der sogleich beginnenden 20jährigen Periode, wären unter den übrigen Bedingungen am Ende des je 20. Jahres, also 20 — 6 = 14 Jahre später (n. §. 111.) werth:

$$600 \times \left(\tfrac{105}{100}\right)^{14} = 600 \times 1{,}97993 = 1188 \text{ Thlr.}$$

Diese 20jährige Periodeneinnahme von 1188 Thlr., deren Zwischenzeit sogleich beginnt, hat ebenfalls zum Werthe (n. §. 117.):

$$1188 \times 0{,}60485 = 718{,}5 \text{ Thlr.}$$

Sollte die Periodenrente später erst beginnen, so berechnet man von ihrem vollen Eintrittwerthe den jetzigen Vorwerth. Sollte sie aufhören, so wird, wie bei Jahresrenten, der Werth des hintern abfallenden Stückes von dem Ganzen abgezogen, oder man berechnet von allen einzelnen Posten den Vorwerth besonders.

§. 119. Kapitalwerth zusammengesetzter Periodenrenten. Taf. D und E.

1:
G.0.......11111...............11111...............11111.........∞
2. 111 1 11 111 1 11 111 1 11

1) Eine solche Periodeneinnahme kann auch rentenartig

mehre Jahre hinter einander Statt finden und dann wieder gewisse Zeit aussetzen. Gewährten z. B., wie in der Darstellung G, fünf Niederwaldschläge von jetzt an alle 20 Jahre, in dem je 8., 9., 10., 11., 12. Jahre, jährlich 50 Thlr. reinen Ertrag, und sollte davon der gegenwärtige Kapitalwerth zu 4 pCt. gesucht werden: so brauchte man diese zusammengesetzte Periodenrente nur in eine einfache zu verwandeln und dann wie oben zu kapitalisiren.

a) Fünf solche jährlichen Einnahmen für sich sind als eine Vergangenheitsrente zu Ende ihres 6. Jahres werth, nach Taf. E:

$$50 \times 5{,}633 = 281{,}65 \text{ Thlr. (§. 111.)}.$$

Dieser, in das Ende jedes 13. Periodenjahres fallende Gesammtwerth beträgt 7 Jahre später am Periodenschlusse, nach Taf. A:

$$281{,}65 \times 1{,}316 = 370{,}65 \text{ Thlr. (§. 111.)}.$$

Die auf solche Weise gebildete vollständige Periodenrente hat zu Anfang ihrer Zwischenzeit an Kapitalwerth, nach Taf. D:

$$370{,}65 \times 0{,}83955 = 311{,}2 \text{ Thlr. (§. 117.)}.$$

b) Man könnte auch jede fünf zusammenfallenden Einnahmen als ein mittleres Rentenstück ansehen und davon (n. §. 116.) den Rentenwerth zu Anfang jeder Zwischenzeit suchen, nämlich:

$$50 \times (18{,}99796 - 15{,}61494) = 169{,}15 \text{ Thlr.};$$

nun zu der so gestellten 20jährigen Periodenrente (n. §. 117.) den Kapitalwerth berechnen:

$$169{,}15 \times 0{,}83955 = 142{,}01 \text{ Thlr.},$$

endlich dazu noch die erste Einnahme zählen; dies gäbe denselben Kapitalwerth:

$$142{,}01 + 169{,}15 = 311{,}2 \text{ Thlr.}$$

2) Es können auch verschiedene Periodeneinnahmen mit gleichen Zwischenzeiten neben einander bestehen. Würde z. B. alle 20 Jahre eingenommen:

im 3., 4. und 5. Jahre, jährlich 50 Thlr.
im 12. Jahre . . 80 Thlr.
im 19. und 20. Jahre, » 30 Thlr.,

so berechnete man zuvörderst den Nachwerth aller einzelnen Einnahmen zu Ende des je 20. Jahres. Derselbe wäre mit 5 Prozent:

$$\begin{array}{llllll}
50 \text{ vom } 3. \text{ Jahre werden} & 50 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{17} & \multirow{3}{*}{} & & & 2{,}29202 \\
50 \text{ » } 4. \text{ » » } & 50 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{16} & = & 50 \times & \Big\{ & 2{,}18287 \\
50 \text{ » } 5. \text{ » » } & 50 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{15} & & & & 2{,}07893 \\
80 \text{ » } 12. \text{ » » } & 80 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{8} & = & 80 \times & & 1{,}47745 \\
30 \text{ » } 19. \text{ » » } & 30 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{1} & = & 30 \times & \Big\{ & 1{,}05 \\
30 \text{ » } 20. \text{ » » } & 30 \times 1 & & & & 1.
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
50 \times 6{,}55382 & = & 327{,}69 \\
80 \times 1{,}47745 & = & 118{,}19 \\
30 \times 2{,}05 & = & 61{,}5 \\
\hline
\text{Zusammen:} & & 507{,}38.
\end{array}$$

Eine solche einfache, 20jährige Periodeneinnahme, deren Zwischenzeit so eben beginnt, hat (n. §. 117.) zum Werthe

$$507{,}38 \times \frac{1}{\left(\frac{105}{100}\right)^{20} - 1} = 507{,}38 \times 0{,}60485 = 306{,}9 \text{ Thlr.}$$

Auf gleiche Weise konnte auch der vorige Fall behandelt werden. Überhaupt gestatten alle diese Aufgaben mehre Auflösungen; der geübte Rechner wählt sich davon die leichteste und geläufigste aus.

§. 120. Kapitalwerth alljährlich steigender und fallender Einnahmen. Taf. C.

1) Immerwährend steigend. Nähme ein Forstertrag, etwa in Folge der Forstverbesserung und der steigenden Preise, alljährlich um ein Gleiches zu; wäre derselbe z. B. in dem 1. Jahre 1000 Thlr., in dem 2. Jahre 1000 + 20, in dem 3. Jahre 1000 + 2 × 20 u. s. w., also in dem

Jahre:	1.	2.	3.	4.	5. u. s. w.
A:	1000	1000	1000	1000	1000 . . .
B:	k =	20	20	20	20 . . .
		k =	20	20	20 . . .
			k =	20	20 . . .
				k =	20 . . .,

so bestände der etwa mit 5 Prozent zu berechnende Einnahmewerth aus zwei verschiedenen Theilen.

Der erste A ist der Kapitalwerth einer vollkommenen Rente von 1000 Thlr. $= 1000 \times \frac{100}{5} = 20000$ Thlr.

Der andere Theil B ist der Kapitalwerth von der Rentenzunahme. Diese bildet nach obigem Schema von Jahr zu Jahr eine neu hinzutretende Rentenreihe, wovon jede in dem Jahre vor ihrem Eintritte den besondern Stammwerth

$$k = 20 \times \frac{100}{5} = 400 \text{ Thlr.}$$

hat, und wofür also dem Jetztwerthe noch alljährlich 400 Thlr. zugerechnet werden müssen, oder sogleich an Kapital $400 \times \frac{100}{5} = 8000$ Thlr.

Der ganze Forstertrag wäre also gegenwärtig werth:

A.	Wegen der Hauptrente von 1000 Thlr.	20000 Thlr.
B.	Wegen der Nebenrente von 400 Thlr.	8000 Thlr.
	Zusammen:	28000 Thlr.

2) Nur eine Zeit lang steigend. Dauerte jene jährliche Zunahme von 20 Thlr., mithin auch die durch ihre Stammwerthe gebildete Nebenrente B von 400 Thlr. nicht immer fort, sondern nur etwa 30 Jahre: so berechnete man deren Werth als ein vorderes 30jähriges Rentenstück von 400 Thlr. jährlichem Betrage (n. §. 115.) zu

$$400 \times \left[\frac{100}{5} - \frac{100}{5} \times \left(\frac{100}{105}\right)^{30}\right] = 6149 \text{ Thlr.}$$

Der gesuchte ganze Einnahmewerth wäre dann:

A =	20000 Thlr.
B =	6149 Thlr.
Zusammen:	26149 Thlr.

3) Fallende Einnahmen. Hier behandelt man die Abnahme als negative Nebenrente. Wäre die so eben der Hauptrente von 1000 Thlr. zugerechnete, 30 Jahre dauernde, jährliche Zunahme von 20 Thlr. eine Abnahme: so müßte auch deren Betrag vom Werthe der Hauptrente abgezogen werden, und es blieb an Einnahmewerth:

so berechnete man zuvörderst den Nachwerth aller einzelnen Einnahmen zu Ende des je 20. Jahres. Derselbe wäre mit 5 Prozent:

50 vom 3. Jahre werden	$50 \times (\frac{105}{100})^{17}$				2,29202
50 » 4. » »	$50 \times (\frac{105}{100})^{16}$	=	50 ×		2,18287
50 » 5. » »	$50 \times (\frac{105}{100})^{15}$				2,07893
80 » 12. » »	$80 \times (\frac{105}{100})^{8}$	=	80 ×		1,47745
30 » 19. » »	$30 \times (\frac{105}{100})^{1}$	=	30 ×		1,05
30 » 20. » »	30×1				1.

$50 \times 6{,}55382 = 327{,}69$
$80 \times 1{,}47745 = 118{,}19$
$30 \times 2{,}05 \quad = \quad 61{,}5$

Zusammen: 507,38.

Eine solche einfache, 20jährige Periodeneinnahme, deren Zwischenzeit so eben beginnt, hat (n. §. 117.) zum Werthe

$$507{,}38 \times \frac{1}{(\frac{105}{100})^{20} - 1} = 507{,}38 \times 0{,}60485 = 306{,}9 \text{ Thlr.}$$

Auf gleiche Weise konnte auch der vorige Fall behandelt werden. Überhaupt gestatten alle diese Aufgaben mehre Auflösungen; der geübte Rechner wählt sich davon die leichteste und geläufigste aus.

§. 120. Kapitalwerth alljährlich steigender und fallender Einnahmen. Taf. C.

1) Immerwährend steigend. Nähme ein Forstertrag, etwa in Folge der Forstverbesserung und der steigenden Preise, alljährlich um ein Gleiches zu; wäre derselbe z. B. in dem 1. Jahre 1000 Thlr., in dem 2. Jahre 1000 + 20, in dem 3. Jahre 1000 + 2 × 20 u. s. w., also in dem

Jahre:	1.	2.	3.	4.	5. u. s. w.	
A:	1000	1000	1000	1000	1000	. . .
B:	k =	20	20	20	20	. . .
		k =	20	20	20	. . .
			k =	20	20	. . .
				k =	20	. . .

so bestände der etwa mit 5 Prozent zu berechnende Einnahmewerth aus zwei verschiedenen Theilen.

Der erste A ist der Kapitalwerth einer vollkommenen Rente von 1000 Thlr. $= 1000 \times \frac{100}{5} = 20000$ Thlr.

Der andere Theil B ist der Kapitalwerth von der Rentenzunahme. Diese bildet nach obigem Schema von Jahr zu Jahr eine neu hinzutretende Rentenreihe, wovon jede in dem Jahre vor ihrem Eintritte den besondern Stammwerth

$$k = 20 \times \frac{100}{5} = 400 \text{ Thlr.}$$

hat, und wofür also dem Jetztwerthe noch alljährlich 400 Thlr. zugerechnet werden müssen, oder sogleich an Kapital $400 \times \frac{100}{5} = 8000$ Thlr.

Der ganze Forstertrag wäre also gegenwärtig werth:

A.	Wegen der Hauptrente von 1000 Thlr.	20000 Thlr.
B.	Wegen der Nebenrente von 400 Thlr.	8000 Thlr.
	Zusammen:	28000 Thlr.

2) Nur eine Zeit lang steigend. Dauerte jene jährliche Zunahme von 20 Thlr., mithin auch die durch ihre Stammwerthe gebildete Nebenrente B von 400 Thlr. nicht immer fort, sondern nur etwa 30 Jahre: so berechnete man deren Werth als ein vorderes 30jähriges Rentenstück von 400 Thlr. jährlichem Betrage (n. §. 115.) zu

$$400 \times \left[\frac{100}{5} - \frac{100}{5} \times \left(\frac{100}{105}\right)^{30}\right] = 6149 \text{ Thlr.}$$

Der gesuchte ganze Einnahmewerth wäre dann:

A =	20000 Thlr.
B =	6149 Thlr.
Zusammen:	26149 Thlr.

3) Fallende Einnahmen. Hier behandelt man die Abnahme als negative Nebenrente. Wäre die so eben der Hauptrente von 1000 Thlr. zugerechnete, 30 Jahre dauernde, jährliche Zunahme von 20 Thlr. eine Abnahme: so müßte auch deren Betrag vom Werthe der Hauptrente abgezogen werden, und es blieb an Einnahmewerth:

$$20000 - 6149 = 13851 \text{ Thlr.}$$

Dauerte diese jährliche Abnahme von 20 Thlr. bis zur gänzlichen Erschöpfung jener Hauptrente von 1000 Thlr., also $\frac{1000}{20} = 50$ Jahre: so rechnete man dem Werthe der Hauptrente, $= 1000 \times \frac{100}{5} = 20000$ Thlr., eine 50jährige Nebenrente von jährlich $20 \times \frac{100}{5} = 400$ Thlr. ab. Diese beträgt

$$400 \times \left[\frac{100}{5} - \frac{100}{5} \times \left(\frac{100}{105}\right)^{50}\right] = 7302 \text{ Thlr.}$$

und der jetzige Kapitalwerth stellte sich somit auf

$$20000 - 7302 = 12698 \text{ Thlr.}$$

§. 121. Erste angewendete Werthberechnung.

Ein Niederwald mit 30jähriger Umtriebszeit ertrage jährlich: In der ersten Umtriebszeit 300, in der zweiten 350 und nachmals ständig 400 Thlr.; er erfordere dabei während des ersten Umtriebs 50 Thlr. Verbesserungskosten und zu allen Zeiten 40 Thlr. für die Aufsicht und 10 Thlr. an Steuern.

Der jährliche Reinertrag hiervon ist also:

In den ersten 30 Jahren: $300 - (50 + 40 + 10) = 200$ Thlr.
In den zweiten 30 Jahren: $350 - (40 + 10) = 300$ Thlr.
In der Folge: $400 - (40 + 10) = 350$ Thlr.

Davon beträgt der gegenwärtige Werth bei 4 pCt.:

1) Wegen des vordern Rentenstückes
(n. §. 115.) $200 \times (25 - 7{,}70799) = 3458{,}4$ Thlr.
2) Wegen des mittlern Rentenstückes
(n. §. 116.) $300 \times (7{,}70799 - 2{,}37652) = 1599{,}4$ Thlr.
3) Wegen des hintern Rentenstückes
(n. §. 114.) $350 \times 2{,}37652 = 831{,}8$ Thlr.
In Summe: 5889,6 Thlr.

Diese drei Rentenstücke sind auch gleich:

a) Einer immerwährenden Einnahme von
200 Thlr. = 200 × $\frac{100}{4}$ = 5000 Thlr.

b) Einer nach 30 Jahren eintretenden von
100 Thlr. = 100 × 7,70799 = 770,8 Thlr.

c) Einer nach 60 Jahren eintretenden von
50 Thlr. = 50 × 2,37652 = 118,8 Thlr.

Summe wie oben: 5889,6 Thlr.

§. 122. Zweite angewendete Werthberechnung.

Von einem Nadelwalde sei folgender Reinertrag geschätzt und mit 4 pCt. zu kapitalisiren:

Im 1. Jahrzehnd	jährlich	800 Thlr.
» 2. »	»	700 »
» 3. »	»	900 »
» 4. 5. »	»	1000 »
Nachher alljährlich		1200 »

Werthberechnung:

1. Jahrzehnd:	800 × (25 — 16,88912)	= 6488,7 Thlr.
2. Jahrzehnd:	700 × (16,88912 — 11,40969)	= 3835,6 »
3. Jahrzehnd:	900 × (11,40969 — 7,70799)	= 3331,5 »
4. 5. Jahrzehnd:	1000 × (7,70799 — 3,51783)	= 4190,2 »
Nachher:	1200 × 3,51783	= 4221,4 »
	Zusammen:	22067,4 Thlr.

Der obige Reinertrag kann auch in folgenden Renten berechnet werden:

1. Jahrzehnd,	jährlich	100 +	700
2. »	»	.	700
3. »	»	.	700 + 200
4. 5. »	»	.	700 + 200 + 100
Nachher alljährlich		.	700 + 200 + 100 + 200.

Werthbetrag:

a) einer jährlichen Einnahme von 100 Thlr. während der ersten 10 Jahre	=	811,1 Thlr.
b) einer immerwährenden von 700 Thlr.	=	17500 »
c) einer nach 20 Jahren eintretenden von 200 Thlr.	=	2281,9 »
d) einer nach 30 Jahren eintretenden von 100 Thlr.	=	770,8 »
e) einer nach 50 Jahren eintretenden von 200 Thlr.	=	703,6 »
Summe wie oben:		22067,4 Thlr.

§. 123. Dritte angewendete Werthberechnung.

Ein Holzfleck, das

1) am Ende des 10. Jahres für den darauf befindlichen Holzbestand 300 Thlr., und
2) von da ab jedesmal im 20. Jahre 500 Thlr. abwirft; dagegen
3) jährlich 4 Thlr. wegen Aufsicht, Steuern u. dergl. kostet, hat bei 5 pCt. zum gegenwärtigen Geldwerthe:

Zu 1: Die 300 Thlr einmalige Einnahme im 10. Jahre sind jetzt (n. §. 112.) = 300 × 0,61391 = 184,17 Thlr.

Zu 2: Die 500 Thlr. Periodenrente im 30., 50., 70.... Jahre sind am Ende des 10. Jahres (n. §. 118.) = 500 × 0,60485 = 302,425 und gegenwärtig 302,4 × 0,61391 = 185,65 »

Einnahmewerth = 369,8 Thlr.

Zu 3: Davon, wegen der jährlichen Ausgabe von 4 Thlr., = 4 × 20 = 80 Thlr.

Bleibt der reine Kapitalwerth: 289,8 Thlr.

§. 124. Vierte angewendete Werthberechnung.

Ein Niederwaldstück, das aus einem Schlagverbande veräußert werden soll, hätte im Durchschnitte alle 24 Jahre in dem je 4., 5., 6., 7., 8. und 9. Jahre jährlich 300 Thlr. ertragen, und

auf seinen Antheil alle Jahre 15 Thlr. Aufwand erfordert. Jetzt sollte dessen gegenwärtiger Kapitalwerth für den Forst berechnet werden mit 4 Prozent.

Dieser 6jährige Ertragswerth ist zu Ende jeder Umtriebszeit von dem

4. Jahre $300 \times (\frac{104}{100})^{20} = 300 \times 2{,}19112$
5. » $300 \times (\frac{104}{100})^{19} = 300 \times 2{,}10685$
6. » $300 \times (\frac{104}{100})^{18} = 300 \times 2{,}02581$
7. » $300 \times (\frac{104}{100})^{17} = 300 \times 1{,}94790$
8. » $300 \times (\frac{104}{100})^{16} = 300 \times 1{,}87298$
9. » $300 \times (\frac{104}{100})^{15} = 300 \times 1{,}80094$

Zusammen: $300 \times 11{,}94560 = 3583{,}68$ Thlr.

Diese gesammte 24jährige Periodenrente ist gegenwärtig werth (n. §. 117.)

$3583{,}68 \times 0{,}63967 = 2292{,}4$ Thlr.

Davon ab das Ausgabekapital $15 \times \frac{100}{4} = 375$. Thlr.

Bleibt an reinem Kapitalwerthe: 1917,4 Thlr.

§. 125. Fünfte angewendete Werthberechnung.

Bei einer Waldanlage koste der Morgen wüstes Land 5 Thlr. Kaufgeld, 3 Thlr. zu Kiefernansaat und jährlich 9 Sgr., oder bei $3\frac{1}{2}$ pCt. sogleich 8,57 Thlr. für Steuern u. dergl.; zusammen also

16,57 Thlr. Ausgabe.

Davon stehe fortwährend alle 100 Jahre an Einnahme zu erwarten: 20 Thlr. im 40.; 40 Thlr. im 60.; 60 Thlr. im 80. und 200 Thlr. im 100. Jahre.

Der Werth dieses Ertrages ist bei $3\frac{1}{2}$ pCt.

1) Am Ende eines jeden Jahrhunderts:

vom 40. Jahre, 20 Thlr. um 60 J. später $20 \times 7{,}87803 = 157{,}5606$
» 60. » 40 » » 40 » » $40 \times 3{,}95924 = 158{,}3696$
» 80. » 60 » » 20 » » $60 \times 1{,}98978 = 119{,}3868$
» 100. » 200 Thlr. zu demſ. Zeitp. $200 \times 1 = 200$

Zusammen: 635,3170

2) Gegenwärtig, als 100jährige Periodenrente 635,317 × 0,03312 = 21,04 Thlr.

Hiernach verspräche dies Unternehmen von dem Morgen 21,04 Thlr. — 16,57 Thlr. = 4,47 Thlr., also 27 pCt. Gewinn.

§. 126. Jährlich gleiche Terminzahlungen.

Jemand kauft eine Holzung für 4000 Thlr. und verspricht wegen Zahlung des Kaufgeldes: Während der ersten 10 Jahre die Zinsen jedes Mal in der Verfallzeit bar zu entrichten; in den zweiten 10 Jahren die Kaufsumme mit jährlich gleichen Zahlungen sammt Zinseszinsen abzutragen. Man ist über 4 pCt. übereingekommen und fragt nun nach dem Betrage der Zahlungen.

1) Die jährlich zu zahlenden Zinsen betragen: $\frac{4}{100} \times 4000 = 160$ Thlr.

2) Die jährliche Terminzahlung x wird folgendermaßen gefunden. Alle 10 Zahlungen sind zu Anfang des Jahres, mit dem sie zahlbar werden, als das Vorderstück einer Rente anzusehen, und betragen zu dieser Zeit (n. §. 115.)

$$x \times \left[\frac{100}{p} - \frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)\right] = 4000.$$

Setzen wir in diesen Ausdruck die oben bestimmten Prozent- und Zeitzahlen, dann das Einheitskapital und die Werthzahl der Rentenwerthtafel: so ist

$$x \times \left(\frac{100}{4} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10}\right) = 4000;$$
$$x \times (25 - 16{,}8891) = 4000;$$
$$x = \frac{4000}{8{,}1109} = 493{,}2 \text{ Thlr.}$$

Zur Probe könnte sich der Gläubiger den gegenwärtigen Werth von allen ihm gebotenen Zahlungen berechnen, etwa als ein 10jähriges vorderes Rentenstück,

jährlich zu 160 Thlr. = 160 × (25 — 16,88912) = 1298 Thlr.
und noch als ein nach 10 Jahren eintretendes mittleres Rentenstück,
jährl. zu 493,2 Thlr. = 493,2 × (16,88912 — 11,40969) = 2702 Thlr.

Probe: 4000 Thlr.

§. 127. Periodisch gleiche Terminzahlungen.

Ein Käufer erbietet sich, das Kaufgeld von 3000 Thlr. in drei gleichen Terminzahlungen abzutragen, und zwar am Schlusse des 4., 8. und 12. Jahres; wie viel wird er dann terminlich zu zahlen haben bei 4 pCt. Zinseszinsen?

Für den Verkäufer sind die drei Terminzahlungen Periodeneinnahmen mit 4jähriger Zwischenzeit. Wären sie fortdauernd, so betrüge ihr gegenwärtiger Werth (n. §. 117.)

$$x \times \frac{1}{(\frac{104}{100})^4 - 1} = x \times 5{,}88730.$$

Aber sie hören mit dem 12. Jahre auf, und daher geht ein nach 12 Jahren gleich großer Werth für den hintern Theil der Periodeneinnahme ab, der (n. §. 112.) gegenwärtig zum Vorwerthe hat

$$x \times 5{,}88730 \times 0{,}62460.$$

Folglich ist:

$$x \times 5{,}88730 - (x \times 5{,}88730 \times 0{,}62460) = 3000$$
$$x \times 5{,}8873 \times (1 - 0{,}6246) = 3000$$
$$x = \frac{3000}{5{,}8873 \times 0{,}3754} = \frac{3000}{2{,}21009} = 1357{,}4 \text{ Thlr.}$$

Man könnte auch ohne Weiteres die Vorwerthe der einzelnen Zahlungen in die Gleichung setzen, nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} x \times (\frac{100}{104})^4 = x \times 0{,}85480 \\ x \times (\frac{100}{104})^8 = x \times 0{,}73069 \\ x \times (\frac{100}{104})^{12} = x \times 0{,}62460 \end{array}\right\} = 3000$$

$$x \times 2{,}21009 = 3000$$
$$x = \frac{3000}{2{,}21009} = 1357{,}4 \text{ Thlr.}$$

Eben so sollte man jede Waldwerthberechnung mit einer anders angelegten Probe bewähren. Übrigens stellt die Theorie noch viele sehr verwickelte Waldwerthberechnungen auf. Mit solchen hat jedoch die wirkliche Waldwerthschätzung nichts zu thun; diese erleichtert und vereinfacht im Gegentheile die Rechnung durch Annahme gleicher, mindestens aus Jahrfünften zusammengesetzter Zeitabschnitte mit gleichem jährlichen Ertrage.

Deßhalb dürften auch unsere kleinen Werthtafeln vollkommen zureichen.

§. 128. Beweis für den Gebrauch der Zinseszinsen bei jeder Waldwerthberechnung.

Es ist hin und wieder in Zweifel gezogen worden, ob und wiefern bei der Waldwerthberechnung einfache oder zusammengesetzte Zinsen gebraucht werden dürften. Folgende Betrachtungen können diese Zweifel heben:

Zum ersten steht unbedingt fest: In der Rechnung muß der Verkäufer mit seinem Kapitaleinkommen dem Käufer mit seinem Forsteinkommen gleichgestellt werden. Dies gestattet aber die einfache Zinsrechnung keineswegs.

Gesetzt, ein Forstertrag von 7000 Thlr. könne erst nach 10 Jahren zusammen erfolgen, und der Verkäufer bekäme in Gemäßheit der einfachen Zinsrechnung mit 4 pCt. dafür sogleich

$$\frac{100}{100+(4 \times 10)} \times 7000 = 5000 \text{ Thlr. (§. 75.):}$$

so könnte derselbe die davon einlaufenden Zinsen, jährlich 200 Thlr., durch alle 10 Jahre werbend nutzen.

Der Käufer aber, als nunmehriger Waldbesitzer, hätte gegen dieses frühere Zinseinkommen durchaus keine Vergütung; denn er bekäme seine 10 × 200 Thlr. erst nach 10 Jahren in dem Forstertrage aufgesammelt. Wollte sich inzwischen der Forstinhaber dem Kapitalinhaber gleichstellen, so müßte er jene 200 Thlr. während der 10 Jahre jährlich leihen. Diese würde ihm jedoch Niemand vorschießen, ohne Zinsen und wieder Zinsen zu verlangen. Also leiht der Käufer nicht nur jährlich 200 Thlr., sondern auch die Zinsen, und dazu wieder Zinsen; dadurch zieht er sich am Ende des 10. Jahres (n. §. 111.) eine Schuld zu von:

$200 \times 1{,}04^9 = 200 \times 1{,}42331$
$200 \times 1{,}04^8 = 200 \times 1{,}36857$
$200 \times 1{,}04^7 = 200 \times 1{,}31593$
$200 \times 1{,}04^6 = 200 \times 1{,}26532$
$200 \times 1{,}04^5 = 200 \times 1{,}21665$
$200 \times 1{,}04^4 = 200 \times 1{,}16986$
$200 \times 1{,}04^3 = 200 \times 1{,}12486$
$200 \times 1{,}04^2 = 200 \times 1{,}08160$
$200 \times 1{,}04^1 = 200 \times 1{,}04\ldots$
$200 \times 1 \quad = 200 \times 1{,}\ldots\ldots$
$200 \times 12{,}00610 = 2401$ Thlr.

Der Käufer müßte somit am Ende des 10. Jahres zusetzen, die Bruchtheile nicht gerechnet:

$2401 - 2000 = 401$ Thlr.

Man darf daher dem Verkäufer nur einen solchen Kaufpreis anrechnen, dessen 10jährige Zinsen und Zwischenzinsen dem Käufer durch den nachmaligen Gesammtertrag eben auch zu Theil werden, und dies ist der Vorwerth jener 7000 Thlr. mit Zinseszinsen berechnet, (n. §. 112.) nämlich:

$7000 \times (\frac{100}{104})^{10} = 7000 \times 0{,}67556 = 4729$ Thlr.

Dieser Kaufpreis trägt dem Verkäufer jährlich $\frac{4}{100} \times 4729 = 189{,}16$ Thlr. Zinsen.

Wollte der Käufer eine gleiche Einnahme von Jahr zu Jahr leihen: so würde das ganze Anlehen am Ende des 10. Jahres

$189{,}16 \times 12{,}0061 = 2271$ Thlr.

ausmachen, was er dann von den ihm eingehenden 7000 Thlr. abtragen könnte, und es blieben ihm genau die 4729 Thlr. übrig, welche er als Kaufgeld angelegt hat.

Die Zinseszinsrechnung ist also zur Gleichstellung früherer und späterer Einnahmen zwischen Verkäufer und Käufer durchaus nothwendig. Keinesfalls wurde sie wegen solcher gegenseitigen Ausgleichungen verboten, sondern um dem wucherlichen Mißbrauch verzinslicher Darlehen zu steuern.

Zum zweiten: Das Ganze muß seinen Theilen al-

len zusammen gleich sein. Dieses Grundgesetz der Mathematik bedingt in der Waldwerthberechnung durchaus die Annahme von Zinseszinsen.

Die Walderträge sind wiederkehrend, also rentenartig. Eine immerwährende, jährliche Einnahme r hat zu ihrem Kapitalwerthe $\frac{100}{p} \times r$. Das bezweifelt Niemand. Nun ist aber (n. §. 108.) dieser Werth

$$\frac{100}{p} \times r = \left(\frac{100}{100+p}\right) \times r + \left(\frac{100}{100+p}\right)^2 \times r + \left(\frac{100}{100+p}\right)^3 \times r + \ldots\ldots \left(\frac{100}{100+p}\right)^{\infty} \times r.$$

Diese Gleichung, nach welcher das Rentenkapital aus den mit Zinseszinsen vorgeführten Jetztwerthen aller Rentenposten besteht, ist unbedingt die Grundlage zur ganzen Waldwerthberechnung; wer ihren Gesammtwerth als richtig annimmt, muß auch ihre Theile als richtig anerkennen, und es kann daher auf keine Weise eine Einnahmepost anders auf ihren frühern, oder spätern Werth gebracht werden, als vermittelst der Zinseszinsrechnung.

Die einfache Zinsrechnung nimmt nun zwar von obiger Gleichung die erste Seite als richtig an zur Rentenberechnung im Ganzen; sie giebt aber die Richtigkeit der andern Seite zur Werthberechnung der Theile nicht zu, sondern substituirt dafür irrigerweise ihre viel größeren Theile. Es soll nämlich:

$$\frac{100}{p} \times r \text{ bestehen aus } \frac{100}{100+p} \times r + \frac{100}{100+p \times 2} \times r + \frac{100}{100+p \times 3} \times r + \ldots\ldots \frac{100}{100+p \times \infty} \times r.$$

Sie geräth dadurch in ein ungewisses Verfahren und gebraucht Theile, die zusammen größer sind, als das angenommene Ganze.

Vergleichen wir nämlich die Gliederwerthe dieser Reihen mit einander, so finden sich nur die beiden vordersten gleich; alle übrigen hat die einfache Zinsrechnung größer. Z. B. im 10. Gliede wären:

$(\frac{100}{105})^{10} = 0{,}6139 \ldots$ und $\frac{100}{100+5\times 10} = 0{,}6666 \ldots;$

im 100. Gliede:

$(\frac{100}{105})^{100} = 0{,}0076 \ldots$ und $\frac{100}{100+5\times 100} = 0{,}1666 \ldots$

Dieser Unterschied tritt um so bedeutender hervor, je weiter man in den Reihen fort geht; er steigt dermaßen, daß schon die vermeintlichen Jetztwerthe von den 40 ersten einfachen Gliedern zusammen weit größer sind, als das Rentenkapital selbst. Darin liegt auch der Grund, warum die einfachen Zinsrechner mit den spätern Einnahmen nie recht in's Klare kommen konnten und sich mit einem steigenden Zinsfuße zu behelfen suchten.

Wir sehen also, die einfache Zinsrechnung geht bei der Werthberechnung einzelner Einnahmen und Rententheile von dem irrigen Grundsatze aus: Die gesammten Theile müssen größer sein, als das Ganze. Gerade so, als wenn man annähme: Der Werth einer ganzen Größe von 3×4 bestehe nicht aus $4 + 4 + 4$, sondern aus $4 + 5 + 6$. Man suchte sogar eine solche mathematische Fehlerhaftigkeit bei gerichtlichen Waldschätzungen gesetzlich zu machen; wie dürfte aber z. B. in den Rechten gelten, daß $3 \times 4 = 15$ ist!

Endlich drittens: Jede Waldwerthberechnung kann eben sowohl im Ganzen, als theilweise vollführt werden; in beiden Fällen müssen gleiche Ergebnisse hervorgehen. Das finden wir aber nur beim Gebrauche der Zinseszinsen ganz unbedingt.

Die einfache Zinsrechnung bringt bei verschiedener Stellung desselben Falles öfters ganz verschiedene Ergebnisse hervor. So z. B. wäre nach ihr der gegenwärtige Werth einer, das dritte Jahrzehnd hindurch dauernden, jährlichen Einnahme von 700 Thlr. mit 5 pCt.

1) Zusammen als Rentenstück berechnet:

$$700\times\left(\frac{100}{5}\times\frac{100}{100+5\times 20}-\frac{100}{5}\times\frac{100}{100+5\times 30}\right)=700\times(10-8)=\left\{\begin{matrix}1400\\ \text{Thlr.}\end{matrix}\right.$$

2) Nach den einzelnen Posten berechnet:

21. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times21} = 700 \times 0,48780$

22. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times22} = 700 \times 0,47619$

23. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times23} = 700 \times 0,46512$

24. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times24} = 700 \times 0,45455$

25. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times25} = 700 \times 0,44444$

26. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times26} = 700 \times 0,43478$

27. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times27} = 700 \times 0,42553$

28. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times28} = 700 \times 0,41667$

29. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times29} = 700 \times 0,40816$

30. Jahr: $700 \times \frac{100}{100+5\times30} = 700 \times 0,40000$

Zusammen: $700 \times 4,41324 = 3089$ Thlr.

Wer könnte bei diesen höchst ungleichen Ergebnissen von 1400 und 3089 für einen und denselben Werth nur noch zweifeln an der Unbrauchbarkeit einfacher Zinsen in der Waldwerthberechnung? Der Grund dieser Ungleichheit liegt darin, daß die einfache Zinsrechnung allen abgesonderten, spätern Rechnungsposten, wie schon bekannt, einen zu hohen Jetztwerth beilegt. Daher wird in der gesammten Berechnung aufhörender Renten für das hintere Rentenstück eine zu groß angenommene Werthzahl abgezogen; es bleibt also ein zu kleiner Rest, wie hier 1400. Berechnet man dagegen alle Einnahmeposten für sich und multiplizirt sie durchgängig mit den zu großen Faktoren: so fällt wieder die Summe, wie 3089, zu groß aus. Auf solche Weise entstehen diese Abweichungen sowohl unter sich, als von dem richtigen Werthe, welcher (n. §. 116.) mit Zinseszinsen

$$700 \times 2,91024 = 2037 \text{ Thlr.}$$

beträgt, man mag ihn zusammen oder postenweise ausrechnen.

Es ist also hierdurch genugsam bewiesen, daß die **Waldwerthberechnung durchaus volle Zinseszinsen gebrauchen muß, und daß dabei die einfachen Zinsen ganz unstatthaft sind**, weil diese den Käufer und Verkäufer nicht gleichstellen können, eine mathematische Grundlage nicht haben, daher für einen und denselben Fall öfters ganz verschiedene und allemal bald zu kleine, bald zu große Werthe ergeben.

Der versuchte Gebrauch von Mittelzinsen, dem arithmetischen Mittel zwischen den einfachen und den zusammengesetzten Zinsen, theilt die Fehler der einfachen Zinsrechnung zur Hälfte.

Gegen den Gebrauch der Zinseszinsen in der Waldwerthberechnung konnte etwas Erhebliches nie eingewendet werden. Man behauptete zwar, die Zinseszins-Ergebnisse entsprächen nicht den wirklichen Kaufpreisen, und gab dazu Beispiele. Diese gingen jedoch von der Annahme minder einträglicher Nutzungsplane aus und bewiesen weiter nichts, als daß jene Abweichungen mehr Folge waren von beschränkter Gewinnschätzung. Eines der gegebenen Beispiele ist folgendes:

Ein Acker leerer Waldboden steuert jährlich 8 gGr., wird jetzt für 9 Thlr. mit Kiefern angesäet und verspricht, ohne weitere Anbaukosten, allemal nach 80 Jahren 300 Thlr. zu ertragen; wie viel ist sein Jetztwerth mit 5 pCt. Zinseszinsen?

Der gegenwärtige Werth dieser Periodenrente ist:

$300 \times 0{,}02059 = 6{,}177$ Thlr.

Der gegenwärtige Ausgabewerth beträgt:

An Steuern jährlich $\frac{1}{3}$ Thlr., als Kapital $\frac{100}{5} \times \frac{1}{3}$	= 6,666 Thlr.
An einmaligem Kulturaufwande	= 9 »
Zusammen:	15,666 Thlr.

Hier werden wir freilich auf einen negativen Werth geführt. Der Fehler fällt aber nicht dem Rechner, sondern dem **Schätzer** zur Last. Dieser hätte nämlich den **Kulturaufwand** durch zweckmäßigern Anbau **mindern**, dagegen den **Ertrag**, etwa durch räumlichere Stellung, geeignete Beimischung von Birken, frühere Durchforstung u. dergl. **fördern und mehren**, auch

den Zinsfuß nicht über den gewerblichen hinaufstellen sollen; oder er hätte das Grundstück ganz und gar zu Acker- oder Weideland bestimmen müssen.

Könnten wirklich andere Nutzungsverhältnisse durchaus nicht Statt finden, so wäre jener Waldboden allerdings geschenkt zu theuer; denn wer wollte sein Geld zu einfachen oder halb einfachen Zinsen anlegen, die erst nach 80 Jahren eingehen? Wir würden indeß billige Steuern fortzahlen, etwas Samen sammeln und einstreuen, wo Anflug nicht zu erwarten, und das Übrige der gütigen Natur überlassen, die gar oft anders schafft, als man schätzt. Näherten sich also in der Praxis die Ergebnisse der einfachen, oder der Mittelzinsen dem Verkaufspreise mehr: so hatte dies nichts Anderes zum Grunde, als daß die Schätzer, in der alten gewohnten Wirthschaftsweise befangen, ihre Nutzungsanschläge minder einträglich stellten; die Käufer dagegen durch vortheilhaftere Nutzungsplane einen größern Gewinn zu schaffen wußten. Die fehlerhafte Ertragsschätzung wurde dann durch die fehlerhafte Werthberechnung einigermaßen wieder gehoben.

Übrigens ist doch nicht unbeachtet zu lassen, welchen unglaublich niedrigen Vorwerth späte Einnahmen haben, und wie nöthig es dem Forstwirthe ist, daß er sich den wahrscheinlichen Gewinn seiner forstlichen Unternehmungen vorher richtig schätze und berechne. Wäre das längst geschehen, so würde Manches im Walde anders stehen *).

*) Man entschuldige die Weitläufigkeit dieses Beweises. Bei seinem Erscheinen standen ihm Autoritäten gegenüber, die mit mathematischer Kürze nicht zu beschwichtigen waren.

Zweite Abtheilung.

Forstliche Planimetrie.

§. 129. Flächenmeßkunst.

Die Flächenmeßkunst hat zu ihrem hauptsächlichen Gegenstande die Ausdehnungen der Erdoberfläche; sie erklärt die Eigenschaften aller Ausdehnungen in der Ebene und lehrt, wie die Linien und Flächen gemessen und sonst bestimmt werden.

§. 130. Punkt.

Der Anfang aller Ausdehnung ist der Punkt. Dieser hat an sich keine Größe. Die sogenannten Punkte, die man mit der Spitze eines Werkzeugs macht, sind nur Bilder, in deren Mitte man sich den eigentlichen Punkt, die eben zu bezeichnende Stelle denkt.

§. 131. Linie.

Stellt man sich die Fortbewegung eines Punktes vor, so bekommt man den Begriff von einer Linie. Diese kann keine andere Ausdehnung haben, als die Länge; ihre Grenzen sind zwei Punkte. Die sogenannten Linien, die man mit der Spitze eines Werkzeugs zieht, sind nur Bilder; je feiner sie gezogen werden, um so mehr nähern sie sich der eigentlichen Linie.

Haben in einer Linie alle willkürlich angenommenen Punkte eine und dieselbe Richtung, so heißt sie eine gerade Linie

oder eine Gerade. Diejenige Linie, worin jene gleiche Richtung aller Punkte nicht Statt findet, heißt krumm. Man kann jedoch sehr kleine Theile krummer Linien gewissermaßen als gerade annehmen.

§. 132. Fläche.

Stellt man sich eine Seitenbewegung der Linie vor, so bekommt man den Begriff von einer Fläche. Diese hat zwei Ausdehnungen, nämlich diejenige, welche die Linie vor der Bewegung hatte, die Länge, und diejenige, welche durch Bewegung der Linie erzeugt wurde, die Breite. Die Grenzen der Fläche sind Linien.

Können innerhalb einer Fläche nach allen Richtungen hin gerade Linien liegen, so heißt dieselbe eine ebene Fläche, Ebene. Diejenige Fläche, worin jene allseitige Geradheit nicht Statt findet, heißt uneben, krumm. Auch von der krummen Fläche darf man ganz kleine Theile als eben ansehen. Die von Linien bestimmt umgrenzte Ebene heißt Figur.

§. 133. Messen.

Messen heißt: die Größe der gegebenen Ausdehnung nach einem gleichartigen, zur Einheit angenommenen Maße ermitteln, theilen und darstellen, oder sonst bestimmen.

Wenige Ausdehnungen können unmittelbar gemessen werden; nur zugängliche Linien gestatten dies, wie etwa die Länge eines Weges. Meist muß man die gesuchten Ausdehnungen, wie die Grundfläche eines Holzbestandes, erst aus gewissen, damit verbundenen Linien durch Zeichnung und Rechnung mittelbar bestimmen.

Weder in der Messung, noch in der Zeichnung ist eine eigentlich mathematische Schärfe erreichbar. Die Unvollkommenheit aller Begrenzungen und die Mangelhaftigkeit unserer Sinne und unserer Hülfsmittel verursachen manche unvermeidlichen Abweichungen. Der Meßkundige muß diese Abweichungen nach Maßgabe ihres Betrags und des erforderlichen Genauigkeitsgrades so viel als möglich beseitigen und gegen sie, so wie

auch gegen die vermeidlichen Fehler, welche aus Unachtsamkeit und dergl. entstehen, sich allerwärts zu sichern suchen.

§. 134. Eintheilung der Flächenmeßkunst.

Die forstwirthschaftliche Meßkunst kann ohne hinlängliche Grundkenntniß nicht richtig und sicher ausgeübt werden. Daher betrachten wir zuvörderst die allgemeinen Eigenschaften und Verhältnisse der planimetrischen Hülfsfiguren überhaupt. Hiernächst beschäftigen wir uns mit der Zeichnung und Berechnung näher bestimmter Figuren auf dem Papiere. Alsdann wenden wir alles das auf die Ausmessung, Theilung, Darstellung und sonstige Bestimmung von Linien, Winkeln und Flächen des Forstlandes an. Die forstliche Planimetrie zerfällt demnach in sechs Abtheilungen, nämlich: in die Betrachtung, Zeichnung und Berechnung der Figuren, in die Linien- und Flächenmessung und endlich in die Forstvermessung.

I. Figurenbetrachtung.

---

1. Freie Linien und Winkel.

§. 135. Einzelne Linien. Fig. 1.

Von einem Punkte A zu einem andern B können vielerlei Linien Statt finden, wie ACB, ADB, AFB u. s. w. Stellt man sich vor, die Fläche, worin diese Linien liegen, drehe sich um die festen Punkte A und B: so bewegen sich die außer der Richtung von A zu B gelegenen Punkte C, D der ungeraden Linien mit herum, während die zu A und B gerichteten Punkte E, F, G der geraden Linie unverrückt bleiben.

Die gerade Linie kann also zwischen zwei Punkten nur eine einzige Lage haben und ist daher durch zwei Punkte bestimmbar; auch kann von einem Punkte zum andern nur eine einzige

Gerade Statt finden, welche zugleich den kürzesten Weg vorzeichnet.

Die krumme Linie, wie ADB, kann zwischen zwei festen Punkten unzählige Lagen haben; sie ist der Umweg. Eben so die zusammengesetzte Linie, wie ACB.

Sowohl gerade als krumme Linien können zusammengesetzt werden und zwar zu geradlinigen, krummlinigen oder gemischtlinigen Figuren. Bei allen folgenden Betrachtungen denkt man sich die Liniengestalten in einer und derselben Ebene gelegen.

§. 136. Zwei gerade Linien, Winkel. Fig. 2.

Zwei gerade Linien können keine Fläche einschließen; in der Ebene sind sie ihrer Richtung nach entweder gleichlaufend, oder zu einander geneigt. Die geneigten durchschneiden sich irgendwo in einem gemeinschaftlichen Punkte.

Der unbegrenzte Raum zwischen zwei Linien, die sich in einem Punkte durchschneiden, heißt Winkel. Die Größe desselben hängt nicht ab von der Länge beider Linien, welche Schenkel des Winkels genannt werden, sondern von der Größe ihrer beiderseitigen Zuneigung. Man bezeichnet die Winkel entweder mit einem einzigen Buchstaben an der Spitze, oder mit drei Buchstaben, wovon der an der Spitze inmitten genannt wird, und gebraucht dafür das Zeichen $\measuredangle$.

Eigentlich ist die Neigung zweier geraden Linien AB und DC eine zweifache. Die beiderseitigen Winkel ABD und ABC heißen Nebenwinkel. Sind die beiden Nebenwinkel gleich, wie EBD und EBC, so nennt man sie rechte Winkel und ihren gemeinschaftlichen Schenkel EB eine Senkrechte auf der Geraden DC. Alle rechten Winkel sind unter sich gleich; sie dienen uns hiernächst zur Vergleichung der übrigen Winkel. Handwerker nennen den Rechtwinkel schlechthin Winkel; wir sprechen oft nur Rechter und gebrauchen dafür R. Ist ein Winkel kleiner als der rechte, so heißt er spitzig; ist er größer, stumpf. Beide heißen auch wohl schiefe Winkel.

§. 137. Maß der Nebenwinkel. Fig. 2.

Die Summe zweier Nebenwinkel beträgt immer zwei Rechtwinkel. Stellen DBA und ABC zwei Nebenwinkel und EB eine Senkrechte vor, so ist

$$\angle ABD = R + \angle ABE$$
$$\angle ABC = R - \angle ABE$$
$$\overline{\angle ABD + ABC = 2R.}$$

Hieraus folgt:

1) Da jeder Nebenwinkel wieder aus mehren Winkeln bestehen kann, so müssen auch drei, vier und mehr über einer Geraden zusammenliegende Winkel, wie DBF, FBE, EBA und ABC, das Maß von 2R haben.

2) Da auch die Winkel unter der Linie, wie DBG und GBC, so groß als 2R sind: so haben alle Winkel um einen Punkt herum das Maß von 4R.

3) Durch einen von zwei Nebenwinkeln ist auch der andere gegeben.

$$\angle ABC = 2R - \angle ABD.$$

§. 138. Gleichheit der Scheitelwinkel. Fig. 3.

Zwei sich durchschneidende gerade Linien bilden gegenseitig gleiche Winkel, Scheitelwinkel oder Vertikalwinkel genannt. Durchschneiden sich AC und BD, so entstehen die Scheitelwinkel m und n, p und q.

Davon sind $m + q = 2R$ \
auch $n + q = 2R$ } (als Nebenwinkel).

Folglich $m + q = n + q$;
abgezogen $q = q$,
bleibt $m = n$.

Eben so sind $p + n = q + n = 2R$;
abgezogen $n = n$,
bleibt $p = q$.

Ist von vier zusammengehörigen Scheitelwinkeln einer gege-

ben, etwa m, so findet man mit Hülfe seines Nebenwinkels die übrigen.

Denn $m = n$; $2R - m = p = q$.

§. 139. Parallellinien. Fig. 4.

Gleichlaufende Linien oder Parallelen bilden mit einer geraden Durchschneidungslinie mancherlei Winkel; davon sind sowohl die Gegenwinkel, wie r und n, als auch die Wechselwinkel, wie m und n, unter sich gleich, und je zwei Innenwinkel, wie p und n, zusammen so groß, als zwei Rechte.

Stellt man sich vor, die Parallelen AB und CD rückten in stets gleichlaufender Richtung zusammen: so fielen sie mit allen ihren Theilen zugleich in einander, und es deckte der Winkel r den Winkel n, der Winkel p den Winkel q. Daher ist jeder innere Winkel seinem äußern Gegenwinkel gleich, wie $n = r$.

Ist aber $n = r$,
deßgleichen $m = r$ (§. 138.),
so muß auch $n = m$ sein.

Daher sind die Wechselwinkel, wie n und m, gleich.

Wird nun zu $n = m$
addirt $p = p$,
so ist endlich $n + p = m + p = 2R$ (§. 137.).

Daher sind die beiden Innenwinkel, wie $n + p$, so groß als 2R.

1) Folglich müssen auch Linien parallel sein, wenn die von einer Durchschneidungslinie gebildeten Gegenwinkel, oder Wechselwinkel unter sich, oder je zwei Innenwinkel zusammen zwei Rechten gleich sind. Finden diese Bedingungen nicht Statt, so neigen sich die Linien zu einander und schneiden sich irgendwo.

2) Wenn Parallelen von einer Geraden **senkrecht** durchschnitten werden, so sind alle inneren und äußeren Winkel rechte und daher gleich.

3) Auch müssen alle auf einer Geraden errichteten Senkrechten parallel sein.

4) **Wenn zwei, drei und mehr gerade Linien mit einer einzigen parallel laufen, so sind sie unter sich auch parallel**; denn sie haben alle gleiche Neigung zu einer gemeinschaftlichen Durchschneidungslinie.

2. Drei gerade Linien, Dreiecke.

§. 140. Das Dreieck.

Durchschneiden sich drei gerade Linien in drei Punkten, so bilden sie das geradlinige Dreieck, wovon wir jetzt nur die Linien und Winkel untersuchen.

In Ansehung der Linien, die an den Figuren Seiten heißen, giebt es drei Arten von Dreiecken: gleichseitige, worin alle Seiten gleich sind; gleichschenkelige, mit zwei gleichen Seiten, die man Schenkel nennt, und ungleichseitige.

In Ansehung der Winkel giebt es ebenfalls dreierlei Dreiecke: rechtwinkelige, mit einem rechten Winkel, stumpfwinkelige, mit einem stumpfen Winkel, und spitzwinkelige, mit lauter spitzigen Winkeln. Im rechtwinkeligen Dreiecke nennt man die dem Rechtwinkel gegenüber liegende Seite Hypothenuse und die beiden andern, Katheten.

Jede Seite, die wegen ihrer Entfernung von dem gegenüber liegenden Eckpunkte zur Frage kommt, gilt insofern als Grundlinie. Der ihr gegenüber liegende Eckpunkt heißt Spitze, und eine Senkrechte aus der Spitze auf die Grundlinie oder deren Verlängerung heißt Höhe des Dreieckes oder Abstand der Spitze von der Grundlinie.

Machte man im stumpfwinkeligen Dreiecke einen Schenkel des stumpfen Winkels zur Grundlinie, so fiele die Höhenlinie außerhalb des Dreieckes auf die deßhalb zu verlängernde Grundlinie. Um dies zu vermeiden, nimmt man wo möglich die längste Seite des Dreieckes zur Grundlinie. Eine bloße Ansicht ergiebt schon, daß in dem Dreiecke zwei Seiten zusammen größer sein müssen, als die dritte, sonst könnten die beiden kürzern sich nicht in dem dritten Punkte erreichen.

Die Dreiecke werden mit ihren drei Eckbuchstaben benannt, vor welche man noch das Zeichen $\triangle$ setzt, wenn eine Verwechselung mit Winkeln entstehen könnte.

§. 141. Gesammtmaß der Winkel im Dreiecke. Fig. 5.

In jedem Dreiecke sind alle drei Winkel zusammen so groß, als zwei Rechtwinkel.

Denkt man sich in einem Dreiecke ABC eine beliebige Seite, z. B. AC nach D verlängert, alsdann aus dem Punkte C mit AB die Parallele CE: so ist

Winkel $p = q$, Gegenwinkel (§. 139.),
auch $m = n$, Wechselwinkel (§. 139.),
endlich $r = r$, sich selbst.

Zusammen $p + m + r = q + n + r$.

Da nun $q + n + r = 2R$ (§. 137. 1.)

so ist auch $p + m + r = 2R$.

Hieraus folgt:

1) In dem Dreiecke kann nur Ein Winkel ein rechter, oder stumpfer sein, und es befinden sich darin wenigstens zwei spitzige Winkel, sonst wären alle drei Winkel zusammen größer, als 2R, was unmöglich ist.

2) Auf eine Gerade kann von einem außerhalb derselben liegenden Punkte nur eine einzige Senkrechte gefällt werden; denn zwei bildeten ein Dreieck mit zwei Rechtwinkeln, was nicht sein kann.

3) Der äußere Winkel an einer verlängerten Seite des Dreieckes ist so groß, als die beiden innern entgegenliegenden Winkel zusammengenommen.

$$\angle p + m = \angle q + n = \angle BCD.$$

4) Mit der Größe zweier Winkel eines Dreieckes ist auch die des dritten gegeben; und sind zwei Winkel eines Dreieckes zwei Winkeln eines andern gleich, so müssen auch die beiden dritten einander gleich sein.

§. 142. Zwei Seiten und der Zwischenwinkel bestimmen ein Dreieck. Fig. 6.

Wenn zwei Seiten und der Zwischenwinkel eines Dreieckes denselben Stücken eines andern Dreieckes gleich sind: so ist in beiden Dreiecken Alles gleich.

In den Dreiecken ABC und DEF sei AC = DF, BC = EF und C = F. Stellt man sich nun beide in einander vor, C genau in F: so müßte, wegen der Gleichheit dieser Winkel und ihrer wechselseitigen Schenkel, CA in FD und CB in FE, A in D und B in E, also auch AB in DE fallen (§. 135.). Hieraus folgt, daß nicht nur das dritte Seitenpaar AB und DE und die zwei Paar übrigen Winkel A und D, B und E, sondern auch die ganzen Dreiecke einander gleich sind. Ein Dreieck ist daher durch zwei Seiten und den Zwischenwinkel genau bestimmt.

§. 143. Zwei Winkel und die Zwischenseite bestimmen ein Dreieck. Fig. 7.

Wenn zwei Winkel und die Zwischenseite eines Dreieckes eben so groß sind, als dieselben Stücke eines andern Dreieckes: so ist in beiden Dreiecken Alles gleich.

In den Dreiecken GHI und KLM sei G = K, I = M und GI = KM. Man stelle sich beide so in einander vor, daß GI genau in KM liege. Da nun die Winkel I und M gleich sind, so müßte IH in ML fallen; eben so GH in KL wegen der Gleichheit von G und K; mithin der Punkt H in L. Hieraus folgt die Gleichheit der übrigen Seiten IH und ML, GH und KL, der Winkel H und L und endlich der ganzen Dreiecke. Ein Dreieck ist daher durch zwei Winkel und deren Zwischenseite genau bestimmt. Es dürften übrigens zu einer Seite zwei beliebige Winkel gegeben sein, weil zwei Winkel den dritten bedingen (§. 141. 4.).

§. 144. Die drei Seiten bestimmen ein Dreieck. Fig. 8.

Wenn die drei Seiten eines Dreieckes den drei Seiten eines andern einzeln genommen gleich sind, so gleicht sich in beiden alles Übrige.

In den Dreiecken NOP und QRS sei NP = QS, NO = QR und OP = RS. Man stelle sich die Dreiecke NOP und QRS so in einander vor, daß N in Q und P in S liege. Nun ist O so weit von N und von P, als R von Q und von S; daher muß O in R fallen, und die Dreiecke müssen sich nach dem Sprachgebrauche decken. Hieraus folgt die Gleichheit der Dreiecke selbst und der gleichliegenden Winkel. Ein Dreieck ist also durch die drei Seiten genau bestimmt.

§. 145. Im Dreiecke spannen gleiche Seiten gleiche Winkel. Fig. 9.

In jedem Dreiecke liegen gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber, und so umgekehrt, gleichen Winkeln gleiche Seiten.

In dem Dreiecke ABC sei z. B. AB = BC, und es sollte die Gleichheit der Winkel A und C bewiesen werden. Man denke sich aus der Spitze B eine Gerade BD auf die Mitte der als Grundlinie anzusehenden Zwischenseite AC. Dadurch zerfällt das Dreieck in zwei andere Dreiecke ABD und CBD, die wechselweise gleiche Seiten haben und also (§. 144.) gleich sind. Folglich $\measuredangle A = \measuredangle C$.

Soll umgekehrt aus der Gleichheit der Winkel A und C die Gleichheit der Seiten AB und BC dargethan werden: so nimmt man BD als eine Senkrechte zu Hülfe und beweis't mittels §. 143. die Gleichheit der Seiten AB und BC.

Aus diesem folgt weiter:

1) Die Linie BD, welche zwischen zwei gleichen Seiten, oder Winkeln eines Dreieckes aus der Spitze senkrecht herabfällt auf die Grundlinie AC, theilt diese und das ganze Dreieck in zwei gleiche

Theile (§. 143.). Trifft sie die Mitte der Grundlinie, so steht sie auch senkrecht darauf (§. 144.).

2) Gleichschenkelige Dreiecke haben zwei gleiche Winkel an der Grundlinie, und Dreiecke mit zwei gleichen Winkeln sind gleichschenkelig. Ist also in dem gleichschenkeligen Dreiecke ein Winkel bekannt, so sind es auch die übrigen, und zur Bestimmung des gleichschenkeligen Dreieckes braucht man nur einen Schenkel und die Grundlinie, oder eine Seite und einen Winkel.

3) Gleichseitige Dreiecke haben drei gleiche Winkel, und Dreiecke mit drei gleichen Winkeln sind gleichseitig. Denn sie sind in jeder Lage gleichschenkelig, und was oben nur von A und C dargethan ist, gilt auch hier von B mit A, oder mit C. In dem gleichseitigen Dreiecke ist jeder Winkel $\frac{2}{3}$R, und zur Bestimmung des gleichseitigen Dreieckes braucht man nur eine Seite.

§. 146. Im Dreiecke spannen größere Seiten größere Winkel. Fig. 10. 11.

In jedem Dreiecke liegt der größeren Seite auch der größere Winkel gegenüber und so umgekehrt, dem größeren Winkel die größere Seite.

Fig. 10. In dem Dreieck ABC sei AC größer als BC. Um nun zu beweisen, daß auch $\angle$ B > A, denke man sich CD = CB, die Hülfslinie BD und das gleichschenkelige Dreieck BCD, worin m = n (§. 145. 2.).

Nun ist m, als äußerer Winkel, gleich den beiden innern entgegenliegenden A + r (§. 141. 3.) und daher größer, als der eine A; folglich ist auch der ihm gleiche Winkel n größer als A, und um so mehr ist n + r oder B größer als A. Da also der größeren Seite der größere Winkel gegenüber liegen muß: so kann nicht dem größeren Winkel zugleich auch eine kleinere Seite gegenüber liegen.

Hieraus folgt:

1) Daß in allen rechtwinkeligen und stumpfwinkeligen Dreiecken diejenige Seite die größte ist, welche dem rechten oder stumpfen Winkel gegenüber liegt (§. 141. 1.).

2) Fig. 11. Die von einem gegebenen Punkte A auf die Gerade BE gefällte Senkrechte AB ist die kürzeste aller möglichen Linien von A nach BE. Denn die andern aus A gehenden Linien AC, AD, AE bilden mit AB und der Grundlinie rechtwinkelige Dreiecke, worin sie als Hypothenusen alle größer sind, als die Kathete AB. Diese kürzeste Linie AB heißt der Abstand des Punktes A von der Linie BE.

Liegt A in einer Parallele zu BE, so ist AB eine kürzeste Zwischenlinie oder die Abstandslinie beider Parallelen. Denn ist AB zu BE senkrecht, so ist sie es auch zu AF (§. 139.), und dann ist sie die kürzeste Entfernung eines Punktes A der Linie AF von BE und eines Punktes B der Linie BE von AF.

§. 147. Verhältnißmäßigkeit der parallel geschnittenen Dreieckseiten. Fig. 12.

Durchschneidet man das Dreieck parallel zu einer der drei Seiten: so werden die beiden andern Seiten verhältnißmäßig getheilt.

In dem Dreiecke ABC denke man sich BF = FD = DA = $\frac{1}{3}$AB; ferner aus F und D die Linien FG und DE parallel mit AC, zugleich FH und DI parallel mit BC, dann noch zwei besondere Hülfslinien GH und EI.

Daraus ergiebt sich zuvörderst, daß die Linien BG, FH und DI gleich sind; denn

BF = FD = DA, nach der Voraussetzung,
$\angle m = \angle n = \angle o$ } als Gegenwinkel je zweier Pa-
$\angle p = \angle q = \angle r$ } rallelen (§. 139.).
$\triangle BFG = \triangle FDH = \triangle DAI$. (§. 143.).
BG = FH = DI.

Weiter sind die Linien FH und GE gleich, denn

$$
\begin{array}{l}
HG = HG\text{, gemeinschaftlich,}\\
\left.\begin{array}{l}\measuredangle FHG = \measuredangle HGE\\ \measuredangle FGH = \measuredangle GHE\end{array}\right\}\text{ Wechselwinkel (§. 139.).}\\
\hline
\triangle FHG = \triangle EGH \text{ (§. 143.)}\\
\hline
FH = GE.
\end{array}
$$

Aus denselben Gründen sind die Dreiecke DIE und CEI, mithin auch ihre gleichliegenden Seiten DI und EC gleich.

Ist nun BG = FH = DI und FH = GE, DI = EC,
so ist auch BG = GE = EC = $\frac{1}{3}$BC.

Was hier von drei Theilen erwiesen wurde, gilt von jeder andern Anzahl.

Hieraus folgt nun:

1) Es verhält sich nicht nur:

$$BF : BG = BD : BE = BA : BC\text{; denn}$$
$$\tfrac{1}{3}BA : \tfrac{1}{3}BC = \tfrac{2}{3}BA : \tfrac{2}{3}BC = BA : BC \text{ (§. 60.);}$$

sondern auch:

$$BF : FA = BG : GC\text{; denn}$$
$$\tfrac{1}{3}BA : \tfrac{2}{3}BA = \tfrac{1}{3}BC : \tfrac{2}{3}BC \text{ (§. 60.);}$$

und durch Verwechselung der mittlern Glieder:

$$BF : BG = FA : GC \text{ (§. 61. 1.).}$$

2) Wird DI als ein solcher Parallelschnitt angesehen, so verhält sich ebenfalls:

$$AD : AI = DB : IC,$$

und durch Versetzung der Verhältnisse:

$$DB : IC = AD : AI.$$

Da aber IC = DE wegen Gleichheit der Dreiecke ICE und DEI, so ist auch:

$$DB : DE = AD : AI.$$

Wird nun zu diesem letztern Verhältnisse jenes erstere DB : IC addirt, so ist:

$$DB : DE = AD + DB : AI + IC = AB : AC \text{ (§. 61. 3.).}$$

Auch ist aus demselben Grunde

BE : ED = BC : CA.

3) Wenn also zwei Seiten eines Dreieckes zur dritten parallel durchschnitten werden, so sind die abgeschnittenen Stücke und ihre Ganzen nicht allein unter sich, sondern auch mit den beiden Parallellinien proportionirt. Schneidet aber eine Linie zwei Dreieckseiten in proportionirte Stücke, so muß sie zur dritten Seite parallel sein.

§. 148. Ähnlichkeit zwischen dem Dreiecke und seinem Abschnitte. Fig. 12.

Jede gerade Linie, welche durch das Dreieck mit einer Seite parallel geht, schneidet ein, dem Ganzen ähnliches Stück ab.

Ist DE parallel mit AC, so sind in den Dreiecken BDE und BAC alle Seiten der Reihe nach proportionirt; denn

weil BD : BE = BA : BC (§. 147. 1),
so ist: BD : BA = BE : BC (§. 61. 1.);

und weil BE : ED = BC : CA (§. 147. 2.),
so ist auch: BE : BC = ED : CA (§. 61. 1).

Folglich: BD : BA = BE : BC = ED : CA.

Zudem sind wegen des Parallelismus von DE und AC (§. 139.) alle Winkel der Reihe nach gleich, nämlich: n = o, x = y und p = p.

Die Dreiecke BDE und BAC müssen also einander ähnlich sein; denn die Ähnlichkeit der Figuren beruht auf Verhältnißmäßigkeit der Seiten und Gleichheit der Winkel.

§. 149. Ähnlichkeit zwischen Dreiecken überhaupt. Fig. 13.

Dreiecke sind ähnlich: wenn je zwei Winkel wechselweise sich gleichen, wenn je zwei verhältnißmäßige Seiten gleiche Zwischenwinkel haben, oder wenn alle drei Seiten verhältnißmäßig sind.

1) In den beiden Dreiecken ABC und DEF sollen die gleichliegenden Winkel D und A, E und B gleich sein, also auch F = C (§. 141. 4.).

Man stelle sich das Dreieck DEF mit dem Winkel E in den Winkel B gelegt vor, und es falle D in n und F in o; dann ist:

$\triangle$ Bno = $\triangle$ EDF;

daher: $\measuredangle$ n = $\measuredangle$ D = $\measuredangle$ A,
auch $\measuredangle$ o = $\measuredangle$ F = $\measuredangle$ C
und no parallel zu AC (§. 139. 1.).

Es muß also zufolge des vorigen Lehrsatzes das Dreieck Bno, mithin auch das ihm gleiche EDF, dem Dreiecke BAC ähnlich sein.

2) In den beiden Dreiecken ABC und DEF seien ED : EF = BA : BC und $\measuredangle$ E = $\measuredangle$ B.

Man stelle sich die Dreiecke wieder in einander vor, $\measuredangle$ E in $\measuredangle$ B, ED in BA und EF in BC und das Dreieck Bno = EDF. Da nun der Voraussetzung nach ED : EF = BA : BC: so ist auch Bn : Bo = BA : BC; mithin no parallel AC (§. 147. 3.); folglich das Dreieck Bno, so wie das ihm gleiche EDF, ähnlich dem Dreiecke BAC.

3) In den beiden Dreiecken ABC und DEF sei ED : BA = EF : BC = DF : AC.

Man nehme hier Bn = ED und ziehe no parallel zu AC, so ist das Dreieck Bno ähnlich dem Dreiecke BAC, und nach §. 148:

Bn : BA = Bo : BC = no : AC, aber auch
ED : BA = EF : BC = DF : AC, Voraussetzung.

Weil nun hier die Vorderglieder Bn und ED der beiden ersten Verhältnisse gleich sind: so müssen es auch die der übrigen Verhältnisse sein, wegen Gleichheit der Hinterglieder; es ist also Bo = EF, no = DF und Bn = ED, mithin auch $\triangle$ Bno = $\triangle$ EDF. Letzteres muß daher, wie ersteres, dem Dreiecke ABC ähnlich sein.

3. Vier gerade Linien, Vierecke.

§. 150. Das Viereck.

Werden vier gerade Linien in vier besondern Durchschneidungspunkten mit einander verbunden, so erhält man ein Viereck, eine Figur von vier Seiten und eben so vielen Winkeln.

Die Vierecke werden nach der Lage ihrer Seiten eingetheilt: in Parallelogramme, worin alle Seiten parallel sind, in Trapeze, worin nur zwei Seiten parallel sind, auch Paralleltrapeze genannt, und in gemeine Vierecke.

Die Parallelogramme theilt man wieder ein nach den Seiten: in gleichseitige, welche lauter gleiche Seiten haben, und in längliche, worin das eine Seitenpaar länger ist; nach den Winkeln: in Rechtecke, worin alle Winkel rechte sind, und in schiefe Parallelogramme, mit lauter schiefen Winkeln. Das gleichseitige Rechteck heißt Quadrat, das längliche, Oblongum.

Beim Parallelogramm heißt die Seite, von welcher aus die Entfernung der Gegenseite bestimmt wird, die Grundlinie und der Abstand der Grundlinie von der Gegenseite, die Höhe. Das Trapez ist schiefwinkelig, oder rechtwinkelig. In letzterm stehen die Parallelseiten senkrecht auf einer der Nebenseiten, die dann gewöhnlich als Grundlinie angenommen wird. Eine Gerade aus einer Winkelspitze zu der schräg gegenüberliegenden andern heißt Diagonale oder Schräglinie. Öfters benennt man Vierecke nur mit zwei Buchstaben gegenüberliegender Ecken.

§. 151. Gesammtmaß der Winkel im Vierecke. Fig. 14.

Alle Winkel eines geradlinigen Viereckes gleichen zusammen 4 Rechten.

Jedes Viereck, z. B. AC, zerfällt mittels einer Diagonale BD in zwei Dreiecke ABD und BDC, deren Winkel zusammen

die Winkel des Viereckes ausmachen. Nun hat jedes Dreieck zur Summe seiner Winkel 2R (§. 141.); es haben also beide Dreiecke zusammen 4R, und dies ist die beständige Summe aller Winkel im Vierecke.

Sind BC und AD parallel, wie im Parallelogramm und Trapez, so enthält jedes Paar der an einer Nebenseite liegenden Winkel A + B, oder C + D, das Maß von 2R (§. 139.). Ist also einer davon ein Rechter, so muß es auch der andere sein. Da die innern Winkel eines Viereckes 4R enthalten, so müssen die dazu gehörigen äußern 12R betragen; denn die innern und äußern zusammen haben das Maß von 4 × 4 R (§. 137. 2.).

Bei den vier- und mehrseitigen Figuren können auch **einwärtsgehende** Winkel Statt finden, solche, die nach innen größer sind, als 2R, was beim Dreiecke nicht möglich ist.

§. 152. Diagonale in dem Parallelogramm. Fig. 14.

Jedes Parallelogramm wird durch eine Diagonale in zwei gleiche Dreiecke getheilt.

Man denke sich irgend ein Parallelogramm AC mit der Diagonale BD. Darin ist

BD = BD, gemeinschaftlich,

$\angle m = \angle n$ } als Wechselwinkel (§. 139.).
$\angle q = \angle p$ }

$\triangle ABD = \triangle CDB$ (§. 143.).

Hieraus folgt weiter:

1) **In jedem Parallelogramm ist jedes durch eine Diagonale abgetheilte Dreieck die Hälfte des Parallelogramms.**

2) **In jedem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten und die schräg gegenüberliegenden Winkel gleich.**

3) **Parallelen zwischen Parallelen sind gleich.** Also auch alle Abstandslinien zweier Parallelen, weil sie senkrecht auf diesen und somit unter sich parallel sind (§. 146. 2.).

4) **Zwei Gerade AD und BC, welche zwei gleiche**

Parallelen AB und DC verbinden, sind gleich. Ist nämlich AB = DC, BD = BD, m = n, und daher das △ABD = △CDB: so ist auch AD = BC.

5) Eine Vergleichung der beiden Diagonalen im Parallelogramm ergiebt, daß dieselben im Rechtecke gleich, im schiefen Vierecke aber ungleich sind.

§. 153. Gleichheit zwischen Vierecken.

Unter den Vierecken findet sich völlige Gleichheit:

1) In allen Quadraten auf gleichen Seiten wegen der Seiten- und Winkelgleichheit in jedem.

2) Alle länglichen Rechtecke sind gleich, worin zwei an einander liegende Seiten wechselweise sich gleichen. Da in jedem die gegenüberliegenden Seiten eben so groß und die Winkel rechte sind, so müssen sich die Figuren unter dieser Bedingung decken.

3) Alle schiefen Parallelogramme sind gleich, wenn in ihnen je zwei an einander liegende Seiten und die Zwischenwinkel sich gleichen; denn in diesem Falle sind auch die übrigen Theile einander gleich.

4) Trapeze und gemeine Vierecke sind gleich, wenn sie aus gleichen gleichliegenden Dreiecken zusammengesetzt sind.

5) Man bestimmt das Quadrat durch eine einzige Seite; das längliche Rechteck durch zwei an einander liegende Seiten; die andern Parallelogramme durch zwei an einander liegende Seiten und den Zwischenwinkel; die Trapeze und überhaupt alle Vierecke auch nach Dreiecken.

§. 154. Ähnlichkeit zwischen Vierecken.

1) Alle Quadrate sind einander ähnlich; denn ihre Seiten haben ein und dasselbe Verhältniß zu einander, und ihre Winkel sind gleich.

2) Zur Ähnlichkeit länglicher Rechtecke ist nur erforderlich, daß zwei an einander liegende Seiten

proportionirt sind; weil sie eben auch lauter rechte Winkel haben und das andere Seitenpaar in demselben Verhältnisse steht.

3) Schiefe Parallelogramme sind ähnlich, wenn darin je zwei an einander liegende Seiten proportionirt und die Zwischenwinkel gleich sind; denn unter diesen Bedingungen müssen auch die übrigen Linien proportionirt und die gleichliegenden Winkel gleich sein.

4) Trapeze und alle andern Vierecke sind ähnlich, wenn sie sich durch Diagonalen in ähnliche gleichliegende Dreiecke zertheilen lassen.

4. Viel gerade Linien, Vielecke.

§. 155. Das Vieleck.

Fünf, sechs, sieben und mehr gerade Linien, in eben so viel besondern Durchschneidungspunkten mit einander verbunden, bilden das Fünfeck, Sechseck, Siebeneck u. s. w., welche alle unter dem Namen Vielecke oder Polygone begriffen werden.

Die Vielecke theilt man in regelmäßige und gemeine. An den erstern sind alle Seiten (Polygonseiten) und alle Winkel (Polygonwinkel) gleich. Auch in den Vielecken heißt die von einer Winkelspitze zur andern schräg hindurch gezogene Gerade eine Diagonale.

§. 156. Gesammtmaß der Winkel im Vielecke. Fig. 15.

Alle Winkel eines geradlinigen Vieleckes betragen zusammen zweimal so viel Rechte, als dasselbe Seiten hat, weniger 4R.

Man stelle sich in einem beliebigen Vielecke, etwa ABCDEFG, von einem innern Punkte H nach allen Umfangspunkten gerade Linien vor, so zerfällt dadurch das Vieleck in eben so viele Dreiecke, als es Seiten hat, hier in sieben. Die Winkel dieser Dreiecke

enthalten zusammen alle Umfangswinkel des Vieleckes und noch die 4R (§. 137.) um ihren gemeinschaftlichen Berührungspunkt. Daher müssen alle Umfangswinkel des Vieleckes zusammen um 4R kleiner sein, als die Winkel aller Dreiecke zusammen, oder, was dasselbe ist: sie betragen zwei mal so viel Rechte, als das Vieleck Seiten hat, weniger 4R.

Das Siebeneck hat $7 \times 2R - 4R = 10R$.
Das Neuneck hat $9 \times 2R - 4R = 14R$.
Das n=eck hat $n \times 2R - 4R = (n-2) \times 2R$.

Betragen aber im n=eck die innern Winkel $n \times 2R - 4R$, so müssen die Außenwinkel enthalten $n \times 4R$ weniger $n \times 2R - 4R$, nämlich: $n \times 2R + 4R$.

§. 157. Regelmäßiges Polygon. Fig. 16.

Das regelmäßige Polygon ist aus so vielen gleichen gleichschenkeligen Dreiecken zusammengesetzt, als es Seiten hat, und diese Dreiecke stoßen mit ihren Spitzen in einem gemeinschaftlichen Punkte zusammen.

Man denke sich in einem beliebigen regelmäßigen Polygon ABDEFG aus allen Eckpunkten A, B, D u. s. w. durch die Mitte aller Polygonwinkel gerade Linien nach dem Innern. Diese müssen irgendwo einander schneiden und Dreiecke bilden, weil die beiden an jeder Polygonseite AB, BD u. s. w. liegenden halben Polygonwinkel zusammen kleiner sind, als 2R (§. 139. 1.).

Die daraus entstandenen Dreiecke ABC, BDC u. s. w. haben die gleichen Polygonseiten zu ihren Grundlinien und an diesen die Hälften der gleichen Polygonwinkel zu anliegenden Winkeln; sie sind daher gleich und gleichschenkelig (§. 143. 145. 2.). Auch müssen ihre Spitzen wegen der gemeinschaftlichen gleichen Schenkel je zweier Dreiecke, nämlich AC = BC, BC = DC u. s. w., in einem einzigen Punkte, dem Mittelpunkte, zusammenfallen. Hieraus folgt:

1) Nicht allein alle Linien AC, BC . . . von den

Eckpunkten nach dem Mittelpunkte des Polygons, welche man in gewisser Beziehung Halbmesser nennt, sind gleich, sondern auch alle Abstände der Polygonseiten von dem Mittelpunkte, wie CH. Denn die Abstandslinie ist eine Senkrechte von C auf die Polygonseite, wie CH auf AG; sie theilt jedes Polygondreieck wieder in zwei gleiche Dreiecke, wie AHC und GHC u. s. w. (§. 145. 1.), die alle einander gleichen, und in diesen sind die Abstandslinien gleichliegende Seiten.

2) Alle Dreieckswinkel am Mittelpunkte, wie GCA, ACB, BCD u. s. w., ihre Hälften, wie ACH, HCG u. s. w., ihre Zweifachen GCB, BCE u. s. w. sind unter sich gleich. Nicht minder ihre entgegenliegenden Seiten GA = AB = BD, auch Halbseiten GH = HA u. s. w., auch Doppelseiten GA + AB = BD + DE u. s. w.; weil sie zu gleichen Dreiecken, oder zu gleichen Polygonausschnitten gehören.

3) Unter allen Polygonen ist das Sechseck am regelmäßigsten gestaltet. Jedes seiner sechs Polygondreiecke hat zum Spitzenwinkel $C = \frac{4R}{6} = \frac{2}{3} R$; also enthalten die beiden Winkel an der Grundlinie $2R - \frac{2}{3} R = \frac{4}{3} R$ und jeder einzelne enthält $\frac{2}{3} R$. Die Polygondreiecke des Sechseckes sind demnach gleichwinkelig und gleichseitig (§. 145. 3.). Im regelmäßigen Sechsecke müssen also Halbmesser und Polygonseite gleich sein.

4) Je mehr ein Polygon Seiten hat, bei einem und demselben Halbmesser, um so kleiner wird jede Seite, um so näher kommt der Seitenabstand dem Halbmesser, um so stumpfer werden die Ecken und um so mehr rundet sich das Polygon ab zu einem Kreise.

§. 158. Gleichheit und Ähnlichkeit zwischen Vielecken. Fig. 17.

Wegen Gleichheit und Ähnlichkeit der Vielecke haben wir Folgendes zu bemerken.

1) Vielecke sind gleich, wenn sie sich durch Diagonalen in gleich viele Dreiecke zertheilen lassen, wovon jedes der einen Figur dem gleichliegenden der andern völlig gleich ist. Denn wenn die Theile in einer und derselben Ordnung gleich sind, so müssen es auch die Ganzen sein.

2) Regelmäßige Polygone sind schon gleich, wenn sie bei gleicher Seitenzahl ein gleiches Seiten- oder Linienpaar haben, und also aus lauter gegenseitig gleichen Dreiecken bestehen. Auf ebendemselben Grunde beruht die Gleichheit gleichmäßiger Ausschnitte von gleichen Polygonen.

Durch die Anzahl der Seiten und durch die Größe einer Seite, oder eines Halbmessers, ist das regelmäßige Polygon genau bestimmt.

3) Fig. 17. Vielecke sind ähnlich, wenn sie sich in gleichviele Dreiecke zerlegen lassen, die einander der Reihe nach ähnlich sind.

So sind z. B. die Sechsecke abcdef und ABCDEF einander ähnlich, wenn die Dreiecke abc ∼ ABC, ace ∼ ACE, cde ∼ CDE und aef ∼ AEF und überdies alle übereinstimmig an einander liegen. Denn hieraus folgt die Gleichheit aller gleichliegenden Winkel $a = A$, $b = B$, $c = C$ u. s. w., und die Proportionalität der gleichliegenden Diagonalen und Seiten, als $ac : AC = ce : CE = ae : AE$; ferner $ab : AB = bc : BC = cd : CD = de : DE = ef : EF = fa : Fa = (ab + bc + cd + de + ef + fa) : (AB + BC + CD + DE + EF + FA)$ (§. 61. 3.). Hieraus ergiebt sich noch: In allen ähnlichen Figuren sind die ganzen Umfänge den gleichliegenden Seiten und Diagonalen proportionirt.

4) Regelmäßige Polygone sind einander schon ähnlich, wenn sie gleichviele Seiten haben; denn dann sind die Seiten verhältnißmäßig und die Winkel gleich.

5) Gleichmäßige Ausschnitte ähnlicher Polygone sind eben auch ähnlich.

5. Krumme Linien, Kreise.

§. 159. Der Kreis. Fig. 16. 19.

Unter allen krummen Linien finden wir die Kreislinie am regelmäßigsten. Sie ist eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie, welche von dem Mittelpunkte überall gleich weit absteht; man nennt sie Umfang, Umkreis, Peripherie.

Jede Gerade, die von dem Mittelpunkte zu dem Umfang geht, heißt Halbmesser, Radius, und zwei Halbmesser in gerader Linie bilden einen Durchmesser, Diameter des Kreises. Die Halbmesser eines Kreises sind unter sich gleich, weil der Umfang von dem Mittelpunkte gleichweit absteht; also müssen auch die Durchmesser unter sich gleich sein. Diese gehen durch den Mittelpunkt.

Gerade Linien von einem Punkte des Umkreises zu dem andern, die nicht durch den Mittelpunkt gehen, nennt man Sehnen, und den Theil des Umkreises, den sie abschneiden, Bogen. Derjenige Theil der Kreisfläche, welcher durch die Sehne abgeschnitten wird, heißt Abschnitt, und der von zwei Halbmessern ausgeschnittene Theil, Ausschnitt des Kreises. Zwei Kreise mit gemeinschaftlichem Mittelpunkte heißen concentrisch.

Da in dem regelmäßigen Polygone alle Eckpunkte eben so, wie die Kreislinie, gleichweit von ihrem Mittelpunkte abstehen (§. 157. 1.): so berühren sich in einem Polygone und einem Kreise, von gemeinschaftlichem Mittelpunkte C und gleichem Halbmesser CA, CB u. s. w., die Polygonecken und der Umkreis. In diesem Falle sagt man, das Polygon sei in den Kreis, oder der Kreis sei um das Polygon beschrieben. Der Kreis ist dagegen in das Polygon beschrieben, wenn derselbe die Polygonseiten von innen berührt und den Seitenabstand des Polygons CH zum Halbmesser hat.

Da im regelmäßigen Sechsecke die Seite so groß als der Halbmesser ist (§. 157. 4.): so kann in jedem Umkreise der Halbmesser sechs mal als Sehne herum getragen werden.

§. 160. Winkel im Kreise. Fig. 18.

In jedem Kreise ist der Winkel am Umfange halb so groß, als der Winkel am Mittelpunkte, wenn beide mit ihren Schenkeln auf demselben Bogen stehen.

Ist der Winkel ABD ein Winkel am Umfange und der Winkel ACD der am Mittelpunkte auf gleichem Bogen AD:

so sind $\sphericalangle ABD + CAB = \sphericalangle ACD$ (§. 141. 3.),
aber $\sphericalangle ABD = CAB$ (§. 145. 2.).

Folglich: $\sphericalangle ABD = \frac{1}{2} \sphericalangle ACD$.
Eben so: $\sphericalangle DBE = \frac{1}{2} \sphericalangle DCE$.

Zusammen: $\sphericalangle ABE = \frac{1}{2} \sphericalangle ACE$.

Auch ist $\sphericalangle DBF = \frac{1}{2} \sphericalangle DCF$.
Davon $\sphericalangle DBE = \frac{1}{2} \sphericalangle DCE$.

Bleibt: $\sphericalangle EBF = \frac{1}{2} \sphericalangle ECF$.

Es ist also:

$$\sphericalangle ABD = \tfrac{1}{2} \sphericalangle ACD$$
$$\sphericalangle DBE = \tfrac{1}{2} \sphericalangle DCE$$
$$\sphericalangle EBF = \tfrac{1}{2} \sphericalangle ECF$$

$$\sphericalangle ABD + DBE + EBF = \tfrac{1}{2}\, ACD + \tfrac{1}{2}\, DCE + \tfrac{1}{2}\, ECF$$

$$\sphericalangle ABF = \tfrac{1}{2}\,(ACD + DCE + ECF)$$
$$= R.$$

Dies führt uns zu der nützlichen Folgerung: **daß alle Winkel im Halbkreise, wie ABF, die mit ihrer Spitze den Umkreis und mit ihren Schenkeln beide Enden des Durchmessers berühren, Rechtwinkel sein müssen.** Jeder enthält nämlich die Hälfte von allen Winkeln unterhalb der Geraden ACF, welche zusammen 2R betragen (§. 137. 1.).

§. 161. Gleichheit und Ähnlichkeit der Kreise. Fig. 19.

Der Kreis ist als ein regelmäßiges Vieleck anzusehen. Man kann sich nämlich vorstellen, der Umfang bestehe aus unzählig vielen kleinen, gleichen Seiten, und der ganze

Kreis sei aus eben so viel schmalen, gleichen Polygondreieckchen zusammengesetzt, sei also ein Polygon von unzählig vielen Ecken. Es muß daher auch alles von dem regelmäßigen Polygon Erwiesene auf den Kreis angewendet werden können, nämlich:

1) Alle Halbmesser und Durchmesser eines Kreises sind unter sich gleich, wie in den Polygonen (§. 157. 1.).

2) In jedem Kreise haben gleiche Winkel am Mittelpunkte gleiche Bogen, und gleiche Bogen gleiche Mittelpunktwinkel. Denn sie gehören zu einer gleichen Anzahl gleicher Polygondreieckchen (§. 157. 2.).

3) Alle Ausschnitte desselben Kreises mit gleichen Mittelpunktwinkeln oder mit gleichen Bogen sind gleich, weil sie aus einer gleichen Anzahl gleicher Polygondreieckchen bestehen (§. 157. 2.).

4) Daher sind auch die vier rechtwinkeligen Ausschnitte am Mittelpunkte, die man Quadranten zu nennen pflegt, einander gleich und Viertel des Kreises.

5) Da auf jeder Seite des Durchmessers zwei solcher Viertelkreise liegen: so muß auch der Durchmesser den Kreis in zwei Halbkreise theilen.

6) Kreise von gleichen Halbmessern, gleichen Durchmessern, oder gleichen Umfängen sind gleich. Jeder Kreis wird durch eine dieser Linien genau bestimmt.

7) In gleichen Kreisen haben gleiche Bogen auch gleiche Winkel am Mittelpunkte, und so umgekehrt.

8) Ausschnitte gleicher Kreise sind gleich, wenn sie gleiche Mittelpunktwinkel oder gleiche Bogen haben.

9) Fig. 19. Alle Kreise sind, als Polygone von gleich vielen Seiten angesehen, einander ähnlich.

Daher müssen nicht allein ihre Halbmesser, Durchmesser und Umfänge, sondern auch ihre Bogen, welche zu gleichen Mittelpunktwinkeln gehören, proportionirt sein. Nennt man in zwei Kreisen K und k die Halbmesser R und r, die Durchmesser D und d, die Umfänge U und u, die Bogen gleicher Mittelpunktwinkel B und b, so ist:

$$R : r = D : d = U : u = B : b.$$

§. 162. Andere krummen Linien. Fig. 20. 21.

Die übrigen krummen Linien sind von unendlicher Verschiedenheit; nur wenige krümmen sich nach solchen Gesetzen, daß sie einen Gegenstand allgemeiner Betrachtungen abgeben können, und diese werden in der Forstwirthschaft eigentlich nicht gebraucht.

Zu einer Anwendung als bloße Figur eignete sich etwa die Ellipse. Fig. 20. Diese ist ein Langkreis AKBG, worin die beiden als Halbmesser dienenden Linien CL und LD, oder CH und HD, welche aus irgend einem Umfangspunkte, wie L, H, nach den beiden bestimmten Durchmesserpunkten C und D gehen, zusammengenommen dem langen Durchmesser AB gleich sind.

Wir bemerken übrigens noch: die krummen Linien werden überhaupt dadurch bestimmt, daß man ihre Abstände von einer Geraden angiebt. Letztere nennt der Mathematiker Abscissenlinie und die Abstände Ordinaten. Wir gebrauchen dafür die Namen: Standlinie und Abstände, denken uns die vorkommende krumme Linie, z. B. Fig. 21. MPR, aus kleinen Geraden MN, NO, OP u. s. w. zusammengesetzt und bestimmen die dadurch zugleich mit angenommenen Eckpunkte N, O, P, Q u. s. w. von den Richtpunkten B, C, D, E der Standlinie AR aus, nach den besondern Längen AB, AC, AD durch die senkrechten Abstände oder Breiten BN, CO, DP u. s. w.

6. Größengleichheit verschiedener Figuren.

§. 163. Parallelogramme auf gleichem Grunde und in gleicher Höhe. Fig. 22, 23, 24.

Parallelogramme von gleichen Grundlinien und Höhen haben gleichen Flächeninhalt.

Man nehme zwei solcher Parallelogramme ABCD und AFED auf einer gemeinschaftlichen Grundlinie AD an: so befinden sich die Oberseiten wegen der gleichen Höhe in einer und derselben Parallele BE zur Grundlinie. F liegt nun entweder in C, oder in BC, oder außerhalb BC.

1) Fig. 22. Liegt F in C, so ist:

$$\left.\begin{array}{l} BC = AD \\ EF = AD \\ \hline BC = EF \\ AB = DF \\ AC = DE \end{array}\right\} \text{(§. 152. 2.).}$$

Mithin: $\triangle ABC = \triangle DFE$ (§. 144.).
Dazu $\triangle ACD = \triangle AFD$.

Folglich Parallelogr. AC = Parallelogr. AE.

2) Fig. 23. Liegt F in BC, so ist:

wie oben BC = EF.
Davon FC = FC,

bleibt: BF = EC.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Es ist aber auch } AB = DC \\ \text{und } AF = DE \end{array}\right\} \text{(§. 152. 2.).}$$

Mithin: $\triangle ABF = \triangle DCE$ (§. 144.).
Hierzu Trapez AFCD = Trapez AFCD.

Folglich: Prlgr. AC = Prlgr. AE.

3) Fig. 24. Liegt F außer BC, so ist:

wie oben BC = EF
Dazu CF = CF,

giebt: BF = CE.

Nun ist auch AB = DC } (§. 152. 2.).
und AF = DE }

Mithin: △ ABF = △ DCE (§. 144.).
Davon △ GCF = △ GCF,

bleibt: Trap. ABCG = Trap. DGFE.
Dazu △ AGD = △ AGD.

Folglich: Prlgr. AC = Prlgr. AE.

§. 164. Dreiecke auf gleichem Grunde und in gleicher Höhe. Fig. 25.

Dreiecke von gleichen Grundlinien und gleichen Höhen haben gleichen Flächeninhalt.

Man denke sich zwei solcher Dreiecke ABD und AFD auf demselben Grunde AD; dann durch ihre Spitzen eine Gerade BF, die wegen der gleichen Dreieckshöhen zur Grundlinie gleichlaufend sein muß; endlich noch DC parallel zu AB und DE parallel zu AF: so ist

Parallelogr. ABCD = Parallelogr. AFED;
folglich auch ½ Prlgr. ABCD = ½ Prlgr. AFED,
oder △ ABD = △ AFD (§. 152. 1.).

Demnach ist ein Dreieck auch halb so groß, als jedes andere Parallelogramm von ebenderselben Grundlinie und Höhe.

△ ABD = ½ Prlgr. AC = ½ Prlgr. AE.

§. 165. Quadrate auf den Seiten des rechtwinkeligen Dreieckes. Fig. 26.

In jedem rechtwinkeligen Dreiecke ist das Quadrat der Hypothenuse so groß, als die beiden Quadrate der Katheten.

Man denke sich CE als das Quadrat der Hypothenuse, CH und BG als die Quadrate beider Katheten; ferner die Gerade AL parallel mit CD und BE, und einstweilen nur die beiden Hülfslinien AD und BI: so ist

erstlich $\measuredangle$ DCB = $\measuredangle$ ICA = R.
Dazu: $\measuredangle$ ACB = $\measuredangle$ ACB,
giebt: $\measuredangle$ DCA = $\measuredangle$ ICB.
Da auch CD = CB } als Quadratseiten:
und CA = CI }
so folgt: $\triangle$ DCA = $\triangle$ ICB (§. 142.).
Aber $\triangle$ DCA = $\triangle$ DCK = ½ Prlgr. CL } (§. 164.).
und $\triangle$ ICB = $\triangle$ ICA = ½ Qubrt. CH }
Folglich: Prlgr. CL = Qubrt. CH.

Eben so läßt sich beweisen, daß Prlgr. BL = Qubrt. BG ist.

Beide Gleichungen addirt, giebt
CL + BL = CH + BG,
oder $BC^2 = CA^2 + AB^2$;
auch $BC^2 - CA^2 = AB^2$, oder $BC^2 - AB^2 = CA^2$.

Ein Dreieck, dessen Seiten sich verhalten, wie 3, 4 und 5, ist also rechtwinkelig, weil $3^2 + 4^2 = 5^2$.

7. Flächeninhalt der Figuren.

§. 166. Flächeninhalt der Vier- u. Dreiecke. Fig. 27.

Jedes Rechteck enthält so viele Quadrateinheiten, als das Produkt aus der Längenzahl seines Grundes mit der Längenzahl seiner Seite oder Höhe beträgt.

Es sei AC ein Rechteck, dessen Flächeninhalt bestimmt werden soll, und ac ein zur Flächeneinheit dienendes Quadratchen. Dieses Flächenmaß ging innerhalb des Rechteckes so viel mal auf die Grundlinie AD, als diese ad in sich enthält, und eine solche Anzahl AF fände in dem ganzen Rechtecke so viel mal Platz, als ad oder AE in der Höhe AB enthalten ist.

Mäße z. B. die Grundlinie AD 4 und die Seite AB 3 Längeneinheiten, so gingen in dem Rechtecke AC vier Quadrateinheiten drei mal über einander. Man sieht also ein, daß dessen Flächeninhalt 4 × 3 = 12 ist.

Daher muß die gesuchte Anzahl der im Rechtecke befindlichen Quadrateinheiten herauskommen, wenn man die Längenzahl der Grundlinie **AD** mit der Längenzahl der Seite **AB**, oder schlechthin, die Grundlinie mit der Höhe multiplizirt. Dadurch wird zugleich deutlich, was gemeint ist, wenn Linien mit Linien multiplizirt werden sollen.

Aus diesem folgt weiter:

1) Der Inhalt des Quadrates ist das Produkt seiner Seite mit sich selbst, weil die Höhe der Grundlinie gleich ist. Hätte eine Quadratseite 10 oder 12 zum Maße, so enthielte das Quadrat $10 \times 10 = 10^2 = 100$, oder $12 \times 12 = 12^2 = 144$ Flächeneinheiten. Der Inhalt des Quadrates ist also die Quadratzahl der Seite, und die Seite des Quadrates ist die Quadratwurzel aus dem gegebenen Inhalte. Deßhalb nennt man auch in der Rechenkunst die zweite Potenz Quadrat.

2) Das schiefe Parallelogramm besteht aus so vielen Flächeneinheiten, als das Produkt seiner Grundlinie mit der Höhe beträgt; denn es ist (§. 163.) so groß als ein Rechteck von derselben Grundlinie und Höhe. Hielte in **Fig. 24.** die Grundlinie **AD** 8 und die Höhe **DC** 11, so wäre der Inhalt von dem schiefen Parallelogramme **AE** sowohl, als von dem Rechtecke $AC = 8 \times 11 = 88$ Flächeneinheiten.

3) Überhaupt wird der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms gefunden, wenn die Längenzahlen der Grundlinie und Höhe mit einander multiplizirt werden. Bezeichnet man jene mit **G** und diese mit **H** und den Flächeninhalt mit **F**, so ist in jedem Parallelogramm $F = G \times H$.

4) Der Flächeninhalt des Dreieckes besteht aus halb so viel Flächeneinheiten, als das Produkt der Grundlinie mit der Höhe beträgt; denn das Dreieck ist die Hälfte des Parallelogramms von derselben Grundlinie und Höhe (§. 164.). In jedem Dreiecke ist daher nach der vorigen Bezeichnung $F = \frac{1}{2} (G \times H)$.

5) Jede andere Figur enthält so viele Flächeneinheiten, als alle ihre durch Diagonalen abgetheilten Dreiecke oder andern Berechnungstheile zusammengenommen.

§. 167. Flächeninhalt der Polygone. Fig. 16.

Jedes regelmäßige Polygon ist so groß als ein Dreieck, das dessen Umfang zur Grundlinie und dessen Mittelpunktabstand zur Höhe hat.

Von dem regulären Sechsecke ist der Inhalt nach den einzelnen Dreiecken, die alle gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben (§. 157.):

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2}\,AG\\ \frac{1}{2}\,GF\\ \frac{1}{2}\,FE\\ \frac{1}{2}\,ED\\ \frac{1}{2}\,DB\\ \frac{1}{2}\,BA\end{array}\right\} \times CH = \frac{1}{2}\,(AG + GF + FE + ED + DB + BA) \times CH.$$

Nennen wir im Allgemeinen die Polygonseite s, die Anzahl der Seiten n und den Mittelpunktabstand r: so ist von jedem Polygon der Flächeninhalt

$$F = \frac{1}{2}(s \times n \times r).$$

Hieraus folgt:

1) Der Flächeninhalt eines Kreises ist eben auch dem eines Dreieckes gleich, das dessen Umfang zur Grundlinie und dessen Halbmesser zur Höhe hat (§. 161.). Bezeichnet man den Umfang mit u anstatt $s \times n$, den Halbmesser oder Mittelpunktabstand mit r: so ist von jedem Polygon und Kreise der Flächeninhalt

$$F = \frac{1}{2}\,(u \times r).$$

2) Jeder Polygon- und Kreisausschnitt ist so groß als ein Dreieck, das zur Grundlinie den entsprechenden Theil des Umfangs und zur Höhe den Mittelpunktabstand oder Halbmesser hat. Bezeichnet b in einem solchen Ausschnitte den Umfangtheil, so ist $F = \frac{1}{2}\,(b \times r)$.

8. Flächenverhältniß der Figuren.

§. 168. Flächenverhältniß zwischen Dreiecken.

Alle Dreiecke verhalten sich ihrer Fläche nach, wie die Produkte ihrer Grundlinien und Höhen. Bezeichnet man von zwei Dreiecken die Grundlinien mit G und g, die Höhen mit H und h, die Flächeninhalte mit F und f, dann ist:

$$\left.\begin{array}{l} F = \frac{1}{2}\, G \times H \\ f = \frac{1}{2}\, g \times h \end{array}\right\} (§.\ 166.\ 4.).$$

Daher $F : f = \frac{1}{2}\, G \times H : \frac{1}{2}\, g \times h$

und $F : f = G \times H : g \times h$ (§. 60.).

Hieraus folgt:

1) Zwei Dreiecke von gleichem Grunde verhalten sich wie ihre Höhen.

Ist nämlich $F : f = G \times H : g \times h$ und

nach der Voraussetzung $G = g$

so ist auch $F : f = H : h$ (§. 60.).

2) Bei gleichen Höhen verhalten sich die Dreiecke wie ihre Grundlinien. Ist nämlich $H = h$, so verhält sich auch

$$G \times H : g \times h = G : g.$$

3) Da die Dreiecke Hälften sind von Parallelogrammen, und die Ganzen sich verhalten, wie ihre Hälften: so finden alle diese Verhältnisse auch bei Parallelogrammen Statt.

§. 169. Flächenverhältniß zwischen ähnlichen Figuren. Fig. 28. 29. 17.

1) Fig. 28. Ähnliche Dreiecke verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten. Man lege zwei ähnliche Dreiecke ABC und ADE zusammen und ziehe die Hülfslinie DC, so ist

$$\begin{aligned} \triangle ADE : \triangle ADC &= AE : AC \text{ (§. 168. 2.).} \\ \triangle ADC : \triangle ABC &= AE : AC \text{ (}= AD : AB, \text{§. 147.).} \\ \hline \text{Folglich } \triangle ADE : \triangle ABC &= AE^2 : AC^2 \text{ (§. 61. 4. 2.)} \\ &= AD^2 : AB^2 \\ &= DE^2 : BC^2. \end{aligned}$$

2) Fig. 29. Ähnliche Vierecke verhalten sich, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Seiten oder Diagonalen. In den beiden ähnlichen Vierecken ABCD und abcd verhält sich

$$\begin{aligned} \triangle ABC : \triangle abc &= AC^2 : ac^2 = AB^2 : ab^2 \text{ u. s. w.} \\ \triangle ACD : \triangle acd &= AC^2 : ac^2 = AD^2 : ad^2 \text{ u. s. w.,} \\ \hline \text{mithin } ABCD : abcd &= AC^2 : ac^2 = AB^2 : ab^2 \text{ u. s. w. (§. 61. 3.).} \end{aligned}$$

3) Fig. 17. Eben so verhalten sich ähnliche Vielecke, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden Linien. In den beiden ähnlichen Vielecken ABCDEF und abcdef ist nämlich:

$$\left.\begin{aligned} \triangle ABC : \triangle abc &= AB^2 : ab^2 \\ \triangle CDE : \triangle cde &= AB^2 : ab^2 \\ \triangle CEA : \triangle cea &= AB^2 : ab^2 \\ \triangle EFA : \triangle efa &= AB^2 : ab^2 \end{aligned}\right\} \text{wegen Proportionalität aller Seiten (§. 158. 3.).}$$

$$\text{Mithin } ABCDEF : abcdef = AB^2 : ab^2 = BC^2 : bc^2 \text{ u. s. w.}$$

4) Kreise verhalten sich ihrer Fläche nach, wie die Quadrate ihrer Halbmesser, Durchmesser und Umfänge. Denn alle Kreise sind als ähnliche Vielecke von einer gleichen Anzahl Seiten anzusehen, und ihre Halbmesser, Durchmesser und Umfänge als gleichliegende Linien. Bezeichnen K und k zwei Kreise, R und r ihre Halbmesser, D und d ihre Durchmesser, U und u ihre Umfänge: so ist

$$K : k = R^2 : r^2 = D^2 : d^2 = U^2 : u^2.$$

5) Fig. 17. Gleichliegende Linien ähnlicher Figuren verhalten sich, wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen, welche die Flächenverhältnisse der Figuren ausdrücken.

Ist $ABCDEF : abcdef = AB^2 : ab^2$, so
ist auch $\sqrt{ABCDEF} : \sqrt{abcdef} = AB : ab$.
Aus $K : k = D^2 : d^2 = U^2 : u^2$
folgt $\sqrt{K} : \sqrt{k} = D : d = U : u$.

II. Figurenzeichnung.

---

1. Linienzeichnung insbesondere.

§. 170. Linienmaße.

Die Linien- oder Rißzeichnung stellt gemessene Gegenstände, Grundstücke, Wege, Bauwerke u. dergl. in verjüngtem Maße dar. Zu diesen Darstellungen müssen wir zuvörderst das Linien- oder Längenmaß kennen.

Als Grundmaß zum Längenmessen dient der gemeine Fuß, dessen Größe gewöhnlich nach dem alten pariser Fußmaße bestimmt wird. Man nimmt davon mehre, gewöhnlich 10, 12 bis 16 zusammen zur Ruthe, und theilt diese, des leichtern Gebrauches wegen, allemal wieder in Zehntel. Dadurch entsteht das geometrische Maß, dessen Theile geometrische Fuße, Zolle heißen.

Im Handel und Gewerbe geht man nicht gern von dem gemeinen oder Werkfuße ab, der durch seine Eintheilung in 12 Zolle zu 12 Linien theilbarer ist. Dieses gemeine Maß heißt zwölftheiliges oder Werkmaß. Der geometrische Fuß gleicht nur dann dem Werkfuße, wenn die Ruthe aus 10 Werkfußen besteht.

Man bezeichnet die Ruthen mit °, die Fuße mit ′, die Zolle mit ″, die Linien mit ‴ rechts oben an der zu benennenden Zahl; z. B. 3° 7′ 6″. Wenn übrigens, ohne Bemerkung des Maßes, in einer angegebenen Länge Ruthen mit genannt sind: so ver-

steht man darunter geometrisches Maß, besonders wo von Grundstückmessungen die Rede ist. Kommen dagegen nur Füße und Zolle vor, und betrifft die Maßangabe Höhen, Tiefen, Körperausdehnungen und dergleichen: so ist auf Werkmaß zu schließen.

Je ausgedehnter die in der Rißzeichnung darzustellenden Gegenstände in ihrer Wirklichkeit sind, um so mehr müssen die natürlichen Maße verkleinert aufgetragen werden, und desto größer sind dann die unvermeidlichen Zeichnungsfehler (§. 133.). Um sich überhaupt der größten Genauigkeit in Anwendung der Linienmaße zu befleißigen, ist jeder Punkt und jede Linie so fein wie möglich darzustellen, stets die sicherste Verzeichnungsart zu wählen, aus dem Großen in das Kleine zu arbeiten und nur von entschieden richtigen Punkten weiter zu gehen, damit die an sich zwar unmerklichen, zusammen aber sehr beträchtlichen Abweichungen in den engsten Schranken bleiben. Überdies muß die Richtigkeit jeder vollführten Zeichnung so viel als möglich geprüft werden.

§. 171. Gerade Linien zu ziehen.

Gerade Linien zieht man am vollkantigen Lineale von Stahl oder von altem, hartem, ganz geradspaltigem Holze. Die hölzernen Lineale sind öfter zu prüfen, von Zeit zu Zeit neu abzuziehen und wohl in Acht zu nehmen.

Ein richtiges Lineal muß folgende Prüfung bestehen: Man zieht auf einer völligen Ebene an der zu prüfenden ganzen Seite hin eine scharfe Linie, schlägt nun das Lineal über diese Linie und paßt dieselbe Seite wieder von drüben an. Findet sich hier nicht die geringste Abweichung, so ist die gebrauchte Seite richtig. Eben so wird die andere Seite geprüft. Ist ein richtiges Lineal bei der Hand, vielleicht ein gut zugerichtetes stählernes, denn hölzerne verziehen sich leicht: so kann man das zu prüfende nur gegen das Licht daran halten und zusehen, ob es an das richtige genau anschließt. Der Grund dieser Prüfung liegt in den Eigenschaften gerader und krummer Linien (§. 135.).

Zum Linienziehen selbst bedient man sich außer der Zirkelspitze, womit die sogenannten blinden Linien gerissen wer-

den, des Bleistiftes, oder der Reißfeder. Die Bleistifte werden zum Ziehen einerseits bis an das Blei abgespalten, breit geschnitten und weiter auf rauhem Papiere geschärft. Die Reißfeder muß gleich starke und gleich lange, gut zusammen passende Schnäbel haben, die des bessern Reinigens wegen mit einem Gewinde zum Öffnen versehen und vor Tinte in Acht zu nehmen sind. Ganz spitzig geschnittene Schreibfedern dienen wohl auch zum Linienziehen, aber ohne Sicherheit.

Das Ziehen richtiger, gerader Linien erfordert eine geübte, stete Hand. Man legt das Lineal an die zwei gegebenen Punkte und zieht von einem zum andern hin, ohne dabei das Lineal zu verrücken, oder im Zuge zu wanken. Die Linie muß ganz genau die Mitte ihrer Richtpunkte schneiden; man zieht sie aber nur bis vor die Endpunkte, um diese frei und brauchbar zu erhalten. Drei, vier, oder mehr Anhaltepunkte dienen zum sicherern Ziehen.

§. 172. Kreislinien zu ziehen.

Kreislinien werden mit dem Zirkel gezogen, der hauptsächlich zum Abgreifen der Längen dient. Man führt gewöhnlich Handzirkel und nur zu größern, genauern Arbeiten Stangenzirkel.

Am Handzirkel verlangt man ganz gleiche Schenkel mit geraden, runden Spitzen, weder zu stumpf, noch zu spitzig, ganz stete gehend und dicht an einander schließend; dazu noch eine Reißfeder und eine Bleistifthülse zum Einsetzen; daher der Name Stückzirkel.

Der Stangenzirkel ist am brauchbarsten, wenn die Spitzen und das etwa nöthige Einsetzzeug auch an einen langen, steten Stab befestigt werden können. Andere Zirkel sind überflüssig, bis auf den Federzirkel zu genauern Eintheilungen.

Soll eine Kreislinie gezogen werden, so faßt man mit dem Zirkel den gegebenen Halbmesser, setzt den einen Schenkel in den Mittelpunkt und beschreibt mit dem andern den Kreis. Oft hat man nur ein Bogenstück nöthig, oder das Übertragen einer gewissen Länge zur Absicht.

Leicht begreiflich können größere Längen mit dem Handzirkel weniger genau abgegriffen und aufgetragen werden. Die dabei unvermeidliche schiefe Stellung der Schenkel und das Federn unter einer ungeübteren Hand vermeidet man beim Gebrauche des etwas beschwerlichern Stangenzirkels.

§. 173. Senkrechte Linien zu ziehen. Fig. 30. 31.

Senkrechte Linien errichtet und fällt man vermittelst des sogenannten Winkels, oder des Zirkels.

1) Der Winkel, auch zum Ziehen gerader und gleichlaufender Linien brauchbar, ist ein rechtwinkeliges Dreieck von Holz, dem dazu gehörigen Lineale in Stärke und Schwere angemessen. An diesem Werkzeuge hat man zweierlei zu prüfen. Erstlich, ob die Seiten völlig gerade sind; dies geschieht, wie beim Lineale (§. 171.). Zweitens, ob auch der rechte Winkel richtig ist. Hierzu legt man den Winkel an eine gerade Linie und zieht an dem aufrechten Schenkel hin die angenommene Senkrechte; alsdann schlägt man das Werkzeug um und paßt es auf der andern Seite in den Nebenwinkel. Füllt es diesen genau aus, so sind beide damit gemachten Nebenwinkel gleich und recht (§. 137.). Auch legt man den Winkel mit einem andern schon geprüften zusammen, setzt beide auf ein richtiges Lineal und sieht zu, ob er den eben gemachten Forderungen entspricht.

Hieraus ergiebt sich nun von selbst, wie mit Hülfe des Winkels eine Senkrechte gezogen wird. Man legt an die gegebene Linie ein Lineal, stellt den Winkel mit einer Kathete darauf und schiebt diesen bis an den in oder außer der Linie gegebenen Richtpunkt, durch welchen man nun die Senkrechte an der andern Kathete hinzieht. Dies ging auch ohne Mitgebrauch des Lineales, aber beschwerlicher und weniger sicher.

2) Fig. 30. Genauer ist die Auflösung vermittelst des Stangenzirkels. Mit beliebiger und gleicher Zirkelöffnung reißt man von beiden Endpunkten der gegebenen Linie AB oberhalb und unterhalb derselben Bogen und zieht durch beide Bogendurchschnitte C und D eine gerade Linie. Diese ist senkrecht auf AB und geht zugleich durch deren Mitte.

Wäre dazu der Punkt E in der Linie bestimmt gewesen, so hätte man A und B gleichweit von E annehmen und übrigens eben so verfahren müssen. Wäre aber von einem außerhalb der Linie gegebenen Punkte C eine Senkrechte auf die Linie zu fällen: so hätte man den Zirkel zuerst in C einzusetzen und CA = CB, alsdann von A und B aus AD = BD abzureißen, endlich die Senkrechte CD zu ziehen.

Die Richtigkeit dieser Auflösungen beruht auf der Gleichheit der Dreiecke und Winkel AEC und BEC. Es ist nämlich △ACD = △BCD, weil AC = BC, AD = BD und DC = DC; daher auch ∠ACD = ∠ BCD (§. 144.). Nun ist in den Dreiecken AEC und BEC nicht allein ∠ACE = ∠BCE, sondern auch AC = BC und CE gemeinschaftlich. Daraus folgt: △AEC = △BEC (§. 142.) und ∠AEC = ∠BEC = R, also CE senkrecht (§. 136.).

3) Fig. 31. Soll etwa die Senkrechte am Rande des Papieres gezogen werden, z. B. aus A, so nimmt man über AB unweit A einen Punkt C willkürlich an, beschreibt mit CA aus C einen Halbkreis DAE, zieht vom Durchschnittspunkte D über C den Durchmesser DE und alsdann aus E die Senkrechte EA. Denn EAD ist ein Winkel im Halbkreise auf dem Durchmesser ED, also ein Rechter (§. 160.).

Ist die Senkrechte aus einem seitwärts gegebenen Punkte E auf AB zu fällen: so zieht man eine willkürlich schräge Linie ED, halbirt sie in C, beschreibt aus C mit CD den Halbkreis DAE und fällt endlich EA herab als Senkrechte.

Daß jenes Senkrechtziehen mit dem Winkel nur so weit genau ist, als dessen Seite reicht und dessen Ecke angepaßt werden kann, leuchtet von selbst ein. Beim Gebrauche des Zirkels könnte man mit größern Zirkelöffnungen für die verlangte Senkrechte noch weitere Versicherungspunkte bestimmen.

§. 174. Parallellinien zu ziehen. Fig. 32.

Parallellinien zieht man mit Lineal und Winkel, oder vermittelst aufgetragener Abstände.

1) Parallelziehen mit Lineal und Winkel: Man

legt den Winkel mit einer Seite an die gegebene Linie, das Lineal an die andere Seite des Winkels, schiebt nun den Winkel an dem fest aufgedrückten Lineale leicht fort, bis zur bestimmten Stelle und zieht da die Gleichlaufende. Beide Linien haben dieselbe Neigung zur Linealseite, sie sind daher parallel (§. 139. 1.). Dabei müßte der Winkel eben kein rechter sein, und es könnte auch die schiefe Seite desselben gebraucht werden. Beim Anlegen der Werkzeuge richtet man sich nach der Stelle, wohin die Parallele kommen soll. Reicht das Lineal nicht zu, so wird unterwegs auch dieses wieder am festgehaltenen Winkel fortgerückt.

Hierbei kann leicht ein Verrücken des Lineales oder des Winkels vorgehen, wenn man nicht geübt ist. Doch hat dieses sogenannte Parallelschieben bei geometrischen Zeichnungen große Vorzüge vor dem Gebrauche des eigentlichen Parallel- und des Anschlaglineales.

2) Fig. 32. Parallelziehen nach Zirkelabmessungen: Auf die vorhandene Linie AB wird der gegebene Abstand wenigstens zwei mal getragen, indem man den einen Zirkelschenkel in die Linie setzt und mit dem andern an der Stelle, wohin die Parallele kommen soll, einen Bogen reißt, wie n, o, p. Durch die höchsten Punkte dieser Bogen zieht man nun die Linie CD, welche zu AB gleichlaufend sein muß.

Werden zu jeder Lineallänge drei oder mehr Abmessungen gerissen, so wird die Parallele um so genauer; denn das Lineal muß alle Bogen gleichmäßig berühren. Um hierbei unvermeidliche Mängel des Lineales unschädlicher zu machen, gebraucht man stets ein und dieselbe, vorher bezeichnete Linealseite und dies nach gleicher Richtung.

Errichtete man auf AB senkrechte Linien zu den Abständen, so würde die Auflösung eben so genau; denn daß eine ganz kleine Abweichung von dem senkrechten Stande dieser Hülfslinien keinen merklichen Fehler verursacht, ist aus der Zeichnung selbst ersichtlich, worin die gezogene Parallele ein beträchtliches Stück des Bogens deckt und ganz dieselbe Lage erhalten hätte, der Abstandspunkt mochte etwas weiter links oder rechts in dem bedeckten Bogenstücke liegen. Lange Parallelen zieht man jeden Falls am genauesten vermittelst des aufgetragenen Abstandes.

§. 175. Netzzeichnung. Fig. 33.

Netzlinien oder Parallelen, die sich in gleichen Abständen senkrecht durchschneiden, zeichnet man mittels Rahmen, oder Abmessungen. Beide Verfahren erfordern eine genaue Prüfung.

1) Man legt einen von Metall verfertigten dünnen Rahmen, worin die Endpunkte aller Netzlinien mit fein gebohrten Löchern gegeben sind, auf das Zeichenblatt und sticht durch alle Löcher die Punkte vor. Oder man theilt sich den Rahmen eines Reißbrettes eben so ein und zieht über das dazwischen eingespannte Papier alle Netzlinien von Punkt zu Punkt. Auch könnte man ein schon fertig gezogenes Netz auf das untergelegte Zeichenblatt abstechen.

2) Ein solches Netz mittels besonderer Abmessungen zu zeichnen, errichtet man in der Mitte des Zeichenblattes auf einer geraden Linie AB eine sehr genaue Senkrechte CD, wo möglich mit Hülfe eines weit geöffneten Stangenzirkels (§. 173. 2.), deßgleichen nahe am Papierrande auf A und B zwei blinde Senkrechte (§. 173. 1, oder 3.), die bloß zum Auftragen der Abstände dienen. Hiernächst faßt man einen mehrfachen Abstand in den Zirkel, trägt diesen von A, I und B aus aufwärts nach E, C und G, dann abwärts nach F, D und H und zieht die dadurch bestimmten seitwärts gehenden Hauptparallelen mit immer gleicher Lage des Lineales. Dieselbe Zirkelöffnung trägt man nun wieder, von C, I und D aus, sowohl nach G, B und H, als nach E, A und F und zieht die aufwärts gehenden Hauptlinien eben so. Nachmals trägt man die einfachen Abstände für die inneren Netzlinien hinein und führt auch diese aus. Wollte man sogleich die einfachen Abstände nach einander auftragen und auch nicht von innen nach außen arbeiten: so pflanzten sich die einzelnen unvermeidlichen Abweichungen zu beträchtlichen Fehlern fort.

3) Dieses Quadratnetz dient bei größern geometrischen Arbeiten sowohl zum Auftragen und Berechnen der Figuren, als zum Bemessen des un-

vermeidlichen Papierverziehens. Daher muß dasselbe so genau wie möglich sein und auf folgende Weise geprüft werden: Man untersucht erst beliebige Quadratseiten an sich, ob sie das rechte Maß haben und gleich sind; eben so auch Diagonalen beider Richtungen; hiernach die Längen zusammengenommener Seiten und Diagonalen. Endlich zieht man über das Quadratnetz zwei kreuzende Hauptdiagonalen. Diese müssen alle auf ihrem Wege liegenden Eckpunkte genau durchschneiden und im Ganzen sowohl, als in den Theilen einander gleich sein.

§. 176. Theilung gerader Linien. Fig. 34.

Das Theilen gerader Linien geschieht entweder durch wiederholte Versuche, oder auf geometrischem Wege.

1) Soll eine gerade Linie AB auf geometrischem Wege in gleiche Theile getheilt werden, z. B. in zehn: so legt man an A eine Hülfslinie AC in einem beliebigen, jedoch spitzigen Winkel, trägt auf diese von A aus einen willkürlich angenommenen Theil zehn mal auf, zieht alsdann vom letzten Theilpunkte C eine Gerade nach B und mit dieser von allen Theilpunkten a, b, c, d ... Parallelen herüber auf AB. Die Durchschneidungspunkte 1, 2, 3 .... sind nach §. 147. die verlangten Theilpunkte der Linie AB.

Zu größerer Versicherung gereicht es, wenn man noch eine Gerade BD aus B zu AC parallel legt und eben so wie AC theilt, dann alle Theilungen aus AC nicht nur zu CB und AD parallel, sondern auch in die auf BD vorgezeichneten Theilpunkte mit richtet.

Die Theile auf AC sind etwas größer anzunehmen, als die auf AB ausfallen, damit die Theilungslinie ziemlich im rechten Winkel durchschnitten wird. Dieses Verfahren erfordert besondere Vorsicht und ist dennoch zu genauen Eintheilungen nicht vorzüglich, wegen der dabei unvermeidlichen Zeichnungsfehler.

2) Gewöhnlich theilt man die Linien durch wiederholte Versuche. Man faßt die wahrscheinliche Größe des gesuchten Theiles in den Zirkel und trägt dieselbe auf der Linie hin. Am

Ende zeigt sich ein Unterschied. Diesen theilt man nach dem bloßen Augenmaße und verändert den vorigen Versuchtheil danach. Jetzt trägt man den neuen Theil abermals auf der Linie hin, berichtigt ihn eben so nach Maßgabe des wieder gefundenen Unterschiedes und fährt so fort, bis die Theilung genau aufgeht.

Leichter und richtiger macht sich diese Theilung, wenn man die Linie anfänglich in größere Theile abtheilt, je nachdem die Anzahl der verlangten Theile eben theilbar ist. So könnte eine Länge zu 10 Theilen halbirt und dann auf beiden Hälften in 5 getheilt werden. Nimmt man an, daß beim Auftragen eines jeden einzelnen Theiles derselbe unvermeidliche Fehler wieder gemacht wird: so häufen sich diese Fehler um so mehr, je mehr Theile hinter einander aufgetragen werden. Eine vorläufige Abtheilung im Großen hält diese Abweichungen in gemessenen Schranken. Der Zirkel muß hierbei sehr gleichmäßig geführt und darf keinmal stärker eingedrückt werden, sonst fallen die Theile ungleich aus. Die obige geometrische Eintheilung kann oft als Vorarbeit zu dieser unmittelbaren Eintheilung dienen; oder man sucht mit Hülfe eines Maßstabes die beiläufige Größe des verlangten Theiles zum ersten Auftragen.

Die verrichtete Eintheilung irgend einer Linie wird geprüft, indem man gewisse Theile in den Zirkel faßt, diese Größe von Theilstrich zu Theilstrich forträgt und dadurch die Übereinstimmung des Einzelnen und Mehrfachen zugleich untersucht.

§. 177. Einen Fußmaßstab zu fertigen. Fig. 35.

Zu ganz genauen Ausmessungen und Zeichnungen nach dem wahren Maße verfertigt man sich einen Maßstab vom landüblichen Werkfuße auf Metall, Holz oder Papier. Die gerade Grundlinie AB, von der Länge eines Fußes, wird bei Zwölftelmaß in 12 Zolle, der vordere Zoll AC wird wieder in 12 Linien getheilt. Um nun noch Zehntellinien zu bekommen, errichtet man auf jedem Theilpunkte der Zolle eine Senkrechte, trägt auf die beiden äußersten, von A und B aus, zehn gleiche Theile in willkürlicher Größe und verbindet diese Theilpunkte mit Geraden, die zu AB gleichlaufend sind. Hierauf theilt man DE

wie AC in die 12 Linien und zieht die schrägen Linien Ca, 1b, 2c u. s. w., schreibt zwischen C und A und B die Zahlen der Linien und zwischen A und D die der Zehntellinien, so ist der Maßstab fertig. Zwischen C und B findet man ganze Zolle, deren Linienzahl von C aus unter jedem Theilstriche steht; zwischen C und A, ganze Linien; zwischen C und D, die Zehntellinien.

Begreiflich enthalten die Stücke der innern Längenlinien über CB ganze Zolle und zwischen C11 und aD ganze Linien; denn es sind Parallelen zwischen je zwei von denselben Maßen ausgehenden Parallelen, und in dem Dreiecke CEa befinden sich die vorn hinauf gezählten Linientheile. Da nämlich CE zehn gleiche Theile und Ea die Größe einer Linie enthält, so ist nach §. 147.: de $= \frac{1}{10}$, fg $= \frac{2}{10}$, hi $= \frac{3}{10}$ Linien u. s. w.; auch zl = zk + kl = 7,4 Linien.

Zum Messen auf diesem Maßstabe greift man die gegebene Länge mit dem Zirkel ab, setzt einen Schenkel desselben in derjenigen Zollabtheilung an, von welcher aus der andere die Linientheilung erreicht, und geht nun mit beiden Schenkeln von Längenlinie zu Längenlinie hinauf, bis der vordere einen Durchschneidungspunkt getroffen hat. War dies vielleicht bei m und z der Fall, so hielt die Länge in

ml = 1 Zoll oder 12 Linien,
zk = 7 Linien,
kl = $\frac{4}{10}$ Linien;
zusammen 1″ 7,4‴ oder 19,4‴.

Das Abgreifen verlangter Längen auf dem Maßstabe geschieht auf gleiche Weise. Im Besitze eines solchen Maßstabes von dem alten pariser Fuße kann man nach den bekannten Fußverhältnissen die Größe eines jeden Fußes abnehmen.

§. 178. Einen verjüngten oder geometrischen Maßstab zu zeichnen. Fig. 36.

Alle Grundmessungen werden verkleinert auf's Papier getragen mittels eines eben so verkleinerten oder verjüngten Maßstabes. Das Verhältniß desselben zu dem wahren

Maße ist meistens vorgeschrieben, bei den Forstvermessungen gewöhnlich $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ der natürlichen Länge, oder die wahre Ruthe enthält 5000 bis 4000 verjüngte Ruthen.

Beim Verfertigen eines verjüngten Maßstabes berechnet man zuvörderst, wie viel der zum Grundmaße dienende Werkfuß solcher verjüngten Ruthen enthält und sucht danach die Größe von 10 verjüngten Ruthen. Auf dem preußischen Forstkartenmaßstabe soll der Dezimalzoll oder 0,01° genau 50 verjüngte Ruthen enthalten; derselbe verhält sich also zur natürlichen Länge, wie 0,01 : 50 = 1 : 5000, oder auf eine wahre Ruthe gingen 5000 verjüngte Ruthen, und auf $\frac{1}{12}$ Ruthe oder 1 preußischen Zwölftelfuß, $\frac{5000}{12}$ = 416,66 . . .; daher auf 3 preußische oder rheinländische Fuße 1250 verjüngte Ruthen. Theilt man also 3 rheinländische Fuße in 5 × 5 × 5 Theile, so erhält man die Größe von 10 Ruthen für den verjüngten Maßstab. — Der weimarische Forstkartenmaßstab enthält $\frac{1}{4000}$ der natürlichen Länge; auf einen weimarischen Werkfuß gehen also $\frac{4000}{16}$ = 250 verjüngte Ruthen. Dessen Theilung in 5 × 5 ergiebt die Größe von 10 Ruthen, die auch 5 pariser Linien gleich ist.

Die Eintheilung des verjüngten Maßstabes muß dem geometrischen Maße entsprechen. Auf der angenommenen Grundlinie theilt man zuerst die Stücke zu je 10 Ruthen ab, dann das vordere in die 10 einzelnen Ruthen und macht darauf noch die bekannte Parallelzeichnung zum Abnehmen der Zehntelruthen oder Fuße. Der so weit fertige Maßstab wird zum leichten und sichern Gebrauche noch mit den Maßzahlen versehen; unten an den Ruthenzehnern mit 10, 20, 30 u. s. w.; unter den einzelnen Ruthen mit 1, 3, 5, 7, 9; vorn hinaufwärts mit den Fußzahlen 1, 2, 3 . . . . 9. Auch kann zur Sicherung des Gebrauches die mittlere Längenlinie mit Punkten kenntlicher gemacht werden.

Das Messen und Abnehmen der Längen auf einem solchen verjüngten Maßstabe ist nun leicht. Die Ruthenzehner stehen unter den Querlinien, die einzelnen Ruthen unter den Schräglinien, die Fuße vor den Längenlinien. Halbe Fuße, oder andere Theile der Fuße werden nach dem Augenmaße noch zwischen den entsprechenden Längenlinien abgenommen. Von y

nach x sind z. B. 20 Ruthen und 7 Ruthen und $3\frac{1}{2}$ Fuß, zusammen 27° $3\frac{1}{2}$′. Findet sich eine Linie, die größer ist, als der Maßstab, oder die auf ein mal nicht mit dem Zirkel abgegriffen werden kann: so nimmt man eine gewisse Länge, vielleicht 50 oder 100 Ruthen ab, trägt diese so viel mal auf die Linie, als es geht, mißt das übrige, kleinere Stück noch besonders aus und zählt alles zusammen. Je größer das verjüngte Maß ist, desto mehr Raum erfordert die Zeichnung, um so genauer ist aber auch dessen Gebrauch. Zu kleineren Grundstücken nimmt man daher ein größeres Maß, bei Feldfluren etwa $\frac{1}{2000}$ und bei Gehöften etwa $\frac{1}{1000}$ der wahren Länge.

Selten geräth ein Maßstab ganz genau. Um so nothwendiger macht sich daher folgende Prüfung. Zuvörderst durchsieht man die Eintheilung. Zeigt sich da sichtbare Gleichheit in dem Abstande aller Parallelen mit Verhältnißmäßigkeit in den Linientheilen der beiden Nebendreieckchen: so nimmt man einen ganz feinen Zirkel und untersucht nun die Haupttheile und die einzelnen Ruthen, alsdann zwei=, drei= und mehrfache Abstände der Quer=, Schräg= und Längenlinien und der Diagonalpunkte, Alles mit Hülfe eines Vergrößerungsglases. Ergiebt sich hier überall die genaueste Übereinstimmung in den Theilen, ist auch das Maßverhältniß selbst und die Zahlenbezeichnung richtig: so kann man den Maßstab als brauchbar annehmen.

§. 179. Noniuseinrichtung. Fig. 37.

Zu genauern Abmessungen mittels einer ganz einfach getheilten Linie (Scala) dient eine Vorrichtung, die von ihrem Erfinder **Nonius** heißt. Dieselbe besteht aus einem auf der Scala beweglich angebrachten Nebenmaße mit einer Eintheilung, die gewöhnlich $\frac{n+1}{n}$ der Maßeinheiten enthält.

Soll ein solcher Nonius zur Bestimmung von Zehnteln dienen, so müssen darauf 11 Einheiten der Scala zu 10 Theilen des Nonius gemacht werden, so daß jeder Theil $1\frac{1}{10}$ Einheiten enthält. Reicht nun etwa die zu messende Länge auf der Scala

von a bis x, so schiebt man den Nonius mit seinem Anfangspunkte an x, zählt zuerst die vollen Einheiten unmittelbar auf der Scala ab, sieht dann, wo ein Noniusstrich mit einem Scala-Strich zusammen trifft und nimmt die dort auf dem Nonius stehende Zehntelzahl hinzu. Die Länge ax hielte 14,7 Maßeinheiten.

Diese Einrichtung läßt sich leicht erklären. Wir wollen die Maßeinheiten vorläufig Grade nennen. Hier sind 11 Grade zu 10 getheilt; jeder Noniustheil enthält sonach $1\frac{1}{10}$ Grad; mithin enthalten zwei $2\frac{2}{10}$; drei, $3\frac{3}{10}$ Grade u. s. w. Trifft nun der siebente Theilstrich mit einem der Scala zusammen, so beträgt das $7\frac{7}{10}$ Grade. Die Ganzen gab schon die Scala selbst, und man brauchte vom Nonius nur die 7 Gradtheile oder die Größe, welche auf der Scala über dem letztern Theilstrich hinaus noch zu bestimmen war. — Wollte man Zwölftel haben, so müßten 13 Theile in 12 getheilt werden; zu Dreißigsteln, 31 in 30; zu Sechzigsteln, 61 in 60; zu Achteln, 9 in 8 u. s. w.

Man giebt auch dem Noniustheile wohl $\frac{n-1}{n}$ von der Maßeinheit, macht z. B. aus 9 Maßeinheiten 10 Theile und bringt den Nonius auf die andere Seite von x, so daß die Zahlen auch am Nonius vorwärts gelesen werden können, was nun leicht einzusehen ist.

Oft treffen beim Gebrauche des Nonius keine zwei Theilstriche zusammen, zumal wenn derselbe wenig Theile hat. Man nimmt dann den zunächst fallenden Theilstrich vom Nonius an und schätzt die Abweichung, oder läßt dieselbe ganz außer Acht nach Maßgabe des eben zu beobachtenden Genauigkeitsgrades. Die Noniusvorrichtung findet indeß auf Längenmaßen weniger Anwendung, als auf Winkelwerkzeugen.

Zur Prüfung einer solchen Vorrichtung schiebt man den Nonius auf der Maßeintheilung fort und sieht zu, ob beide Endstriche immer zugleich auf zwei Theilstriche der Haupteintheilung treffen, und ob die innern Noniusstriche in jeder Lage eine gewisse verhältnißmäßige Stellung gegen die Maßtheile haben.

§. 180. Theilung der Kreislinie.

Auf dem Papiere theilt man den Kreis durch wiederholte Versuche. Wie auf der Geraden, so trägt man die angenommene Zirkelöffnung auf dem Bogen fort. Selten ist eine andere Eintheilung des Umkreises im Gebrauche, als die in 360 Grade. Diese wird folgendermaßen bewirkt:

Zuerst trägt man den Halbmesser sechs mal im Kreise herum; halbirt dann diese Sechstel und erhält $\frac{1}{3}$ R oder 30 Grade; halbirt diese wieder zu 15 Graden; theilt diese in 3 Theile, zu 5 Graden, welche endlich einzeln abgetheilt werden. Nach diesen Theilen des Kreises bestimmt man das Maß der Winkel.

2. Winkelzeichnung insbesondere.

§. 181. Winkelmaße.

Der geradlinige Winkel, mit dem wir uns beschäftigen, wird entweder unmittelbar durch Linienzeichnung bestimmt, oder nach dem Gradinhalte gemessen. Begreiflich muß ein und derselbe Winkel auf allen von seinem Scheitel aus beschriebenen Kreisbogen gleichviel Grade haben; nur fallen diese Bogengrade größer und genauer aus, je größer der Halbmesser des eingetheilten Kreisbogens ist. Man theilt jeden Grad noch in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden und bezeichnet die Grade mit °, die Minuten mit ′ und die Sekunden mit ″, z. B. 73° 38′ 15″. Bei den Forstvermessungen leisten Achtel= bis Zwölftelgrade hinlängliche Genauigkeit. Die unmittelbar, oder nach ihrem Gradinhalte gegebenen Winkel werden mittels des Transporteurs oder Zirkels, auch durch Parallelschieben von der Winkelscheibe oder von der Gradscheibe aufgetragen.

§. 182. Gebrauch des Transporteurs.

Der in den Reißzeugen befindliche, wohlbekannte Transporteur dient eigentlich nur zur Unterrichtung und etwa, um aufgetragene Winkel von bekanntem Gradinhalte flüchtig zu prüfen.

Soll mit dem Transporteur ein Winkel gemessen werden, so legt man dessen innere Seite an den einen rückwärts verlängerten Schenkel von außen an, daß der Scheitelpunkt des Winkels genau unter den Mittelpunkt des Transporteurs kommt, und zählt die Grade bis an den andern Schenkel ab.

Auf ähnliche Weise zeichnet man einen gegebenen Winkel mit dem Transporteur. Es wird eine zum Schenkel angenommene Linie mit dem Scheitelpunkte versehen, der Transporteur daran gelegt, der gegebene Gradinhalt abgezählt und abgestochen, und danach aus dem Scheitelpunkte der andere Schenkel gezogen.

Hieraus ist auch zu entnehmen, wie ein Winkel mit dem Transporteur getheilt wird. Man theilt die gegebene Gradzahl durch Rechnung und zeichnet alsdann einen Winkel in der Größe des verlangten Theiles; jedoch gestattet der Mangel an scharfer Eintheilung und sicherer Anlegung wenig Genauigkeit.

§. 183. Gebrauch des Zirkels zum Zeichnen, Theilen und Messen der Winkel. Fig. 38.

1) **Der Winkel ABC soll abgezeichnet werden.**

Man zieht an die Stelle, wohin die neue Winkelzeichnung kommen soll, eine Linie bc und giebt ihr den Scheitelpunkt b, beschreibt nun mit angemessener Zirkelöffnung, zuerst in dem gegebenen Winkel ABC, aus dem Scheitelpunkte B den Bogen CA und dann für den neuen Winkel aus b den gleichen Bogen ca; mißt hierauf die Sehne CA, trägt deren Länge auf den Bogen ca und zieht ba: so ist der Winkel abc = ABC; denn beide haben bei gleichen Halbmessern gleiche Sehnen, also auch gleiche Bogen zwischen sich (§. 161. 6. 7.).

2) **Soll der Winkel ABC getheilt werden**, so macht man wieder BA = BC, beschreibt mit gleicher Zirkelöffnung von A und C über AC Bogen und zieht eine Linie vom Durchschneidungspunkte D zum Scheitelpunkte B. Diese theilt den Winkel ABC in zwei gleiche Theile; denn die beiden Dreiecke ABD und CBD sind gleich wegen der Seitengleichheit.

3) **Zum Messen des Gradinhaltes gezeichneter**

Winkel gebraucht man vorzugsweise die nach einem 1000-theiligen Maßstabe bestimmte Sehne AC, deren Maß in trigonometrischen Tafeln zu finden ist, welche zu allen Winkeln den Sinus AS angeben, die halbe Sehne des doppelt so großen Winkels ABC. Man macht die Schenkel AB = BC = 1000 und mißt mit demselben Maßstabe die Sehne AC; sie halte z. B. 485. Zur Hälfte davon 242,5 sucht man den Logarithmen 2,3847117, vermehrt dessen Charakteristik um 7 (weil der in den Tafeln zum Grund gelegte Halbmesser 10000000 mal größer ist, als der gebrauchte) und schlägt endlich zu diesem 9,3847117 als log. sin. den Gradinhalt von dem halben Winkel ABC auf; nämlich 14° 2′ und noch (wegen der Differenz) 3″. Der ganze Winkel hält also zwei mal 14° 2′ 3″ = 28° 4′ 6″.

Findet sich ein Winkel größer, als 60°, und ist die ganze Sehne zum sichern Abnehmen zu groß: so theilt man auf dem beschriebenen Bogen zuvor die dem Halbmesser gleiche Sehne von 60° ab und bestimmt dann noch das Maß des Restes; oder man nimmt zu einem Rechtwinkel den Ergänzungswinkel. Eben so kann vermittelst solcher Tafeln für jeden gegebenen Winkelinhalt das Sehnenmaß gesucht und nach demselben der Winkel aufgetragen und getheilt werden.

§. 184. Winkel mit Parallelschieben abzuzeichnen. Fig. 39.

Wo das unmittelbare Abstechen oder Kopiren der Winkelzeichnung auf ein untergelegtes Blatt nicht statthaft ist, wie etwa beim Zusammensetzen gemessener Umfangswinkel, bedient man sich mit vielem Vortheile des Parallelschiebens. Wäre nämlich auf dem Zeichenblatte der Winkel schon gegeben, wenn auch nur durch die Richtung beider Schenkel, z. B. BA und BC, und derselbe Winkel sollte in b getragen werden: so zöge man ba parallel zu BA und bc parallel zu BC; dann würde der Winkel abc gleich dem Winkel ABC. Denn dächte man sich ba verlängert durch BC:

so wäre $\measuredangle$ b = $\measuredangle$ o und auch
$\measuredangle$ ABO = $\measuredangle$ o, als Gegenwinkel (§. 139.).
Folglich $\measuredangle$ b = $\measuredangle$ ABC.

Das Parallelschieben ist besonders beim Auftragen größerer Forstvermessungen dadurch nützlich und sichernd, daß jeder neue Schenkel nicht nach dem letztern anliegenden allein, sondern nach dem ganzen Winkelverbande gerichtet wird.

§. 185. Winkel von der Winkelscheibe aufzutragen. Fig. 40.

Mit dem Parallelschieben werden auch solche Winkel sicher und leicht aufgetragen, die man eben nicht völlig ausgezeichnet vor sich hat; wenn nur die Richtung ihrer Schenkel dies- und jenseit des Scheitelpunktes durch kurze Striche angegeben ist. Ein rundes Blatt, das mehre solche zusammengehörigen Winkel mit gemeinschaftlichem Scheitelpunkte und mit bestimmter Bezeichnung der Schenkelstriche enthält, wie Fig. 40., nennen wir Winkelscheibe.

Auf dieser zum Beispiel dienenden Winkelscheibe sind drei Winkel durch vier Schenkel bestimmt, nämlich: der Winkel a durch die Linien 1 zu 2 und 2 zu 3; der Winkel b durch die Linien 2 zu 3 und 3 zu 4 u. s. w. Sollen diese Winkel aufgetragen werden: so befestigt man die Winkelscheibe auf das Zeichenblatt, schiebt nach und nach alle Schenkel parallel ab, und setzt sie in der gehörigen Ordnung an einander, woraus die Winkelzeichnung 1 . . . 4 entsteht.

Aus der Zifferfolge muß die gegenseitige Lage der Schenkel bestimmt zu entnehmen sein, sonst würde man beim Auftragen in den Nebenwinkeln ungewiß und könnte leicht x statt a, oder y statt b annehmen und rückwärts auftragen. Bei richtiger Bezeichnung dürfen sehr viele solcher Winkel auf einer Winkelscheibe zusammen angegeben sein; man findet sie alle sicher heraus.

§. 186. Winkel von der Gradscheibe aufzutragen. Fig. 41.

Man kann auch Winkel, welche durch die Neigungsgrade ihrer Schenkel gegeben sind, mit Parallelschieben auftragen. Dazu gehört eine auf folgende Weise verfertigte Gradscheibe.

Auf ein gutes, wo möglich doppelt und gegenseitig zusammengepapptes, recht eben aufgespanntes Papier reißt man zuvörderst mit dem Stangenzirkel die äußerste, blinde Kreislinie, etwa von einem Fuße im Durchmesser, theilt diese mit dem eben gebrauchten Halbmesser in ihre sechs Haupttheile und zieht durch zwei dieser Theilpunkte und den Mittelpunkt eine Gerade, welche nachmals als Hauptdurchmesser dient. Demnächst reißt man die andere Kreislinie für die Gradstriche, ungefähr ½ Zoll weiter nach innen, und theilt diese eben auch von dem gemeinschaftlichen Durchmesser aus in ihre Sechstel. Jede vier übereinstimmigen Theilpunkte beider Kreise müssen mit dem Mittelpunkte in gerader Linie liegen. Diese beiden Kreislinien werden nunmehr nach §. 180. weiter in einzelne Grade getheilt, doch jede für sich, der Versicherung wegen. Außerdem werden noch eine dritte und vierte Kreislinie tiefer nach innen gezogen, um darauf die je fünften und zehnten Theilstriche abzusetzen. Hierauf steckt man genau in den Mittelpunkt eine ganz feine Nadel, legt daran das Lineal, so daß es jeden der vier Theilpunkte zugleich berührt, und zieht auf beiden Seiten die Gradstriche mit aller möglichen Schärfe aus. Endlich wird an die je zehnten Theilstriche 10, 20, 30 . . . 360 und an die je fünften 5 geschrieben; auch werden wohl noch die halben Grade mit Punkten bezeichnet. Hiermit wäre die Gradscheibe zum gewöhnlichen Gebrauche fertig.

Um noch mehr Genauigkeit zu bekommen, theilt man den Abstand der beiden äußern Kreise in vier gleiche Theile, zieht noch drei rothe concentrische Kreislinien b, c, d durch die drei Theilpunkte und legt durch alle Gradbreiten rothe Schräglinien, welche auf den innern Kreisen die ¼, ½ und ¾ Grade abtheilen.

Die Achtel- oder Zwölftelgrade werden dazwischen nach dem Augenmaße genommen. Diese Eintheilung setzt freilich voraus, daß die Winkel am Mittelpunkte sich verhalten, wie die Theile der Schräglinien, was jedoch nicht ganz der Fall ist. Verhielte sich nämlich die Länge der Gradstriche zum innern Theile des Halbmessers, wie 1 : 11: so müßte ab = 0,244, ac = 0,488, ad = 0,733 von ae sein; bei dem Verhältnisse 1 : 6 aber: 0,24, 0,48, 0,72. Indessen gewährt obige Gleichtheilung hinländliche Genauigkeit.

Diese Gradscheibe befestigt man beim Gebrauche auf das Zeichenblatt, bezeichnet überdies durch einige Nadelstiche die Lage derselben, im Fall sie sich unversehens ablösen sollte, und schiebt alsdann die nach ihren Graden angegebenen Schenkel mit Lineal und Winkel nach einander ab, wie von der Winkelscheibe. Dabei wird das Werkzeug jedes Mal durch den Mittelpunkt nach den beiderseitigen Gradstrichen angelegt, und jede Linie muß da hinaus gezogen werden, wohin die angegebene Gradziffer weiset.

3. Zeichnung ganzer Figuren.

§. 187. Das Figurenzeichnen.

Von der Behandlung einzelner Linien und Winkel gehen wir nun zum Zeichnen ganzer Figuren oder Umrisse über. Diese werden bald aus gegebenen Stücken neu entworfen oder aufgetragen, bald von einem schon vorhandenen Vorbilde in derselben Größe abgezeichnet oder kopirt, kleiner gezeichnet oder verjüngt, größer gezeichnet oder vergrößert.

Bei dem Auftragen, Abzeichnen und Umzeichnen kommt hauptsächlich der Linien Neigung und Länge in Betracht. Erstere muß in der gezeichneten Figur jedes Mal wieder dieselbe sein, denn andere Winkel geben auch andere Gestalten, letztere muß durchgängig das gegebene Verhältniß haben.

Meist beschäftigen uns hier geradlinige Figuren, indem bei allen geometrischen Aufnahmen die vorkommenden Krümmungen

in kurze gerade Linienstücke verwandelt werden. Zum Auftragen solcher Figuren hat man drei Hülfsmittel: bloße Linien zu Dreiecken verbunden; rechte Winkel zu Standlinien und Abständen; schiefe Winkel zum Umfang. Wegen der größern Schwierigkeit, schiefe Winkel richtig zu zeichnen, ist das letztere Verfahren am wenigsten genau.

§. 188. Dreiecke aufzutragen. Fig. 42.

1) Sind dazu die Längen der drei Seiten gegeben, so wird die eine, z. B. AC, als Grundlinie aufgetragen; dann wird mit den beiden andern von A und C aus der dritte Eckpunkt B mittels Bogenschnittes bestimmt; endlich werden AB und CB gezogen. Je schiefer der Bogenschnitt ist, um so weniger genau erscheint der Durchschneidungspunkt. Übrigens muß die Lage der Seiten unter sich bestimmt sein; denn für den dritten Punkt B giebt es vier verschiedene Stellen.

2) Sind von einem Dreiecke die Grundlinie AC, die Höhe BD und der Richtpunkt D zur Höhenlinie gegeben: so zieht man die Grundlinie AC und mißt darauf AD oder CD ab; errichtet in D eine Senkrechte von der gegebenen Höhe DB und zieht endlich aus B die beiden andern Seiten AB und BC. Fällt der Richtpunkt D außerhalb des Dreieckes, so muß die Grundlinie verlängert werden. Dies führt leicht zu Abweichungen und wird vermieden, wenn man die längste Seite zur Grundlinie annimmt.

3) Sind zu einem Dreiecke zwei Seiten und der Zwischenwinkel gegeben, z. B. AC, AB und A: so trägt man zuerst die längere Seite AC als Grundlinie auf, setzt daran die andere Seite AB in der gegebenen Neigung A (§. 183.) und schließt das Dreieck mit BC. Wären zur Seite AC die beiden anliegenden Winkel A und C gegeben, so kämen an die aufgetragene Seite beide Winkel, und die Schenkel durchschnitten sich in B.

Die Fehler, welche bei diesen Dreieckzeichnungen vorgehen können, entspringen aus dem Abnehmen und Auftragen der Längen und aus der Winkelzeichnung. Je mehr sich das Dreieck

dem gleichseitigen nähert, um so sicherer ist das erstere Verfahren; bei den stumpfwinkeligen, niedrigen Dreiecken hat das zweite Vorzüge; das Auftragen mittels der Winkel sucht man in allen Fällen so viel als möglich zu vermeiden.

§. 189. Vierecke aufzutragen.

1) Zu Rechtecken errichtet man auf den Endpunkten der gegebenen Grundlinie die Seitenlinien senkrecht und schließt diese mit der obern Seite; oder man setzt an die Grundlinie erst eine Seite und zieht zu beiden die gegenüberliegenden Seiten parallel oder gleichlang. Die Rechtecksform ergiebt sich aus der Gleichheit beider Diagonalen.

2) Zum schiefen Parallelogramm zeichnet man das erste Dreieck nach den dazu gegebenen Stücken und setzt das andere mittels paralleler oder gleicher Linien noch daran.

3) Hat ein Trapez zu den zwei Parallelen eine senkrechte Nebenseite: so nimmt man diese als Grundlinie, errichtet darauf die beiden Parallelen senkrecht und zieht zuletzt die schiefe Seite. Sind aber beide Nebenseiten schief zu den Parallelen, so wird dasselbe, wie das gemeine Viereck, aus seinen zwei Dreiecken zusammengesetzt.

§. 190. Gemeine Vielecke aufzutragen.
Fig. 43. 15.

1) Mit Diagonalen: Man setzt die Figur aus ihren Dreiecken zusammen; z. B. Fig. 43. das Siebeneck ABCDEFG aus AEC, ACB, CED, AEF und AFG. Um sich dabei mehr vor Zeichenfehlern zu sichern, fängt man mit der längsten Diagonale und den Mitteldreiecken an und arbeitet nach außen. Dennoch ist die Zusammensetzung vieler, zumal schiefer Dreiecke manchen unvermeidlichen Abweichungen unterworfen.

Hat das Vieleck mehr Rundung, wie Fig. 15., so legt man wohl auch die Hülfsdreiecke mit den Spitzen im Innern zusammen und trägt eins nach dem andern dem Umfange entlang auf. Schließt hierbei das letzte Dreieck genau an den Anfang, so ist die Figur richtig aufgetragen. Dieser Schluß dient zur Probe.

2) Mit Senkrechten Fig. 43.: Man zieht eine Standlinie AE, errichtet von den darin bestimmten Richtpunkten H, I, K, L und M die Abstandslinien HG, IB, KC, LD und MF zu den Eckpunkten G, B, C, D und F und verbindet diese mit den Umfangslinien. Dabei muß man die Standlinie so legen, daß die Abstände nie zu lang werden, weil jeder durch Abweichung von dem senkrechten Stande verursachte Fehler mit der Länge des Abstandes zunimmt. Deßhalb prüft man zuletzt noch die Längen der Umfangslinien an sich. Öfters kann diese Trapezzeichnung mit Dreiecken vortheilhaft ergänzt werden.

3) Aus dem Umfange Fig. 43.: Man trägt mit der gegebenen Neigung Seite an Seite, bis der Umfang geschlossen ist. So wird z. B. an AB die Seite BC mit dem Winkel ABC gesetzt, an C die Seite CD mit dem Winkel BCD, an D die Seite DE und so fort, bis wieder zu A.

Wäre dieses Verfahren ganz fehlerfrei, so dürfte, von dem letztern Punkte G aus, die Seite GA ohne Weiteres gezogen werden. Allein es entstehen öfters Abweichungen, die sich mit forttragen und erst am Schlusse wahrnehmen lassen. Daher muß man nicht nur den letztern Winkel FGA, sondern auch die letzte Seite GA noch für sich auftragen. Selten schließt bei einer Umfangszeichnung die Figur ganz vollkommen.

Diese Schlußmängel entspringen aus Unrichtigkeit der Längen und Winkel. Die Längenfehler sind weniger erheblich, als die Winkelfehler, im Fall diese die Fortsetzung der Figur ganz verdrehen können. Wäre z. B. in dem Winkel E um FEf gefehlt worden, und es würde auch in der Fortsetzung Efg = EFG, fga = FGA: so verdrehte dies doch den Seitenzug von E nach a durchgängig.

Dieses Verdrehen der Figur vermeidet man, wenn die Umfangslinien von einer befestigten Winkel- oder Gradscheibe parallel abgeschoben werden, weil dann die Fortsetzung nicht nach der fehlerhaften Neigung Ef, sondern nach dem ganzen Winkelverbande sich richtet und somit in n und o trifft, wobei der Fehler Ao = Gn = Ff wenigstens nicht fortwächst. Es können übrigens die entstandenen Fehler einander auch aufheben, und

dadurch kann selbst ein Schluß zufällig erfolgen, ohne daß eben die Figur richtig ist.

§. 191. Regelmäßige Polygone zu zeichnen.

Man beschreibt mit dem gegebenen Halbmesser einen Kreis und theilt diesen in die bestimmte Anzahl der Polygonseiten, die alsdann von Theilpunkt zu Theilpunkt gezogen werden.

Beim Sechsecke ist, wie bekannt, der Halbmesser selbst die Polygonseite. Bei andern Vielecken könnte man sich das Eintheilen des Kreises durch vorläufige Zeichnung des Mittelpunktwinkels erleichtern. Derselbe ist nämlich

in dem Fünfeck $\frac{4R}{5} = 72°$,

in dem Siebeneck $\frac{4R}{7} = 51° \; 25{,}7'$

u. s. w.

§. 192. Kreisfiguren zu zeichnen. Fig. 44.

Hier ist nur der einzige Fall noch zu erörtern, wenn drei Punkte A, B, D eines Umkreises ohne den Mittelpunkt gegeben sind. Man denkt sich die beiden Sehnen AB und BD und verzeichnet durch deren Mitte, nach §. 173. 2., die Senkrechten EF und GH. Diese schneiden sich in dem Mittelpunkte C, aus welchem der Kreis mit CA = CB = CD beschrieben werden kann. Daß CA = CB = CD, folgt aus der Gleichheit der rechtwinkeligen Dreiecke CIA und CIB, so auch CKB und CKD. In jenen ist CA = CB und in diesen CB = CD (§. 173. 2.).

§. 193. Langkreise zu zeichnen. Fig. 20.

1) Man zieht eine Gerade AB als längeren Durchmesser, macht AC = BD und beschreibt damit aus C und D die beiden äußern Kreise, welche sich in E und F schneiden. Auf der Geraden EF, die senkrecht durch die Mitte von AB geht, setzt man nun den Zirkel in oder unfern F ein, öffnet denselben bis an die Höhe G des einen Kreises und erfüllt den Umkreis oben durch den Bogen GH. Dasselbe geschieht aus gleicher Stelle von oben herab durch den Bogen IK.

2) Ein anderes Verfahren ist ganz mechanisch und von der Ellipse abgeleitet. Man steckt in die auf dem längern Durchmesser angenommenen zwei Punkte C und D, die vorhin als Mittelpunkte gebraucht wurden, ganz feine Nadeln, schlägt darüber einen, in der Länge von 2 AD oder 2 CB zusammengebundenen Faden, hält in denselben einen Bleistift L und zieht mit diesem rund um C und D bei immer gleicher Anspannung die verlangte Ellipse LBHGAIK (§. 162.). Je näher C und D an A und B gelegt werden, um so schmaler wird der Langkreis.

§. 194. Andere vieleckige und krummlinige Figuren aufzutragen. Fig. 45.

Die vieleckigen und krummlinigen Umfänge, wie sie zumal bei Waldmessungen öfters vorkommen, werden vermittelst geradliniger Hülfsfiguren, z. B. ABCDE, aufgetragen, deren Seiten so nahe wie thulich an dem Umfange liegen. Die Hülfsfigur wird erst zum richtigen Schlusse gebracht; dann werden von den Standlinien die Hauptpunkte der Krümmen durch Abmessungen bestimmt. Zu diesen Abmessungen gebraucht man die senkrechten Abstände (§. 162.) entweder von der Standlinie selbst, wie an AB, oder von einer Verlängerung derselben, wie Bm, oder von angesetzten Dreiecken, wie nop, oder von errichteten Senkrechten, wie qr, oder auch von angesetzten Rechtecken, Trapezen, schiefen Hülfslinien u. dgl. Solche Hülfslinien und Abstände aufzutragen, lehrt das Vorhergehende. Den Umfang zieht man gewöhnlich mit kleinen geraden Linien aus und rundet dabei, wo wirkliche Krümmen dargestellt werden müssen, die hervortretenden Ecken etwas ab.

§. 195. Figuren abzuzeichnen.

Die hier abgehandelten Verzeichnungen sind meistens nur beim Entwerfen noch nicht gezeichneter Figuren brauchbar. Sie könnten nun wohl zum Abzeichnen einfacher Figuren angewendet werden, zumal beim Mitgebrauche eines Quadratnetzes, das als Anhalt auf das Zeichenblatt, wie auf die Vorzeichnung gezogen

würde. Beim eigentlichen Abzeichnen geometrischer Figuren bedient man sich indeß eines völlig handwerksmäßigen Mittels, das in der Ausübung weit sicherer und leichter ist.

Man legt das Papier mit der abzuzeichnenden Figur fest auf das Zeichenblatt, sticht mit einer ganz feinen an einem Stiele befestigten Nadel (Kopirnadel) alle Punkte der Reihe nach durch und führt hierauf von Punkt zu Punkt die neue Zeichnung aus. Dieses Verfahren (Kopiren) gewährt beim Abzeichnen viel mehr Genauigkeit, als das theilweise Zusammensetzen der Figur mit dem Zirkel, wobei in der Richtung und Länge der Linien mehr oder weniger gefehlt wird. Nur muß die Vorzeichnung platt und fest aufliegen; die Nadel muß fein, gerade und mit einem langen Stiele versehen sein; die Zeichentafel muß gleichmäßig weiche Holzmasse haben und jeder Punkt ist ganz genau und senkrecht abzustechen.

§. 196. Vom Umzeichnen der Figuren überhaupt. Fig. 46.

Das Zeichnen einer ähnlichen Figur bedingt gleiche Winkel und gleiches Seitenverhältniß. Dabei werden also nur die Längen verändert. Zum Auffinden der verhältnißmäßigen neuen Längen giebt es mehre Mittel.

1) Man hat Doppelzirkel mit rückwärts verlängerten Schenkeln, die sich oben und unten zu ihren Schenkellängen proportionirt öffnen, auch eigentliche Proportionalzirkel, für alle Verhältnisse brauchbar; aber beide sind nicht zu empfehlen.

2) Fig. 46. Besser kann hierzu ein auf feines Holz, oder starkes Papier gezeichnetes, rechtwinkeliges Reduktionsdreieck ABC gebraucht werden, dessen Hypothenuse AB und kürzere Kathete BC das Umzeichnungsverhältniß darstellen. In diesem sind alle, von AB auf AC gefällten Senkrechten, wie bc, dem anliegenden Stücke, wie Ab, proportional, nämlich AB : BC = Ab : bc (§. 147.). Nimmt man daher von der vorgegebenen Zeichnung eine Länge, trägt sie von A nach b, läßt den einen Schenkel des Zirkels in b stehen und faßt mit dem andern den

Abstand des Punktes b von AC: so ist bc die gesuchte Proportionallinie. Solche leicht zu gebrauchenden Dreiecke erneuert man sich, wenn sie abgenutzt sind.

3) Auch könnte man die Längen mit Hülfe eines verjüngten Maßstabes durch Rechnung verändern, oder auf einem andern, verhältnißmäßig kleinern, oder größern Maßstabe wieder abgreifen. Beides wäre freilich etwas beschwerlich, aber bei etwaiger Vergrößerung der Figur noch am ersten zu wählen. Die zur Umzeichnung gegebene Figur würde zerlegt durch Diagonalen oder Senkrechte. Dann würde ein Stück nach dem andern mittels eines dieser Verfahren in die neue Größe verwandelt und zu der Umzeichnung verwendet. Diese Verzeichnung ist jedoch mühsam und nur bei einfachen Figuren anwendbar.

§. 197. Zusammengesetzte Figuren umzuzeichnen. Fig. 47.

Beim Umzeichnen mehr zusammengesetzter Figuren gebraucht man entweder das Quadratnetz, oder den Storchschnabel.

1) Mittels des Quadratnetzes: Zuerst wird über das Vorbild ein Quadratnetz gelegt, dessen Linienabstände so gewählt sind, daß alle Zeichnungen innerhalb eines jeden Quadrates leicht und richtig danach abgenommen werden können. Hierauf kommt über das Zeichenblatt ein ähnliches Quadratnetz in dem gegebenen Umzeichnungsverhältnisse. Nun trägt man die Zeichnung aus jedem Quadrate im Vorbilde herüber in das gleichliegende der Umzeichnung theils mit den bekannten Hülfsmitteln, theils nach dem bloßen Augenmaße. Dieses Verfahren erfordert eine genaue Netzzeichnung und ist nur da brauchbar, wo es auf größere Genauigkeit der Eckpunkte eben nicht ankommt; denn scharfe Ecken können dabei nicht gut bestimmt werden.

2) Fig. 47. Mit dem Storchschnabel geht diese Größenveränderung geradliniger Figuren, wie die der Grundrisse, viel schneller, leichter und genauer von Statten. Der Storchschnabel besteht aus vier gleichen Holzstäben zu drei bis vier Fuß Länge, nach Figur 47 parallel zusammengesetzt, so daß NO : NP = Na : NA das eben bestimmte Umzeichnungsverhältniß abgiebt.

Daran ist NO = Oa = PQ und OP = aQ = QA, ferner NaA eine gerade Linie (§. 137. 1.) und $\triangle$NOa $\sim$ $\triangle$NPA (§. 148.).

In N dient ein Loch zur Befestigung am Rande des Zeichentisches. In a ist eine Kopirnadel; darunter kommt das Zeichenblatt. In A befindet sich ein Stift zum Führen des Storchschnabels auf der darunter befestigten Vorzeichnung. Diesen setzt man mit der einen Hand auf jeden Punkt des Vorbildes, z. B. A, B, C, und sticht zu gleicher Zeit mit der andern die entsprechenden Punkte a, b, c für die Kleinzeichnung, welche stückweise mit dem Bleistifte weiter entworfen und nachher abgenommen und ausgeführt wird.

Der geometrische Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen. Das Umzeichnungs-Verhältniß Na : NA findet in allen Lagen des Storchschnabels Statt. Denn kommt der Stift A weiter nach B, C oder D, so trifft die Nadel a gleichzeitig in b, c oder d, und es ist Na : NA = Nb : NB = Nc : NC u. s. w., woraus Na : NA = ab : AB = bc : BC = ca : CA, also die Ähnlichkeit beider Figuren folgt (§. 147. 149.).

Diese Verjüngung kann noch durch ein Quadratnetz versichert werden, welches man vorher auf das Vorbild zieht und hernach mit dem Storchschnabel durch alle Netzpunkte auf die Kleinzeichnung mit überträgt. Wenn dieses verjüngte Netz nachmals die Prüfung mit Lineal und Zirkel in allen Punkten aushält: so sind gewiß auch die eben so aufgetragenen Punkte der Figur selbst richtig. Soll die Zeichnung vergrößert werden, so kommt die Nadel in A und das Vorbild unter a.

Das Zeichnen ähnlicher Figuren ist viel mehr Fehlern unterworfen, als das der gleichen, weil man dabei alle Längen verändern muß. Große Genauigkeit können solche in einen andern Maßstab umgezeichneten Figuren nie erlangen; sie verlieren jedes Mal gegen die Vorzeichnung. Besonders tritt dieser Fall bei Vergrößerungen ein. Hier werden nicht allein die Fehler des Vorbildes, die im kleinen Maßstabe beinahe verschwunden wären, durch den größern Maßstab vergrößert aufgetragen, sondern es häufen sich auch die mit der Größe des Maßstabes wachsenden Umzeichnungsfehler.

§. 198. Sicherung der Zeichnung vor mancherlei Unrichtigkeiten.

Über das Zeichnen der Figuren wird noch nachträglich bemerkt: Man hat bei allen Aufgaben dasjenige Verfahren zu wählen, das am wenigsten fehlt, dabei aber am einfachsten und leichtesten ist. Längen lassen sich allezeit richtiger auftragen, als Winkel; wenige lange Linien richtiger, als viele kurze; rechte Winkel richtiger, als schiefe. Sehr viel kommt auf die Genauigkeit der Werkzeuge an und die Übung im Handhaben derselben.

Nächst dem muß aber auch das Zeichnungsblatt völlig eben und möglich stete sein. Ist das Papier uneben, fleckweise kürzer und weiter, wie flüchtig zusammengehängte Bogen mit unbeschnittenem Rande: so kann darauf unmöglich eine richtige Zeichnung gemacht werden. Kein Papier hat eine stete gleichbleibende Ausdehnung; jedes verzieht sich bei Veränderung des Trockengrades und zwar auf einem Flecke mehr, als auf dem andern, so daß schon dadurch die Zeichnung beträchtlich unrichtig werden kann; am veränderlichsten ist aber das mit Leinwand unterzogene Papier.

Steter hält sich das Papier, wenn man es auf der Rückseite mit ganz dünnem Leimwasser oder mit geschlagenem Eiweiße tränkt und ganz gleichmäßig auf ein Reißbrett spannt, dann nach allmählichem Abtrocknen wieder abnimmt und längere Zeit in gewöhnlicher Zimmerwärme eben liegend aufbewahrt. Beim Zeichnen selbst ist darauf zu sehen, daß das Blatt nicht einseitig von der Sonne oder von der Ofenwärme berührt wird, noch weniger vom Fenster, oder von der Wand her Feuchtigkeit anzieht.

Um später das ganz unvermeidliche Verziehen wenigstens bemessen zu können, versieht man die Blätter zu genauen Grundrissen vorher mit einer Netzzeichnung, und schreibt an diese zur Zeit des Auftragens die Abweichung jeder Quadratseite von der ihr eigentlich zukommenden Größe mit + oder —. Dadurch läßt sich zu allen Zeiten die ursprüngliche Größe jedes Theiles vom Grundrisse leicht wieder bestimmen. Es giebt kein besseres Sicherungsmittel gegen diesen Übelstand aller Papiere.

III. Figurenberechnung.

1. Ausrechnung der Fläche.

§. 199. Flächenmaße.

Als **Grundmaß** zur Bestimmung des Flächeninhaltes erwählte man das **Quadrat**, die einfachste und fügbarste aller Figuren. Zur Seite einer solchen Flächeneinheit dient die Längeneinheit. Man hat für die Fläche ebenfalls zweierlei Maße, geometrisches und Werkmaß.

In dem **geometrischen Maße** ist die **Quadratruthe** ein Quadrat, dessen Seite 10 geometrische Fuße mißt; sie besteht also aus 10 × 10 = 100 geometrischen **Quadratfußen** zu 100 **Quadratzollen**. Eine gewisse Anzahl Quadratruthen dient als **Morgen**, **Acker** u. s. w. zur eigentlichen Flächenmaßeinheit der Landmessungen.

Die geometrische Quadratruthe enthält auch, je nachdem die Längenruthe aus 12, 16, oder überhaupt aus n Werkfußen zusammengesetzt ist, 12 × 12 = 144, oder 16 × 16 = 256, oder n × n Quadrat=Werkfuße.

Der **Quadrat=Werkfuß** hat zur Seite 12 Werkzolle, besteht also aus 12 × 12 = 144 Quadrat=Werkzollen zu 144 Quadratlinien. Der Grund dieser Maßeintheilung ergiebt sich aus §. 166. I.

Das geometrische Flächenmaß gewährt durch seine Eintheilung in Hundertel erhebliche Rechnungsvortheile. Man ist nicht nur bei allen Verwandlungen in niedere, oder höhere Einheiten des Multiplizirens und Dividirens überhoben, indem man Zahlstellen paarweise hinzufügen, oder abschneiden kann, sondern braucht auch nur einerlei Maßeinheit zu nennen, weil daraus jede andere sich unmittelbar ergiebt. So könnten z. B. 3567 Quadratfuß, durch Division mit 100, unmittelbar in 35 Qua=

dratruthen, 67 Quadratfuß, oder als 35,67 Quadratruthen ausgedrückt werden.

Die Flächenmaße nennt man, vorzüglich in der Anwendung, auch Flächenruthen, Flächenfuße u. s. w. und bezeichnet sie übrigens eben so, wie die Längenmaße, setzt aber zur Unterscheidung noch ein q oder □ hinzu. So bedeutet 35 q° 67 q′ oder 35,67 q° den obigen Flächeninhalt. 5158 Quadrat-Werkzolle sind $\frac{5158}{144}$ q′ = 35 q′ 118 q″ Werkmaß.

Die von Grundstückmessungen herrührenden Flächenangaben, wobei gewöhnlich Morgen oder Acker, wenigstens Ruthen vorkommen, beziehen sich auf geometrisches Maß, und man drückt diese Flächenzahlen, zur Vermeidung etwaiger Irrung, in keiner kleinern Benennung, als in Ruthen aus. Die Flächenangaben von andern Gegenständen, besonders von Bodenabwägungen und Bauwerken, beziehen sich meist auf Fuße und Zolle des Werkmaßes.

§. 200. Grundformen der Figuren.

Die Flächenausdehnung läßt sich nicht unmittelbar messen; denn das Auf- und Fortlegen eines Flächenmaßes wäre nicht nur schwierig und ungewiß, sondern in den meisten Fällen auch unthulich. Daher sucht man zum Behufe der Flächenmessung bloß Länge und Breite und berechnet danach die Größe der Fläche.

Doch kann diese Flächenmessung nach Länge und Breite nur bei den einfachen Grundformen der Figuren geschehen, nämlich beim Parallelogramm, Trapeze und Dreiecke, welche wir in dieser Beziehung Grundfiguren nennen. Die mehr zusammengesetzten, unregelmäßigen Figuren müssen vorher in solche Grundfiguren zerlegt und somit stückweise berechnet werden. Die Längen und Breiten dieser Berechnungsfiguren braucht man eben nicht allemal wirklich zu messen; öfters lassen sie sich aus andern bekannten Verhältnissen ermitteln. In der Zeichnung nimmt man sie gewöhnlich mit dem Zirkel und sucht ihr Maß auf dem verjüngten Maßstabe.

§. 201. Die Fläche des Rechteckes auszurechnen.

Man messe die Grundlinie, als Länge, und die Höhe, als Breite, drücke beide Ausdehnungen nach einerlei Längenmaßeinheit aus und multiplizire diese Zahlen. Das Produkt giebt den Flächeninhalt in der gleichnamigen Flächenmaßeinheit (§. 166.).

1) Hätte die Grundlinie 35° und die Höhe 22°, so wäre der Flächeninhalt 35 × 22 = 770 q°. In preußischem Maße würde die Anzahl der Quadratruthen noch durch 180 dividirt, und man erhielt $\frac{770}{180}$ Mg. = 4 Mg. 50 q°; in weimarischem Maße dividirte man durch 140 und erhielt 5 Ar. 70 q°.

2) Hätte in einem Rechtecke die eine Seite 2° 7′; die andere 3°, so würden beide Faktoren mit gleicher Benennung angesetzt, nämlich: 27′ × 30′ = 810 q′ oder 8 q° 10 q′; im geometrischen Maße sind nämlich 100 q′ = 1 q°. Bei diesem Maße könnten die Faktoren eben sowohl in Ruthen ausgedrückt werden: 2,7° × 3° = 8,1 q°.

3) Enthielt die eine Rechteckseite 360 und die andere 150 Werkfuße, so wäre der Flächeninhalt 360 × 150 = 54000 q′ Werkmaß. Wären dies rheinländische Fuße, so könnte man sie durch 144 in preußische Quadratruthen verwandeln, weil eine solche 12 × 12 = 144 Quadrat-Werkfuße enthält. 54000 rheinl. q′ sind $\frac{54000}{144}$ = 375 q° = 2 Morgen 15 q° preußisch. Wären es dagegen weimarische Werkfuße, so verwandelte man sie durch 16 × 16 = 256 in $\frac{54000}{256}$ = 210,9 q° = 1 Ar. 70,9 q° weimarisch.

4) Hielt in Werkmaß die eine Seite 2′ 8″ und die andere 2′: so wäre der Inhalt (beide Faktoren auf gleiche Benennung gebracht) 32″ × 24″ = 768 q″ oder $\frac{768}{144}$ q′ = 5 q′ 48 q″, weil der Quadrat-Werkfuß 144 q″ hat. Man könnte hier auch die 2′ 8″ in Fußen ausdrücken durch $2\frac{2}{3}$′ und so die Rechnung abkürzen in $2\frac{2}{3}$′ × 2′ = $5\frac{1}{3}$ q′.

5) Bei dem Quadrate findet, wie bekannt, dasselbe Verfahren Statt, nur daß die Seiten gleich sind. Ein Quadrat, das 3′ 5″ oder 41″ Werkmaß zur Seite hat, enthält 41 × 41 =

1681 q″. Diese würden beim Werkmaße durch 144 verwandelt in $\frac{1681}{144}$ = 11,67 q′.

§. 202. Die Fläche des schiefen Parallelogramms auszurechnen.

Die Fläche des schiefen Parallelogramms ergiebt sich, wenn man die Maße der Grundlinie und der Höhe multiplizirt (§. 166. 2.). Das Produkt ist der Inhalt in gleichnamigen Quadrateinheiten.

1) Hielt die Grundlinie 12° 7½′ oder 12,75° und die Höhe 7° 9′ oder 7,9°: so wäre der Flächeninhalt 12,75° × 7,9° = 100,725 q° oder 100 q° 72 q′ 50 q″.

2) Hierbei ist zu beobachten, daß man wo möglich eine der längern Seiten zur Grundlinie annimmt und die Höhe mehr mitten in der Figur mißt. Die Höhenlinie selbst zieht man nicht, sondern setzt den Zirkel in der Oberlinie ein und öffnet denselben so weit, bis der andere Schenkel die Grundlinie mit dem Bogen bestreicht (§. 146. 2.).

§. 203. Die Fläche des Trapezes auszurechnen. Fig. 48.

Man multiplizirt von beiden Parallelen das arithmetische Mittel $\frac{AD + BC}{2}$ mit ihrem Abstande BE.

Denn $\triangle ABD = \frac{AD}{2} \times BE$ (§. 166. 4.),

$\triangle BCD = \frac{BC}{2} \times BE$;

also Trap. $ABCD = \frac{AD + BC}{2} \times BE$.

Wären AD und BC senkrecht zu DC, so diente die Seite DC selbst als Höhe oder Breite, und der Inhalt wäre $\frac{AD+BC}{2} \times DC$.

Mäße eine Parallele 35°, die andere 25° und ihr Abstand 16°, so enthielt das Trapez $\frac{35 + 25}{2} \times 16 = (35 + 25) \times \frac{16}{2} = \frac{(35+25) \times 16}{2} = 480$ q°. Hieraus ist zugleich ersichtlich,

daß eben sowohl der andere Faktor, oder das Produkt halbirt werden dürfen.

§. 204. Die Fläche des Dreiecks auszurechnen.

Man sucht das halbe Produkt der Grundlinie mit der Höhe (§. 166. 4.). Wäre die Grundlinie 50° und die Höhe 28°, so enthielt das Dreieck $\frac{50 \times 28}{2} = 700$ q°.

Das Halbiren kann schon bei einem von den Faktoren geschehen. Denn $\frac{50 \times 28}{2} = \frac{50}{2} \times 28 = 50 \times \frac{28}{2} = 700$. Die Theilbarkeit der Zahlen und die Leichtigkeit im Multiplizіren entscheiden bei der Auswahl. Im anhaltenden Rechnen behält man jedoch lieber ein gleichförmiges Halbiren bei, um weniger zu irren.

Man nimmt in dem Dreiecke wo möglich die längste Seite zum Grunde an, setzt zum Höhenmessen den Zirkel in die gegenüberliegende Spitze ein und öffnet denselben so weit, daß der andere Schenkel die Grundlinie bestreicht.

§. 205. Die Fläche des gemeinen Viereckes auszurechnen. Fig. 49.

Man theilt das Viereck in zwei Dreiecke durch eine Diagonale AC, multiplizirt diese als gemeinschaftliche Grundlinie mit der Summe beider Dreieckhöhen BF + DE und halbirt das Produkt. Denn

$$\triangle ABC = \tfrac{1}{2} AC \times BF,$$
$$\triangle ADC = \tfrac{1}{2} AC \times DE.$$
$$\text{Viereck } ABCD = \tfrac{1}{2} AC \times (BF + DE).$$

Wäre AC = 39°, BF = 15° und DE = 17°, so enthielt das Viereck $\frac{39 \times (15 + 17)}{2} = \frac{39}{2} \times (15 + 17) = 39 \times \frac{15 + 17}{2} = 624$ q°.

Zieht man zu der Diagonale AC aus D oder B eine Parallele und verlängert die andere Höhenlinie bis an diese: so ist Bd = BF + DE, und man kann die beiden Dreieckhöhen an einem Stücke nehmen.

Je näher die Richtpunkte E und F zusammen liegen, um so mehr gleichen sich diejenigen Höhenfehler aus, die von Unrichtigkeit der Diagonale herrühren. Können beide Höhen nicht innerhalb der Figur genommen werden, so thut man besser, jedes Dreieck mit besonderer Grundlinie einzeln auszurechnen.

§. 206. Die Fläche unregelmäßiger Vielecke auszurechnen.

Um den Flächeninhalt des unregelmäßigen Vielecks auszurechnen, theilt man dasselbe in geeignete Grundfiguren, sucht von jeder den Inhalt besonders und addirt dann alle Berechnungsstücke zusammen. Diese werden nummerirt, in der Rechnung wie in der Zeichnung.

1) Wird das Vieleck in Dreiecke zerlegt, so müssen die Diagonalen vortheilhaft angeordnet werden, daß keines davon zu schief und spitzig ausfällt, und daß so viel als thulich je zwei mit gemeinschaftlicher Grundlinie geeignet zusammen kommen.

2) Wird die Figur mittels senkrechter Linien in rechtwinkelige Dreiecke und Trapeze zerlegt: so braucht man vorzugsweise die Stücke der Längenlinie mit zur Berechnung. Hierbei führt man wohl den Maßstab gleich an den Vorderseiten von Lineal und Winkel und nimmt damit beim Fortschieben die Längen der Berechnungslinien unmittelbar ab.

3) Ganz große Figuren, wie die Forstgrundrisse, rechnet man mit Hülfe des mehrerwähnten Quadratnetzes aus. Die vollen Quadrate werden nur abgezählt, ihr Inhalt ist bekannt; die Quadratstücke werden noch in weitere Grundfiguren zerlegt und theilweise ausgerechnet.

4) Hat man beim Auftragen des Grundrisses den damaligen Stand der Papierausdehnung an jeder Quadratseite bemerkt, so wird auch der Inhalt hiernach berichtigt. Gesetzt, es sollte jede Quadratseite 50°, das ganze Quadrat also 2500 q° messen, und es stände an einer Seite — $1\frac{1}{2}'$ und an der gegenüberliegenden — $2\frac{1}{2}'$, die beiden andern Seiten fänden sich aber unverändert: so wäre dieses Quadrat um ein Trapez von 50° lang, einerseits $1\frac{1}{2}$ Fuß

und andrerseits 2½ Fuß breit, zu klein, weßwegen $500' \times \frac{1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}}{2}$ $= 10$ q° von dem vollen Quadratinhalte abgezogen werden müßten; für jeden beiderseits mangelnden Fuß 5 q°.

Wo die Seitenpaare zu groß waren, wird auf gleiche Weise hinzugelegt. Weicht auch das andere Seitenpaar ab, so nimmt man die Berichtigung eben so vor, gebraucht aber dabei die Nebenseiten unverkürzt, denn der Unterschied ist ganz unerheblich für die Rechnung. Stand z. B. an dem andern Seitenpaare — 1½′ und — ½′, so entgingen dem Quadrate dafür wieder $\frac{1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{2} \times 500' = 5$ q°, und man erhielt für das Ganze: $2500 - 10 - 5 = 2485$ q°.

§. 207. Vereinfachung der Figuren. **Fig. 50.**

Oft besteht der Umfang einer auszurechnenden Figur aus vielen kurzen Linien, was eine große Anzahl von Berechnungsfiguren nöthig macht. Um diese zu vermindern, sucht man die kleinen Ecken durch längere Linien auszugleichen, so daß die Figur vereinfacht wird, ihr Flächeninhalt aber unverändert bleibt. Diese Verwandlung geschieht nach dem bloßen Augenmaße, oder durch Parallelschieben.

1) Die Verwandlung des Umfanges nach dem bloßen Augenmaße, indem man kleine Ecken und Krümmen durch gerade Linien ungefähr ausgleicht, ist mehr innerhalb der Figur brauchbar, wo der Inhalt einzelner Abtheilungen noch besonders ausgemittelt werden muß. Denn das Augenmaß bleibt immer sehr ungewiß.

2) **Fig. 50.** Die Verwandlung des Umfanges durch Parallelschieben beruht auf Verlegung äußerer Dreiecke. Wir wollen zur Erläuterung des Verfahrens das Sechseck **ABCDEF** zu einem Dreiecke vereinfachen. Hierzu wird die Grundlinie **AF** auf beiden Seiten verlängert, dann wird **CA** und dazu parallel **Bb** entworfen, und nun die Linie **Cb** als erste Ausgleichungslinie gezogen, wegen **CBA**. Das Dreieck **CBA** ist nämlich gleich dem Dreiecke **CbA**, weil beide auf demselben

Grunde zwischen Parallelen stehen, also auch gleiche Höhe haben (§. 164.).

Ist aber △ CBA = △ CbA,
und △ CxA = △ CxA:

so ist auch △ CBx = △ Abx;

es kann nun jenes abgenommen und dafür dieses angesetzt werden. Das gegebene Sechseck ist dadurch in ein gleichgroßes Fünfeck bCDEF verwandelt.

Man bringt nun auf der andern Seite die einwärts gehende Ecke E weg, schiebt nämlich DF parallel hinüber durch E zu e und zieht die Ausgleichungslinie De. Das Dreieck DEF ist gleich dem Dreiecke DeF und DEy = Fey. Dies für jenes vertauscht, macht das vorige Fünfeck nun zu einem gleichgroßen Vierecke bCDe.

Wollte man die Verwandlung noch weiter fortsetzen, so würde mit Ce die Parallele Dd und von C nach d die neue und letzte Ausgleichungslinie gezogen. Durch diese wäre das Dreieck CDz abgeschnitten, gegen das gleich große edz, und das vorige Viereck endlich in ein gleich großes Dreieck bCd verwandelt worden.

Bei dieser Ausgleichung müssen eben nicht alle Hülfslinien ausgezogen werden. Mit etwas Übung kann man ihre Ausführung unterlassen und nur die Durchschnittspunkte bemerken. Doch ist dabei in verwickelten Grenzfiguren Behutsamkeit erforderlich, damit nicht schon gebrauchte Schnitte unrichtig wieder angenommen werden.

Diese Verwandlung kann freilich beträchtlichen Abweichungen unterliegen und erfordert eine sehr fertige Hand. Doch finden sich bei der weitläufigen Ausrechnung aller sehr kleinen Stücke eben auch manche Abmessungs- und Rechnungsfehler ein, wenn nicht große Vorsicht angewendet wird.

§. 208. Noch einige Regeln zur Flächenberechnung.

Für die Ausmittelung des Flächeninhaltes gezeichneter Figuren ist hier Einiges nachträglich zu bemerken.

1) Dieses Geschäft erfordert erstlich sehr gute Werkzeuge.

Ein unrichtiger Maßstab, oder ein schlechter Zirkel würden die abgemessenen Längen unrichtig geben; ein krummes Lineal verursachte krumme Grundlinien und dadurch unrichtige Höhen. Auch müssen die Hülfslinien mitten auf ihre Bestimmungspunkte und recht scharf gezogen werden entweder mit einem sehr scharfen Bleistifte, oder mit der Zirkelspitze.

Je kleiner die Berechnungsfiguren sind, um so öfter muß man Zirkel und Maßstab gebrauchen und rechnen, um so mehr Fehler schleichen sich daher mit ein. Die zu großen Berechnungsstücke haben dagegen das Nachtheilige, daß zu ihrer Ausmessung Zirkel und Maßstab nicht zureichen, und daß überhaupt die Mängel der Werkzeuge und der Behandlung zwar nicht so viel, aber desto größere Fehler verursachen, welche sich weniger leicht heben.

2) Was die Wahl der Grundfiguren betrifft: so sollten vorzugsweise genaue Quadratnetze nebst rechtwinkeligen Trapezen und Dreiecken gebraucht werden. Dabei sind die wirklich gemessenen Längen zur Ausrechnung weit vorzüglicher, als die von dem Papiere erst abgenommenen, besonders die Standlinien und Abstände; und setzt man rechtwinkelige Berechnungsfiguren auf eine Linie von bekannter Größe: so sind die davon zu Grundlinien gebrauchten Theile zusammen mit der ganzen Länge erst zu vergleichen.

3) Man hält zum Rechnen ein eigenes Buch, setzt alle Rechnungen nach der Reihe mit der Bezeichnung ihrer Stücke ordentlich unter einander, benennt auch alle Größen mit einerlei Maßeinheit. Nach beendigter Ausrechnung der abgetheilten Flächenstücke wird der gefundene Flächeninhalt geprüft, zuerst bloß vergleichend mit dem Augenmaße wegen der größern Fehler, nachher wohl auch durch eine flüchtige Überschlagrechnung.

4) Zu flüchtigen Ausmittelungen des Flächeninhaltes von Figuren gebraucht man zuweilen das verjüngte Maßnetz, ein Quadratnetz von Fäden in Rahmen, oder auf Glas, dessen Quadrate einen bekannten Inhalt haben. Dieses dient, auf die Figur gelegt, zum Auszählen der Fläche, wo eben eine größere Schärfe nicht verlangt wird, wie etwa beim Prüfen des schon

berechneten Inhaltes, oder bei inneren Abtheilungen. Es versteht sich, daß ein solches Netz nur für einen gewissen Maßstab unmittelbar passen kann, und daß die innerhalb der Quadrate vorkommenden Flächenstücke geschätzt werden müssen.

§. 209. Die Fläche des Polygons auszurechnen. Fig. 51.

Um regelmäßige Vielecke auszurechnen, bedarf man keiner Zeichnung, eben weil sie regelmäßig sind. Man multiplizirt den Umfang mit dem Mittelpunktabstande und halbirt das Produkt (§. 167.).

Ist in dem regelmäßigen Sechsecke, Fig. 51., die Seite AB = 1 Fuß und der Mittelpunktabstand CI = 0,866: so mißt der ganze Umfang 6 × 1 = 6′ und der Flächeninhalt ist $\frac{6 \times 0{,}866}{2} = 2{,}598$ q′.

§. 210. Die Fläche des Kreises auszurechnen. Fig. 51.

Die Kreisfläche auszurechnen, multiplizire man den Umfang mit dem Halbmesser oder halben Durchmesser und halbire das Produkt; denn F = ½ u × r (§. 167. 1.). Hierzu gebrauchen wir jedoch den Halbmesser weniger, als den nehmbarern Durchmesser, oder Umfang.

1) Um zuvörderst nach dem Durchmesser den Umfang, oder nach diesem jenen zu bestimmen, muß das zwischen beiden Statt findende, allgemeine Verhältniß bekannt sein, was unter andern auf folgende Weise berechnet wurde:

Man ging in einem Kreise zuerst von dem darin beschriebenen Sechsecke aus und nahm den Halbmesser CA sowohl, als die ihm gleiche Sechseckseite AB zu 1 an, dachte sich aus dem Mittelpunkte durch die Mitte von AB eine Senkrechte CH (§. 145. 1.) und berechnete aus CA = 1, AI = ½ die Kathete CI des rechtwinkeligen Dreieckes CAI nach der Gleichung $CA^2 - AI^2 = CI^2$ (§. 165.). Aus den dadurch bekannt

gewordenen Größen $AI = \frac{1}{2} AB$, $IH = CH - CI$ suchte man nun weiter von dem rechtwinkeligen Dreiecke AIH die Hypothenuse AH, nach $AI^2 + IH^2 = AH^2$, und erhielt somit die Seite des regelmäßigen Zwölfeckes in demselben Kreise.

Eben so suchte man weiter die Seiten und Umfänge des regelmäßigen Vierundzwanzigeckes, 48-Eckes, 96-Eckes, 192-Eckes ... und näherte sich auf diesem Wege dem Kreise so, daß man den Umfang eines letztern innern Polygons schon dem Kreise gleichsetzen durfte.

Damit begnügte man sich jedoch nicht, sondern berechnete für denselben Kreis, eben so fortschreitend, auch die Umfänge der äußern Polygone von gleicher Seitenzahl, bis endlich die beiden Umfänge eines letztern innern und eines letztern äußern Polygons bis auf hundert und mehr Dezimalen übereinstimmten.

Dadurch kam man auf ein Verhältniß des Halbmessers zum Umfang $r : u = 1 : 6{,}28318530 \ldots$ oder des Durchmessers zum Umfang, $d : u = 1 : 3{,}14159265 \ldots$ von der allerschärfsten Genauigkeit. Gewöhnlich brauchen wir davon nur das abgekürzte Verhältniß:

$$d : u = 1 : 3{,}14$$

und zur Begründung allgemeiner Faktoren für Formeln:

$$d : u = 1 : 3{,}1416.$$

Hiernach enthält der Umfang etwas mehr, als drei Durchmesser. Für ungefähre Bestimmungen dürfte derselbe gerade drei mal so groß angenommen werden. Nach diesen Verhältnissen kann man nun nicht allein aus dem gegebenen Durchmesser den Umfang, sondern auch aus dem gegebenen Umfange den Durchmesser für jeden Kreis finden, so genau es nur irgend erforderlich ist.

2) Wäre die Fläche eines Kreises auszurechnen nach dem gegebenen Durchmesser d, etwa von 18″: so suchte man zuvörderst den Umfang u durch folgenden Ansatz:

$$1 : 3{,}14 = 18 : u$$

und $u = 18 \times 3{,}14 = 56{,}52''$.

Nun ist bekanntlich die Kreisfläche $= \frac{1}{2} u \times r$, also auch

$= u \times \frac{1}{2} r$, und (weil $\frac{1}{2} r = \frac{1}{4} d$) $= u \times \frac{1}{4} d$, oder $u \times \frac{d}{4}$, oder $\frac{u}{4} \times d$, oder $\frac{u \times d}{4}$. Daraus folgt, daß die Kreisfläche eben auch hervorgeht, wenn man den Umfang mit $\frac{1}{4}$ Durchmesser, oder $\frac{1}{4}$ Umfang mit dem ganzen Durchmesser multiplizirt, oder von dem Produkte des Umfangs mit dem Durchmesser das Viertel nimmt. Hiernach gäbe $56{,}52 \times \frac{18}{4} = \frac{56{,}52}{4} \times 18 = \frac{56{,}52 \times 18}{4}$ die verlangte Kreisfläche, nämlich $254{,}34\ q'' = 1\ q'$ $110{,}34\ q''$, oder beinahe $1{,}76\ q'$ in Werkmaß.

Wäre aber die Kreisfläche nach dem Umfange u, etwa zu $60''$, auszurechnen: so suchte man dazu den Durchmesser mittels der Proportion $3{,}14 : 1 = 60 : d$ und fände $d = \frac{60}{3{,}14} = 19{,}1''$. Aus diesem und dem Viertel des Umfanges erhielt man zur Kreisfläche $19{,}1 \times \frac{60}{4} = 286{,}5\ q'' = 1\ q'$ $142{,}5\ q''$ Werkmaß.

3) Um nicht erst aus dem Durchmesser den Umfang, oder aus dem Umfange den Durchmesser besonders suchen zu müssen, drückt man gleich den Umfang als ein Produkt des Durchmessers, oder den Durchmesser als ein Produkt des Umfanges aus. In Anwendung des genauern Kreisverhältnisses $1 : 3{,}1416 = d : u$ ist der Umfang $u = 3{,}1416 \times d$; eben so ist nach $3{,}1416 : 1 = u : d$ der Durchmesser $d = \frac{1}{3{,}1416} \times u$. Setzt man diese Werthe von u und d in den obigen Ausdruck für die Kreisfläche

$$k = \tfrac{1}{4}\, u \times d = \tfrac{1}{4} \times 3{,}1416 \times d \times d = 0{,}7854\ d^2;$$

$$k = \tfrac{1}{4}\, d \times u = \tfrac{1}{4} \times \frac{1}{3{,}1416} \times u \times u = 0{,}07958\ u^2:$$

so ergiebt sich folgende Regel zum Ausrechnen der Kreisfläche: Man multiplizire die Zahl des Durchmessers mit sich selbst und dieses Quadrat wieder mit 0,7854, oder man multiplizire das Quadrat des Umfanges mit 0,07958.

Bei obigem Durchmesser von 18″ rechnet man nun 18 × 18 × 0,7854 und erhält zur Kreisfläche 254,46 q″. Bei obigem Umfange von 60″ erhält man durch 60 × 60 × 0,07958 zur Kreisfläche 286,48 q″. Der unerhebliche Unterschied in dem Ergebnisse beider Ausrechnungen rührt von der verschiedenen Genauigkeit im gebrauchten Kreisverhältnisse her. Zeigen auch die beiden letztern Formeln in den angeführten Fällen eben noch keine große Erleichterung: so werden wir ihren besondern Nutzen bei der Körperberechnung schon näher kennen lernen.

§. 211. Die Fläche von Kreisstücken auszurechnen. Fig. 52.

1) Ein Kreisring wird begrenzt von zwei in einander liegenden Kreisen; sein Inhalt ist also der Unterschied beider Kreisflächen K — k.

Nun ist $K = U^2 \times 0{,}07958 = D^2 \times 0{,}7854$.
Davon $k = u^2 \times 0{,}07958 = d^2 \times 0{,}7854$.

Bleibt $K - k = (U^2 - u^2) \times 0{,}07958 = (D^2 - d^2) \times 0{,}7854$.

Nach dieser Gleichung kann der Kreisring ausgerechnet werden, im Fall man nicht jeden Kreisinhalt besonders suchen und den kleinern von dem größern abziehen will.

Man könnte sich auch den Ring, welchen zwei Kreise in Mittelpunktgemeinschaft bilden, aus schmalen Trapezen zusammengesetzt vorstellen und deren Gesammtinhalt finden, wenn man die halbe Summe beider Parallelkreise mit ihrem Abstande multiplizirte, nach der Formel $\frac{U + u}{2} \times (R - r)$, welche voraussetzt, daß beide Umfänge und die Ringbreite bekannt sind.

2) Von einem Kreisausschnitte müssen zur Ausrechnung bekannt sein der Halbmesser r und der Bogen B. Der Inhalt ist $\frac{1}{2}(B \times r)$ nach §. 167.

Könnte der Bogen nicht unmittelbar gemessen werden, so berechnete man denselben nach dem Winkel am Mittelpunkte. Es ist nämlich $360° : \measuredangle ACB = U : $ Bg. ADB; denn die Winkel am Mittelpunkte verhalten sich, wie ihre Bogen (§. 161.).

übrigens ergäben auch die Proportionen:

$$360^\circ : \measuredangle ACB = K : x,$$
$$\text{oder } U : ADB = K : x$$

den Flächeninhalt des Kreisausschnittes unmittelbar, wenn die Kreisfläche K bekannt wäre.

3) Der Ringausschnitt AEFBD ist, als Trapezzusammensetzung betrachtet,

$$= \frac{EGF + ADB}{2} \times AE.$$

4) Der Kreisabschnitt ABD wird zwar gefunden, wenn man von dem ganzen Kreisausschnitte ADBC das Dreieck ABC abzieht; meist können aber nur die Sehne AB, die Höhe GD und etwa der Bogen ADB unmittelbar gemessen werden, und hiernach ist die Ausrechnung von AC, ADBC und ABC viel zu umständlich für die gemeinen Messungen. Da ohnedies solche Abschnitte bei ihrem wirklichen Vorkommen selten ganz kreisförmig sind: so theilt man lieber ihre Fläche von der Sehne senkrecht in Grundfiguren und berechnet diese einzeln.

Bei weniger Genauigkeit reichte auch für die Fläche des Abschnittes das Produkt der Sehne AB mit der Höhe GD und mit 0,7 aus; zumal wenn die Höhe des Abschnittes nicht unter $\frac{1}{7}$ und nicht über $\frac{1}{3}$ der Sehne ist.

§. 212. Die Dreiecksfläche aus den drei Seiten zu berechnen.

Ein Dreieck unmittelbar aus seinen drei Seiten zu berechnen dient folgende Formel, worin a, b und c die drei Seiten und S ihre Summe bezeichnen:

$$\sqrt{[\tfrac{1}{2}S \times (\tfrac{1}{2}S - a) \times (\tfrac{1}{2}S - b) \times (\tfrac{1}{2}S - c)]}.$$

In Worten: Man multiplizire die halbe Summe der drei Seiten mit ihrem Unterschiede von der einen Seite, dies wieder mit ihrem Unterschiede von der andern Seite, dies endlich mit ihrem Unterschiede von der dritten Seite und ziehe aus dem letzten Produkte die Quadratwurzel; dieses giebt den Flächeninhalt des Dreieckes.

Hätte z. B. in einem Dreiecke $a = 5°$, $b = 5°$ und $c = 6°$, und wäre somit S die Summe der Seiten $= 16°$, $\frac{1}{2}S = 8°$, $\frac{1}{2}S - a = 3°$, $\frac{1}{2}S - b = 3°$ und $\frac{1}{2}S - c = 2°$: so betrüge der Inhalt

$$\sqrt{(8 \times 3 \times 3 \times 2)} = \sqrt{144} = 12 \text{ q}°.$$

Zu diesem Beispiele diente ein gleichschenkeliges Dreieck. Dessen Inhalt ließe sich auch aus der Grundlinie $= 6$ und aus der Höhe $= \sqrt{(5^2 - 3^2)}$ berechnen (nach §. 145. 1. und 165.), nämlich:

$$\sqrt{(5^2 - 3^2)} \times \frac{6}{2} = 12 \text{ q}°.$$

Dies dürfte wenigstens als Probe für obige Formel dienen, indem ein Beweis hier zu weit führen würde.

§. 213. Länge und Breite zu gegebenem Flächeninhalte.

Aus dem bekannten Flächeninhalte F jeder Grundfigur läßt sich ihre Länge, so wie ihre Breite wieder heraus rechnen.

1) In dem Quadrate ist jede Seite a die Quadratwurzel aus der Flächenzahl F; denn $F = a \times a$ und $\sqrt{F} = a$.

2) In jedem länglichen Rechtecke findet man die eine Seite a oder b, wenn man F durch die andere Seite dividirt; denn $F = a \times b$ und $\frac{F}{b} = a$, so wie $\frac{F}{a} = b$.

3) Für das schiefe Parallelogramm wird die Grundlinie g, so wie die Breite h gefunden, wenn man den Flächeninhalt durch eine oder die andere dividirt. $F = g \times h$, daher $\frac{F}{g} = h$ und $\frac{F}{h} = g$.

4) Aus dem Flächeninhalte eines Trapezes und den beiden Parallelen a und c läßt sich deren Abstand b berechnen.

$$F = \frac{a+c}{2} \times b, \text{ also } F : \frac{a+c}{2} = \frac{2F}{a+c} = b.$$

Auch findet man nach $\frac{F}{b} = \frac{a+c}{2}$ das arithmetische Mittel m beider Parallelen. Bezeichnet d deren Differenz, so ist die

größere $a = m + \frac{1}{2}d$, die kleinere $c = m - \frac{1}{2}d$ und daher eine aus der andern bestimmbar.

5) Für das Dreieck findet man die Grundlinie g oder die Höhe h, wenn man den Flächeninhalt durch die Hälfte einer dieser Größen dividirt; denn $F = \frac{g \times h}{2} = \frac{1}{2}g \times h = g \times \frac{1}{2}h$, also

$$F : \tfrac{1}{2}g = \frac{2F}{g} = h, \text{ oder } F : \tfrac{1}{2}h = \frac{2F}{h} = g.$$

6) Aus der gegebenen Kreisfläche können Durchmesser und Umfang berechnet werden. Nach §. 210. 3. ist $K = 0{,}7854\ d^2 = 0{,}07958\ u^2$; also ist $\frac{K}{0{,}7854} = d^2$ und $\frac{K}{0{,}07958} = u^2$. Dividirt man daher die Kreisfläche durch 0,7854 oder durch 0,07958: so geht im erstern Falle das Quadrat des Durchmessers und im andern das Quadrat des Umfangs hervor, woraus noch die Wurzel gezogen werden müßte.

§. 214. Umfänge gleichgroßer Figuren.

Unter allen Figuren von gleicher Fläche hat der Kreis den kleinsten Umfang, das Quadrat aber einen kleinern, als alle andern Vierecke und alle Dreiecke.

Um dieses zu beweisen, entwickeln wir zuerst für den Kreis $u^2 \times 0{,}07958$ und ein gleichgroßes Quadrat a^2 das beiderseitige Umfangsverhältniß:

$$\begin{aligned} 0{,}07958 \times u^2 &= a^2, \text{ Voraussetzung;} \\ \sqrt{0{,}07958} \times \sqrt{u^2} &= \sqrt{a^2}; \\ 0{,}282 \times u &= a; \\ 4 \times 0{,}282 \times u &= 4a; \\ 1{,}128\ u &= 4a; \\ \hline 1u + 0{,}128\ u &= 4a. \end{aligned}$$

Hieraus ergiebt sich, daß der Quadratumfang 4a um 0,128 u größer ist, als der Kreisumfang u.

Nun hält ein Rechteck mit der Grundlinie $a + n$ und der Höhe $a - n$, dessen Umfang also auch 4a ist, $(a+n) \times (a-n) = a^2 - n^2$, folglich n^2 weniger als obiges Quadrat von eben so großem

Umfange. Das gleichgroße längliche Rechteck hat daher wieder einen größeren Umfang, als das Quadrat.

Übrigens ergiebt die fortgesetzte Untersuchung, daß bei gleicher Fläche: der Umfang des Rechtecks mit größerem Seitenunterschiede auch um so größer, der des schiefen Parallelogramms und Dreieckes mit ebenderselben Grundlinie aber noch größer ist.

2. Theilung der Figuren.

§. 215. Theilung der Grundfiguren. Fig. 53. 54. 55. 56.

Alle Dreiecke und die Vierecke mit Parallelseiten, überhaupt die Grundfiguren, können unmittelbar in den Seiten getheilt werden.

1) Fig. 53. Theilt man in einem Dreiecke ABC die Grundlinie und zieht von der Spitze B gerade Linien in die Theilpunkte D, E u. s. w.: so wird dadurch das Dreieck in demselben Verhältnisse getheilt, wie die Grundlinie. Denn alle diese Theile sind Dreiecke von einerlei Höhe; sie verhalten sich also, wie ihre Grundlinien AD, DE u. s. w. (§. 168, 2.).

2) Fig. 54. Theilt man zwei gegenüberliegende Seiten AB und DC eines Parallelogramms AC gleichmäßig und verbindet die entsprechenden Theilpunkte E und F, G und H mit Geraden: so wird dadurch das Parallelogramm in demselben Verhältnisse getheilt. Denn da AE = DF, EG = FH und GB = HC, auch AB und DC parallel sind: so müssen nicht minder AD, EF, GH und BC gleich und parallel sein (§. 152. 4.), und die dadurch gebildeten Parallelogramme sich verhalten, wie ihre Höhen (§. 168, 3.) ae : eg : gB und diese wieder wie die besondern Seitentheile AE : EG : GB (§. 147.).

3) Fig. 55. Theilt man die beiden Parallelen eines Trapezes ABCD nach gleichem Verhältnisse, und verbindet die entsprechenden Theilpunkte F und E, G und H mit Geraden: so wird dadurch das Trapez in demselben Verhältnisse getheilt.

Wäre z. B. BF = $\frac{1}{3}$BC und AE = $\frac{1}{3}$AD und die gemein-

schaftliche Höhe h: so ist $ABFE = \frac{\frac{1}{3}BC + \frac{1}{3}AD}{2} \times h$. Nun ist $ABCD = \frac{BC + AD}{2} \times h$; es verhält sich also

$$\begin{aligned} ABFE : ABCD &= \frac{\frac{1}{3}BC + \frac{1}{3}AD}{2} \times h : \frac{BC + AD}{2} \times h, \\ &= \tfrac{1}{3}BC + \tfrac{1}{3}AD : BC + AD, \\ &= \tfrac{1}{3}(BC + AD) : BC + AD, \\ &= \tfrac{1}{3} : 1. \end{aligned}$$

Diese Auflösung findet auch Statt, wenn die Parallelen BC und AD gleichmäßig gekrümmt sind, wie die Bogen concentrischer Kreise.

4) Fig. 56. Sind die Parallelen gerade und die schiefen Seiten krumm, wie in IKLM die Seiten IK und LM: so theilt man nicht nur die beiden Parallelen KL und IM, sondern auch mehre mit diesen parallel gelegte Querlinien vw, xy, und zieht alsdann die Theilungen abcd und efgh.

§. 216. Abtheilung eines Dreieckes, oder eines Parallelogramms. Fig. 57.

Will man eine gewisse Flächengröße von irgend einer Figur als Dreieck abschneiden und ist dazu eine Grundlinie AD und an dieser auch eine Seite AB gegeben: so sucht man die Höhe des Dreieckes, nach §. 213. 5., durch $\frac{F}{\frac{1}{2}AD} = h$, faßt diese in den Zirkel, setzt denselben mit einer Spitze in der Seite AB fort, bis zu dem Punkte B, von welchem aus die andere Zirkelspitze mit ihrem Bogen den Grund AD bestreicht, und zieht endlich von diesem Punkte aus die Abschnittslinie BD.

Man könnte auch den Abstand des Punktes D von AB, als Höhe h, messen und AB durch $\frac{F}{\frac{1}{2}h}$ als Grundlinie suchen und abtheilen.

Soll eine verlangte Fläche als Parallelogramm abgeschnitten werden, so sucht man nach §. 213. 3. zu der gegebenen Grundlinie AD des Parallelogramms Höhe, steckt diese von A und D senkrecht ab und zieht BC.

§. 217. Abtheilung eines Trapezes. Fig. 58.

Ist eine gewisse Fläche von irgend einer Figur als Trapez abzutheilen, und dazu die Grundlinie und die Neigung der beiden anliegenden Seiten gegeben: so schneidet man ein vorläufiges Trapez ab, nur ungefähr so groß, als der verlangte Theil, und berichtigt dasselbe noch vermittelst eines besondern Ausgleichungstrapezes.

Gesetzt, das über AD = 20° abzutheilende Trapez sollte 250 q° groß werden: Man denke sich zuvörderst nach Maßgabe des verlangten Flächentheiles und der gegebenen Grundlinie in der Höhe des gleichgroßen Parallelogrammes, $\frac{250}{20} = 12{,}5°$, mit AD eine erste Parallele xz, welche ein Trapez abschneidet, das um Dyz zu groß, oder zu klein ausfällt, je nachdem xz größer, oder kleiner als AD ist. Diesen eingebildeten Anfangsschnitt berichtige man nun der Abweichung Dyz gemäß zuvörderst bloß nach dem Augenmaße, etwa durch die Parallele no: so ergiebt sich ein vorläufiger Abschnitt AnoD.

Zur Berichtigung dieses vorläufig abgeschnittenen Trapezes AnoD wird dessen Höhe, etwa 9,8°, und die obere Länge no, etwa 29°, gemessen, der Inhalt, $\frac{20+29}{2} \times 9{,}8 = 240{,}1$ q°, berechnet und seine Differenz von dem verlangten Abschnitte 250 — 240,1 = 9,9 q° gesucht. Der gefundene, meist ganz kleine Mangel oder Überschuß ist dann noch von no aus, hier oberhalb in der Höhe $\frac{9{,}9}{29} = 0{,}34°$, als Parallelogramm, mittels BC weiter abzuschneiden. Die gesuchte ganze Höhe betrüge also 9,8 + 0,34 = 10,14°. Die abgetheilte Fläche könnte zur Probe, nachdem die Abschnittslinie BC gezogen, wieder im Ganzen berechnet und, wenn es nöthig erschiene, auch nochmals berichtigt werden.

Bei diesem Verfahren weicht das letztere, als Parallelogramm angenommene Ausgleichungstrapez nBCo um ein kleines Nebendreieckchen ab. Dieses fällt desto größer aus, je größer die Ausgleichungshöhe und der Unterschied beider Parallelen ist. Je mehr überhaupt die beiden Parallelen AD und BC sich glei-

chen, um so leichter trifft man die genauere Theilung. Die anderen Verfahrungsarten, mittels bloßer Rechnung oder Zeichnung, sind für den Gebrauch offenbar zu umständlich.

Sollte die Theilung mit einer gebrochenen oder krummen Linie gleichlaufen, wie in Fig. 56. abcd mit KvxI: so wäre leicht begreiflich KvxI als die gegebene Grundlinie anzusehen und übrigens auf dieselbe Weise zu verfahren.

§. 218. Theilung vielseitiger Figuren. Fig. 59. 60. 61.

Zum Theilen gemeiner Vielecke bestimmt man vermittelst der entsprechend-gelegten Berechnungsfiguren vorläufige Theile und berichtigt diese noch durch Ausgleichungsstücke, die gewöhnlich als Dreiecke, oder als Trapeze abgenommen, oder angesetzt werden. Die Theilung kann entweder zufällig, oder gleichlaufend, oder nach bestimmter Neigung gerichtet sein.

1) Fig. 59. Das Siebeneck ABEG soll mit zufällig geneigten Linien in vier gleiche Stücke getheilt werden, etwa von einem innerhalb der Figur befindlichen Punkte H aus. Man legt die Berechnungslinien von diesem gemeinschaftlichen Theilpunkte H zu den Umfangspunkten und sucht zuerst den Inhalt. Z. B.

CHED	halte	356	q°
EHF	»	250	»
FHG	»	242,5	»
GHA	»	263,3	»
AHCB	»	311,4	»
das Ganze	halte	1423,2	q°,
der vierte Theil	»	355,8	q°.

Ist nun CH der Anfang zur Theilung, so nimmt man CHED und vergleicht dessen Fläche mit der Größe eines Viertels. Hier findet sich zufällig der verlangte Inhalt mit dem unbedeutenden Übermaße von 0,2 q°. HE wird daher die zweite Abtheilung.

Das Dreieck EHF ist zu klein, und zwar um 355,8 — 250 = 105,8 q°. Diese müssen durch Hi noch hinzugetheilt werden, indem man nach §. 216. aus dem Inhalte und der Grundlinie oder Höhe des noch fehlenden Dreieckes den Theilpunkt i bestimmt.

Das von FHG übrige Stück hält 242,5 — 105,8 = 136,7 q°; dazu GHA mit 263,3 q°, giebt zusammen 400 q°, was um 44,2 q° zu groß ist und von AH aus durch das Dreieck AHk berichtigt werden muß.

Für den vierten Theil hat man nun noch das Dreieck AHk von 44,2 q° und das Viereck AHCB von 311,4 q°, zusammen 355,6 q°. Bleibt dem letzten Theile der richtige Inhalt, so kann die Theilung auch als richtig angenommen werden. Dies dient zur Probe. Hier fehlten 0,2 q°, die der erste Theil zu viel bekommen hatte, und die noch an HC herüber getheilt werden könnten.

2) Fig. 60. Soll die Figur AEFH mit den Parallelseiten EF und AH gleichlaufend in vier gleiche Stücke getheilt werden: so legt man alle Linien zur Berechnung in diese Parallelrichtung und erhält dadurch folgende Trapeze:

DEFn	zu	346,8	q°
mDnG	»	86,2	»
CmGk	»	347,3	»
BCki	»	416,5	»
ABiH	»	291,2	»

Das Ganze enthält 1488 q°.
Das Viertel bekommt 372 q°.

Zu dem ersten Theile nimmt man nun vorläufig DEFn von 346,8 q° und theilt die daran fehlenden 25,2 q° an Dn von mDnG nach §. 217. als Trapez noch hinzu. Für den zweiten Theil hat man von mDnG den Rest und CmGk, zusammen 408,3 q°, also 36,3 q° zu viel, die an Ck von CmGk als Trapez herunter zu theilen sind. Dieses übrige Stück und BCki geben den dritten Theil, nachdem man das Zuviel von 80,8 q°

an Bi davon genommen hat. Als vierter Theil bleiben die letztern 80,8 q° und ABiH von 291,2 q°, zusammen 372 q°, was zutrifft.

3) Fig. 61. **Wären zwei gegenüberliegende Seiten, wie AH und DE, einander zugeneigt, und sollten alle Theilungen die Zwischenneigung bekommen:** so würde folgendes Verfahren am zweckmäßigsten sein:

Man verlängert AH und DE, bis sie sich in O durchschneiden, zieht nun von O aus nach Gutdünken die vorläufigen Theilungen, z. B. OC und OB, und berechnet die so gemachten Theile. Findet sich nun einer davon viel zu groß, oder zu klein, so wird eine andere nähere Theilung aus O herübergezogen. Endlich wird der letzte kleine Unterschied durch ein Trapez gehoben.

Hielt z. B. ABDH, die in drei gleiche Stücke zu theilende Figur, 1671 q°: so müßte jedes Drittel 557 q° erhalten, und hätte man für den ersten vorläufig angenommenen Theil CDEF nur 424 q° gefunden: so fehlten daran noch 133 q°. Man zieht deßhalb aus O eine neue Linie Oi und berechnet iCFk zu 115 q°; es fehlten daher nur noch 18 q°, die nun an ik als Trapez hinzugetheilt werden können. Für den zweiten Theil verführe man bei BG eben so. Zur Prüfung würde der letztere Theil noch ausgerechnet. Hierdurch werden alle Theile ziemlich ähnlich.

Sollte eine etwas anders gelegte Theilungslinie, z. B. mn, eben auch auf O gerichtet werden: so würde nur durch die Mitte p derselben aus O eine Gerade rq gezogen und diese dafür angenommen. Denn das Dreieck mqp ist dem Dreiecke nrp gleich zu setzen, wenn die beiden Seiten mq und nr kurz sind und ziemlich gleichlaufend. Eben so könnte man die letztern Seiten aller Ausgleichungstrapeze noch nach O einrichten. Meist ist jedoch diese Verbesserung überflüssig.

Das Theilen nach gegebenen Verhältnissen ist nicht schwerer. Hat man erst den ganzen Inhalt berechnet und wie viel der erste, zweite, dritte und jeder weitere Theil bekommen muß: so wird jedes der verlangten Stücke nach seinem verhältnißmäßigen Flächeninhalte eben so abgetheilt.

§. 219. Eine Fläche von verschiedenem Werthe zu theilen. Fig. 62.

Man drückt den Grundwerth vom Boden durch Zahlen aus. So könnte, z. B. Fig. ABCD, die Bodengüte in BHEC = Iw, in HGE = IIIw und in GAF = IIw sein, oder die gleiche Flächeneinheit enthielt oben I, inmitten III und unten II Wertheinheiten, die man sich in der Figur als ein-, zwei- und dreifache Papierlagen denken könnte. Hier nimmt man eben auch vorläufige Theile an, rechnet aber den darin befindlichen Werthgehalt aus, und berichtigt dann diesen in Gemäßheit der Aufgabe.

Gesetzt, die Figur ABCD solle in zwei gleiche Werththeile getheilt werden, und zwar mittels einer zu AB und CD ziemlich gleichlaufenden Theilung. Hierzu berechnete man erstlich die Fläche der besondern Werthabtheilungen und danach den gesammten Werthgehalt.

HEC	enthalte	2000 q°	zu	Iw,	giebt	2000 w;
HGE	»	1600 »	»	III»	»	4800 »;
GAF	»	400 »	»	II»	»	800 ».
Das Ganze =		4000 q°	mit			7600 w.
Davon beträgt die Hälfte						3800 w.

Nun würde eine vorläufige Theilung mn ungefähr angenommen und der Werth von dem einen Theil mnCD ausgerechnet. Dieser enthalte

von HEC =	1450 q°	zu	Iw,	giebt	1450 w;
» HGE =	550 q°	zu	III»	»	1650 w.
				Zusammen	3100 w.
				Es fehlten daran also	700 w,

die nach BA hin noch genommen werden müßten.

Jetzt suchte man den Werth, welchen die vorläufige Theilung mn durchschneidet, oder vielmehr denjenigen, den ein ruthenbreiter Streifen an mn hin hat. Es messe no 20° und om 30°; sonach haben jene 20° bei ihrem einfachen Werthe $20 \times I = 20$w, und diese 30° bei ihrem dreifachen Werthe $30 \times III = 90$w, zusammen also $20 + 90 = 110$w. Hiermit dividirte man die noch mangelnden 700w; der Quotient

$\frac{700}{110} = 6{,}36°$ ist die Breite eines vorläufig noch hinzuzutheilenden Ausgleichungstrapezes mnqp, dessen Seite pq nun gezogen würde.

In pq finde sich aber die Länge qr zu 26°, rp zu 24°, und also der ganze Werth von $26 \times \text{I} + 24 \times \text{III} = 98$ w. Danach enthielt das Ausgleichungstrapez mnqp nur $\frac{98 + 110}{2} \times 6{,}36. = 661{,}44$ an Werth, und es mangelten daran noch $700 - 661{,}44 = 38{,}56$ w. Zu dieser Ergänzung ist an pq eine Breite erforderlich von $\frac{38{,}56}{98} = 0{,}39°$, welche endlich von p und q aus, oder mit obigen 6,36° zusammen von m und n aus, als Abstand für die Theilung IK abgesteckt würde. Zur Prüfung berechnet man den Werthgehalt des übrigen Theiles.

Es kann nun nicht schwer fallen, auch andere und verwickeltere Aufgaben über die Theilung der Figuren von verschiedenem Werthe aufzulösen. Dieser Gegenstand der Meßkunst findet jedoch selten eine Anwendung, weil jedes einzelne Grundstück gewöhnlich nach seiner mittlern Bodengüte überhaupt geschätzt wird.

IV. Linienmessung.

1. Linien unmittelbar abzustecken und zu messen.

§. 220. Linien auf der Erdoberfläche.

Wir beschäftigten uns bisher bloß mit Linien und Figuren auf der ebenen Zeichenfläche. Im Freien kommt nun noch deren Lage oder Neigung zur Erde in Betracht.

1) Eine Linie kann gerade nach der Erde Mittelpunkt gerichtet sein, als Halbmesser der Erdkugel. Diese nennt man lothrecht, vertikal. Der mit einem Lothe beschwerte, freihängende Faden ist die Richtschnur der Lothlinie.

2) Eine andere Linie kann von der lothrechten Linie senkrecht ausgehen, als äußere Polygonseite eines Erdkreises. Man nennt sie wagerecht, horizontal. Das Bild derselben ist ein auf stehendem Wasser ausgespannter Faden.

3) Alle Linien, die weder lothrecht, noch wagerecht liegen, heißen schief. Der am Bergabhange hinauf gespannte Faden stellt eine schiefe Linie dar.

4) Eben so giebt es lothrechte Ebenen oder Vertikal-Ebenen, wie die ebene Außenfläche eines Hauses; wagerechte Ebenen oder Horizontal-Ebenen, wie die ebene Oberfläche stillstehender Gewässer; schiefe Flächen, wie die Bergabhänge. In einer Vertikal-Ebene können lothrechte, wagerechte und schiefe Linien Statt finden; in einer Horizontal-Ebene, nur wagerechte Linien; in einer schiefen Fläche, wagerechte und schiefe Linien.

5) Diese Linien werden auf der ebenen Zeichenfläche als Grundriß, oder als Aufriß dargestellt. Der Grundriß ist die aufgetragene Figur von wagerecht gemessenen Grundstücklinien. Der Aufriß ist eine Figur aus lothrechter Ebene.

6) Zur Ausmessung von Linien und Figuren der Erdfläche giebt es sehr verschiedene Mittel und Wege. In jedem Falle haben wir den Zweck der Messung wohl zu beachten, nach hinlänglicher Genauigkeit zu streben und dabei das leichteste und einfachste Verfahren zu wählen. Vornehmlich müssen wir überall die unvermeidlichen Abweichungen zu beschränken und die Richtigkeit der Ergebnisse zu prüfen suchen, nach denselben Grundsätzen, wie bei der Zeichnung.

§. 221. Linienbestimmung.

1) Die lothrechte Linie ist selten ein Gegenstand der Messung, sondern mehr ein Mittel zum Begrenzen wagerechter Längen. Sie wird nach dem sogenannten Lothe bestimmt, ein freihängender Faden mit Senkel, zur Ruhe gekommen, die Lothlinie angebend. Der Gebrauch des Lothes ist leicht und findet nur bei windigem Wetter einige Hindernisse. Zum Behuf der

Messung müssen oft Stäbe lothrecht ausgesteckt werden. Dies geschieht mittels des oben angehaltenen Lothes sicherer, als nach dem bloßen Augenmaße.

2) Die wagerechte Linie dient vornehmlich zur Messung der Grundstücke; ihre Lage wird mittels der Setzwage bestimmt.

Die allgemein bekannte Setzwage der Handwerker, ein an seinem Grunde abgeglichenes Dreieck mit einem an der Spitze befestigten Lothe, dessen Faden in wagerechter Stellung die Lothlinie decken muß, ist am einfachsten. Man prüft und berichtigt dieselbe durch entgegengesetztes Aufstellen auf einer richtigen Linealseite. Ist diese eben wagerecht, so muß das Loth in beiden Stellungen die Lothlinie decken, außerdem auf beiden Seiten ganz gleiche Abweichung zeigen.

Die mehr zum geometrischen Gebrauche dienenden Setzwagen haben statt des Lothes eine Flüssigkeit, womit ihr gläserner Behälter angefüllt ist bis auf einen kleinen Luftraum, dessen Stelle den wagerechten Stand nach Richtlinien angiebt. Der Fuß solcher Wasserwagen, gewöhnlich von Messing, läßt eine berichtigende Stellung zu und wird ebenfalls durch entgegengesetztes Aufstellen geprüft. Die Setzwage gebraucht man, um Längen- und Winkelwerkzeuge wagerecht zu stellen und Linien wagerecht zu legen.

3) Zur dauerhaftern Bezeichnung der Linien auf dem Boden werden, in Ermangelung genauer Grenzpunkte, kurze Pfähle fest eingeschlagen. Bei der Messung selbst führt man Absteck- oder Richtstäbe mit eisernen Spitzen, gleich stark, gehörig lang, ganz gerade und fußweise mit fernenden Farben angestrichen, theils auch noch mit Fähnchen oder Richttäfelchen versehen. Diese kommen gewöhnlich auf die entferntern Punkte.

§. 222. Entfernungen. Fig. 63.

1) Zwei gegebene Punkte auf abhängigem Boden haben dreierlei geradlinige Entfernungen: die wahre, die wagerechte und die lothrechte.

Denkt man sich durch die beiden Punkte A und B eine loth-

rechte Ebene GD gelegt und darin BC und AG lothrecht, AC und BG wagerecht: so ist AB die wahre, BG = AC die wagerechte und AG = BC die lothrechte Entfernung. Liegen die beiden Punkte wagerecht, so haben sie nur wagerechte Entfernung; liegen sie lothrecht, nur lothrechte.

2) Außerdem könnte man auf unebenem Boden noch eine steigende und eine wegsame Entfernung annehmen. Die steigende Entfernung von A zu D ist AOBD, die Bodenlinie in der Vertikal-Ebene; die wegsame ist der leichteste Weg von einem Orte zum andern, der aber aus der Vertikal-Ebene GD weicht und dann wieder seine eigene wagerechte Länge hat.

3) Der Erdboden ist selten so gleich, daß man ganz eigentlich gerade Linien darauf hinziehen und messen kann. Auf unebenem Lande nimmt man uneigentlich gerade Linien zu Hülfe, die auf- und abwärts gehen, aber weder rechts, noch links abweichen und also in der Vertikal-Ebene ihrer beiden Endpunkte bleiben. Die uneigentlich gerade Linie von A nach D geht in der Vertikal-Ebene GD über O und B, der auf- und absteigenden Entfernung nach.

4) Bei allen Grundstückmessungen sucht man die wagerechte Entfernung in jener uneigentlich geraden Linie; denn eine andere Länge kann im Grundrisse nicht zum Schlusse gebracht werden. Man könnte z. B. von einem allein liegenden Hügel die wahre Länge der über seine Höhe geführten Linie ABD in den um den Fuß herum gemessenen, wagerechten Umfang AEDF keineswegs einpassen. Ohnehin ist der Ertragswerth von Berghängen nach der wagerechten Grundfläche richtiger zu bemessen.

§. 223. Eine gerade Linie im Freien abzustecken. Fig. 64.

Man versieht sich mit mehren Richtstäben, steckt den ersten A in den Anfangspunkt und den zweiten B ein Stück davon in die gegebene Richtung AN. Dann geht man weiter und steckt nun rückwärts sehend die Stäbe C, D, E bis N so, daß jeder dem

Auge die vorhergehenden Stäbe gerade deckt. Mangelt es an Stäben, so nimmt man die erstern nach und nach weg, bezeichnet ihre Punkte mit Pfählen und gebraucht sie weiter.

Man bleibt auch wohl in dem Anfangspunkte A stehen und läßt von einem Gehülfen die Zwischenstäbe B, C, D, E u. s. w. nach rechts oder links gegebenen Winken in der ganzen Richtung AN einstecken; denn jenes, nur allein nach BA fortgesetzte Richten kann von dem hinter sich genommenen Punkte N leicht abweichen.

Hierbei müssen alle Stäbe lothrecht stehen, wenigstens dürfen sie aus der abzusteckenden lothrechten Ebene nicht weichen, also nicht seitwärts hängen. Eigentlich wären nur zwei ausgesteckte Stäbe erforderlich, um sich danach einzurichten; doch sichert eine größere Anzahl mehr vor Abweichungen. Entferntere Richtpunkte geben die Richtung genauer; zu dichte Stellung der Richtstäbe macht die Fortsetzung unsicher. Das Auge darf beim Einrichten dem Stabe nicht zu nahe kommen und muß von beiden Seiten des Stabes aus richten, weßhalb die Stäbe alle gleiche Stärke haben sollten. Den eben eingerichteten Stab prüft man im Weitergehen, selbst noch beim Richten des nächsten Punktes.

Man richtet gewöhnlich den Stab frei in der Hand hängend ein und steckt denselben auf der somit gefundenen Stelle fest, wozu Übung gehört. Gehen solche Linien am Berge hin, so senken sie sich leicht abwärts, je nachdem die Stäbe beim Einstoßen weichen. Fällt das Sonnenlicht seitwärts ein, so neigt sich die Linie leicht nach der beleuchteten Seite. Das beste Licht ist das gerade in dem Rücken einfallende. Bei großen Entfernungen bedient man sich mit Vortheil eines Fernrohres.

§. 224. Eine gerade Linie aus der Mitte abzustecken. Fig. 65. 66.

1) Fig. 65. Ist eben kein brauchbarer Gehülfe zu haben, so steckt man selbst den Stab B zwischen A und N ungefähr ein, z. B. in 1, und dann auch den Stab C in die Richtung AB. Jetzt begiebt man sich wieder an B und sieht zu, wiefern C auch in der Linie BN steht, rückt nun B näher an die Linie,

etwa in 2, und steckt C abermals in die Richtung AB, visirt wieder von B über C nach N und fährt so fort, bis BC sowohl auf A, als auf N gerichtet ist.

Man könnte hierbei mit einem geraden Stabe vorarbeiten, den man wie die Versuchslinie BC legt und nach und nach so an- und einrückt, daß dessen beiderseitige Verlängerung in A und N trifft. Anstatt des Stabes wäre auch ein Lineal mit Absehen, oder ein bloßes Holzstück mit geradem Einschnitte zu gebrauchen.

2) Fig. 66. Hat man bei diesem Einrichten einen Gehülfen, so geht es schneller. B stellt sich aus, etwa in 1, und richtet C in die Linie BN; C richtet nun wieder B in die Linie CA; B im 2. Stande richtet von neuem C nach N; so wird wechselsweise fortgefahren, bis CBA und BCN eins sind.

§. 225. Eine gerade Linie durch Gehölz abzustecken, wenn mehre Richtpunkte dazu erforderlich sind. Fig. 67.

Soll z. B. eine Schlaglinie durchgesteckt werden, so tritt man auf den einen Endpunkt A und läßt auf dem andern N Zeichenrufe thun, um zuerst eine ungefähre Richtung zu bekommen. Nun stellt man die Gehülfen, etwa Holzhauer, dem erhaltenen Rufe nach bis an N, und zwar so, daß einem jeden die darauf folgenden zwei sichtbar sind. A muß nämlich B und C, B muß C und D, C muß D und E sehen u. s. w. Jetzt richtet A den Mann B in die Richtung AC, hierauf B den Mann C in BD, C den Mann D in CE, endlich E den Mann F in die Richtung EN. Während deß fängt dasselbe Richten von A aus wieder an, und dies wird so lange fortgesetzt, bis Alles in die Gerade AN eingerückt ist.

Wird mehr Genauigkeit erfordert, oder fehlt es an Leuten: so schafft man sich die nöthigen Stäbe bei, steckt diese eben so aus, geht selbst von Stab zu Stab und richtet den je nächsten Stab durch einen einzigen mit fortrückenden Gehülfen, bis Alles gerade ist.

§. 226. Gebrauch des Fußstabes. Fig. 68. 69.

Der Fußstab, zum Messen kurzer Abstände, ist von leichtem Holze dünn ausgespalten, von handlicher Länge, in Dezimalfuße abgetheilt und an beiden Enden beschlagen. Auf wagerechtem Boden legt man diesen Fußstab an den Anfangspunkt der zu messenden Linie, richtet denselben ein und bezeichnet das Ende der ersten Länge, legt nun da wieder an, und fährt so fort, bis zum Ende der Linie, wo noch der Rest besonders ausgemessen und zur gefundenen Anzahl der Maßlängen gezählt wird. Der Feldmesser bedient sich auch einer an beiden Seiten mit senkrechten Spitzen versehenen Latte, die in der Mitte einen 3 Fuß hohen Griff hat.

Auf abhängigem Boden, wie Fig. 68. AN, hält man den Fußstab wagerecht. Bei dieser sogenannten Staffelmessung wird an der freiliegenden Seite des Meßstabes ein zweiter, dünner Vorsetzstab lothrecht angestellt, so daß dessen Spitze den Endpunkt des Fußstabes auf dem Boden bezeichnet. Befindet sich die Spitze dieses Vorsetzstabes nicht vorn, sondern unter der Mitte: so fehlt man bei jeder Maßlänge um die halbe Stabstärke, was jedoch leicht berichtigt werden kann. Daß übrigens $AB + CD = ab + bN =$ der wagerechten Entfernung von A zu N ist, folgt aus §. 152. 2.

Beim Abmessen mit dem Fußstabe werden vielerlei Fehler begangen. Manche Messer fassen denselben nach Fig. 69. in der Mitte an b, setzen das eine Ende auf a, senken den Stab etwas, ohne sich genug zu bücken, schlagen das obere Ende c auf d nieder und nehmen ad für die Länge des Meßstabes an; es ist aber $ad < ab + bd$, also auch kleiner als $ab + bc$. Andere fassen den Stab an einem Ende e, halten denselben beiläufig über den Anfangspunkt a und schlagen das andere Ende schief nieder auf d, was beinahe eben so fehlerhaft ist.

Der Gebrauch des Fußstabes gewährt überhaupt keine sonderliche Genauigkeit. Man verfehlt leicht die Richtung, bezeichnet die Maßgrenze nicht scharf genug und kann am Abhange nicht gut wagerecht messen. Zudem ist das öftere Bücken unbe-

quem. Daher wendet man dieses Werkzeug nur bei ganz kurzen Abmessungen an.

§. 227. Gebrauch der Meßstange.

Die Meßstange dient öfter im Forste zur Aus- und Abmessung kleiner Stücke. Sie ist von ausgespaltenem Holze, gerade, steif, leicht, eine Ruthe lang und in Zehntelfuße getheilt. Man gebraucht dieses Längenwerkzeug wie den Fußstab. Auf der Ebene wird eine Maßlänge nach der andern angelegt; am Abhange wird die Meßstange wagerecht an einen Vorsetzstab gehalten.

Zu genauern Messungen ist die Meßstange an beiden Enden beschlagen und der Vorsetzstab an der Stellseite bis zum untern Ende gehörig abgeglichen. Dabei führt man noch eine Hängewage zum Stellen, auch wohl zwei Holzscheiben mit doppelten Spitzen, die in den Boden eingedrückt werden, um darauf das Ende der Meßstange genauer abzeichnen und wieder anlegen zu können. Eine solche Vorrichtung gestattet die größte Genauigkeit. Daher gebraucht der Forstvermesser an starken Bergabhängen vorzugsweise die Meßstange zur Staffelmessung, anstatt der Meßkette.

§. 228. Gebrauch der Meßkette.

Das gewöhnlichste Werkzeug zum Längenmessen ist die Meßkette, von starkem Drahte, bei größerem Ruthenmaße und im Gebirge nur vier Ruthen lang, sonst wohl fünf oder sechs. Jedes Glied ist einen geometrischen Fuß lang und durch einen kleinen Ring abgesondert. Die halben Ruthen unterscheidet ein Ring von mittlerer Größe; die ganzen Ruthen werden von einem größern und länglichen Ringe mit Querriegel getrennt. Jeder Maßtheil reicht bis zur Mitte des Ringes. An den beiden Enden und in der Mitte sind größere Ringe zu den Kettenstäben.

Die beiden Kettenstäbe haben unten randförmige Halter, worauf sich der äußere Kettenring festlegt, dessen Mitte, als der Anfang des Kettenmaßes, dann gerade über der Spitze des Stabes befindlich ist. Dabei braucht man 5 bis 10 Zähler, starke

Drahtstifte mit Öhren zum Anfassen und Tragen am Finger, des leichtern Auffindens wegen mit rothen Tuchstückchen versehen.

Eine Hängewage, womit die Kette wagerecht und der untere Kettenstab lothrecht gerichtet wird, kann aus zwei rechtwinkeligen Schenkeln bestehen, wovon der eine Haken hat zum Anhängen an die Kette und der andere die Lothlinie mit dem Lothe.

Beim Messen wird die Kette an zwei Kettenstäben von zwei Kettenziehern geführt. Der vordere nimmt die sämmtlichen Zähler und zieht die Kette aus; der hintere setzt seinen Stab in den Anfangspunkt der Linie und richtet den vordern entweder durch Worte, oder durch Zeichen mit der Hand, rechts oder links nach dem ausgesteckten Richtstabe. Der vordere Kettenzieher hält während des Richtens den Stab mit nicht ganz angezogener Kette in der rechten Hand lothrecht, steht auf der linken Seite der Linie und sieht über die Schulter weg nach dem hintern. Sobald eingerichtet ist, faßt er mit der linken Hand den Stab oben fest und greift mit der rechten an demselben hinunter, setzt die rechte Fußspitze auf die vorläufig eingerichtete Stelle des Kettenstabes, schnellt die Kette aufwärts und zieht sie dabei zum richtigen Wiedereinsetzen des Stabes scharf an. In diesen Endpunkt der Kettenlänge kommt ein Zähler und dann wird weiter gezogen. Der hintere Kettenzieher setzt in denselben Punkt genau wieder ein, hebt den Zähler auf und richtet von neuem. Am Ende zählt man die Kettenzüge nach den aufgehobenen Zählern zusammen und rechnet dazu noch das letztere Kettenstück.

Auf abhängigem Boden muß der untere Kettenzieher die Kette so weit am Stabe aufheben, daß sie wagerecht liegt, dabei aber seinen Kettenstab genau lothrecht stellen, beides mittels der Hängewage. An sehr starkem Abhange mißt man mit abgekürzter Kettenlänge, wozu im Innern der offene Ring bestimmt ist. Das beschwerliche Anziehen der Kette und die leicht vorkommende einseitige Niederneigung von der wagerechten Lage verursachen beträchtliche Längenabweichungen. Beim Anziehen hat der hintere Kettenzieher sich vorzusehen, daß sein Stab nicht von der Stelle gezogen wird, und erforderlichen Falls den Fuß vorzusetzen. Der vordere Kettenzieher kann öfters einen weiteren

Richtpunkt in's Auge fassen und sich schon von selbst näher einrichten.

Der Gebrauch der Meßkette verbindet den Vortheil, daß das Messen schnell von Statten geht, nicht von dem Vermesser selbst verrichtet zu werden braucht, und die Kette sich weniger verzieht. Daher ist auch die Meßkette am vorzüglichsten, der Boden müßte denn zu abhängig sein.

Jede Kette leidet beim Gebrauche und muß daher von Zeit zu Zeit geprüft werden. Man spannt sie auf ganz ebenem Boden aus und legt eine gut eingetheilte, genaue Meßstange daran, oder man zeichnet auf einen Gang oder auf ein langes Zimmerholz die Länge der ganzen Kette mit allen ihren Theilen genau vor und zieht dann die Kette zu Zeiten darüber. Haben sich die Ringe verbogen, so ist leichter nachzuhelfen, als wenn sie fleckweise ausgelaufen sind. Krumme Fußtheile, entstehend von unvorsichtigen kurzen Wendungen mit der Kette, biegt man sogleich wieder gerade. Auch ist beständig darauf Acht zu geben, daß sich kein Gelenk verschlinge.

§. 229. Gebrauch der Meßschnur.

Die Meßschnur hat eine, der Kette gleiche Länge und Eintheilung, ist von Hanf gut gedreht und gegen die Nässe mit Öl und Wachs getränkt. An den Enden sind Ringe, und im Innern sind die Theile mittels Knoten oder eingebundener Bänder abgetheilt.

Obgleich die Meßschnur wegen ihrer Leichtigkeit einige Mängel der Kette nicht theilt, so verursacht sie doch durch ihre Veränderlichkeit die größten Abweichungen beim Messen. Schon ein ungleichmäßiges Anziehen giebt verschiedene Längen; im Trocknen dehnt sie sich immer mehr; naß geworden, geht sie auf der Stelle ein. Daher muß man sie beim Gebrauche oft untersuchen und gegen Feuchtigkeit bewahren, zu Hause aber ausgespannt halten in der richtigen Länge, in die sie durch geeignetes Ausdehnen oder Anfeuchten wieder zu bringen ist.

Das Messen mit der Meßschnur geschieht wie mit der Kette und ist am leichtesten, aber nur bei kleinen, weniger genauen

Ausmessungen von Holzschlägen, Anbauflächen und dergleichen rathsam.

§. 230. Allgemeine Fehler beim Längenmessen. Fig. 70. 71.

Keine Längenmessung ist ganz frei von Fehlern. Diese müssen wir näher kennen, um die wirklich nachtheiligen zu vermeiden und der unerheblichen wegen nicht Zeit und Mühe zu verlieren. Von den besondern Mängeln der verschiedenen Längenwerkzeuge wurde schon gehandelt. Jetzt wären noch die allgemeinen Fehler zu betrachten.

1) Ein gewöhnlicher Fehler bei der Längenmessung entsteht aus Unrichtigkeit des Maßes; dieser wird um so größer, je mehr mal man das unrichtige Maß gebraucht.

2) Ein zweiter Fehler wird dadurch veranlaßt, daß man die Endpunkte der Maßlängen auf dem rauhen Boden weniger scharf abzeichnen kann. Hiergegen sichern die dünnsten Zähler nicht ganz; doch heben sich diese Abweichungen mehr oder weniger.

3) Ein dritter und größerer Fehler entsteht, wenn am Abhange der untere Stellstab nicht lothrecht gestellt und dadurch die Maßlänge zu kurz, oder zu lang abgezeichnet wird, was sich eben auch gegenseitig ausgleichen kann.

4) Wird das Längenmaß nicht ganz wagerecht gehoben, so entsteht Fig. 70. über demselben am untern Stellstabe ein rechtwinkeliges Dreieck, worin AC die Maßlänge, AB die wagerechte Lage und BC die Abweichung am Stellstabe ist, und von dem sich für eine Kettenlänge zu 4 Ruthen berechnen läßt, daß wenn

BC = 1′ ist, so mißt AB nur 39,988′
= 2′ » » » » » 39,95′
= 3′ » » » » » 39,89′.

Wir sehen hieraus, daß wenn die Kette sogar 2 bis 3 Dezimalfuß am Kettenstabe von der wagerechten Lage abweicht: so kann der begangene Längenfehler kaum $\frac{1}{10}$ Fuß erreichen. Diese Fehler heben sich übrigens nicht und verursachen eine grö-

ßere Längenzahl, als die wirkliche. Daher können im Grundrisse die um einen Berg herum gemessenen Linien genau schließen, und die innerhalb über den Berg hin gemessenen leicht zu lang ausfallen.

5) Weicht der Meßzug von der geraden Linie etwas ab, z. B. Fig. 71. von A über D nach N, anstatt von A gerade nach N: so ist der Längenfehler weniger beträchtlich, als es scheint. Wäre AN 100 Fuß und die Abweichung

BD = 1 Fuß, so betrüge AD + DN 100,02',
= 3 Fuß, » » » » » 100,18',
= 5 Fuß, » » » » » 100,50'.

AD + DN gleichen übrigens dem Bogen ADN ziemlich. Wo freilich von einer solchen Linie aus noch Seitenabstände zu messen sind, da haben diese Abweichungen einen anderen und sehr nachtheiligen Einfluß.

§. 231. Ungefähre Längenbestimmung.

Zuweilen ist die Bestimmung einer Länge nach Schritten schon hinreichend. Hierzu übt man sich vorher in gleichmäßigem Schreiten; dann geht man gemessene Längen ab, um die durchschnittliche Größe seiner Schritte nach Ruthentheilen zu ermitteln; nachher überschreitet man nur die vorliegende Länge und berechnet aus der Schrittzahl die Ruthen- und Fußzahl. Dabei müßte freilich die Schrittgröße auch nach der Bodenneigung bemessen werden; denn man schreitet auf der Ebene, bergauf- und bergabwärts verschieden.

Das Schätzen übersehbarer Entfernungen nach Schritten oder Ruthen dient im Forste zur ungefähren Größenbestimmung vorkommender Bestandslücken, Blößen, Schläge u. dgl., auch vielfältig bei Ausübung der Jagd.

§. 232. Eine senkrechte Linie abzustecken. Fig. 72.

1) Nach dem bloßen Augenmaße: An dem Punkte b, wo die Senkrechte ausgehen soll, wird die Standlinie AB mit einem Stabe ae, oder der Meßkette belegt und dann ein

Stab bc so angesetzt, daß dessen Nebenwinkel abc und ebc dem Augenmaße nach gleich sind. Dann giebt bc ungefähr die erforderliche Richtung.

2) Mit einem rechtwinkeligen Dreiecke: Man setzt ein Dreieck abc zusammen, dessen Seiten sich verhalten, wie 3 : 4 : 5, bringt die eine Kathete ab in die Standlinie und giebt nach der andern bc die verlangte senkrechte Richtung an (§. 165.).

3) Mit einem Kreuzmaße: Eine Halbkugel oder ein Brettstück mit senkrechten Kreuzschnitten wird in dem gegebenen Punkte aufgesteckt und mit dem einen Schnitte in die Standlinie gerichtet. Durch den andern Schnitt visirt man dann die verlangte Senkrechte ab. Anstatt des Kreuzmaßes bedient man sich auch des leichtern, viel genauern Winkelspiegels.

4) Liegt der gegebene Punkt D außerhalb der Linie, so errichtet man auf dieser erst eine Senkrechte zur Probe und rückt damit fort bis zum Ziele. Hierbei ist der Winkelspiegel besonders brauchbar. Übrigens können auch, wo hinlängliche Freiheit ist, die §. 183. 2. 3., zur Verzeichnung senkrechter Linien angegebenen Verfahrungsarten mit guten Längenwerkzeugen angewendet werden.

§. 233. Eine gerade Linie durch Gehölz abzustecken vermittelst einer Probelinie. Fig. 73.

Von dem gegebenen Anfange A steckt man nach dem aus N erhaltenen Zeichenrufe in ungefährer Richtung ohne Weiteres gerade fort bis neben den Endpunkt N, mißt diese Probelinie An und den senkrechten Abstand nN, schlägt auch von A aus in gewissen Entfernungen, etwa alle 10 Ruthen, in b, c, d . . . Pfähle. In dem dadurch aufgenommenen rechtwinkeligen Dreiecke AnN, in welchem die Katheten An und nN bekannt sind, können nun alle Senkrechten, die sich aus den bezeichneten Punkten, b, c, d hinüber zu AN ziehen lassen, berechnet werden, als Parallelen mit nN (§. 147.). Es ist nämlich

An : nN = Ab : bB = Ac : cC = Ad : dD . . .;

daher $bB = Ab \times \frac{nN}{An}$, $cC = Ac \times \frac{nN}{An}$, $dD = Ad \times \frac{nN}{An}$ u. s. w.

Wäre nN = 1° 5′ und An = 60° und Ab = bc = cd = 10°: so wäre $bB = 100' \times \frac{15'}{600'} = 2\frac{1}{2}'$, cC = 5′, dD = $7\frac{1}{2}'$ u. s. w.

Diese Zwischenabstände mißt man nun von An aus b, c, d . . . senkrecht hinüber und bestimmt damit die innern Punkte B, C, D . . . der Geraden AN, die danach weiter ausgeführt wird.

§. 234. Parallellinien abzustecken. Fig. 74.

Hierzu muß eine Linie AN und der Abstand gegeben sein. Diesen mißt man von AN rechtwinkelig ab, nicht allein aus A und N, sondern auch aus mehren Zwischenpunkten B, C, D, E; denn bei jeder dieser Abstandsmessungen wird etwas gefehlt, und je mehr Punkte der Parallele abgesteckt sind, um so mehr heben sich darin die kleinen Abweichungen.

1) Um einen Stellweg gleichbreit zu machen, wird erst die Mittellinie AN abgesteckt; von dieser werden beiderseits die halben Breiten Aa, Bb, Cc u. s. w. senkrecht abgemessen; endlich wird das Gestell nach den Seitenlinien ab, bc, cd u. s. w. aufgehauen oder bepflanzt.

2) Trifft man beim Abstecken einer geraden Linie auf einen Baum, oder auf einen andern undurchsichtigen Gegenstand, der nicht weggeräumt werden darf: so steckt man von etlichen Richtpunkten, z. B. von A, B, C aus, eine Parallele abc ab, führt diese neben dem Hindernisse vorbei durch d, e, n und steckt nun von da, mit demselben Abstande, die Parallele DEN wieder hinüber, als gerade Fortsetzung von ABC. Hierbei muß man nur die Hülfslinie lang und die Abstände genau genug nehmen. Zwei Hülfslinien auf beiden Seiten gewähren mehr Sicherheit.

§. 235. Geordnete krumme Linien abzustecken. Fig. 75.

Kreise und Ellipsen werden im Freien ganz so verzeichnet,

wie auf dem Papiere, nur daß man anstatt des Zirkels eine Hakenstange, Meßkette oder Meßschnur an den zum Mittelpunkte eingeschlagenen Pfahl anlegt und, im Fall der Platz noch bewachsen ist, mittels der gegebenen Halbmesser vorher die zur Aufräumung nöthigen Umfangspunkte bestimmt.

Andere Krümmen ordnet man vermittelst gleicher Sehnen und angemessener Bogenhöhen, was sich nur an Ort und Stelle bemessen läßt. Man steckt z. B. zu der Linie ABC . . . G zuerst die Stäbe A, B, C, D . . . in ungefährer Richtung gleichweit aus, geht nun von einem zum andern, visirt von jedem auf den dritten vor sich und bemißt den Abstand des mittlern, nämlich Bb von AC, Cc von BD, Dd von CE . . . So wird fortgerichtet, bis nicht nur alle Abstände Bb, Cc, Dd . . . verhältnißmäßig sind, sondern auch die Linie, bei einer gefälligen Krümmung, der Bodenform und den andern Erfordernissen entspricht. Gewöhnlich mißt man die Entfernung der Richtstäbe mit Schritten ab, beurtheilt die Abstände nach dem Augenmaße und führt endlich die Krümmen AB, BC, CD . . . . mit besonderen Absteckstäben noch näher aus.

Diese Aufgabe dient öfters zu einer geeignetern Verlegung der Waldwege, so wie bei Umgrenzung der Holzanlagen, zumal im Gebirge; sie gereicht ganz vorzüglich zur Ordnung und Verschönerung der Wälder.

2. Winkelmessung.

§. 236. Winkel auf der Erdoberfläche.

Die von dem geradlinigen Winkel gebildete Winkelebene kann im Freien (§. 220.) eine lothrechte, wagerechte oder schiefe sein. Die lothrechten Winkel dienen zu Höhenmessungen, die wagerechten zu Grundmessungen, schiefgelegene Winkel brauchen wir eigentlich nicht. Die zu messenden Grundstückwinkel bestimmt man bloß durch drei Punkte, den Scheitelpunkt und die beiden Schenkelpunkte. Letztere werden zum Behuf der Aufnahme noch mit Richtstäben bezeichnet.

Auf freiem Felde könnte man Winkel mit bloßen Längenwerkzeugen nach den Sehnen messen, theilen und abstecken, wie auf dem Papiere mit dem Zirkel (§. 183.). Dieses Verfahren ist jedoch unbehülflich und in der Holzung, wenigstens zu größeren Vermessungen, unthulich. Daher führen wir eigene Winkelwerkzeuge, wovon der Meßtisch, die Meßscheibe, die Boussole und das Meßbrettchen im Forste am anwendbarsten sind. Die andern Gradwerkzeuge eignen sich alle nicht zum leichten, einfachen und sichern Verzeichnen der aufgenommenen Forstfiguren.

§. 237. Der Meßtisch.

Der Meßtisch dient zur unmittelbaren Aufnahme des Grundrisses an Ort und Stelle und besteht aus dem Gestelle, Tischblatte, Absehlineal und dem übrigen Zubehör.

1) Das Gestell muß nicht zu schwer sein, leicht wagerecht gestellt werden können und dann, besonders für den Meßtisch, fest genug stehen. Gewöhnlich sind unter einer starken Platte drei derbe Beine an Schrauben und darüber drei oder vier aufrechtstehende Schrauben zum Wagerechtstellen des obern Theiles, worauf man das Tischblatt drehen und befestigen kann.

Der Meßtisch erfordert das stärkste Gestell, weil darauf ausführlich gezeichnet wird. Zur Prüfung desselben schraubt man die Beine fest an und untersucht, ob diese nicht nachgeben; dann bewirkt man die wagerechte Stellung, welche sanft gehen muß und nicht wanken darf.

2) Das Tischblatt ist von weichem, gleichdichtem, nach des Stammes Halbmesser ausgespaltenem Holze, gegen das Werfen mehrfach zusammen geleimt, ohne Rahmen. An der untern Fläche befindet sich wohl noch eine besondere Vorrichtung zum genauern Herbeischieben des Tischblattes über den Standpunkt, wenn dies in dem Gestelle selbst nicht bewirkbar ist. Die Oberfläche muß vollkommen eben sein, was sich ergiebt, wenn eine richtige Linealseite allerwärts darauf paßt. Weiter muß sich das aufgestellte Tischchen in gleicher Ebene drehen, und daher muß eine, bei wagerechter Stellung aufgesetzte Wasserwage, wäh-

rend des Umdrehens, sich unverändert verhalten. An der Feststellung darf übrigens kein Mangel sein.

3) Das sogenannte Diopterlineal hat gewöhnlich zwei ganz senkrecht stehende Absehen, eine mit dem durchgehenden Schlitze, die andere mit dem Haare, beide etwas höher, als die halbe Länge des Lineals, wenn dasselbe in Bergen gebraucht werden soll. Die rechte Seite vom Lineale muß vollkommen gerade und wo möglich parallel mit der Absehlinie sein. Zur Prüfung wird diese Seite nach §. 171. untersucht, dann das Lineal auf das wagerecht gestellte Tischchen aufgelegt und damit nach einem langen, freihängenden Lothfaden visirt, den das Haar durch alle Punkte des Schlitzes decken muß. Man führt wohl auch eine Kippregel mit Fernrohr, was umständlicher und beschwerlicher, zu größern Entfernungen aber vorzüglicher ist.

4) Außerdem erfordert der Meßtisch noch: Eine Wasser- oder Setzwage zum Wagerechtstellen; eine Lothgabel, einerseits spitzig, andrerseits mit einem Lothe versehen zur Stellung über den Standpunkt; die Orientirboussole, ein schmales, geradseitiges Kästchen mit einer Magnetnadel, die einige Grade Freiheit hat, zum versichernden Einrichten; eine Wachstuchdecke und einen Schirm gegen Regen und Sonne.

Zum Gebrauche wird das Tischchen mit ganz gleichem, feinem und festem Papiere überzogen, das man gegen die Feuchtigkeit und das Verziehen auf der untern Seite vorher mit geschlagenem Eiweiße netzt.

§. 238. Winkelaufnahme mit dem Meßtische. Fig. 76. 77. 78.

Um mit dem Meßtische Winkel aufzunehmen, stellt man denselben so auf, daß der entsprechende Scheitelpunkt der Zeichnung lothrecht über den Standpunkt kommt, und zugleich der vorher gezeichnete Schenkel genau in der Richtung seiner Linie liegt, bei übrigens wagerechter und fester Stellung Fig. 76. Man schiebt nämlich die Lothgabel mit der Spitze an den Scheitelpunkt b, legt das Absehlineal an den schon gezeichneten Schenkel ba und richtet b über B, so wie ba in BA. Ist

Alles fest geschraubt, so legt man das Lineal links an b, dreht es in die Richtung BC und zieht rechts daran hin die Linie bc, alsdann ist abc der Winkel ABC. Die Länge der Linie wird auf dem verjüngten Maßstabe abgegriffen und aufgetragen. Nun bringt man das Werkzeug weiter mit c über C und cb in CB, visirt und längt die Linie cd ab u. s. f. Auf solche Art werden mehre Winkel mit ihren abgemessenen Schenkeln an einander gesetzt. Dabei visirt man durch die ganze Länge der Augenabsehe, um hier keinen Fehler zu begehen, zieht auch die Linie auf dem Tischchen möglich lang, oder erweitert ihre Richtung auf dem Rande zum sichereren Wiederanlegen.

Von dem Absehlineale gebraucht man nur eine Seite, gewöhnlich die rechte. Dadurch heben sich alle Fehler, die entstehen, wenn die Linealseite nicht in der Absehlinie liegt. Hätte man z. B. in Fig. 77. zur Aufnahme des Winkels ABC ein Lineal mit schiefer Absehlinie und richtete sich damit, anstatt in BA, nach Ba ein, zeichnete mithin, anstatt der Richtung BC, die Richtung Bc: so würde $\angle$ aBc = $\angle$ ABC, denn die Abweichungen aBA und cBC sind gleich. Wäre die Linealseite mit der Absehlinie parallel und man gebrauchte diese Seite zum Einrichten und Weiter-Visiren: so würde, wie in Fig. 78., der Winkel abc dem Winkel ABC gleich, weil die Schenkel parallel sind.

Eine große Unannehmlichkeit des Meßtisches ist das beschwerliche Beischieben des Zeichenpunktes über den Standpunkt. Daher begnügt man sich öfters wohl mit einer weniger genauen Aufstellung, woraus ein Fehler erwächst, dessen Größe von dieser Abweichung und von der Länge des Schenkels abhängt. Es giebt jedoch Hülfsmittel, jenes beschwerliche Beischieben ganz zu vermeiden. Man stellt nämlich das Werkzeug ohne Weiteres mit seiner Mitte über den Standpunkt und richtet die entworfene Linie vorläufig ein, mißt nun oben darauf, wie viel Zolle diese Linie seitwärts liegt und läßt, nach rechts, oder links gegebenen, wie beim Ringelschießen gebräuchlichen Zählzeichen, den Richtstab um so viele Zolle rechts, oder links stecken. Wäre, in Fig. 78., B der Standpunkt und b der Zeichenpunkt, so müßte

der Stab von A um bx herüber in a kommen; da müßte parallel mit BA, und eben so bc parallel mit BC werden. Man könnte auch wohl Richttäfelchen von gewisser Breite führen und ungefähr so viel neben den Stab auf die halbe Tafel visiren, als die Abweichung beträgt.

Außerdem hat der Meßtisch für den Forstvermesser auch manche nicht unerheblichen Mängel. Das unmittelbare Auftragen im Walde erfordert nämlich zu viel Zeit, muß in zu gezwungener Stellung geschehen und strengt die Augen sehr an. Bei den andern Winkelwerkzeugen verrichtet man diese Arbeit im trocknen, hellen Zimmer auf dem geräumigen Tische, mehr sitzend, also bequemer, gelegener und genauer. Die Arbeit auf Papier ist im Freien zu sehr der Luftfeuchtigkeit unterworfen; öfters muß man unverrichteter Sache wieder nach Hause gehen, und endlich leidet die Zeichnung dennoch durch das Verziehen beim Abschneiden. Ein Mittel zum Messen des etwa verlangten Gradinhaltes, z. B. von Grenzwinkeln, gewährt der Meßtisch ebenfalls nicht. Überdies gestattet die beschränkte Größe des Tischblattes nicht das ganze Auftragen eines größern Umfangs. Nimmt man auch ein Quadratnetz zu Hülfe und setzt die Meßzüge darauf ab: so veranlaßt dies wieder neue Mängel, und man ist keineswegs im Stande, auf einen recht sichern Schluß hinzuarbeiten. Daher dürfte der Meßtisch weniger zu den großen Umfangsmessungen im Walde passen, als auf das freie Feld, wo mit einmaligem Aufstellen rundherum viele Gegenstände leicht und sicher geschnitten werden können. Übrigens gewährt ein leichter Meßtisch im Forste zu kleinen Aus- und Abmessungen, welche sogleich an Ort und Stelle gefertigt werden müssen, ganz vorzügliche Dienste.

§. 239. Die Meßscheibe.

Die Meßscheibe unterscheidet sich von dem Meßtische dadurch, daß man stets aus dem Mittelpunkte nur die Richtung der Linien anzeichnet und zugleich nach Graden bestimmt.

Das Gestell dazu darf leichter sein, als am Meßtische. Die Scheibe selbst ist von Holz gut zusammengesetzt, oder von

Messing, rund, am obern Rande mit einem in Grade eingetheilten Messingringe versehen, der zugleich das Papier hält; in der Mitte befindet sich ein Kegel mit Schraubenmutter zu dem Absehlineale. Dieses ist auf der rechten Seite so ausgeschnitten, daß die Lineallinie in der Absehlinie liegt und die Mitte des Kegels und der Scheibe schneidet; an beiden Enden gehen Nonien von der Absehlinie aus. Die Absehen sind zu Messungen in Bergen etwas länger, als das halbe Lineal und zum Vor- und Rückwärts-Visiren eingerichtet; jede hat nämlich Durchsichten und Haare zugleich. Die Kippregel ist auch hierbei beschwerlicher und nur zum Fernrohre erforderlich. Weiter braucht man noch eine Wasserwage, eine Orientirboussole und eine Decke gegen die Nässe. Die Scheibe selbst wird mit dünnem, festem, vorher mit geschlagenem Eiweiße genetztem Papiere überzogen.

Man prüft die Meßscheibe, nachdem man sich zuvor von der Brauchbarkeit des Gestelles überzeugt hat, beinahe wie den Meßtisch. Zuerst wird vermittelst eines Lineales die Ebenheit und durch eine aufgestellte Wasserwage die Horizontalbewegung der Oberfläche untersucht. Alsdann wird, bei wagerechter Stellung, das Lineal auf einen etwas entfernt davon angebrachten Lothfaden gerichtet und an der entgegengesetzten Seite ein anderer Lothfaden in dieselbe Absehlinie gehängt, was mit drei oben zusammengebundenen Stangen leicht thulich ist. Beide Lothfaden müssen durch alle Punkte der Absehen gänzlich geschnitten werden und mit den Absehen selbst in gerader Linie sein; eben so auch, wenn man die Absehen umdreht. Zieht man am Lineale, bevor dasselbe abgerückt wurde, eine Linie, so muß es in der umgedrehten Stellung genau wieder an diese schließen. Beim Festschrauben darf sich das Lineal nicht verziehen.

Die Richtigkeit der Gradeintheilung zu prüfen, führt man die Nonien darüber weg und untersucht, ob beide in allen Stellungen die Grade gleichmäßig bemessen und den Gradring ganz genau theilen. Auch könnte man das Maß eines ausgesteckten Probewinkels mehrfach in dem Kreise fortfassen, dann aus der Summe die Durchschnittsgröße suchen und diese mit den einzeln gefundenen Inhaltsgrößen vergleichen, wie hiernächst gezeigt werden wird.

§. 240. Winkelaufnahme mit der Meßscheibe. Fig. 79.

Um mit der Meßscheibe Winkel aufzunehmen, stellt man das Werkzeug gerade über den Scheitel= oder Standpunkt B wagerecht auf, wendet die Scheibe mit dem auf den Anfang=schenkel ab festgestellten Lineale nach dem entsprechenden Richt=punkte A hin und befestigt sie in dieser Stellung, dreht nun das Lineal für sich nach dem anderen Richtpunkte C und schraubt es hier wieder fest. In dieser Richtung zieht man den zweiten Schenkel von b nach c und nimmt die Grade desselben ab. Gewöhnlich werden die Richtungen der Schenkel durch zwei kleine Striche nahe am Papierrande angezeichnet und mit der Bezeichung der Standpunkte versehen. Eben so wird der Win=kel in dem folgenden Punkte C aufgenommen. Man stellt näm=lich das Werkzeug auf C, richtet es mit dem noch an b und c liegenden Lineale nach dem Standpunkte B fest ein, dreht dann das Lineal nach D und zieht die Striche c zu d u. s. w.

Beim versichernden Gebrauche der Orientirboussole, die im Laufe größerer Umfangsmessungen jede beträchtliche Verdrehung des Winkelverbandes zu erkennen giebt, richtet man gleich an=fänglich den Nullpunkt vom Gradringe in die magnetische Nord=linie. Dann muß auf jedem Standpunkte die nach der letztern Standlinie rückwärts eingerichtete Scheibenstellung der zur Probe wieder angelegten Orientirboussole entsprechen.

Verlangt man die Größe eines Winkels ABC nach Graden, so wird die Scheibe auf den Scheitelpunkt B gestellt, mit dem Nullpunkte auf den einen Schenkel BA gerichtet und befestigt; hierauf dreht man das Lineal in den andern Schenkel BC und nimmt vorn am Gradringe die Winkelgrade ab. Wird nun abermals die Scheibe mit dem hier befestigten Lineale auf BA gerichtet und dann das Lineal wieder nach BC gedreht: so be=kommt man den doppelten Winkel. Mittels dieser sogenannten Multiplikations=Methode läßt sich die Gradsumme des drei=, vier= und mehrfachen Winkels zusammenfassen, von der die Durchschnittsgröße viel genauer ist.

Bei den gewöhnlichen Scheibenmessungen nimmt man nicht die besondern Winkelgrade, sondern nur die Neigungsgrade jeder Seite zu der in den Nullpunkt gerichteten Nordlinie. Daraus läßt sich aber der Winkelinhalt leicht berechnen. Hatte z. B. die Linie BA 175° 15′ und BC 308° 35′: so wäre der Winkel ABC = 308° 35′ — 175° 15′ = 133° 20′. Freilich muß dabei beachtet werden, von welcher Seite die Grade abgenommen sind, sonst bekommt man leicht den Nebenwinkel. Überhaupt hat man beim Gebrauche der Meßscheibe eine gewisse Gleichförmigkeit im Aufzeichnen zu beobachten, um nachmals die Lage der Schenkel sicher wieder bestimmen zu können. Das Lineal muß beim Weiter-Visiren allemal so genommen werden, daß die Absehlinie rechter Hand offen ist, und die Bezeichnungen müssen an beiden Richtstrichen in derselben Folge stehen, wie an den Standpunkten. Die Grade werden an der, dem Richtpunkte zugekehrten Seite abgenommen. Eben so richtet man auch das Werkzeug beim Wiederaufstellen.

§. 241. Winkelauftragen von der Meßscheibe.

Zum Auftragen der Scheibenmessung schneidet man die fertige Winkelscheibe los, befestigt dieselbe auf das Zeichenblatt und schiebt nach §. 185. die Linien der Folge nach ab und zusammen. Zeichnet man vorher auf das Innere der Winkelscheibe die Gradzehner vom Gradringe, so dient dies zum leichtern Auffinden der Linien, wenn die Grade jeder Linie im Vermessungsbuche bemerkt sind; wird zugleich jedes Strichelchen der Winkelscheibe vorher mit einem feinen Nadelstiche versehen, so läßt sich auch die Richtung sicherer abnehmen.

Hat man die Grade jeder Linie aufgeschrieben, so könnte wohl erst zu Hause die Winkelscheibe danach gemacht, oder, wie in §. 186. zu ersehen, gleich nach einer Gradscheibe aufgetragen werden.

Die Meßscheibe gestattet bei den Umfangsmessungen viel schnellere und leichtere Arbeit, als der Meßtisch; die Richtung der Linien kann genauer und auf doppelte Art, durch Zeichnung und Gradeintheilung, bestimmt werden; die Messung ist weniger

von der Witterung abhängig und gewährt durch den bei Grenzen öfters verlangten Gradinhalt ein Mittel mehr, die Schlußmängel zu berichtigen. Daher eignet sich dieses Werkzeug ganz besonders zu Forstvermessungen und ersetzt bei solcher Einrichtung die Stelle des gewöhnlichen Astrolabiums vollkommen.

§. 242. Die Boussole.

Dieses Winkelwerkzeug bemißt die Richtung jeder Standlinie mittels der freien Magnetnadel, welche auf einem Stifte inmitten eines runden, mit Glas bedeckten Behältnisses an einem Gradringe hinschwebt, worauf die Grade gewöhnlich links herum bis zu 360 fortlaufend gezählt sind. Ein Schieber dient dazu, die Nadel von außen hebend zu sperren. Außerhalb des Gehäuses, in der Richtung von 180 zu 360°, stehen auf einer linealförmigen Verlängerung der untern Platte zwei hohe Absehen, zum Rück- und Vorwärts-Visiren eingerichtet. Das Gestell dazu darf leicht sein, und an das ganze Werkzeug darf außer der Nadel kein Eisen kommen, während des Gebrauches nicht einmal in die Nähe.

Die Boussole wird auf folgende Art geprüft: Man untersucht zuerst die Stetigkeit des Gestelles und ob die Boussole selbst die wagerecht gegebene Stellung beim Umdrehen behält; dann auch die Genauigkeit der Absehen vermittelst zweier Lothfaden, wie bei der Meßscheibe. Was die Nadel betrifft, so muß diese in fester, horizontaler Stellung der Boussole ganz wagerecht hängen; in allen Richtungen den Gradring genau theilen; mit Eisen aus ihrer Richtung gebracht, allmählich in gleichmäßig abnehmenden Schwingungen auf denselben Punkte wieder einspielen, auch nach zwei-, drei- und mehrmaligem Versuche; bei sanftem Umdrehen des Gehäuses nicht mit fortgehen und, wenn somit die Absehen verwendet in die erste Richtung kommen, mit ihrer Südseite genau den Gradpunkt wieder einnehmen, den vorher die Nordseite schnitt; endlich muß sie von der Sperrung ohne Schwanken sich niederthun, und in das Gehäuse darf weder Wind noch Feuchtigkeit eindringen. Selten findet man eine Boussole, die solche Prüfung gänzlich besteht; öfters verliert auch die Nadel ihre magnetische Kraft mit der Zeit mehr oder weniger.

§. 243. Winkelaufnahme mit der Boussole.

Beim Messen mit der Boussole dreht sich der ganze Gradring mit der Absehlinie, und von der in Ruhe gekommenen Nadel wird die Richtung am Gradringe angegeben. Man stellt das Werkzeug über den Standpunkt wagerecht auf, visirt nach dem einen Richtpunkte, läßt die Nadel zur Ruhe kommen und bemerkt sich das Gradmaß an der Nordseite. Hierauf dreht man die Boussole nach dem andern Richtpunkte, visirt und nimmt hier wieder die von der Nordseite geschnittene Gradzahl ab. So wie die Stellung hierbei nicht wagerecht ist, hängt die Nadel seitwärts und zeigt unrichtig.

Um beim Auftragen auch ohne Handzeichnung gewiß zu sein, welche Richtung jede Linie von ihrem Anfangspunkte aus hat, nimmt man beständig eine gewisse Seite der Boussole voraus, gewöhnlich die mit dem Nullpunkte, und schreibt dann immer nur die Grade der Nordseite auf. Dazu muß aber die Bezeichnung der Linien im Vermessungsbuche genau passen. Z. B. 4 zu 3 bezeichnet, daß der Nullpunkt nach 3 zu gerichtet war. Die Boussole konnte eben sowohl auf 4, als auf 3 stehen. Es ist einleuchtend, daß man im Laufe der Umfangsmessung mit der Boussole den je zweiten Standpunkt überspringen kann. Dieses nennt man mit Springständen winkeln.

Was das Abnehmen der Grade betrifft, so müssen die kleinern Gradtheile unter $\frac{1}{4}$ freilich nach dem Augenmaße bestimmt werden. Es ist dabei am sichersten, nur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ anzusetzen und die weiter geschätzten Theile noch mit angehängtem + oder —, völlig oder kaum zureichend anzudeuten. Z. B.

$$30\tfrac{1}{4}° \quad = 30°\ 15'$$
$$30\tfrac{1}{4}° + = 30°\ 20'$$
$$30\tfrac{1}{2}° - = 30°\ 25'$$
$$30\tfrac{1}{2}° \quad = 30°\ 30' \text{ u. s. w.}$$

Die Vortheile dieser einfachern Bestimmung werden sich beim Gebrauche bewähren.

§. 244. Winkelauftragen von der Boussole.

Das Auftragen der Boussolenmessung geschieht am leichtesten und sichersten vermittelst der §. 186. beschriebenen Gradscheibe, worauf aber die Grade nach der entgegengesetzten Richtung gezählt sein müssen, also rechts herum, wenn die Zahlen auf der Boussole links herum gehen, weil an der Boussole der Gradring um die Nadel, auf der Gradscheibe aber das Lineal um den Gradkreis gedreht wird. Hat man bei der Messung den Nullpunkt immer vorn gehabt und die Grade stets an der Nordseite genommen: so ist beim Auftragen diejenige Seite vorn, wohin die zugehörige Zahl auf der Gradscheibe weis't.

Der sogenannte Boussolen-Transporteur, den man an ein Quadratnetz anlegt, ist weit umständlicher und weniger genau. Am unbehülflichsten ist aber das Auftragen mit der Boussole selbst. Man könnte sich auch eine Winkelscheibe nach der Boussolen-Messung auf der Meßscheibe fertigen und danach auftragen.

Obgleich die Boussole zur Aufnahme einzelner Winkel und kleiner Figuren in großem Maßstabe, so wie zu Feldmessungen keinesweges genügen kann: so gewährt sie doch bei ausgedehnten Umfangsmessungen, die in kleinerm Maßstabe aufgetragen werden, unter sonst günstigen Umständen, die besten Schlüsse, weil die Richtung jeder Linie ganz für sich nach der allgemeinen Magnetlinie bestimmt wird, also ein fehlerhaftes Verdrehen ganzer Meßzüge (§. 190. 3.) nicht entstehen kann. Daher gebraucht man auch die Orientirboussole zur Versicherung bei dem Meßtische und der Scheibe; ja man richtet diese Werkzeuge ganz allein danach, wo eine Abirrung der Magnetnadel eben nicht zu besorgen ist, und winkelt dann gleichfalls mit Springständen.

Die leichte und schnelle, von feuchter Witterung weit weniger abhängige Arbeit mit der Boussole würde dieses Werkzeug ohne Ausnahme zu dem vorzüglichsten für Forstvermessungen erheben, wenn der Magnetnadel nicht manche, selbst noch unbekannten Mängel und Schwächen beiwohnten, so daß dieselbe ihre guten Dienste öfters versagt. Sie wird nämlich im richtigen Einspielen durch nahe gebrachtes Eisen, durch Reiben des

Glases, ja selbst vom Sonnenscheine gestört; sie wird unstet und träge bei anhaltendem Gebrauche, zumal in Gewitterluft; sie irrt auf gewissen Gebirgsarten, besonders aber an großen Bergmassen, beträchtlich ab. Auch ist zu berücksichtigen, daß im Laufe der Zeit die Abweichung sich ändert, und daß jede Magnetnadel ihre eigene Abweichung hat.

Daher ist die Boussole nur in den Forsten der Ebene und des niedrigen Hügellandes bei gehöriger Vorsicht sicher zu gebrauchen, im Gebirge aber, besonders auf Trapp und Granit, weniger zuverlässig. Hier verbindet man sie als Orientirboussole mit der Meßscheibe und findet dabei eine sehr gute Gelegenheit, ihren Mängeln mehr auf die Spur zu kommen.

§. 245. Das Meßbrettchen.

Dieses, einem jeden unterrichteten Forstmanne unentbehrliche Taschenwerkzeug dient bald zum Abstecken wagerechter und gegebener schiefer Linien und Winkel, bald zum Messen der Schläge, der Blößen und anderer kleinen Forststücke, bald zum Bestimmen der Bodenneigung, der Baumhöhen u. d. m. Ein gutes, trocknes Brettstück, ungefähr 5 bis 6 Zoll im Geviert und 1 Zoll stark, ist mit einer Messingtafel belegt; darauf befindet sich ein genaues Quadratnetz, dessen Außenseiten 20 gleiche Theile haben, die mit beiderseits übereinstimmigen Ziffern 10, 20, 30 u. s. w. bis 100 bezeichnet sind. Von derjenigen Quadratecke, wo die Zahlen beider Seiten ihren Anfang nehmen, ist ein Viertelkreis durch die zwei nächsten Ecken gerissen und in ganze und halbe Grade getheilt, welche mit den nöthigen Ziffern versehen sind. Durch jene Hauptecke geht ein Loch, worin vermittelst eines eingepaßten Zapfens entweder ein Lothfaden, oder ein kleines Absehlineal mit Nonius befestigt wird, wie es eben der Gebrauch erfordert. An einer Nebenseite des Brettes dient ein Loch zum Unterbringen des Lothes. Auf der Rückseite befinden sich, etwa einen Zoll vom Rande ab, vier gerade, senkrecht auf die Brettfläche und parallel mit dem Quadratnetze gerichtete Sägeschnitte, bis über die Hälfte des Brettes eingesenkt; in der Mitte ist ein viereckiges Zapfenloch zum Befestigen des Meßbrettchens an

oder auf einen Stellstab, was mit einem hölzernen, einerseits viereckigen, andrerseits runden Zapfen geschieht. Der Stellstab hat zwei Zapfenlöcher, eins oben, das andere seitwärts dicht darunter, durch deren Achsen ein gemeinschaftlicher Spalt geht, welcher mit einer Klemmschraube gespannt werden kann. Dieser Stab dient zugleich als Zollstab und als Klaftermaß.

Zur Prüfung dieses Meßbrettchens wird zuvörderst das Quadratnetz (§. 175. 3.) untersucht und die Gradeintheilung durchgesehen, besonders, ob die Grade von beiden Seiten her gleichen Abstand haben zu dem Quadratnetze. Hierauf nimmt man das Werkzeug in's Freie, steckt es wagerecht auf und läßt nach allen vier Richtungen der Einschnitte Richtstäbe ausstecken. Hier müssen je zwei Parallelschnitte auf einen und denselben Stab hinweisen, so weit es ihr Abstand erlaubt; eben so muß auch das oben aufgesetzte Absehlineal, genau an die Außenseiten des Quadrates angelegt, die Stäbe vor- und rückwärts schneiden. Daraus ergiebt sich, daß die Einschnitte und die Netzlinien gleichlaufend sind. Dreht man nun das Werkzeug weiter auf jeden andern Richtstab, so müssen die Einschnitte und das Absehlineal alle vier Richtstäbe wieder rechtwinkelig treffen. Eben so werden alle andern, zum Abstecken von Rechtwinkeln dienenden Werkzeuge mittels der gleichen Nebenwinkel geprüft.

§. 246. Winkelaufnahme mit dem Meßbrettchen.

Der uns hier eben vorliegende Gebrauch des Meßbrettchens besteht im Messen wagerechter Winkel mit dem Viertelkreise, womit sich auch jeder größere Winkel durch seinen Nebenwinkel bestimmen läßt. Man steckt das Absehlineal auf, welches zum Rück- und Vorwärts-Visiren eingerichtet sein muß, setzt das Brettchen auf den lothrecht und fest in den Scheitelpunkt eingesteckten Stellstab, richtet dasselbe mit dem auf dem Nullpunkte liegenden Lineale nach dem einen Richtstabe und klemmt den Zapfen fest ein; nun dreht man das Lineal nach dem anderen Richtstabe, versichert sich durch den untern Einschnitt, ob das Brettchen noch in der ersten Richtung steht, und nimmt alsdann die Grade des Winkels ab. Ist ein stumpfer Winkel zu messen,

so kommt das Meßbrettchen in den Nebenwinkel. Die Summe der gefundenen Umfangswinkel prüft man nach §. 156.

Das Auftragen der nun nach ihrem Gradinhalte bekannten Winkel geschieht vermittelst eines großen Transporteurs (§. 182.), oder vermittelst der Sehnen (§. 183.), die sich auf dem Meßbrettchen auch unmittelbar abnehmen ließen. Bei etwas größern Figuren könnte man eine Gradscheibe gebrauchen, oder ein Winkelblatt auf der Meßscheibe dazu entwerfen. Es würde jedoch zu viel verlangt sein, wenn dieses einfache, zum täglichen Gebrauche des Forstwirthes geeignete Werkzeug auch zu größeren Vermessungen dienen sollte.

§. 247. Allgemeine Fehler beim Winkelmessen.

Wegen der allgemeinen Fehler, welche bei der Winkelmessung vorkommen, wäre hier Folgendes zu bemerken:

1) Zuvörderst entspringen Winkelfehler aus der schiefen Stellung des Werkzeuges. Neigt sich die Winkelebene des Werkzeugs mit beiden Schenkeln gleichmäßig unter oder über die Horizontal-Ebene: so wird der Winkel kleiner. Ist diese Neigung ungleichmäßig, mit einem Schenkel höher und mit dem andern tiefer: so kann der Winkel größer ausfallen, je mehr die Abweichung beträgt. Trigonometrische Berechnungen ergeben, daß eine schiefe Stellung von 1° kaum 10″, von 2° kaum 36″, von 3° kaum 1′ 20″ und von 4° etwa 2½ Minuten gegen den wagerechten Winkel fehlt. Hiernach ist die nöthige Genauigkeit im Wagerechtstellen unserer Winkelmesser leicht erreichbar, indem schon eine mittelmäßige Wasserwage kaum um 10′ abweicht.

2) Bei den Winkelwerkzeugen, welche rückwärts eingerichtet und dann festgestellt werden, entsteht leicht ein Verdrehen, wenn die Stellung mit dem Umdrehen des Absehlineales nachgiebt. Dieses ist der gewöhnlichste und größte Fehler in Folge eines mangelhaften Gestelles, oder vernachlässigter Befestigung. Bei dem Meßtische kommt derselbe am leichtesten vor, weil darauf mehr außerhalb der Mitte gearbeitet werden muß. Bei der Meßscheibe sucht man ihn durch wechselweises Umdrehen des Lineales zu heben. Bei dem Meßbrettchen wird dieser Fehler

durch die untern, versichernden Absehen vermieden. Bei der Boussole kann ein solcher gar nicht Statt finden; die Nadel behält ihre eigene unabhängige Richtung und macht somit auch das Verdrehen anderer Werkzeuge bemerklich. Überhaupt muß dieser Fehler immer in mäßigen Grenzen bleiben, wenn das Gestell tüchtig und der Vermesser vorsichtig ist.

3) Die Excentricität oder das Abweichen des Kreisringes aus dem Mittelpunkte giebt sich in Vollkreisen leicht zu erkennen, wenn der Gradring von dem Absehlineale, oder von der Nadel nicht allerwärts gleich getheilt wird. Dieser Fehler ist bei den neuern Winkelmessern sehr selten. Übrigens entsteht auch bei dem Meßtische und der Scheibe ein ähnlicher Fehler, wenn die Linealseite von der Visirlinie abweicht; hier wird derselbe, wie schon bekannt, durch den Gebrauch einer einzigen Linealseite vermieden.

§. 248. Abstecken gegebener Winkel.

Das Abstecken bestimmter Winkel ist nun eine leicht zu lösende Aufgabe. Dazu hat man im Freien den Scheitelpunkt und eine zur Richtung dienende Linie als Schenkel, wo eben nicht nach der Magnetnadel gerichtet wird, auf dem Werkzeuge aber den Winkel entweder in Graden, oder vermittelst Zeichnung. Man stellt den Winkelmesser auf den Scheitelpunkt, richtet denselben nach der Bestimmung ein und visirt damit den verlangten andern Schenkel ab. Mit der Boussole geht das am kürzesten; diese wird sogleich nach den bestimmten Graden gerichtet.

3. Mittelbare Linienbestimmung.

§. 249. Eine lange gerade Linie durch den Wald zu stecken vermittelst eines Meßzugs. Fig. 80.

Man steckt von dem Anfange A zu dem Ende N durch die mehr offenen Stellen einen aus kürzern Standlinien zusammengesetzten Meßzug ABC . . . N, der die verlangte gerade Linie

mehrmals trifft, mißt die Standlinien AB, BC, CD . . ., hierauf die Winkel ABC, BCD . . . und trägt das Ganze auf. In dem dadurch erhaltenen Grundrisse zieht man die Gerade von A nach N, nimmt mit Hülfe des gebrauchten verjüngten Maßstabes die Längen Bx, Dy, Ez und die von den Standlinien ausgehenden Abstände, wie Gq und Br von AB, Cs, Ht und Du von CD, Fv und Iw von FN ab.

Mit diesen Maßen begiebt man sich wieder zur Stelle und steckt die Punkte x, y, z . . . q, r, s . . . nebst dem Anfangswinkel BAN aus. Dadurch ist die Richtung der verlangten Linie von außen und innen gegeben. Nun nimmt man das Abstecken selbst vor und berichtigt die dabei erschienenen kleinen Abweichungen einzelner Punkte so gut als thulich, bis die Aufgabe dem Zwecke gemäß gelös't ist. Mit dem Meßtische läßt sich diese Arbeit gleich auf der Stelle vollführen.

§. 250. Gerade Linien im Forste abzustecken nach dem Grundrisse.

Zum Abstecken gerader Schlaglinien oder Stellwege in einem vermessenen Forste sind die beiden Endpunkte gegeben und gewöhnlich der Winkel, den die Linie mit einem Hauptgestelle, einer Stand- oder Grenzlinie macht. Man stellt den Winkelmesser sogleich auf den Anfangspunkt, giebt damit die Richtung an und steckt in derselben fort bis zu Ende. Trifft etwa die abgesteckte Linie den Endpunkt nicht sogleich: so ist nach Maßgabe der gefundenen Abweichung von vorn herein etwas beizurichten, oder die erste Linie nur als Probe zu gebrauchen, nach §. 233.; es müßte denn eine weniger gerade Linie eben genügen.

Hier und da durchschneidet wohl die abzusteckende Linie einen oder den andern schon festgelegten Meßzug, dann können die Durchschnittspunkte und selbst die Durchschnittswinkel auf den noch vorhandenen Standlinien im Voraus abgesteckt werden, um mehr Anhalt zu gewinnen.

Ist die Linie nach Boussolen-Graden bestimmt, und man verlangt mehr Genauigkeit in der Richtung, als die Boussole an

sich gewähren kann: so wird die mittels der Orientirboussole aufgestellte Meßscheibe gebraucht, von der sich die Gradtheile genauer abnehmen lassen. Doch ist die besondere Abweichung der vorhandenen Boussole zu berücksichtigen, im Falle dieselbe nicht so eben zur Vermessung gedient hat.

Sehr lange Linien sichert man gegen das allmähliche Abweichen durch den Mitgebrauch einer Boussole, nach der man die abgesteckte Richtung öfters prüft. Nicht selten wird die Linie im Ganzen genauer, wenn man von Stück zu Stück die Fortsetzung nach der Boussole wieder von neuem richtet. Die dadurch entstehenden, sich wieder ausgleichenden unmerklichen Wendungen verschwinden beim Aushauen gänzlich, wogegen eine einzige durchgängige Krümme nachher erst recht sichtbar wird.

§. 251. Unzugängliche Entfernungen mittelbar zu bestimmen. Fig. 81, 82, 83, 84.

1) Fig. 81. Ist eine übersehbahre Länge AN auszumitteln, so steckt man aus A und N gleichlange Senkrechte Aa und Nn herüber auf eine meßbare Strecke und mißt nun an anstatt AN. Als gegenüberliegende Seiten eines Parallelogrammes sind beide Linien gleich.

2) Fig. 82. Geht die Linie AN in einem Waldsaume hin, wie öfters bei verwachsenen Forstgrenzen: so steckt man von A und N die gleichen Abstände Aa und Nn vorläufig herüber auf's Freie, so daß von a nach n gesehen und gemessen werden kann. Nun berichtigt man a und n, indem man mittels der Linie an die Abstände aA und nN genauer richtet und abgleicht. Dann wird an statt der gleichen Länge AN gemessen.

Trägt man denselben Abstand aA mehrmal von der Linie an hinein, so ergiebt sich auch die Grenzlinie AN, wofern noch ein Durchhieb gemacht werden sollte.

3) Fig. 83. Die Breite AN einer unzugänglichen Fläche mit dem Meßbrettchen auszumitteln, setzt man an A eine Senkrechte AB und mißt sie ab, stellt das Brettchen auf B, richtet den einen Schnitt nach A und visirt mit dem Faden oder Lineale nach N. Nun zählt man auf der Seite Bc bis Ba so viele

Maßeinheiten ab, als die Linie BA wirklich mißt, geht von a rechtwinkelig hinein bis an die Visirlinie Bn und von da wieder heraus an die andere Seite; die dort an d stehende Zahl benennt die Entfernung AN in dem zur Einheit gebrauchten Maße. Denn Ban auf dem Meßbrettchen und BAN auf dem Boden sind ähnliche Dreiecke; Ba enthält die Zahlen des Maßes von BA und an, oder cd, die von AN.

4) Fig. 84. Ist die Linie AN weniger frei, so findet man wohl irgend einen Punkt B, aus welchem A und N zugänglich sind. Von demselben aus werden BA und BN so wie der Winkel ABN gemessen und aufgetragen, dann wird auf der Zeichnung die Länge von AN ermittelt.

Oder man steckt sogleich an Ort und Stelle ein dem Ganzen ähnliches Dreieck Ban mit zwei verhältnißmäßigen Seiten und gleichem Zwischenwinkel ab, mißt an und berechnet AN nach der Proportion Bn : BN = an : AN (§. 149.).

§. 252. Ein Dreiecknetz aufzunehmen in der Forstumgebung. Fig. 85.

Von je zwei freien Standpunkten des gemessenen Forstumfanges, z. B. A und E, visirt man nach den davor gelegenen aufzunehmenden Außenpunkten, wie u, w, x und bestimmt dadurch die Dreiecke AEu, AEw, AEx. Hieraus ergeben sich in der Zeichnung die Punkte u, w, x. Weiter schneidet man von einem dritten, vierten . . . Umfangspunkte, z. B. O, nicht nur schon bestimmte Außenpunkte, wie w, zur Versicherung, sondern auch andere neue Gegenstände. Von den festgelegten Außenpunkten erweitert man dann die Dreieckaufnahme immer mehr, so daß alle ausgezeichneten Punkte der Forstumgebung, als Thurmspitzen, einzelne Gebäude, Bäume, Kreuzwege und dergleichen von dem Forstumfange aus richtig verzeichnet werden können. Das danach aufgetragene Netz wird nachmals auf einzelne Meßtischblätter vertheilt, zur nähern Aufnahme der dazwischen gelegenen Wohnplätze, Wege, Gewässer, Gehölze u. s. w.

Ist ein solches Netzstück auf dem Meßtischblatte mit der Nordlinie orientirt, so läßt sich an Ort und Stelle jeder belie-

dige Punkt, z. B. v, nachtragen. Über demselben stellt man das Tischchen in die Nordlinie gerichtet auf, also eo mit EO parallel, visirt von e nach E und zieht ev, eben so ov nach O und o. Der Durchschnittspunkt v ist der verlangte weitere Netzpunkt.

§. 253. Zusammengesetzte Linien aufzunehmen. Fig. 86. . . . 90.

Vieleckige und krumme Linienzüge bestimmt man im Freien eben so, wie auf dem Papiere, mittels geeigneter Abmessungen von angenommenen einfachen Hülfsfiguren (§. 194.).

Von jeder Standlinie dieser Hülfsfigur wird die Bezeichnung, der Winkel, die Länge und die davon gemachte Abmessung ganz genau in einem Vermessungsbuche niedergeschrieben. Die Standlinie bezeichnet man gleich vorn mit den Ziffern ihrer beiden Standpfähle, und zwar in derjenigen Folge, in welcher gemessen wird, damit weder über rechts und links, noch sonst ein Zweifel entstehe; ihren Winkel trägt man als Neigung zur Nordlinie, oder zu der vorliegenden Seite ein, und ihre Länge schreibt man sicherer auf in der gefundenen Anzahl ganzer Kettenzüge mit dem übrigen Kettenstücke. Dahinter kommen die von jeder Standlinie gemachten Abmessungen, wobei man alle gebrauchten Hülfspunkte mit kleinen Buchstaben andeutet, die einfachern Abmessungen bloß mit bestimmten und leichten Abkürzungen niederschreibt und nur von den verwickelteren eine Figur flüchtig beizeichnet. Um Irrungen in der Zahlenbedeutung zu vermeiden, drückt man alle Längengrößen in Fußen aus und schreibt die Ziffern der Standpunkte größer, als die der genommenen Maße. Die mancherlei Krümmen und Ecken der zu messenden Linien werden auf folgende Weise bestimmt:

1) Fig. 86. Mittels der Standlinie selbst, wo diese die Grenzlinie durchschneidet, in sie einfällt, oder von ihr ausfällt. Hier heißt es z. B. in dem Vermessungsbuche hinter der Bezeichnung 1 zu 2: bei 34′ dch. (durch die Grenze) — b. 72′ l. (links) ein, bis 93′ in der Gr. — b. 93′ r. (rechts) ab.

2) Fig. 87. Gewöhnlich bestimmt man die Grenzpunkte

Maßeinheiten ab, als die Linie BA wirkl
rechtwinkelig hinein bis an die Visirlinie I
heraus an die andere Seite; die dort
nennt die Entfernung AN in dem zur Ei
Denn Ban auf dem Meßbrettchen und
sind ähnliche Dreiecke; Ba enthält die
BA und an, oder cd, die von AN.

4) Fig. 84. Ist die Linie AN w
wohl irgend einen Punkt B, aus we
sind. Von demselben aus werden B
kel ABN gemessen und aufgetragen
nung die Länge von AN ermittelt.

Oder man steckt sogleich an
zen ähnliches Dreieck Ban mit
und gleichem Zwischenwinkel ab,
der Proportion Bn : BN = an

§. 252. Ein Dreiecknetz a
umgebun

Von je zwei freien Stan
fanges, z. B. A und E, vi
aufzunehmenden Außenpunkte
durch die Dreiecke AEn, Al
der Zeichnung die Punkte n,
dritten, vierten . . . Umfa
bestimmte Außenpunkte, w
andere neue Gegenstände.
erweitert man dann die
alle ausgezeichneten Punk
einzelne Gebäude, Bäu
Forstumfange aus rich
nach aufgetragene Ne
blätter vertheilt, zur
Wohnplätze, Wege,

Ist ein solches
Nordlinie orientirt,

ten
eine
.. 12′ r.
.. 3′ r. 3′
aber genau
dienen.
en über einen
4 zu 5: . . .
11′ — b. 46′ l.

tandlinien verlängert
einer Nebenlinie ver-

ter 6: b. 13′ r. 7′ — b.

hinter 6: b. 29′ l. 6′ — b.

l. 15′.
an die Standlinie selbst Hülfs-
ichnet man z. B. die Längen von
on ab und von bc auf. Die Ab-

...ien sondert man in dem Vermes-
...er Standlinie zu verwechseln.
...inkeliges Trapez ange-

...ameſſenden Linien ſo,
unzählige Abmeſſungen
...t man ſich die Krümmen
...ache Genauigkeitsgrad und
...es geſtatten.

... Linien und Figuren von
...u legen. Fig. 92. 93.

...t, daß die Maße bekannt ſind und
...ere Anbindung nicht mangelt.
...h einen wegzunehmenden Pfahl x der
...ing oder einen Grenzſtein gegeben: ſo
...Schnur zwei über x ſich kreuzende Linien
...ichtung mit den Punkten a und b, c und
Pfahl ausgehoben, das Loch gemacht und
...ittels der wieder angelegten Schnur, richtig in
... geſetzt werden.
...n Walde gerade Stellwege verwachſen, oder bei
...n wieder herzuſtellen: ſo ſucht man auf ihrer größ-
...aren Länge die Richtung der alten Mittellinie, ver-
...ſe nach beiden Enden und ſteckt davon die mangeln-
...enlinien ab; doch muß zuvor die Mitte durchgängig
...gt ſein. Bisweilen finden ſich ſeitwärts feſte Punkte,
Abſtand von dem Grundriſſe abgenommen und angemeſ-
werden kann. Die Linienpflänzlinge rückt man übrigens
...ch ſo viel hinaus, als ihre einſtige halbe Stammſtärke beträgt.

3) Verlorne Punkte zu Schlägen und andern Abtheilungen ſind wieder beſtimmbar nach den nächſten Abtheilungsſteinen, oder ſonſtigen feſten Punkten. Von dieſen aus ſteckt man die auf der Karte genommenen Richtungen und Entfernungen ab, ſo gut als eben thunlich.

4) Fig. 93. Verlorne Grenzpunkte findet man wieder durch

von der Standlinie aus durch kurze Abstandsmessungen; die langen weichen, wie bekannt, leicht ab und verrücken den Grenzpunkt seitwärts. Hierbei ist die Länge der Standlinie bis zu dem Richtpunkte nebst dem Abstande aufzuzeichnen. Z. B. von 2 zu 3: b. 38′ l. 5′ Gzgr. (Grenzgraben). So einfach bleiben aber die Abstandsmessungen nicht immer. Es kann die Abstandslinie an eine Ecke treffen und in der Grenzlinie fortlaufen, bis in eine andere Ecke: b. 52′ l. 11′ an d. Ecke, alsdann in der Gr. fort, 27′ in d. Ecke. Oder es kann die Abstandslinie die Grenze durchschneiden und jenseits eine Ecke treffen: b. 87′ l. 14′ dch. u. 24′ an d. Ecke. Weiter hin bestimmt man dann die innere Ecke. Auch kann die Abstandslinie eine Ecke treffen, dann in der Grenze bis zur andern Ecke fortlaufen und jenseits die Grenze nochmals durchschneiden: b. 134′ l. 6′ an d. Ecke, dann in d. Gr. fort, 16′ von d. Ecke ab und 23′ an d. Gr. — u. s. w.

3) Fig. 88. Bisweilen mißt man von einer Senkrechten aus wieder besondere Abstände. Z. B. von 3 zu 4: b. 85′ eine Senkrechte ab l. ab; davon: b. 30′ r. 13′ — b. 38′ l. 12′ r. 15′ — b. 84′ l. 25′ — b. 101′ r. 22′ — b. 132′ l. 3′ r. 3′ Ende u. Wgmt. (Wegmitte). Diese Hülfslinie muß aber genau gerichtet sein; es kann dazu auch ein schiefer Winkel dienen.

4) Fig. 89. Öfters können die Standlinien über einen Standpunkt hinaus verlängert werden, z. B. von 4 zu 5: . . . D. vl. L. hinter 5: b. 35′ l. 16′ — b. 40′ r. 11′ — b. 46′ l. 18′ — b. 61′ Grst. (Grenzstein.) N. 73.

5) Fig. 90. Eben so können zwei Standlinien verlängert und in diesen Verlängerungen wieder mit einer Nebenlinie verbunden werden. Z. B.

Von 5 zu 6: . . . D. vl. L. hinter 6: b. 13′ r. 7′ — b. 56′ r. 13′ — b. 67′ Gr. Ecke und b.

Von 6 zu 7: . . . D. vl. L. hinter 6: b. 29′ l. 6′ — b. 59′ l. 12′ — 73′ GrE. und a.

Von a zu b: 70′ — b. 39′ l. 15′.

6) Fig. 91. Auch können an die Standlinie selbst Hülfsdreiecke gesetzt werden. Hier zeichnet man z. B. die Längen von 7 zu a und von 7 zu c, von ab und von bc auf. Die Ab-

messungen von solchen Nebenlinien sondert man in dem Vermessungsbuche ab, um sie nicht mit denen der Standlinie zu verwechseln. Auf gleiche Weise könnte auch ein rechtwinkeliges Trapez angesetzt werden.

Nicht selten krümmen sich die auszumessenden Linien so, daß zu ihrer ganz genauen Bestimmung unzählige Abmessungen nöthig wären. In solchen Fällen gleicht man sich die Krümmen etwas aus, so weit es der erforderliche Genauigkeitsgrad und vornehmlich die Größe des Maßstabes gestatten.

§. 254. Bestimmte Punkte, Linien und Figuren von neuem wieder fest zu legen. Fig. 92. 93.

Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Maße bekannt sind und an Ort und Stelle eine sichere Anbindung nicht mangelt.

1) Fig. 92. Ist durch einen wegzunehmenden Pfahl x der Punkt für einen Pflänzling oder einen Grenzstein gegeben: so zieht man mit einer Schnur zwei über x sich kreuzende Linien und bezeichnet ihre Richtung mit den Punkten a und b, c und d. Dann kann der Pfahl ausgehoben, das Loch gemacht und der Gegenstand, mittels der wieder angelegten Schnur, richtig in den Kreuzpunkt x gesetzt werden.

2) Sind im Walde gerade Stellwege verwachsen, oder bei neuen Anlagen wieder herzustellen: so sucht man auf ihrer größten übersehbaren Länge die Richtung der alten Mittellinie, verlängert diese nach beiden Enden und steckt davon die mangelnden Seitenlinien ab; doch muß zuvor die Mitte durchgängig berichtigt sein. Bisweilen finden sich seitwärts feste Punkte, deren Abstand von dem Grundrisse abgenommen und angemessen werden kann. Die Linienpflänzlinge rückt man übrigens noch so viel hinaus, als ihre einstige halbe Stammstärke beträgt.

3) Verlorne Punkte zu Schlägen und andern Abtheilungen sind wieder bestimmbar nach den nächsten Abtheilungssteinen, oder sonstigen festen Punkten. Von diesen aus steckt man die auf der Karte genommenen Richtungen und Entfernungen ab, so gut als eben thulich.

4) Fig. 93. Verlorne Grenzpunkte findet man wieder durch

Abmessung der in der Grenzzeichnung nachgewiesenen Längen und Winkel. Wäre z. B. der Grenzpunkt Nr. 5. wieder aufzusuchen, so würde man die Grenzlinien von 6 zu 5 und von 4 zu 5 abmessen und etwa den Winkel bei 4 mit zu Hülfe nehmen. Eben so würde verfahren, wenn mehre Grenzpunkte an einander fehlten. Doch sollte die Wiederherstellung der Grenzen nie so lange ausgesetzt bleiben, daß inzwischen Grenzpunkte ganz spurlos verloren gehen könnten.

5) Fig. 93. Sollen ganze Linienzüge neu wieder abgesteckt werden, etwa die Figur 1 . . . . 6: so gebraucht man dazu Standlinien, wie ab und bc, die entweder von der Vermessung her im Grundrißentwurfe und im Vermessungsbuche noch zu finden, oder auf dem Grundrisse von neuem anzunehmen sind. Diese steckt man nebst den Abständen von einem noch vorfindlichen festen Punkte bis wieder zu einem andern ab, wie von Nr. 1 zu Nr. 6. Dabei ist freilich ein ganz genaues Eintreffen nicht zu erwarten.

6) Mangelt der Maßstab zu einem Grundrisse, so sucht man im Freien zwei oder mehr hinlänglich entfernte, gewisse Punkte der Karte auf und mißt davon die wahre Entfernung auf dem Boden und auf dem Risse. Daraus ergiebt sich das Verhältniß des wirklichen Maßes zu dem verjüngten (§. 178.).

Man könnte auch auf der Karte eine gewisse Figur von bekannter Fläche vermittelst eines beliebigen Maßstabes ausrechnen, dann aus den beiden Flächenzahlen die Quadratwurzeln ziehen und nach deren Verhältniß das Grundrißmaß bestimmen. Die Maßstablängen verhalten sich umgekehrt, wie die Wurzeln der Flächeninhalte (§. 169. 4.).

§. 255. Die Mittagslinie abzustecken. Fig. 94.

1) Erstes Verfahren: Auf einem ebenen freien Platze schlägt man einen Pfahl schräg ein und befestigt oben daran eine hinlänglich große Tafel. In diese kommt eine mit Blech wieder verschlossene Öffnung und durch dasselbe ein kleines kreisförmiges Loch b, in das man einen Lothfaden da mit spitzigem Senkel zieht und danach dessen Lothpunkt a auf dem Boden bezeichnet.

Von diesem Punkte a aus werden mehre scharfe Kreisbogen, cd, ef, gh, beschrieben, und wo dann um die Mittagszeit, beim Fortrücken des Schattens, der durch das Loch b fallende Lichtstrahl einen Bogen trifft, wird der Punkt genau bezeichnet, einerseits am Vormittage, andrerseits am Nachmittage. Dann halbirt man auf der Stelle die von den beiderseitigen Punkten abgeschnittenen Bogen, macht auch wohl über g und h einen Halbirungsschnitt i. Die Gerade von i durch alle Theilpunkte zu a ist die gesuchte Mittagslinie, welche nun noch zu verlängern und mit festen Punkten zu bezeichnen ist.

Man kann hierzu Tags vorher erst proben und auf den Stellen, wo Punkte hinkommen, Pfähle oder Brettstückchen befestigen und sich dann die Punkte mit eingeschlagenen Stiften schärfer bezeichnen.

2) Zweites Verfahren: Auf einem Meßtische reißt man mehre concentrische Halbkreise, rückt ein Gestell mit einem ähnlichen Lichtloche senkrecht über den angenommenen Mittelpunkt und verzeichnet übrigens Alles so auf dem Papiere, wie dort auf dem Boden.

3) Drittes Verfahren: Man visirt beim Eintritte der Abenddämmerung die Nordlinie unmittelbar nach dem Polarsterne ab, der sich etwa 50° über dem Horizonte, ziemlich in der Richtung der beiden Hinterräder vom großen Wagen, vor der Spitze des kleinen Wagens findet.

Jedes dieser geometrischen Verfahren ist wenigstens genügend, um die Abweichungen der Boussolen zu ermitteln und die Forstkarten zu orientiren.

§. 256. Wagerechte Bodenlinien abzustecken. Fig. 95. 96. 97.

Oft hat man an Bergen zum Anlegen geeigneterer Wege, Saatstreifen u. d. gl. wagerechte Linien auf dem Boden hinzuziehen. Dies geschieht:

1) Fig. 95. Mit dem Meßbrettchen: Man steckt dasselbe in dem gegebenen Anfangspunkte A so auf, daß der Lothfaden die äußere Quadratseite deckt, und richtet die Brettfläche erst un-

gefähr in die wagerecht fortlaufende Bodenlinie. Ein Gehülfe geht voraus mit dem Ausstecktabe, woran in der Höhe des aufgestellten Meßbrettchens ein Zeichen, etwa ein angebundenes Papier, oder ein angestecktes Täfelchen ist, und setzt denselben dort ebenfalls ungefähr auf. Nun richtet man durch den wagerechten Schnitt des Meßbrettchens den Zeichenstab auf eine paßliche, mit dem Standpunkte gleich hoch gelegene Stelle B, wo nun ein Pfahl eingeschlagen und dann das Meßbrettchen wieder aufgesteckt wird. So setzt man die Arbeit fort bis zu Ende.

2) Fig. 96. Mit der Setzlatte: Eine lange, ganz gerade Latte mit einer großen Setzwage zusammengerichtet, nach §. 221. 2., wird von dem Anfangspunkte A aus wagerecht aufgelegt bis zu B, und zwar auf eingeschlagene Pfähle von gleicher äußerer Höhe; eben so von B zu C, von C zu D u. s. w., wobei man den vordern Pfahl immer nach dem nächst hinteren richtet. Wird das Werkzeug bei jeder neuen Fortsetzung verwendet, so heben sich manche Fehler.

3) Fig. 97. Mit dem Nivellirinstrumente: Eine größere, röhrenförmige Wasserwage, mit wagerechten gegenseitigen Absehen, auf einem genau wagerecht zu richtenden Gestelle, bringt man über den Anfangspunkt A, rückt an dem Nivellir-Stabe das Täfelchen in gleiche Höhe mit den Absehen, läßt nun vermittelst desselben die wagerechte Stelle B suchen und mit einem eingeschlagenen, oben abgeglichenen Pfahle bezeichnen, wie den Anfangspunkt.

Zur Prüfung eines solchen Nivellirinstrumentes wird auf der entgegengesetzten Seite x das Täfelchen eines zweiten Nivellir-Stabes durch die Absehen in gleiche wagerechte Höhe gerichtet; dann wird die Wasserwage herumgewendet, und nun müssen deren Absehen beide Tafeln eben so wieder schneiden.

§. 257. Den Fall des Bodens abzuwägen. Fig. 98. 99.

1) Fig. 98. Mit der Setzlatte: Auf der abzuwägenden Linie hin schlägt man, nach der Länge der Setzlatte, Pfähle, wie a, b, c, d . . ., die alle gleich hoch über den Boden her-

vorragen, und untersucht alsdann, wie viel von je zwei Pfählen der eine niedriger steht, als der andere.

Man geht nämlich an a und b, legt auf den obern Pfahl b die Setzlatte mit dem einen Ende, stellt auf den andern a einen genauen Zollstab, hält daran das andere Ende der Setzlatte in wagerechter Lage und zählt nun die Zolle von a bis h ab. Eben so verfährt man zwischen b und c; hier ist c wieder um bi höher als b, oder um bi + ah höher als a. Zwischen c und d wird die Setzlatte auf c gelegt und der Fall dk gefunden; eben so auch el zwischen d und e; f liegt wieder um fm tiefer als e. Da der Boden auf dieser Station stückweise verschiedenen Fall hat, so mißt man noch besonders die Höhen or, ps, qt und bemerkt sich dabei die Längen eo, ep, eq. Weiter findet man den Pfahl g um fn höher als f. Hierbei werden ebenfalls die in dem Werkzeuge liegenden Fehler mehr gehoben, wenn man dasselbe in jeder neuen Aufstellung verwendet.

Man könnte auch zu dieser Messung einen Aufriß entwerfen vermittelst eines verjüngten Maßstabes, der aber Zwölfteleintheilung haben muß, wo mit solchem Maße gemessen wird. An der tiefsten Stelle fängt man an, hier an st, was die Oberfläche eines fließenden Wassers sein könnte, und trägt auf eine allgemeine Grundlinie AG die Senkrechten sp und tq, dann einerseits Rr = sp — ro; Ee = sp; Dd = Ee + el; Cc = Dd + dk; Bb = Cc — bi u. s. w. Diese Höhen sind alle bestimmt, und es ist nun leicht daraus zu berechnen, wie viel ein Punkt, z. B. a, b oder c . . . höher liegt als st.

2) Fig. 99. Mit einem Nivellirinstrumente: Zu ausgedehnteren Bodenabwägungen gebraucht man das Nivellirinstrument mit zwei Nivellir-Stäben, wozu zwei eiserne, mit Spitzen versehene Untersätze gehören, die man auf den Boden steckt und alsdann die Stäbe darauf stellt, zur sicherern Höhenmessung. Das Instrument kommt jedes Mal zwischen die beiden Nivellir-Stäbe zu stehen und schneidet an diesen eine wagerechte Linie ab. Der Unterschied beider Tafelhöhen ist der zwischen beiden Punkten Statt findende Fall.

Gesetzt, es sollte die Linie Ae abgewogen werden, so läßt

man einen Stab in A aufsetzen und einen andern in b, nicht weiter von A, als es der Abfall des Bogens und die Sicherheit des Abvisirens gestattet. Zwischen beiden stellt man das Werkzeug auf, richtet es wagerecht, visirt nach dem Stabe in A und läßt die daran befindliche Tafel nach Maßgabe gegebener Zeichen in die Visir-Höhe rücken und feststellen. Dasselbe geschieht auch nach b. Zur Versicherung kann man das Instrument verwenden und nochmals visiren. Die Höhe des Täfelchens über A und b wird nun mit einem Zollstabe gemessen, wenn die Nivellir-Stäbe nicht an sich das Maß enthalten. Der Unterschied beider Tafelhöhen ist die Erhöhung des Punktes b über A.

Der Stab von A wird nun in c aufgesetzt und die Wasserwage zwischen b und c u. s. w. Der jedesmalige Höhenunterschied wird aufgeschrieben, und zuletzt rechnet man aus, um wie viel e höher liegt, als A. Die ganze Messung trägt man wohl auch nach einem verjüngten Maßstabe über einer Linie AE auf. Ee ist dann der Höhenunterschied der Punkte A und e; n, o und p geben die Zwischenhöhen an. Ein solcher Aufriß wird öfters unter dem Grundrisse des Nivellir-Zuges in anschaulicher Beziehung angebracht.

Ist die hierzu dienliche Wasserwage nicht zu kurz, stehen die Dioptern weit genug von einander, und ist das Werkzeug gehörig berichtiget: so kann man bei einer vorsichtigen Behandlung ziemlich genaue Ergebnisse bekommen, wenigstens so genau sie der Forstwirth nöthig hat. Wo freilich große Nivellements vorgenommen werden müssen, da sind nicht allein genauere, mit Fernröhren versehene Werkzeuge erforderlich, sondern man muß auch manches Andere, namentlich die Abrundung der Erdoberfläche und die Strahlenbrechung berücksichtigen. Diese Arbeit liegt jedoch nicht im Bereiche der Forstgeschäfte.

§. 258. Die Bodenneigung oder Bergböschung zu messen. Fig. 100.

Der Abhangswinkel BAC liegt in einer lothrechten Ebene mit seinem untern Schenkel AC wagerecht und mit dem obern

AB im höchsten Ansteigen des Bodens. Diese Böschungslinie AB ist übrigens senkrecht auf der in der Bergfläche durch A gehenden wagerechten Linie no.

Man steckt das Meßbrettchen in A auf und richtet dasselbe mit seiner obern Seite dem Abhange AB gleich, läßt nun das Loth in Ruhe kommen und zählt die Grade des dem Berge zugekehrten Bogens bc ab; dies ist das Maß der Böschung BAC.

$$\begin{array}{lrcl} \text{Denn der} & \measuredangle \text{BAb} & = & \measuredangle \text{CAc} = \text{R} \\ \text{subtrah.} & \measuredangle \text{CAb} & = & \measuredangle \text{CAb} \\ \hline & \measuredangle \text{BAC} & = & \measuredangle \text{bAc}. \end{array}$$

Der Abhang muß eben nicht unten an A, oder oben an B gemessen werden; man kann auch von einem seitwärts gelegenen Standpunkte die Oberseite des Meßbrettchens mit dem äußern Umrisse des Berges in gleiche Neigung richten. Übrigens haben auch viele Gradwerkzeuge eine Vorrichtung zum Messen lothrechter Winkel, wie BAC.

§. 259. Bestimmte schiefe Linien auf dem Boden hin abzustecken. Fig. 100. 101.

1) Fig. 100. Man stellt zuerst das Meßbrettchen auf den Anfangspunkt A, mit seiner Fläche ungefähr in den Zug der Linie, so daß das Loth die gegebenen Grade des Ansteigens in cb abschneidet, und richtet damit den vorausgehenden Gehülfen in B ein, an dessen Aussteckstab ein gleichhohes Zeichen angebracht ist, wie beim Abstecken der wagerechten Linie. Alsdann kommt das Meßbrettchen auf den Punkt B zu stehen, und der Gehülfe rückt wieder ein Stück vor. So geht es fort bis zu Ende.

2) Fig. 101. Beim Wegeabstecken ist gewöhnlich die Steigung zu einer gewissen wagerechten Länge gegeben, oder das Verhältniß h : d. Wäre dies z. B. $\frac{1}{2}$: 10, so würde die Steigung h = $\frac{1}{2}$ Fuß in A senkrecht aufgerichtet und von da die Länge d = 10 Fuß wagerecht hinüber auf den Boden gelegt und somit der Punkt g bestimmt; von hier eben so c u. s. w.

§. 260. Mittelbare Höhenmessung an Berghängen. Fig. 101.

Man mißt den Abhangswinkel BAC und die Abhangslinie BA und ermittelt dann in dem rechtwinkeligen Dreiecke BAC die Berghöhe CB durch Zeichnung, oder durch Rechnung, oder nach Tafeln.

Manche wollen auf solche Art auch die wagerechte Entfernung von A und B genauer finden, nämlich AC; aber selten ist man im Stande, die Bodenlinie AB wegen Unebenheit der Bodenfläche ganz gerade zu messen; auch hat die Messung des Vertikal-Winkels ihre Schwierigkeit; es schleichen sich in der Berechnung Fehler ein, und man macht sich mehr Arbeit. Bei der gewiß richtigeren und leichtern Staffelmessung wäre außer AC = a + b + c + d auch BC = e + f + g + h leicht zu ermitteln.

V. Flächenmessung.

---

1. Ausmessung einzelner Forststücke.

§. 261. Grundstückfläche.

Die wirkliche Bodenfläche ist selten wagerecht eben. Ein Verband geneigter Flächen kann aber mit seinen wahren Ausdehnungen eben so wenig unmittelbar zu einer Grundebene zusammengesetzt werden, als schiefe Linien zu einem Grundrisse. Daher bemißt man die Grundstücke auch nur nach ihrer wagerechten Grundfläche und giebt zur nähern Bestimmung ihres Grundwerthes die Neigung des Bodens besonders an.

Nur in wenigen Fällen ist es thulich, das auszumessende Forstgrundstück gleich auf der Stelle in Grundfiguren zu zerlegen und den Flächengehalt nach wirklich gemessenen Linien

ohne Weiteres auszurechnen. Gewöhnlich trägt man den Umriß davon erst auf Papier. Wird dann die Fläche des geschlossenen Grundrisses vermittelst des zum Auftragen gebrauchten, verjüngten Maßstabes ausgerechnet: so bekommt man den wagerechten Flächengehalt des Grundstückes, denn der Grundriß ist die wagerechte Figur und schließt zugleich die verjüngte Grundfläche ein.

§. 262. Ein Grundstück mittels schiefwinkeliger Dreiecke auszumessen. Fig. 102.

Dieses Verfahren kann nur angewendet werden bei kleinen, übersehbaren und zugänglichen Flächen, wie Schläge, Blößen und andere offene Forststücke. Zuerst umgeht man das Stück, gleicht davon die Grenzen so viel als thulich aus und schlägt in die angenommenen Eckpunkte nummerirte Standpfähle, entwirft sich auch eine Handzeichnung und bestimmt sobald die geeignetsten Diagonalen.

1) In schmalen Figuren wählt man durchgehende Diagonalen, mißt die Seiten aller dadurch abgetheilten Dreiecke und schreibt die Längen unmittelbar in den Handriß. Das Auftragen der Figur ist aus §. 190. bekannt.

2) In mehr abgerundeten Figuren, wie Fig. 102., legt man wohl die Dreiecke mit ihren Spitzen in einem innern Punkte C zusammen und verfährt übrigens auf gleiche Weise; hierbei ist jedoch die größte Genauigkeit erforderlich, sonst paßt das letztere Dreieck nicht recht ein.

Man stellt auch wohl auf den inneren Punkt C einen Winkelmesser (der Meßtisch eignet sich dazu am besten), visirt nach allen Eckpunkten 1, 2, 3 ... die Winkel an C ab, mißt die Diagonalen C1, C2, C3 ..., trägt diese mit dem verjüngten Maßstabe auf und verbindet endlich die in der Zeichnung erhaltenen Eckpunkte 1, 2, 3 ... mit ihren Umfangslinien. Ein Schluß muß hierbei immer erfolgen; etwaige Abweichungen lassen sich nur durch Nachmessung der Umfangslinien entdecken. Die Berechnung des Flächengehaltes geschieht entweder nach §. 204. und 205., wozu man im Grundrisse von jedem Dreiecke die Höhe noch abnimmt, oder nach §. 212. mittels der wirklich gemessenen Seiten.

§. 263. Ein Grundstück mittels rechtwinkeliger Grundfiguren auszumessen. Fig. 103.

Die auszumessende Fläche muß ebenfalls frei und übersehbar sein. Nach Festlegung der Umfangspunkte und Aufnahme eines Handrisses wird zunächst durch die ganze Länge der Figur eine gut gewählte Hauptstandlinie AE abgesteckt und gemessen. Dabei bemerkt man sich die Längen von A bis zu den Richtpunkten u, v, w u. s. w., von welchen die Senkrechten rechts oder links nach den Umfangspunkten ausgehen. Diese Richtpunkte sind mit dem Meßbrettchen, oder sonst nach Anweisung von §. 232. zu finden. Nun werden noch die Abstände der Umfangspunkte u„2, v„11, w„3 u. s. w. gemessen. Die gefundenen Maße schreibt man sich in den entworfenen Handriß.

Es ist hierbei wieder zu erinnern, daß lange Abstände durch ihre Abweichungen beträchtliche Fehler veranlassen, und die Nachmessung der Umfangslinien dagegen sichert. Äußere Stücke der Figur könnten auch von Diagonalen aus mit kürzern Abständen angemessen werden. Zu der Hauptstandlinie diente selbst eine lange Seite der Figur, wie etwa die neue Anhiebslinie eines anzulegenden Schlages. Fänden sich Stellen, wo die Durchsicht nach dem Außenpunkte nicht frei wäre, z. B. nach Nr. 8: so wählte man den Richtpunkt ungefähr, etwa in x, mäße senkrecht hinaus zu y und von da wieder senkrecht herüber auf den Eckpunkt. Um die hier gefundene Abweichung y„8 würde dann Ax berichtigt; xy wäre zugleich das Maß des gesuchten Abstandes.

Die ganze Figur ist aus rechtwinkeligen Trapezen und Dreiecken zusammengesetzt; ihr Flächengehalt kann daher ohne Weiteres nach den gemessenen Linien schon an Ort und Stelle ganz leicht berechnet werden. Den Grundriß trüge man nach §. 190. auf. Im täglichen Forstbetriebe verdient dieses einfache Verfahren vor jedem andern den Vorzug.

Noch giebt es eine Aufgabe, aus den gemessenen Umfangswinkeln und Seiten eine Hauptstandlinie AE mit den Abständen u„2, v„11, w„3 u. s. w. ohne alle Zeichnung polygonometrisch zu berechnen. Dies umständlichere und

mühsamere Verfahren ist jedoch für bloß forstliche Zwecke von überflüssiger Genauigkeit.

§. 264. Ein Grundstück nach dem Umfange auszumessen. Fig. 104.

Man umgeht das ganze Grundstück, bestimmt und bezeichnet die anzunehmenden Standpunkte der Hülfsfigur (§. 253.) in oder nahe an dem Umfange, mißt dann die Standlinien mit ihren Winkeln und den etwaigen Abständen und trägt endlich die Figur nach §. 190. 3. auf. Soll diese nun richtig zum Schlusse gebracht werden, so muß man, um alle möglichen Fehler zu meiden, oder doch zu mindern, folgende Regeln beobachten:

1) In das Vermessungsbuch sind unter den Überschriften: Nummern, Winkel, Längen, Abmessungen, alle zu jeder Standlinie gehörigen Aufnahmen mit den etwa nöthigen Anmerkungen wohl geordnet, bestimmt und genau einzutragen (§. 253.).

2) Das Ausstecken der Standpunkte, das Linien- und Winkelmessen nimmt man bei größeren Umfangsmessungen getrennt vor, um auf jedes Geschäft die geeignete Zeit und ungetheilte Aufmerksamkeit verwenden zu können.

3) Die Standlinien dürfen nicht zu kurz sein, damit der Winkel nicht zu viele werden, nicht allzu lang, wegen der Unvollkommenheit unserer Winkelmesser, nicht zu ungleich, weil sich sonst die verschiedenen Abweichungen weniger ausgleichen können; sie müßten frei und gut meßbar sein und der sicherern Abmessung wegen möglich nahe an der Grenze liegen. Zu den Standpunkten wählt man so viel als thulich Grenzpunkte und Stellen, worauf der Winkelmesser frei und fest genug steht.

4) Bei der Linienmessung ist darauf zu sehen, daß an Berghängen recht sorgfältig gemessen, daß kein Zähler übersehen und im Zusammenzählen nicht gefehlt werde. Es ist daher sicherer, die Anzahl der Kettenlängen und das dazu gehörige, immer von dem Zähler aus zu zählende, letztere Kettenstück besonders aufzuzeichnen.

5) Bei dem Meßtische und der Meßscheibe sichert

man sich durch den Mitgebrauch einer guten Orientirboussole vor dem Verdrehen des Winkelverbandes. Die Richtigkeit der Winkelaufnahme giebt sich bei beiden durch das Einpassen der Schlußlinie und bei den Gradwerkzeugen durch die Summe aller Umfangswinkel (§. 156.) schon so ziemlich zu erkennen. Eine kleine Abweichung der Winkelsumme kann unter alle Umfangswinkel gleich vertheilt werden. In der Regel winkelt man von einem geeigneten Anfangspunkte auf beiden Seiten hin zu dem gegenüber gelegenen, voraus bestimmten Schlußpunkte, vermeidet dabei zu ausgedehnte Umfangsmessungen und sucht auf gegenüberliegende Standpunkte Querlinien zu visiren, oder durchzumessen, um nähern Anhalt zu bekommen und die unvermeidlichen Fehler mehr in Schranken zu halten. Eben so wird auch die Figur aufgetragen.

6) Wenn beim Auftragen die Figur nicht schließt, so sucht und berichtigt man zuvörderst die etwaigen Fehler. Vorzüglich läßt sich aus der Stellung beider Schlußpunkte auf den Sitz einzelner Hauptfehler schließen. Es könnte nämlich in einem Standpunkte, welcher von den beiden Schlußpunkten gleich weit absteht, ein Winkelfehler, oder in einer Standlinie, welche mit der Richtung beider Punkte parallel liegt, ein Längenfehler gemacht worden sein. Beträgt zumal der Schlußmangel die ein- oder mehrmalige Kettenlänge, so ist in dieser gleichlaufenden Linie wahrscheinlich ein Zählfehler. Zwei Fehler zusammen lassen sich weniger leicht entdecken, man müßte denn wegen des einen schon Muthmaßung haben. Nach dieser denkt man sich die wahrscheinliche Veränderung des Schlußpunktes und sucht hierzu den etwaigen Sitz des andern Fehlers. Meist wird man aber genöthigt sein, die aufgetragenen Längen und Winkel alle nach der Reihe zu prüfen, und wenn man da den Fehler nicht findet, die Messung selbst wieder durchzugehen. Hier zeigt sich nicht selten, daß die bergauf oder bergab gehenden Meßzüge im Ganzen zu lang ausgefallen sind, daß die Magnetnadel von ihrer Richtung abgeleitet worden ist, daß andere Verdrehungen des Winkelmessers Statt gefunden haben u. d. m.

7) Fig. 104. Berichtigung der unvermeidlichen Schlußmängel. Hat man durch die Beseitigung der größern vermeidlichen Fehler die Schlußpunkte so ziemlich zusammengebracht: so darf dennoch mit der letztern Standlinie nicht ohne Weiteres geschlossen werden, sondern man vertheilt nun die gebliebene Abweichung auf alle Theile, durch die sie entstanden ist, jedoch so, daß keine Linie an sich merklich verändert wird. Dies geschieht nach der mit vergrößerter Abweichung dargestellten Figur 104 wie folgt: Wäre Nn der mangelhafte Schluß, N ein von der andern Seite schon festgelegter Schlußpunkt und der Zug bcn von A aus zu berichtigen: so zieht man die Diagonalen AN und An, die Eins sein sollten, fällt auf letztere die Senkrechten bd und ce, zieht dann zu nN die Parallelen eg und df, errichtet nun auf AN in f und g Senkrechte, macht fB = db, gC = ec und zieht endlich die berichtigten Linien AB, BC und CN. Auf solche Weise werden alle zweifelhaften Linien und Winkel von Abcn in ABCN ziemlich gleichmäßig verwandelt und der ganzen Figur angeschlossen. — Wäre die andere Seite der Figur ebenfalls unberichtigt, so nähme man den Schlußpunkt N in der Mitte der Öffnung an und schlösse die Figur von beiden Seiten herein. Wie nach vollendetem Schlusse der Flächengehalt zu berechnen ist, ergiebt sich aus dem Vorhergehenden.

2. Abmessung bestimmter Flächen.

§. 265. Stückweise Abmessung verlangter Flächen.

Oft hat der Forstwirth Probe- oder Arbeit-Stücke von gewisser Größe ohne umständliche Messung abzustecken. Hierzu dienen die Grundfiguren, gewöhnlich das Rechteck, das rechtwinkelige Trapez und das Dreieck. Diese steckt man in derjenigen Länge und Breite ab, die der verlangte Flächengehalt eben erfordert. Nach Maßgabe der Umstände wird zuvörderst Platz und Umfang ungefähr ausgesucht und die Grundlinie als Länge angenommen; dann wird die Breite (nach §. 213.) durch

Theilung der Fläche mit der Grundlinie berechnet und rechtwinkelig angesetzt, und endlich der Umfang nach den so erhaltenen Eckpunkten vollends geschlossen.

1) Zu dem Rechtecke steckt und mißt man in der Regel von der zuvor angenommenen Grundlinie beide Seitenlinien ab und zieht dann die Oberlinie von einem Endpunkte zum andern. Man könnte auch nur eine Seite abmessen und auf den Endpunkten von dieser und der Grundlinie zwei Senkrechte errichten, die sich im vierten Punkte schneiden müssen. Sollten 35 q° als Rechteck abgesteckt werden auf einer Grundlinie von 7°, so wäre die Breite $\frac{35}{7} = 5°$. Zur Prüfung mißt man wohl die letztere Seite nach. Oft ist es geeignet, lange, schmale Probestücke abzustecken; hier wird die Breite von der Längenlinie aus mehrmal abgemessen, wie etwa beim Anlegen von Stallungen.

2) Zum rechtwinkeligen Trapeze werden beide Parallel-Seiten auf die angenommene Grundlinie gesetzt und abgemessen. Die Länge der einen ist zu wählen, die der andern ergiebt sich nach der beiderseitigen Differenz von der Mittelbreite (§. 213. 4.). Wäre die Grundlinie 7°, die eine Parallel-Seite 6° und der verlangte Flächengehalt 35 q°: so betrüge die Mittelbreite $\frac{35}{7} = 5°$; mithin wäre die gewählte Parallel-Seite von 6° um 1° größer, die gesuchte müßte also um so viel kleiner werden, nämlich 5 — 1 = 4°. Zur Prüfung kann man vom Ende der kürzern Parallel-Seite senkrecht herüber die obere Länge messen; diese muß der Grundlinie gleich sein.

3) Zum Dreiecke errichtet man die Höhenlinie entweder vom Ende, oder vom Innern der angenommenen Grundlinie und steckt die Seitenlinien nach den drei Eckpunkten ab. Ein Dreieck von 10 q°, dessen Grundlinie 5° bekommt, erfordert $\frac{10}{5} \times 2 = 4°$ Höhe. Zur Prüfung dient hier nur das Nachmessen der Grundlinie und Höhe.

4) Kann mit der einen Grundfigur die verlangte Fläche nicht ganz gefaßt werden, so setzt man noch eine zweite, dritte u. s. w. paßlich daran, bis das gesammte Stück die rechte Größe hat. Um die zusammengehörigen Längen- und Breitenzahlen nicht erst suchen zu müssen, merkt man sich geeignete Faktoren

des Flächenmaßes, z. B. 14 × 10 für den weimarischen Acker, 9 × 10 für den halben preußischen Morgen; denn alle diese Größen werden nach den Faktoren des Rechtecks bemessen.

§. 266. Stückweise Vertheilung einer gegebenen Fläche in Parallel-Streifen.

Zuweilen ist ein Schlag, oder eine Blöße in kleine Stücke zu vertheilen. Dies geschieht ebenfalls nach Grundfiguren, am besten vermittelst gleichbreit abgesteckter Parallel-Streifen. Man legt hierzu der gegebenen Figur entlang eine gerade Hauptstandlinie fest, setzt auf diese in gleichen, paßlichen Entfernungen, etwa alle 4, 5 bis 10 Ruthen, senkrechte Linien und mißt nun zwischen je zwei dieser Parallelen die verlangten Stücke ab, im Innern als Rechtecke, im Äußern als Trapeze und Dreiecke. Wegen der durchgängig gleichen Breite dieser Parallel-Streifen sind die Längen der abzutheilenden Stücke für Ganze und Theile der Flächeneinheit leicht zu bestimmen. Wäre z. B. die Grundbreite 5°, so brauchte man an Länge 4½° zu 22½ q° oder ⅛ Mg., 9° zu 45 q° oder ¼ Mg., 18° zu 90 q° oder ½ Mg. u. s. w. Nur die äußersten Stücke am Umfange haben eine zufällige Größe und werden deßhalb in einzelnen Ruthen verrechnet.

Am Berghange wird die Hauptstandlinie wagerecht gelegt und bei jeder beträchtlichen Wendung gebrochen, so daß die davon ausgehenden Senkrechten ziemlich in die Böschung zu liegen kommen. Die in jeder Wendung sich einschiebenden Dreiecke sind rechtwinkelig, daher leicht zu behandeln. Ist die zu vertheilende Fläche breit, so legt man mehre Hauptstandlinien parallel neben einander. Mit solchen Neben-Parallelen läßt sich auch die Breite der schon abgesteckten Streifen prüfen.

Diese gar einfache und leichte Flächenvertheilung wendet man vorzüglich an, wo der Boden stückweise in Arbeit oder in Nutzung gegeben wird. Läßt man diese Scheidelinien beim Anbaue als Waldrahme in angemessener Breite offen: so dienen sie bei Vertheilung des Holzsamens oder der Pflänzlinge, bei

Bestimmung nöthiger Nachbesserung, beim Pflanzenausheben und Durchforsten, beim Jagen, bei Waldbrand u. s. w. zu mannigfach nützlichem Gebrauche.

§. 267. Abmessung der Hiebs- und anderer Forstflächentheile. Fig. 105.

Hierzu ist entweder ein brauchbarer Forstgrundriß vorhanden, oder nicht. Werden in dem Forstgrundrisse die fortschreitenden Schlaghauungen nachgetragen, so findet man darin den Anhieb AB und die beiden Anwände AM und BO des schlagbaren Ortes. Dann theilt man sich die erforderliche Schlagfläche nach §. 218. auf der Zeichnung durch CD ab, nimmt die Längen BC einerseits und AN und ND andrerseits von dem Grundrisse, begiebt sich an Ort und Stelle, bestimmt danach die Punkte C und D und steckt die neue Anhiebslinie CD durch. Es ist dabei Sorge zu tragen, daß die Schlagpunkte, wie A und B, sogleich fest bezeichnet und genau erhalten werden, sonst befindet man sich über kurz oder lang mit dem Anhiebe im Forste auf einer ganz anderen Stelle, als auf dem Grundrisse. Feste Punkte in der Anwand selbst und Abmessungen von der entgegengesetzten Seite her sichern hiergegen.

Wo man zur Schlagabmessung einen brauchbaren Forstgrundriß nicht vorfindet und der Holzbestand dicht ist, muß an dem Anhiebe ein zureichendes Bestandesstück, etwa MNABO, von den drei offenen Seiten aufgenommen und die Schlagfläche ABCD zuerst in der aufgetragenen Figur, dann an Ort und Stelle davon abgemessen werden. Der Meßtisch eignet sich hierzu am besten. Ist man einmal an einer solchen Messung, so nimmt man gleich den Bestand für mehre Schläge auf.

Im lichten, durchsichtigen Holze und zu schmalen Schlägen gebraucht man auch das Meßbrettchen und mißt die Schlagfläche vermittelst rechtwinkeliger Grundfiguren ohne Weiteres ab, jedoch so, daß der neue Anhieb wieder gerade wird. Die forstwirthschaftliche Figur und Folge der Schlagflächen ist nicht Gegenstand der Forstmathematik.

§. 268. Theilung der Hiebs- und anderer Forstbetriebsfiguren. Fig. 106.

Hat man einen Holzschlag unter die Holzhauer verhältnißmäßig zu theilen, so ist es eben nicht nöthig, zuvor die Figur aufzunehmen und in derselben die Theilung zu entwerfen. Gewöhnlich haben die Schlagflächen zwei ziemlich parallel laufende Seiten, wie BC und AD, oder es ist durch Abschneidung äußerer Ecken eine theilbare Grundfigur leicht herzustellen. Davon theilt man nur die vorher gemessenen Parallel-Seiten. Sollten aber die Nebenseiten BA und CD nicht gerade, oder sehr lang sein, so steckt man noch Mittellinien, wie GH, quer durch und theilt diese in gleichem Verhältnisse. Hierauf werden auch die anfänglich abgeschnittenen, äußeren Ecken, wie FDE, für sich vertheilt, oder als Theile des Ganzen mit eingerechnet. Endlich steckt man die Theilungen durch.

Wie übrigens eine gemessene Fläche von gleichem, oder von ungleichem Werthe genau zu theilen ist, lehren die §§. 218. und 219., und es wird nun nicht schwer fallen, die auf dem Grundrisse entworfenen Theile auch auf dem Grundstücke abzustecken, wenn man die Standpunkte noch auffinden kann. Nur müssen die Theilpunkte wo möglich nach den aus der Rechnung wirklich hervorgegangenen Breiten abgemessen werden, weil die mit dem Zirkel wieder abgegriffenen weniger genau sind.

§. 269. Die Reihenform der Waldpflanzung. Fig. 107.

Die Reihenpflanzung stellt die Pflänzlinge in einem gleichlaufende Reihen; ihre Grundfigur ist ein längliches Rechteck abcd, von dem Reihenabstande ab und der Pflanzweite ad begrenzt. Auf jeden Pflänzling kommt ein solches Rechteck, eigentlich vwxy, als Standraum. Dieser wird gewöhnlich in Werkfußen bestimmt.

1) Nach dem Reihenabstande ab, etwa zu 8′, und der Pflanzweite ad, etwa zu 2′, kann der Standraum und die auf das Flächenmaß erforderliche Anzahl von Pflänzlingen leicht be-

rechnet werden. Das Produkt beider Seiten des Rechteckes giebt den Flächenantheil eines jeden Pflänzlings, nämlich 8 × 2 = 16 q′, und mit diesem wird der Inhalt der Flächenmaßeinheit an Werkfußen dividirt. Da die weimarische Quadratruthe 16 × 16 q′ und also der Acker zu 140 q°, 16 × 16 × 140 = 35840 q′ Werkmaß enthält: so gingen bei dieser Stellung auf den Acker $\frac{35840}{16}$ = 2240 Pflänzlinge.

2) Ist dagegen die Anzahl der auf den Acker kommenden Pflänzlinge bestimmt, etwa 1000, und man soll den Standraum eines jeden ermitteln: so wird die Flächenzahl des Ackers durch die Pflanzenzahl dividirt, nämlich: $\frac{35840}{1000}$ = 35,84 q′, wofür 36 q′ angenommen werden kann, zu welcher Fläche die Seiten 9 × 4, 10 × 3,6, 12 × 3, 18 × 2 paßten.

Wäre zugleich das Seitenverhältniß bestimmt, z. B. 1 : 4, so könnten, aus diesem und aus dem Standraume 36, die beiden Seiten mittels einer Gleichung gesucht werden. Nennt man nämlich die kürzere Seite x, so ist die längere 4x, also

$$4x \times x \text{ oder } 4x^2 = 36$$
$$x^2 = \frac{36}{4} = 9$$
$$x = \sqrt{9} = 3$$
$$\text{und } 4x = 4 \times 3 = 12.$$

§. 270. Eine Reihenpflanzung abzustecken. Fig. 108.

Zuvörderst steckt man die erste Reihe AN ab und von dieser mittels des gegebenen Reihenabstandes die zweite BO, die dritte CP u. s. w., wozu man sogleich von AN aus durchgehende Senkrechte ab, cd, ef errichten und mit den erforderlichen Richtstäben besetzen kann. Die so ausgesteckten ersten Richtstäbe jeder Reihe werden unter sich wieder berichtigt und bleiben stehen, bis die Linie bepflanzt ist.

Von der abgeglichenen Vorderseite der Pflanzung, z. B. von AF ausgehend, mißt man nun auf jeder Linie die Pflanzweiten ab, wobei eine dazu abgetheilte Schnur wohl dienlich ist. Die Pflanzpunkte werden vorläufig mit Pfählchen bezeichnet.

§. 271. Die Geviertform der Waldpflanzung.
Fig. 109.

Die Geviertpflanzung stellt je vier Pflänzlinge in ein Quadrat; ihre Grundfigur ist abcd, auf deren vier Ecken Pflänzlinge stehen, wovon jedem die Fläche eines solchen Quadrates, eigentlich vwxy, als Standraum zukommt. Bei diesem Pflanzverbande ist die Pflanzweite zugleich der Abstand je zweier Pflanzlinien. Die Fläche des Standraumes kann bei der Geviertstellung leicht berechnet werden; sie ist das Quadrat des Abstandes ab. Bei 6′ Abstand kommt auf jeden Pflänzling $6 \times 6 = 36$ q′. Dabei gingen auf den preußischen Morgen von $12 \times 12 \times 180 = 25920$ q′ Werkmaß, $\frac{25920}{36} =$ 720 Pflänzlinge.

Wäre die Anzahl bestimmt, auf den Morgen etwa 400 Stück, und der Abstand zu berechnen: so suchte man zuerst den Standraum abcd durch $\frac{25920}{400} = 64{,}8$ q′ und daraus die Quadratwurzel ab, nämlich $\sqrt{64{,}8} = 8{,}05$, kürzer 8′ Fuß.

Die Waldbaulehre handelt von einer eignen Fünfpflanzung und setzt mitten in die Geviertform noch einen fünften Pflänzling. Man darf aber nur diese vermeintlichen fünften Punkte durch Diagonalen in ein anderes Quadratnetz ziehen: so tritt die Geviertstellung ganz unverkenntlich hervor und die mehrjährige Täuschung verschwindet. Ein eigentlicher Fünfverband, nämlich eine lückenlose Zusammensetzung von regelmäßigen Fünfecken, ist ja unmöglich!

§. 272. Eine Geviertpflanzung abzustecken.
Fig. 110.

Man nimmt eine gewisse Anzahl der gegebenen Pflanzweiten zusammen, so viel eben auf das vorhandene Längenmaß gehen, trägt diese Länge Ak auf die vordere, ganz gerade Pflanzlinie AN von Anfang bis zu Ende, steckt nun von den beiden Außenpunkten A und N, so wie von einem mittleren Theilpunkte B, senkrechte Linien über den Pflanzplatz und trägt auch auf diese jene Länge Ak.

Eben so theilt man GF und GH, DC und DE und versi-

chert sich zugleich, daß diese Linien, bei richtiger Länge, auch gerade und zu BD senkrecht sind; wo nicht, so muß diese Hauptfigur noch berichtigt werden.

Hierauf steckt man die inneren Punkte a, b, c, d u. s. w. des so vorgerichteten Hauptnetzes nach den beiderseits zu findenden Richtungen ab; a liegt nämlich im Durchschnitte der Linien hg und fe und wird noch versichert von k über e und f, so wie von i über g und h. Ist das Hauptnetz fertig, so müssen alle Punkte sowohl in die Netzrichtungen, als in die Diagonal-Richtungen passen, und es darf kein Stab aus seinen Linien weichen.

Endlich werden noch in den so erhaltenen Hauptquadraten die Pflanzpunkte abgesteckt. Man theilt hierzu zwei gegenüberliegende Seiten, wie Ai und ka, in ihre Pflanzabstände, spannt die Pflanzschnur nach und nach von den Theilpunkten auf Ai zu den gleichliegenden auf ka und bezeichnet alle Pflanzpunkte dazwischen mit Pfählchen. Diese sind in jedem Hauptquadrate ebenfalls zu versichern, daß sie nach allen Seiten gehörig in Linie stehen.

Öfters ist es nicht thulich, die Hauptfigur sogleich bis an das Ende des Pflanzplatzes zu legen. Wie man dann ein solches Netz noch erweitert, ergiebt sich nun von selbst. Auf ungleichem Boden müssen die Abmessungen alle wagerecht gemacht werden. Dies verursacht manche Schwierigkeit. Genauer, als die dehnbare Pflanzschnur, ist eine Meßkette, oder eine Meßstange. Man steckt wohl auch, von Linie zu Linie fortrückend, einen Pflanzpunkt nach dem andern ab, mittels eines aus vier Lattenstücken zusammengesetzten Quadrates, dessen Seite der Pflanzweite gleich ist.

§. 273. Die Gebrittform der Waldpflanzung. Fig. 111.

Die Gebrittpflanzung stellt je drei Pflänzlinge gleichweit von einander; deren Grundfigur ist also das gleichseitige Dreieck abd, auf dessen drei Ecken Pflänzlinge stehen, wovon jedem die Fläche eines gleichseitigen zu ʒR verschobenen Viereckes abcd, oder eigentlich vwxy, als Standraum zukommt.

In dem gleichseitigen Dreiecke abd steht die Höhenlinie be senkrecht auf der Mitte von ad (§. 145.); also ist $be^2 = ab^2 - (\frac{1}{2} ad)^2$ (§. 165.), und $be = \sqrt{[ad^2 - (\frac{1}{2} ad)^2]}$, denn ab = ad. Wird nun ad = 1 angenommen, so ist $be = \sqrt{[1^2 - (\frac{1}{2})^2]} = \sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}866$ (§. 46.). Es verhält sich also in dem Vierecke der Gedrittpflanzung die Grundlinie ad zu der Höhe be, wie 1 : 0,866. Nach diesem beständigen Verhältnisse wird be berechnet, wenn ad gegeben ist. Zu der Pflanzweite von 5 Fuß findet man für die Höhe be = 5 × 0,866 und für die Fläche des Standraumes abcd = ad × be = 5 × 5 × 0,866 = 21,65 q′. Diese Faktoren, nämlich $5^2 \times 0{,}866$, ergeben, daß man zur Ausrechnung des Gedrittverband-Viereckes nur das Quadrat der Pflanzweite mit 0,866 zu multipliziren habe.

1) Ist die Pflanzweite für eine Gedrittpflanzung gegeben, etwa zu 6′, und es soll die auf den preußischen Morgen erforderliche Pflanzenzahl berechnet werden: so dividirt man mit dem Standraume 6 × 6 × 0,866 in das fragliche Flächenmaß, nämlich:

$$\frac{25920}{6 \times 6 \times 0{,}866} = \frac{25920}{6 \times 6} : 0{,}866 = 720 : 0{,}866 = 831 \text{ Stück.}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß man die Pflanzenzahl der Geviertpflanzung in gleicher Pflanzweite nur durch 0,866 zu dividiren brauche. Bei gleichen Pflanzweiten verhält sich also die Pflanzenzahl der Geviertpflanzung zur Pflanzenzahl der Gedrittpflanzung, wie $1 : \frac{1}{0{,}866} = 1 : 1{,}155$. Daher kann man auch zur Auflösung dieser Aufgabe die gefundene Pflanzenzahl der Quadratpflanzung mit 1,155 multipliziren, was leichter ist. Z. B. die 720 Stück (§. 271.) mit 1,155 multiplizirt, gäbe 831 Stück.

2) Um aus der gegebenen Standraumfläche die Pflanzweite für die Gedrittstellung zu berechnen, braucht man das Seitenverhältniß eines Quadrates und eines Gedrittverband-Viereckes von gleicher Fläche. Nehmen wir die Seite des Quadrates zu 1 an und die des gleichgroßen Gedrittverband-Vier-

eckes zu x, so ist der Inhalt von jenem = 1 × 1 und von diesem = x × x × 0,866, und

$$1 \times 1 = x^2 \times 0{,}866$$

$$\frac{1}{0{,}866} = x^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{0{,}866}} = x = 1{,}075.$$

Es verhält sich also die Seite des Quadrates zur Seite des gleichgroßen Gebrittverband-Viereckes, wie 1 : 1,075. Daher multiplizirt man den gefundenen Abstand der Geviertstellung auf gleichem Standraume nur mit 1,075.

Sollen auf einen preußischen Morgen 720 Pflänzlinge in Gebrittform gesetzt werden, so erhält jeder zu seinem Raume $\frac{25920}{720}$ = 36 q′; davon ist die Quadratseite 6′ und die gesuchte Gebrittweite 6 × 1,075 = 6,45′.

Zur Probe könnte man hiervon den Standraum suchen, 6,45 × 6,45 × 0,866, und damit in das Flächenmaß dividiren; dann kommt $\frac{25920}{6{,}45 \times 6{,}45 \times 0{,}866} = 720$, die gegebene Pflanzenzahl wieder heraus.

§. 274. Eine Gebrittpflanzung abzustecken. Fig. 112.

Man theilt die angenommene vordere Pflanzlinie ebenfalls mit einer gewissen Anzahl der gegebenen Pflanzweiten und errichtet zuerst von A und einem geeigneten Theilpunkte B ein großes gleichseitiges Dreieck ABF. Dazu können an A und B kleine gleichseitige Hülfsdreiecke Abc und Bde gelegt und davon die Seiten Ac und Be verlängert werden, bis sie in F sich schneiden. AF und BF sind zu messen, erforderlichen Falls zu berichtigen und wie AB einzutheilen. Hieran setzt man nun auf gleiche Weise die Dreiecke BFG, BNG, NGH, FGC, GCD u. s. w., deren Richtigkeit sich durch die einpassende Richtung aller Eckpunkte bestätigt.

Die innern Punkte des so vorgerichteten Hauptnetzes bestimmt man durch Einvisiren ganz wie zu der Geviertpflanzung;

nämlich a kommt in den Durchschnittspunkt von hi und kl und wird von b und c aus versichert. Die Punkte auf den abgesteckten Diagonalen, wie e und f, sind überdies schon abgemessen. In dem fertigen Hauptnetze müssen alle Punkte in alle Richtungen passen, keiner darf aus seinen Linien weichen.

Endlich werden die einzelnen Pflanzpunkte wie bei der Geviertpflanzung abgesteckt, nur mit dem Unterschiede, daß die Pflanzschnur zwischen den Parallelen nicht senkrecht fortrückt, sondern nach einem Winkel von 60°. Beim Abstecken der großen Dreiecke könnte ein Winkel-Instrument anstatt der ersten kleinen Hülfsdreiecke gebraucht werden. Zum einzelnen Abstecken der Pflanzpunkte diente auch ein gleichseitiges Dreieck, oder das gleichseitige, zü 60° verschobene Viereck des Gedrittverbandes.

Sollen größere Stämme in größere Entfernung gepflanzt werden, so nimmt man ganz gerade und gleichstarke Baumpfähle, steckt mit diesen alle Pflanzpunkte genau ab, läßt um jeden den Umkreis des Pflanzloches erst vorreißen, steckt nachmals die Pfähle wieder in die Mitte der aufgegrabenen Pflanzlöcher und richtet dieselben von neuem nach, wozu die Hauptrichtpfähle noch stehen bleiben; endlich pflanzt man die Stämme alle an einerlei Seite der Pfähle ein, so daß sie für sich ebenfalls in völliger Ordnung stehen. Bei kleinen Pflänzlingen wird das Loch rund um den Punkt vorgehackt und der Pflänzling mitten in dasselbe an die Stelle des weggenommenen Pfählchens gepflanzt.

§. 275. Die Strahlenform zur Waldpflanzung. Fig. 113.

Die Strahlenpflanzung stellt die Pflänzlinge in Reihen, die alle von einem gemeinschaftlichen Strahlpunkte aus gerichtet sind und je zwischen einem größten Strahlenabstande eintreten; ihre Grundfigur ist der Ausschnitt eines Kreisringes, den man jedoch als Trapez annehmen kann. Diese Trapeze sind von gleicher Breite, aber von verschiedener Länge, mithin auch von verschiedener Fläche.

Der äußere Reihenabstand bc ist in allen Fällen doppelt so groß, als der innere ad.

Die mittlere Standraumfläche wird bei dieser Stellung gefunden, wenn man die Gesammtfläche einer solchen Trapez-Reihe abcd durch die Anzahl der in ab befindlichen Pflanzweiten dividirt. Wenn ad = 6', bc = 12' und ab = 24', mithin abcd = $\frac{6+12}{2} \times 24 = 216$ q' ist, und auf ab 12 Pflanzweiten zu 2' gehen: so kommen auf jeden Pflänzling im Durchschnitte $\frac{216}{12} = 18$ q'.

Soll die Pflanzweite innerhalb der Reihe nach einem gegebenen durchschnittlichen Standraume von etwa 24 q' berechnet werden: so dividirt man mit letzterem in die Fläche der Trapez-Reihe abcd, hier 216 q', und findet, in $\frac{216}{24} = 9$, die Anzahl der Pflanzweiten; durch diese theilt man die Länge ab von 24 Fuß, was $\frac{24}{9} = 2\frac{2}{3}'$ zur Pflanzweite giebt. Hierbei wäre ungefähr der innere, kleinere Standraum $2\frac{2}{3} \times 6 = 16$ und der äußere, größere $2\frac{2}{3} \times 12 = 32$ q'. Diese Verschiedenheit könnte einst zu recht nützlichen Erfahrungen über die zweckmäßigere Stellung der Holzanlägen führen.

§. 276. Eine Strahlenpflanzung abzustecken. Fig. 114.

Man nimmt einen Punkt C zur Mitte des Sternes an, reißt von diesem mit dem gegebenen Halbmesser Ca den Umkreis zum offen bleibenden Rundplatze, theilt diesen Umfang in die gegebenen vorderen Reihenabstände ab, bc, cd . . . und bezeichnet jeden Theilpunkt a, b, c, d . . . als Anfang der ersten Strahlen.

Hierauf reißt man mit 2Ca oder Ch von C aus einen weiteren Kreis und verlängert Ca, Cb, Cc . . . bis in denselben zu h, i, k . . ., mißt nun die Sehnen hi, ik, kl . . ., berichtigt die etwaigen Abweichungen noch zeitig und halbirt diese Bogen in x, y, z . . . Dies giebt die Anfangspunkte der zweiten Strahlen mit dem vordern Abstande hx = ab.

Weiter müßte man mit 2 Ch = Cm aus C einen dritten Kreis abreißen, was aber nunmehr wegen der unbehülflichern

Halbmessergröße nicht wohl anging. Daher setzt man alle die angefangenen Strahlen in der Richtung Ch, Cx, Ci, Cy, Ck . . ., fort, giebt jeder dieser Fortsetzungen Ch oder hm zur Länge und bekommt dadurch die Kreispunkte m, n, o, p . . . in gleichen Abständen = 2 ab. Deren Mitte u, v, w . . . ist wieder der Anfang neuer Zwischenstrahlen.

Der vierte Strahlenanfang träte bei 2 Cm ein. Hier müßte man die Geraden von m, u, n, v, o . . . um Cm fortsetzen und dort wieder die Abstände theilen. So ginge das Abstecken fort bis zu Ende.

Leicht begreiflich ist ab : hi = Ca : Ch; soll hi zweimal so groß werden als ab, so muß auch Ch = 2 Ca sein. Weiter ist hx : mn = Ch : Cm und mn = 2 hx; folglich Cm = 2 Ch und hm = Ch.

Der eben gebrauchte Halbmesser muß also allemal zu der Stelle führen, wo wieder neue Strahlen einfallen. Die Strahlen werden daher von Stück zu Stück mehr gleichlaufend.

Bepflanzt man die Strahlen dicht, so macht sich diese Anlage, zumal auf der Ebene und von einer geradstämmigen Holzart ausnehmend gut. Von dem Mittelpunkte aus durchsieht man dann das ganze Dickicht, wenn der vordere Strahlenabstand nicht zu eng ist. Die Strahlen selbst können dabei so dicht bepflanzt werden, daß an Holzertrag nichts verloren geht. Zur Mitte paßte ein Ruheplatz, oder Jagdschirm, eine Wildfütterung, oder Salzlecke, auch wohl ein seltener Baum. Auf einem Wildwechsel würde diese Strahlenpflanzung den Jagdfreund ganz besonders erfreuen. Soll ein breiterer Geradweg über den Rundplatz geführt werden, so läßt sich nur der halbe Stern mit ACB gut anbringen, sonst könnten nicht an beide Seiten des Weges volle Baumreihen zu stehen kommen *).

*) Obschon es keinem Forstmanne erlassen werden darf, die beliebte Schnurpflanzung in allen ihren Formen auszuführen: so kann sie doch der Verfasser im Walde keineswegs als Regel empfehlen, wohl eher als Kennzeichen eines gedankenarmen Waldbaues.

VI. Forstvermessung.

1. Eigentliche Forstvermessung.

§. 277. Gegenstände der Forstvermessung.

Der Forstvermesser hat vorzüglich aufzunehmen:

1) Die Grenzen des Forstgrundeigenthums, der äußeren Jagdbezirke und der über Grund und Boden sich ausdehnenden Forstgerechtsamen und Forstdienstbarkeiten, mit allen durch Steine, Säulen, Bäume, Hügel oder Gruben bezeichneten Grenzpunkten und allen nach Hecken, Steinwällen oder Gräben, Rainen, Wegen, Wasserrissen, Flüssen, oder Bergkanten bestimmten Grenzlinien.

2) Alle andern festen Linien und Punkte innerhalb des Forstes, die entweder zu öffentlichem Gebrauche, oder zu forstlichen Zwecken, oder zu geometrischem Anhalte dienen, als: schmale Trift=, Holz=, Fuß= und Stellwege; scharf eingeschnittene Schluchten, Wasserrisse und Bäche; scharfe Bergkanten und Felsspitzen, Quellen, Salzlecken, ausgezeichnete Steine, Bäume, etwaige Bauwerke u. dgl.

3) Die Standortverschiedenheit, nach Maßgabe der äußeren Bodengestalt und der innern Bodenbeschaffenheit, hauptsächlich zum Behufe der künftigen Ortabtheilung.

4) Die Holzbestandverschiedenheit, nach Holzart und Alter, Wuchs und Schluß, nebst den Räumden und Blößen über einer bestimmten Größe, zur Bestandesabtheilung.

5) Die Nebengrundstücke des Forstes, als: Gehöfte und Gärten, Äcker und Wiesen, offene Huten und Triften, Holzlager= und Kohlplätze, breite Wege, Stein= und Mergelbrüche, Thon= und Lehmgruben, Teich= und andere Wasserflächen, so wie aller andere zur Holzzucht nicht geeignete Boden, wie Felsen, Sümpfe u. s. w.

6) In den Forstumgebungen: An der Forstgrenze hin,

die ausgezeichneten festen Punkte und Linien mit den ablaufenden Flurgrenzen. Weiter, die Abfahr= und Triftwege, die nächsten Wohnorte mit ihren Fluren und Gehölzen, wenigstens im Bereiche des Jagdrevieres.

Am genauesten sind die Grenzen und festen Wirthschaftslinien nebst den Anhaltpunkten zu vermessen; weniger genau brauchen die Verschiedenheiten der Lage und des Bodens, des Holzbestandes und der sonstigen Benutzungsart aufgenommen zu werden; von der Umgegend des Forstgrundes, besonders von dem äußeren Jagdreviere, ist eine bildliche Darstellung schon hinreichend.

§. 278. Werkzeuge und Hülfsmittel.

Zum Abstecken und Messen der Linien und Winkel im Forste und zum Auftragen und Zeichnen der Forstkarten braucht der Forstvermesser mancherlei Werkzeuge und Mittel, als:

1) Drei bis sechs gute Richtstäbe, um damit längere Standlinien vorzurichten, auch später die Abtheilungen abzustecken.

2) Zwei wohl abgeglichene Meßketten mit Zubehör, um immer eine ganz brauchbare vorräthig zu haben; dabei eine Meßstange zum wagerechten Messen sehr steiler Linien und einen Fußstab.

3) Ein gutes Winkelwerkzeug mit Zubehör. In Bergforsten ist die Meßscheibe und in Landforsten die Boussole vorzüglich. Daneben kann ein leichter Meßtisch zu den Zwischenaufnahmen gebraucht werden.

4) Geeignetes Papier, Lineal und Winkel, Maßstab, Zirkel und sonstigen Zeichenbedarf, eine ebene, hinlänglich große Tafel und ein helles Zimmer, zum Auftragen der Messung.

Zwei tüchtige Kettenzieher und noch ein dritter Handarbeiter dienen zum Aufräumen und Abstecken der Standlinien, zum Einschlagen der Standpfähle, zum Längenmessen, zum Tragen und Aufstellen der Winkelwerkzeuge, zum Ausstecken der Richtstäbe u. s. w.

§. 279. Vermessungsplan.

In Ermangelung einer vorhandenen Karte nimmt sich der Vermesser zuvörderst eine flüchtige Handzeichnung von dem ganzen Forste auf, zur Entwerfung des Vermessungsplanes, der im Allgemeinen folgender Ordnung unterliegt:

Alle Meßverrichtungen müssen in der Regel von der Mitte des Forstes ausgehen und von Stück zu Stück nach außen fortschreiten. Zur Grundlage der ganzen Vermessung sind geeignete Hauptmeßzüge durch den ganzen Forst zu legen und mit Nebenmeßzügen netzförmig zu verbinden. Diese Netzzüge müssen auf gut meßbaren, hinlänglich offenen Strecken (Hauptwegen, Wiesengründen, Bergrücken u. s. w.) hingehen und wo möglich schon der künftigen Abtheilung entsprechen. In Berg- und Hügelforsten sind gerade durchgehende Linien hierzu weniger genau und anwendbar, als gebrochene Linien auf gleichem Boden. In der Ebene können wohl, zumal durch lichten Wald, lange kreuzende Hülfslinien zu einer solchen Grundlage gebraucht werden, so weit man im Stande ist, sie ganz gerade abzustecken. Dieses Netz wird nach außen durch die Grenzzüge geschlossen und durchgängig mittels der Zwischenmessung ausgefüllt. Die Hauptfiguren desselben dürfen nicht zu schief ausfallen; ihre Größe muß der Forstausdehnung, der Bodengestalt und dem Genauigkeitsgrade entsprechen.

Gebraucht man ein Winkelwerkzeug, das rückwärts eingerichtet wird, wobei, wie aus §. 247. 2. bekannt, jeder Winkelfehler den ganzen weitern Meßzug verdreht: so ist voraus zu bestimmen, in welcher Folge und Verbindung das Messen und Auftragen dieses Netzes von innen nach außen vorgenommen und wohin jeder Schluß gebracht werden müsse.

Endlich wählt man auch zur Verbindung der abgesondert gelegenen Forststücke geeignete Meßzüge und bestimmt sich die Mittel und Wege zur Aufnahme der Jagdgrenzen und andern Vermessungs-Gegenstände außerhalb des Forstzusammenhanges.

§. 280. Festlegung der Meßzüge.

Die Meßzüge werden in derselben Folge festgelegt, wie nachher das Messen und Auftragen vor sich gehen soll. Ist ein erster Standpunkt bestimmt, so steckt man einen Richtstab darauf, geht in die Gegend des zweiten und wählt nun diesen, sogleich mit Hinsicht auf Zweckmäßigkeit für den dritten, vierten u. s. w., und läßt zugleich die Standlinie aufräumen. Dabei sucht man den Meßzug so zu legen, daß alle Anmessungen leicht und zweckmäßig geschehen können, vermeidet auch, so viel als thulich, seine Standpunkte auf gangbaren Wegen, oder fremden Grundstücken zu nehmen.

In jeden Standpunkt kommt ein Pfahl, so tief, daß er Niemandem anstößig wird. Derselbe erhält oben am Kopfe eine kleine Platte mit der Standnummer, welche dahin weisen muß, wohin die Nummerfolge weiter geht. Die nächste Nummer schreibt man schon voraus bei dem letztern Standpunkte an den vorräthigen Pfahl; überdies sichert man den Punkt noch durch ein vorher gemachtes Loch und durch eine an den nächsten Stamm angebrachte, nach dem Standpunkte hinweisende Platte mit der Nummer und der Entfernung in Fußen.

In den Hauptmeßzügen, die man als Hauptgrundlinien am genauesten mißt, bekommen die Standpunkte zur Auszeichnung römische Ziffern. In den weiter zur Netzverbindung dienenden Nebenmeßzügen gebraucht man gemeine Ziffern und setzt deren Nummerfolge nach den Hauptforsttheilen ab. Die Standpunkte zu den Zwischenmessungen werden mit kleinen lateinischen Buchstaben bezeichnet und gewöhnlich erst bei der Linienmessung bestimmt.

§. 281. Linienmessung.

Man mißt die Längen der Stand- und Seitenlinien wo möglich in derjenigen Folge und Verbindung, wie sie aufgetragen werden müssen, schon um diese Linien in dem Vermessungsbuche nach der Reihe wieder zu finden. In der Regel gebraucht man dazu die Meßkette. Alle, zur Hauptgrundlage des Ganzen dienenden Meßzüge werden mit mehr Genauigkeit und dop-

pelt gemessen; die darin vorkommenden steileren Linien mißt man zu anderer Zeit mit der Meßstange nochmals nach. Von den Standlinien aus werden, wie bekannt, die wirklichen Waldlinien, die Grenz= und festen Anhaltpunkte angemessen.

Die Bestandesverschiedenheiten, Schläge, Blößen, Wiesen, Äcker und dergleichen Grundstücke nimmt man nach ihrer wirklichen Figur auf. Für die ziemlich gleichbreiten Wege und Flüsse bestimmt man nur die Mittellinie nebst der Mittelbreite. Abgelegene Waldstücke mißt man für sich und bringt sie durch besondere Meßzüge mit dem Hauptkörper in Verbindung.

Die gemessenen Linien sind bestimmt und genau in das Vermessungsbuch zu tragen (v. §. 253.). In die vordere Spalte kommt die Bezeichnung, die nächste bleibt noch offen für die Winkel, in die dritte werden die Längen gesetzt und dann folgen die gemachten Abmessungen theils schriftlich, theils durch Handzeichnung dargestellt mit den etwaigen Anmerkungen wegen Grundstücksart, Holzbestand, Unterbenennungen u. dgl. Jede Blattseite wird mit dem Namen des Waldortes überschrieben.

§. 282. Winkelmessung.

Wenn die Richtung jeder einzelnen Linie nicht unmittelbar nach der Magnetnadel bestimmt wird, sondern hauptsächlich nach der vorliegenden Standlinie: so ist die Winkelmessung durchaus in derselben Folge vorzunehmen, in der man nachmals aufträgt. Man winkelt nämlich, sowohl mit der Meßscheibe, als mit dem Meßtische, allemal von innen heraus, gegen die Schlußpunkte hin, zuerst den längsten Hauptmeßzug, von diesem aus die Kreuzlinien und an diese wieder die Schlußlinie. Dabei darf man nie den Schlußpunkt des eben zu messenden Umfanges in den Rücken nehmen, wenn gleich dadurch mancher Rückweg nöthig wird. Die Aufnahme jeder neuen Winkelreihe muß von einem schon vorher aufgenommenen, richtigen Punkte wieder ausgehen; wo man einen mangelhaften Winkelschluß bekommt, wird von derselben Stelle nicht weiter, sondern von einem andern richtigen Punkte wieder darauf hin gearbeitet.

In den Hauptmeßzügen wird die Orientirboussole auf jedem Standpunkte angelegt und die Winkelaufnahme so viel als nur möglich vor dem Verdrehen gesichert. In den Nebenmeßzügen hält man sich mit dem Gebrauche der Orientirboussole weniger auf; die Zwischenfiguren winkelt man lieber mit Springständen. Wird der Grundriß nach einem kleinen Maßstabe aufgetragen, befindet man sich zugleich im Besitze einer zuverlässigen Orientirboussole und auf einem Terrain, worauf die Magnetnadel nicht abirrt: so können selbst die Hauptwinkel mit Springständen gemessen werden. Doch wäre es in diesem Falle besser, die Boussole allein zu führen.

1) Beim Gebrauche der Meßscheibe sucht man auf ein Scheibenblatt so viel Winkel als möglich zu bringen, wenigstens die von einem Haupttheile des Forstes alle zusammen, weil das Wechseln der Scheibenblätter im Auftragen leicht etwas Verschiebung der Figur zur Folge haben kann. Ein solcher Haupttheil muß einen ziemlich geraden und nicht zu langen Abschnitt haben, der wo möglich ein Hauptmeßzug ist. Dieser Linienzug sollte eigentlich auf dem neuen Scheibenblatte zu der anstoßenden Partie wieder mit aufgenommen werden; doch kann man denselben zu Hause mittels des Gradringes nachtragen, oder beide Scheibenblätter neben einander auf das Grundrißblatt heften.

Die Strichelchen, womit die Linien bezeichnet werden, sind ganz kurz und scharf zu ziehen und mit den Standnummern zu versehen; die Winkelgrade werden immer an einem und demselben Ende des Lineales abgezählt. Vor dem Abnehmen des Scheibenblattes werden über dasselbe genau von 0 nach 180° und von 90 nach 270° Kreuzlinien gezogen zur Richtung in die Netzlinien des Grundrißblattes.

2) Da das Meßtischblatt für eine ausgedehnte Forstfläche nicht genug Raum verstattet, so trägt der Forstvermesser bloß abgebrochene Meßzüge darauf und setzt diese mittels eines genauen Quadratnetzes in gehörige Verbindung. Von diesem Netze wird eine Seite zur magnetischen Nordlinie angenommen und zur Anlegung der Orientirboussole ausschließlich gebraucht. Man legt den ersten Punkt nahe an den Rand, trägt die

Linie hineinwärts, und setzt den angefangenen Meßzug mit seinen Nebenlinien fort, so weit es die Größe des Tischblattes von dort ab eben gestattet; dann bricht man ab und fängt die Fortsetzung mit dem letztern Standpunkte auf der Gegenseite wieder an. Dazu wird die Quadratstelle des verlassenen Punktes genau abgemessen und andrerseits in einem geeigneten Anfangs-Quadrate eben so wieder genommen. Zu jedem Standpunkte wird die Nummer geschrieben; die Randpunkte, wo ein Meßzug abgebrochen und wieder angefangen ist, werden übereinstimmend mit großen Buchstaben bezeichnet, damit man die Fortsetzung leichter auffinden kann.

Hierbei entstehen freilich sehr verwickelte Linienzeichnungen. Um daher eine deutliche Übersicht seiner Messung zu haben, führt man ein Blatt mit verjüngtem Quadratnetze bei sich und zeichnet darauf jeden Meßzug unabgebrochen sogleich von dem Meßtische ab. Eine solche Beizeichnung wächst immer mehr an bis zur Vollendung und leistet nachher beim Auftragen des Grundrisses als Vorbild gute Dienste. Die von den Standlinien aus genommenen Abstände trägt man nicht sogleich auf den Meßtisch, sondern sammelt sie wie gewöhnlich erst im Vermessungsbuche, bis die Meßzüge alle zum Schlusse gebracht sind.

Kommen auch nur abgebrochene Figuren auf den Meßtisch, so kann man doch die Richtigkeit des Schlusses einer jeden Figur sogleich mit Hülfe des Quadratnetzes beurtheilen. *Die zusammengehörigen Schlußpunkte müssen nämlich in den beiderseitigen Quadraten gleiche Abstände von den Netzlinien haben.* Dabei wird freilich vorausgesetzt, daß, außer der Messung selbst, auch die Netzzeichnung vollkommen richtig sei, und man jeden neuen Anfangspunkt genau wieder in seine Quadratstelle gelegt habe, was jedoch Alles sehr zweifelhaft ist.

3) Beim Gebrauche der Boussole kehrt man sich an keine gegebene Folge, überspringt auch den je zweiten Standpunkt und nimmt nur die Grade, wie bekannt, so ab, daß bei keinem Linienzuge im Auftragen ein Zweifel bleibt.

§. 283. Außenmessung.

Zunächst müssen alle festen Anhaltpunkte in, oder dicht an den Grenzen, als: Denkmale, ausgezeichnete Bäume, Quellen, Mauer- oder Zaunecken, Kreuzwege, Wegweiser u. dgl., angemessen werden.

Eben so hat man nicht nur von den äußern Standpunkten, sondern auch von den, nach entlegenen Forsttheilen gemessenen Verbindungslinien ausgezeichnete Punkte der Umgegend, Kirchthürme, Häuser, Mühlen, Bäume u. dgl. durch dahin gerichtete Winkelschnitte zu bestimmen (§. 252.).

Weiter müssen die Grenzen der äußern Jagd-, Fischerei- und sonstigen Grundberechtigungen, erforderlichen Falles auch äußere Hauptwege, Flüsse und andere ausgezeichneten Linien ihrem Laufe nach aufgenommen werden, um ein vollständiges Netz der darzustellenden Umgegend zu bekommen. Je weniger diese Aufnahmen geometrischen Zweck haben, um so weniger Genauigkeit ist dabei erforderlich. Zu bloßen bildlichen Darstellungen mögen die Längen nur abgeschritten werden.

§. 284. Nachmessung der Grenzlinien.

Wo die Forstgrenzen mit Steinen, oder andern festen Punkten bezeichnet sind, die man bloß von den Standlinien aus angemessen hat, da müssen die Längen aller Grenzlinien, von einem Grenzpunkte zum andern, noch besonders nachgemessen werden, theils um sich wegen der Grenzmessung selbst mehr zu versichern, theils auch, um für spätere Grenzberichtigungen die Entfernung von Punkt zu Punkt genau anzugeben.

Gewöhnlich finden sich die Grenzlinien aufgehauen und ohne Weiteres meßbar. Wo dies an Waldsäumen nicht der Fall ist und die Aufräumung eben nicht geschehen konnte, wird die Länge der Grenzlinie alsbald auf dem Freien hin mittels einer Parallele gemessen, nach §. 251. 2. Übrigens ist allerwärts die anstoßende Grundstücksart zu vermerken und jeder in der Nähe befindliche feste Anhaltpunkt mit aufzunehmen. Diese besondere

Grenzmessung trägt man im Vermessungsbuche nach und beschließt damit die eigentlichen Meßgeschäfte im Freien.

§. 285. Entwurf des Grundrisses.

Bei dem zu Forstvermessungen gebräuchlichen Maßstabe von $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ würde der im Ganzen aufgetragene Forstgrundriß zu groß und unbehülflich. Wo daher das Zusammentragen des Ganzen nicht durchaus erforderlich ist, wie etwa zur Absteckung gerade durchgehender Stellwege, da trägt man den Grundrißentwurf in großen Haupttheilen auf einzelne Blätter. Das Grundrißpapier muß stark, dicht, gut vorbereitet und mit genauem Quadratnetze versehen sein.

Die etwas schwierige Anordnung der Figur auf das leere Zeichenblatt richtet sich nach der aufgenommenen Handzeichnung so wie nach der nun leicht zu ermittelnden Länge und Breite des aufzutragenden Forsttheiles. Das Winkelblatt, sowohl von der Meßscheibe, als von der Boussole, ist mit seinen Kreuzlinien ganz genau auf zwei Netzlinien zu befestigen, weil diese der magnetischen Nordlinie entsprechen müssen. Die Meßtischblätter werden dagegen mittels der Netzzeichnung frei aufgepaßt und stückweise durchkopirt.

Der Grundrißentwurf muß, gestützt auf die mit größerer Genauigkeit gemessenen Hauptmeßzüge, aus seiner Mitte heraus gearbeitet werden, so daß die unvermeidlichen Schlußmängel alle in die Außentheile kommen und auf keiner Stelle zusammenfallen können. Jeder Grundzug der neu anzusetzenden Partie ist möglichst fehlerfrei zu halten und auf die unvollkommen ausgefallenen Schlüsse ist von mehren Seiten beizuarbeiten, um den fehlerhaften Zug zu entdecken.

Wo der Entwurf über das Blatt hinaus fällt, wird ein neues Stück mit fortsetzender Netzzeichnung genau angestoßen. Der zum nächsten, abgesonderten Haupttheile mit gehörige Meßzug, wozu man gern eine bleibende Hauptlinie wählt, wird auf dem andern Blatte als Wiederanfang ganz in dieselben Quadratstellen getragen, aber durchaus so, daß beide Grundrißab-

schnitte nicht nur mit ihrer Figur, sondern auch mit ihren Netzlinien vollkommen an einander passen.

Die Aufnahmen der Forstumgebungen von größerer Ausdehnung werden nach dem halben Grundrißmaßstabe zusammengetragen. Man verjüngt auf ein großes Blatt mit einer dem Grundrisse entsprechenden Quadratzeichnung die Außengrenzen des Grundrisses und legt von diesen aus die gemessenen Außenlinien nebst den geschnittenen Außenpunkten in Grund, so daß das dadurch entstehende topographische Netz blattweise abgezeichnet und an Ort und Stelle weiter ausgefüllt werden kann.

Endlich führt man in dem Grundrißentwurfe alle wirklichen Gegenstände der Vermessung mit schwarzer Federzeichnung aus, nämlich: die festen Grenz- und anderen Punkte mittels ihrer Zeichen und Nummern; die unveränderlichen Waldlinien, wie Grenzen, Wege, Gewässer und Anwände von Nebengrundstücken, ausgezogen; die veränderlichen Bestandesabtheilungen, punktirt. Alles, was zu den bloßen Hülfslinien gehört, unterscheidet man dagegen durch hellblaue oder rothe Zeichnung. Die Wege und Bestandesabtheilungen, welche zum Behufe der Ortabtheilung noch etwas verlegt werden könnten, bleiben einstweilen in Blei; so auch die Benennungen und andern Ortbezeichnungen.

§. 286. Flächenberechnung.

Zur genauen Flächenberechnung dient das schon vorgerichtete Quadratnetz ganz wesentlich. Jedes Quadrat wird bestimmt nach den obenan mit Buchstaben und voran mit Ziffern bezeichneten Reihen, und in seinem Flächengehalte berichtigt nach der beim Auftragen mit + oder — angeschriebenen Seitenabweichung (§. 198. 206.). Mit dieser Berichtigung muß die gesuchene Summe aller einzeln berechneten Theile des Quadrates übereinstimmen. Bei Außenquadraten wird zur Versicherung das Ergänzungsstück mit ausgerechnet.

Das Flächenberechnungsbuch enthält auf jeder Seite obenan den Namen des Forstortes, dann Spalten für die Art und Bezeichnung, die Grundlinie, die Höhe und den Inhalt der Berech-

nungsfiguren, hinten noch einen breiten Raum zu den Rechnungen. Von jedem Netzquadrate setzt man zuerst die Bezeichnung und berichtigte Größe an, dann alle dazu gehörigen Theile, und zwar jeden mit seinen Grundfiguren, deren Inhalt nebenan ausgerechnet wird. Den berichtigten Inhalt jedes Quadrates und jedes darin abgesonderten Theiles schreibt man in den Grundriß und hebt nachher die Flächen der Quadrattheile wieder aus zur Bildung des Flächengehaltes der vorläufig abgetheilten Wirthschaftsfiguren, welcher in das Vermessungs-Register getragen und summirt wird. Der so zusammengetragene Flächengehalt aller Abtheilungen muß mit dem Inhalte aller Quadrate übereinstimmen, wenn in der Flächenausrechnung und Zusammenstellung kein Fehler ist.

Findet später eine Ortabtheilung Statt, so verschiebt man die Flächenberechnung, bis jene vollführt ist, und sollte dabei der ungefähre Flächengehalt zur Frage kommen, so wird derselbe flüchtig ausgezählt. Nur bei fester Schlageintheilung muß die Fläche in voraus genau berechnet werden, und dann wählt man zu den vorläufig anzunehmenden Abtheilungen vorzugsweise bleibende Linien und legt die Berechnungslinien den künftigen Schlaglinien gemäß.

2. Forstflächentheilung.

§. 287. Von der Forstflächentheilung überhaupt.

Jeder Forst wird in ein wohl geordnetes Fachwerk getheilt mittels einer bloßen Ortabtheilung, oder einer selbständigen Schlageintheilung.

Die Ortabtheilung dient, als ein feststehendes, die Raumtheile begrenzendes Wirthschaftsnetz, hauptsächlich zu geordneten Schranken der Hiebs- und Bestandesfolgen; ihre Theile, die eben nicht gleich sein müssen, heißen Forstorte, Jagen, Bezirke, oder überhaupt Ortabtheilungen. Innerhalb dieser Wirthschaftsfiguren finden sich, nach Art und Zustand des eben vorhandenen Holzbestandes, mehr oder weniger zeitliche Bestandesabtheilungen, auch Unterabtheilungen genannt. Mehre

Ortabtheilungen werden gewöhnlich zu einem Betriebs- oder Waldverbande, auch wohl zu einem Aufsichtsbezirke, überhaupt zu einer Revierabtheilung vereinigt.

Die Schlageintheilung soll die jährlichen, oder periodischen Schritte des Waldangriffes aller Zeiten begrenzen, dabei die Abnutzung planmäßig vertheilen und die künftige Bestandesordnung sicherer begründen. Sie nimmt und verbindet von den Ortabtheilungen so viel Forstfläche zu einem Ganzen, als ein unausgesetzter, gleichartiger Betrieb erfordert, und theilt dieses Betriebsganze auf alle Jahre der Umtriebszeit, entweder bloß in dem Betriebsplane entworfen, oder in dem Forste ausgeführt. Ein solcher Betriebsverband muß nicht eben einen zusammenhängenden Waldkörper bilden; seine Schläge können gar wohl in mehren Revierabtheilungen umher liegen.

Die Ortabtheilung ist eine parallele, oder gebrochene; die Schlageintheilung ist beweglich, oder fest.

§. 238. Parallele Ortabtheilung für die Ebene.

Alle Abtheilungslinien gehen gerade und rechtwinkelig durch den ganzen Forst und bilden Rechtecke von gegebener Größe, bis auf die zufälligen Außenstücke. Diese Art der Ortabtheilung paßt nur für die mehr ebenen Landforste, wo die Hiebsfolge geradeswegs fortgehen kann. Hier ist sie Regel, und ihre Richtung wird hauptsächlich nach dem herrschenden Windstriche bestimmt. Die Ausführung ist leicht. Man legt durch die Mitte des Grundrißentwurfs das erste Hauptgestell, auf dieses rechtwinkelig das erste Quergestell und entwirft dann von beiden Kreuzlinien aus mittels der gegebenen Abstände das ganze Abtheilungsnetz (n. §. 175.). Alle diese Linien steckt man im Forste mit Hülfe der bis dahin sorgfältig zu erhaltenden Standpunkte ab und läßt sie nachher als Gestelle durchhauen. Ist diese Abtheilung im Freien fertig, hat man auch die dabei etwa gefundenen Abweichungen in dem Grundrisse berichtigt: so wird nun die Fläche der dadurch entstandenen Forststücke auf dem Grundrißentwurfe berechnet und zur Forsteinrichtung weiter verwendet.

§. 289. Gebrochene Ortabtheilung für Berge.

In den Bergforsten, wo der Windstrich, die Holzfällung und Abfahrt sich nach den Thaleinhängen richten, kann auch die Hiebsfolge nicht geradeswegs über Berg und Thal gehen; die Ortabtheilung muß hier der Bodengestalt angepaßt, also mehr schief und gemischtlinig werden.

Zuvörderst nimmt man die offenen Thäler, diese natürlichen Scheidewände der Hiebsfiguren, zur Abtheilung an. Dann theilt man von diesen aus den Bergschluchten und scharfen Bergkanten entlang, um weitere sichere Hiebsanwände zu gewinnen. Endlich legt man durch die noch vorfindlichen ausgebreitetern Bergflächen, so viel als thulich gerade, nach dem örtlichen Windstriche gerichtete und mit jenen natürlichen Scheidelinien verbundene, Haupt- und Quergestelle. Jedoch müssen in jeder Bergpartie die Ortabtheilungen eben auch reihenweise so vor- und nebeneinander liegen, daß jede Hiebsfolge von Anfang bis zu Ende mit ziemlich gleichen Anwänden rechtläufig fortsetzen kann.

Diese Abtheilung nach der Bodengestalt läßt sich schon bei der Vermessung in voraus entwerfen. Zur nähern Bestimmung ist jedoch eine Aufnahme der Bergabhänge und der sonstigen Beziehungen nöthig. Sie wird auf dem Grundrißentwurfe nicht eher ausgeführt, bis ihre Anlage im Freien fertig ist, weil zuweilen Örtlichkeiten benutzt werden müssen, die sich erst beim Abstecken finden, als wegsamere Stellen, Wasserrisse u. s. w. Solche Bergabtheilungen können nicht gleichgroß ausfallen; doch giebt es dabei auch keine unverhältnißmäßig kleinen Außenstücke. Auf die Kreuzpunkte setzt man Steine, oder andere feste Zeichen, um allezeit einen geometrischen Anhalt zu haben.

§. 290. Schlageintheilung. Fig. 115.

Die Schlageintheilung ist eine bewegliche, oder eine feste. Bei der erstern bestimmt man die Größe und Folge der Schläge jedes angenommenen Betriebsverbandes bloß in dem Betriebsplane, zu Maß und Ziel des Angriffs; die Schlagflächen werden erst im Laufe der Zeit von den festen Ortabtheilun-

gen abgemessen. Bei der festen Schlageintheilung werden die Schläge im Forste selbst bleibend abgetheilt entweder nach der bloßen Fläche, oder nach der Ertragfähigkeit des Standortes bemessen. Diese Schlagabtheilungen begrenzen die Abtriebsfläche von jedem Jahre, oder von je zwei, drei, oder mehr Jahren, oder von ganzen Perioden.

Eine solche Eintheilung wird vorher auf dem Grundrisse ganz geometrisch entworfen nach der gegebenen Größe, Folge und Figur der Schläge. Gewöhnlich legt man durch die Revierabtheilung eine Hauptlinie, wie AB, und setzt auf derselben rechts und links die Schläge mit senkrechten Schlaglinien ab. Damit aber kein Schlag getheilt auf beide Seiten zu liegen komme, zieht man zu einer vorläufig angenommenen Hauptscheidelinie AB zwei Parallelen uv und wx und setzt an diese rechts und links die weitern Berechnungslinien. Dann verlegt man AB zwischen uv und wx nach Maßgabe des gefundenen Flächeninhaltes so, daß beide Seiten ganze Schläge umfassen, und theilt diese nun einzeln ab.

Wäre die einzutheilende Fläche schon bekannt, so müßte man dennoch eine neue Berechnung vornehmen, im Fall die früher gebrauchten Berechnungslinien der Theilung nicht entsprechen. Führt diese neue Berechnung zu einem etwas anderen Flächenergebnisse, so vertheilt man die Abweichung mit auf alle Schläge, setzt aber hernach die ursprüngliche Schlagfläche wieder an.

Müssen dann im Freien auf einer Linie, wie AB, Schlagpunkte abgesteckt werden, so darf das nicht bloß nach der im Grundrisse abgegriffenen Entfernung geschehen, sondern man mißt diese Linie erst im Ganzen, vergleicht die auf dem Grundrisse genommene Länge mit der wirklich gemessenen und berichtigt in diesem Verhältnisse die abzumessenden Entfernungen der Schlagpunkte. Auf solche Weise wird die unvermeidliche Längenabweichung in das Ganze vertheilt.

Wo Viehweide Statt findet, muß man die Schlageintheilung und Folge so ordnen, daß die Hauptlinie mit dem Schlagwechsel auf die Trift stößt, etwa bei A, und daß nun von hier aus die Schläge immer einerseits hutbar, andrerseits schonbar

sind, wie aus der Nummerfolge zu ersehen. Diese in's Kleine gehende feste Schlageintheilung macht eine weitere Ortabtheilung überflüssig, ohne welche dagegen die bewegliche Schlageintheilung nie sicher gehandhabt werden kann.

3. Forstkartenzeichnung.

§. 291. Von den Forstkarten überhaupt.

Die Abbildung der Forste hat zwei ganz verschiedene Zwecke, nämlich geometrischen Gebrauch und bloße Übersicht; beide lassen sich nicht vereinbaren. Die sogenannten Risse dienen zum geometrischen Gebrauch und enthalten hauptsächlich die äußere und innere Figur der Forstfläche. Die eigentlichen Karten oder Plane dienen zur Übersicht; sie stellen die Beschaffenheit und den Zustand des Forstes mehr bildlich dar. Bei dem Forstbetriebe wendet man fünferlei Karten an.

Der Grundriß enthält die aufgemessenen Linien und Punkte des Forstes und dient zu allen Zeiten bei Abmessung der Schlag=, Kultur= und andern Betriebsflächen, beim Ermitteln veränderter Altersklassen=Verhältnisse, bei neuen Theilungen, überhaupt bei allen geometrischen Forstverrichtungen.

Der Grenzriß ist die besondere Zeichnung aller Eigenthumsgrenzen des Forstes zum Gebrauche bei den Grenzbegängen und Grenzberichtigungen, wo der große Forstgrundriß nicht mitgeführt werden kann.

Die Bestandskarte stellt den eben vorgefundenen Waldbestand, überhaupt das im Forste Vorhandene mit dem darüber entworfenen Hauungsplane dar.

Die Betriebskarte giebt eine gedrängte Übersicht vom ganzen Forste mit den eingerichteten Betriebsarten und der zu erstrebenden Bestandsvollkommenheit, nebst dem äußern Jagdreviere und allen mit dem Betrieb in näherer Beziehung stehenden Umgebungen.

In Planen werden größere Forstbereiche abgebildet, besondere Ansichten zu vorgeschlagenen Unternehmungen gegeben u. d. m.

Bodenkarten haben keinen forstwirthschaftlichen Werth; das von dem Boden zur forstlichen Übersicht Erforderliche, die Gestalt, gehört in die eigentlichen Forstkarten.

Die Kartenzeichnung geht von dem allgemeinen Grundsatze aus, alle Gegenstände wo möglich so darzustellen, wie sie dem in gewisser Höhe darüber befindlichen Auge erscheinen. Vorzüglich sucht man Beleuchtung, Form und Farbe der Gegenstände nachzubilden, und wo Abweichungen nöthig sind, muß die Bezeichnung der Natur entsprechen und dabei ein leichtes Merkmal haben.

Von oben erscheint der bloße Erdboden auf der Ebene am deutlichsten und hellsten, mit zunehmender Neigung immer undeutlicher und dunkler; daher bezeichnet man den Bodenabhang um so dunkler, je abschüssiger derselbe ist. Im Sonnenlichte haben erhöhte Gegenstände äußern, vertiefte innern Schatten; dies bestimmt den Zeichner, Licht und Schatten anzubringen, wo dadurch die Darstellung gewinnt. Das Licht denkt man sich von der linken Seite einfallend ohne weitere Berücksichtigung des wirklichen Sonnenstandes. Hohe Körper bieten dem Auge mehr Schatten dar; daher hält man Wälder, Wohnplätze, Baumgärten dunkler, als Wiesen und Felder; Hochwald dunkler, als Niederwald.

Alle Grundstückarten werden bis zu ihrer Umgrenzung ausgefüllt, wie sie sich dem Auge im Ganzen darstellen. Einzelne Körper und Gewächse, als Grenzzeichen, Bäume, Grashalme u. dgl. können weder nach ihrer verhältnißmäßigen Größe, noch in allen Fällen nach der Ansicht von oben gezeichnet werden. Hier erlaubt man sich eine mäßige Vergrößerung, selbst eine aufrechte Stellung.

Wichtigere Gegenstände werden mehr hervorgehoben; wenig, oder gar nicht sichtbare, z. B. Verschiedenheiten von Waldgattungen, Betriebsarten, Grundbesitz u. s. w. werden mehr willkürlich bezeichnet. Die gewählte Bezeichnung muß nur angemessen, bestimmt und leicht sein, auch, wie schon gesagt, ein von dem Gegenstande hergenommenes, eigenes Merkmal haben. Übrigens muß man sich bemühen, jede Karte, besonders für den

Richtzeichner, in allen Stücken recht anschaulich, brauchbar und im Ganzen auch gefällig darzustellen.

§. 292. Aufnahme der forstlichen Gegenstände.

Zur weitern Aufnahme der forstlichen Gegenstände verjüngt man den Grundrißentwurf mit allen Stand-, Grenz- und andern festen Punkten und Grundlinien stückweise auf die Hälfte, begiebt sich hierauf mit diesen kleinern Aufnahmeblättern von Ort zu Ort und zeichnet ein, was durch die Messung noch nicht zu Papier gebracht worden ist.

1) Zuerst die Bodengestalt. Hierzu legt man die obern und untern Absätze der verschiedenen Berghänge in Grund, entwirft dazwischen, besonders bei kurzen Wendungen der Abhänge, oder bei starkem Abfalle der Bergschluchten, wagerechte Bodenlinien und zeichnet nachmals senkrecht auf diese von oben herab weitläufige Böschungsstriche. Ist diese Anlage fertig, so werden die Zeichen für die gemessenen oder geschätzten Böschungsgrade noch darauf gesetzt.

Man zeichnet (n. Fig. 137.) die Neigungen von 1 bis 5° mit punktirten, die von 6 bis 10° mit ausgezogenen Böschungslinien, ohne weitere Abzeichen; die von 11 bis 15° noch mit einzelnen und die von 16 bis 20° mit paarweisen Punkten; die von 21 bis 25° mit einzelnen und die von 26 bis 30° mit paarweisen Querstricheln; die von 31 bis 35° mit einfachen und von 36 bis 40° mit doppelten Querstrichen; die von 41 bis 45° mit einfachen und von 46 bis 50° mit doppelten, schräg gekreuzten Strichen. Die Abhänge über 50°, die meist felsig sind, bekommen ganz kurze gekreuzte Bogenstriche, an den Felsstellen in eins zusammenlaufend.

Diese mit Bleistift leicht ausführbaren, von der ersten Böschungsanlage unabhängigen Zeichen haben bestimmtere und deutlichere Unterscheidung und sind während der Aufnahme leichter anzubringen und zu berichtigen, als alle sonst gebräuchlichen; sie mögen übrigens nur zum Entwurfe gebraucht werden.

2) Zugleich zeichnet man die noch nicht aufgenommenen Grenzen, Wege und Gewässer folgendergestalt:

Die Grenzen im Entwurfe vorläufig mit Strich= oder Rundpunkten. Die Straßen mit doppelten Seitenlinien, Gräben vorstellend; die Marktwege mit zwei einfach gezogenen Seitenlinien; die Dorf=, Holz= und Feldwege mit einem starken Federstriche und die Fußwege einfach punktirt. Bäche mit einer schwächern, oder stärkern geschlängelten Linie; Flüsse mit beiden Ufern und diesen entlang laufenden Wasserstrichen; Teiche und Seen mit wagerechten Wasserstrichen.

Nächst dem geht es an die Zeichnung des Gewächsstandes. Man entwirft von jeder Verschiedenheit desselben die Umfangslinie und füllt das Innere mit der entsprechenden Zeichnung aus, nämlich:

3) Einzelne Bäume, nach dem Kronenumrisse unterscheidbar:

Eichen — bogig rundlich;

Buchen, Ahorne, Eschen, Ulmen — scharf kreisförmig;

Birken und weiches Laubholz — scharf länglich;

Nadelholz — spitzig;

Obstbäume — bogig breit;

Kopfholz — astig ohne Kronenumriß.

4) Holzung, die Gattung mit der besondern Kronenform bezeichnend.

Hochwald: dichte und große, aber schaftlose Kronen;

Mittelwald: weniger dichte, große und kleine schaftlose Kronen mit paarweisen Büschen;

Niederwald: dünn und paarweise stehende Büsche, Ausschläge vorstellend;

Plänterwald: Bäume von verschiedener Größe mit unbedeckten Schäften, dazwischen einzelne Büsche, dünner gestellt;

5) Länderei.

Obstgärten, mit reihenweisen Obstbäumen;

Weingelände, mit reihenweisen Weinstöcken;

Grabgärten: beetweise, leicht und eng gestrichelt, im Größern mit regelmäßiger Anlage;

Äcker: unausgezeichnet, oder mit weit gestellten, felderweise gleichlaufenden Punktstricheln;

Wiesen: paarweise Punkte mit dem untern Kartenrande gleichlaufend.

6) Wüstung.

Hutrasen: kleine Punktreihen, ebenfalls mit dem untern Rande gleichlaufend;

Heide: aufrechte Strichelchen in solchen Reihen;

Sumpfgewächse: deßgleichen und mit überhängenden Halmen;

Sumpf: abgebrochene wagerechte Wasserstriche zwischen Sumpfgewächsen;

Trift: Rasenzeichnung, aber des Triftweges entlang, die Viehtritte mit bezeichnend;

Nackter Boden: zerstreute Punkte, die durch geschlängelte Steinzeichnung in Felsen übergehen.

7) Bauwerke werden in den Aufnahmeblättern dargestellt nach ihrem Grund-, oder Aufrisse mit den sonst gebräuchlichen Zeichen.

Wo die Aufnahme mit Bleistiftzeichnung nicht scharf genug, oder durch mehrmalige Abänderung undeutlich wird, gebraucht man gleich an Ort und Stelle Tinte und Feder. Das Übrige zeichnet man zu Hause erst fertig, jedoch ohne Verzug.

§. 293. Grundrißzeichnung.

Der Reingrundriß wird von dem Grundrißentwurfe unmittelbar kopirt, zu $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{4000}$ des wirklichen Maßes, und kommt auf Blätter von der größten Papierform, an die nöthigen Falles nur in der Länge etwas angesetzt werden dürfte. Das Aufkleben auf Leinwand ist durchaus unstatthaft, weil dies die Unstetigkeit des Papieres noch bedeutend vermehrt. Die Vertheilung der Grundrißfigur auf die Grundrißblätter wird mehr nach dem Raume bemessen, als nach den Hauptabtheilungen im Forste; nur darf keine Ortabtheilung getrennt werden. Abgesondert gelegene Stücke rückt man zusammen in gleiche Nordrichtung und versieht dann jedes mit eigener Umfassung.

Die Zeichnungen aller Blätter sind ziemlich gleich zu richten; Norden oben, oder der Sitz des Försters unten; wenig-

stens nicht mit dem Kopfe einander entgegen stehend. Beim Kopiren legt man, für mehre Abzeichnungen, alle Blätter zugleich unter und sticht die Stücke genau nach ihrer Nummerfolge ab.

Wegen der Zeichnung selbst ist zu beobachten:

1) Die Grundeigenthumsgrenzen werden schwarz ausgezogen, wo sie noch unbestimmt oder streitig sind, vorläufig nur punktirt, und erhalten nach außen eine schmale mennigrothe unverwaschene Pinsellinie. Alle Grenzmale bekommen einen zinnoberrothen Umriß; Grenzsteine, viereckig mit karminrother, Grenzhügel, rund mit grüner, und Grenzgruben, länglich mit grauer Ausfüllung. Die Ziffern der Grenzzeichen schreibt man zinnoberroth ohne Nr.

Außerhalb der Grenze werden die anstoßenden Wege, Gewässer, Grundstücksarten u. s. w. wie in den Aufnahmeblättern gezeichnet, nur ganz leicht und blaßgrau mit dem Pinsel etwas beschattet; auch werden die Namen der anstoßenden Gemarkungen, Berge, Thäler, Gewässer u. s. w. beigeschrieben. Wo die Zeichnung eines Grundrißblattes abgesetzt ist, führt man die Abtheilungslinien noch etwas fort, ohne sie zu schließen, und schreibt die anstoßenden Namen und Nummern an.

2) Das Innere des Grundrisses darf man des leichten Verziehens wegen durchaus nicht mit Farbe anlegen. Die Linien der Ortabtheilungen werden ausgezogen und mit gelbem Pinselstriche versehen; die der Bestandesabtheilungen werden gestrichelt, wenn sie mit Wegen oder andern bleibenden Bodenlinien zusammenfallen, außerdem nur punktirt. Wegelinien werden braun, Wasserlinien hellblau, und fällt eine oder die andere mit einer schwarzen Abtheilungs- oder Grenzlinie zusammen, so wird sie dicht daran gelegt auf die dem unterscheidenden Pinselstriche entgegengesetzte Seite. Breite Wege und Flüsse, die man mit eignem Flächengehalte aufführt, erhalten auch schwarze Einfassungslinien, als eigene Abtheilungen, und bleiben dann weiß, wie aller Forstgrund.

In jede Ortabtheilung wird der Namen mit größerer Schrift, die Nummer mit größeren und der gesammte Flächengehalt mit schwächeren Ziffern geschrieben. In jede

Bestandesabtheilung kommt die **Nummer** mit dem zugehörigen **Buchstaben** und **Flächengehalt** nebst der etwaigen Unterbenennung. Die Nummern der Ortabtheilungen laufen durch den ganzen Forst, so viel als thulich der Hiebsfolge gemäß; die Buchstaben der Bestandesabtheilungen fangen in jeder Ortabtheilung wieder von a an, gehen aber auch der Hiebsfolge nach. Die zu den Schlageintheilungen gehörigen Schlaglinien, Schlagnummern, Schlagflächen und Schlagsteine werden zinnoberroth eingetragen, deßgleichen auch die Ortabtheilungssteine.

In das Innere des Grundrisses darf keine Linie kommen, die **nicht geometrisch aufgenommen** ist.

3) Die Grundrißblätter werden nummerirt. Das erste Blatt bekommt den Titel und den Maßstab, zudem die Nachweisung der auf jedem Blatte befindlichen Forstorte. Auf alle Blätter wird der Namen des Forstes und die Blattnummer oben rechts gesetzt, die magnetische Nordlinie nebst ihrer zeitlichen Abweichung über die Mitte gezogen und an die vier Seiten ein genauer Fuß gezeichnet theils zu etwaigen Nachmessungen, theils um das weitere Verziehen des Papieres danach beurtheilen zu können. Diese Scala ist aber aufzustechen, ehe noch die kopirten Blätter aus einander genommen werden, und zwar von einem und demselben Muster. Dazu könnte man auf jede der vier Seiten das im Entwurfsrisse eben Statt gehabte Verhältniß des Papierstandes zur ursprünglichen Figuren-Ausdehnung schreiben.

Kommen die Grundrißblätter leicht zusammengerollt in eine Kapsel, so müssen sie gleiche Höhe haben; in einer Mappe aufbewahrt, auch gleiche Länge.

§. 294. Grenzrißzeichnung.

Die Grenzrisse werden blattweise von dem Grundrißentwurfe in abgebrochenen Stücken auf die je rechte Seite gewöhnlicher Bogenform kopirt, so daß, der Forstgrund links, der Außengrund rechts liegend, die Folge von unten nach oben geht und auf dem nächsten Blatte wieder fortsetzt.

Die Zeichnung stellt den ganzen Grenzzug dar mit allen

seinen Biegungen, Winkeln, Malen und deren Nummern, den Wegen, Bächen und besondern Anhaltpunkten nebst den Umgebungen und den nöthigen Ortbezeichnungen, ganz wie im Reingrundrisse. Sie giebt überdies noch die Länge jeder Grenzlinie in Kettenfußen an, schwarz auf die Mitte derselben geschrieben, oder vermittelst eines Pfeiles darauf bezogen.

Jedes Grenzstück wird mit seiner eigenen Nordlinie versehen und durch Großbuchstaben mit der Fortsetzung in Verbindung gebracht. Auf jedem Blatte wird überschriftlich die Gemarkung und Gegend genannt von dem dargestellten Grenzstücke zum leichtern Auffinden.

Das Ganze kommt in einen derben Band mit Titelblatt, worauf ein völlig ausgeführter Maßstab nicht fehlen darf. Eben so könnten Jagdgrenzkarten gefertigt werden, bloß mittels freier Handzeichnung.

§. 295. Zeichnung der Bestandskarte.

Die Bestandskarte kommt wo möglich auf ein Blatt, ihr Maßstab ist die Hälfte von dem des Grundrisses, etwa $\frac{1}{10000}$ bis $\frac{1}{5000}$. Die äußern und innern Umrisse zu dieser Karte nimmt man vermittelst des Storchschnabels von dem Grundrißentwurfe und zeichnet alle diese Linien wie in dem Reingrundrisse, nur stärker hervortretend.

Die Berggehänge werden von den Aufnahmeblättern nur flüchtig mit dem Pinsel, oder mit Blei eingetragen. Zur weiteren Ausfüllung des ganzen Forstgrundes wird Farbe genommen, nämlich: für den vollen Holzbestand voller Farbenton und für alle Räumden und Blößen, deßgleichen für den Nichtholzboden, farbige Federzeichnung auf weißem Grunde.

Jede Holzgattung bekommt eine unterscheidende Farbe. Eichen, gelb; Buchen, braun; Ahorne, Eschen, Ulmen, zinnoberroth; Birken, karminroth; Erlen, blaugrün; Linden, Aspen, Weiden, Haseln u. dgl., gelbgrün; Fichten und Tannen, grüngrau; Kiefern und Lärchen, grau.

Für die bemerkenswerthen Zwischenbestände wird das Verhältnißmäßige ausgespart und mit der eignen Farbe angelegt.

Die verschiedenen Altersklassen der Waldbestände erhalten mit höherem Alter auch immer stärkeren Farbenton. Vorkommendes Oberholz wird mit den schon angegebenen Baumkronen farbig dargestellt, groß oder klein, dicht oder zerstreut, nach Maßgabe von Größe und Stellung.

Einzeln stehende Bäume werden farbig mit Schäften gezeichnet, Waldblößen mit grünen Rasenpunkten, oder Heidestricheln. Von den Forstnebengrundstücken: die Gärten grün; die Äcker braun; die Wiesen grün; die Wege braun; Sümpfe und Gewässer blau gestrichelt; Alles mit der schon bekannten Federzeichnung.

Die Inschrift ist wie auf dem Grundrisse, nur ohne Flächenzahlen. Der entworfene Hauungsplan wird mit zinnoberrothen Linien eingezeichnet, und zwar: die noch zu eröffnenden Loshiebe punktirt; der beabsichtigte Anhiebstand eines jeden Zeitabschnittes einfach gezogen; der Angriffstand, zu Anfang des zweiten Umtriebs doppelt gezogen. Dabei werden die Hauungsperioden mit römischen Ziffern angegeben, woran ein Pfeil die Hiebsfolge anzeigt.

Außerhalb des Forstgrundes ist weiter nichts zu zeichnen, als die nächsten Triften, Wege und Wohnplätze, die Mittagslinie, der herrschende Sturmstrich und etwa eine Zeichenerklärung.

§. 296. Zeichnung der Betriebskarte.

Der Maßstab ist das Viertel von dem des Grundrisses, etwa $\frac{1}{20000}$ bis $\frac{1}{10000}$, und die Umrisse werden vermittelst des Storchschnabels von dem Grundrißentwurfe entnommen. Meist können die abgelegenen Forststücke und das äußere Jagdrevier lagerecht mit angezeichnet werden. Nur bei zu großer Ausdehnung rückt man die einzelnen Stücke an den Hauptkörper mit gleicher Nordrichtung näher an und stellt auf demselben Blatte das Ganze in einem kleinen Plane zusammen dar.

Die Bergzeichnung wird grau mit dem Pinsel ausgeführt, weil sie sonst die Liniendarstellungen undeutlich machte. Man legt die Pinselstriche in die Böschungslinie und drückt durch ihre Schwärze die Stärke der Böschung aus, kreuzt auch wohl die abschüssigsten Partien.

Der zu vollem Holzbestande bestimmte Waldgrund wird mit Farbe übertragen, welche hier nun die eingerichtete Betriebsart bezeichnet, nämlich:

Hochwald von Eichen gelb, von Buchen braun, von Fichten grünlichgrau und von Kiefern grau; Alles wie die Farbe der Hauptholzarten. Gemischter Hochwald, gewöhnlich von Eichen, Birken, Buchen, Kiefern und Lärchen, graugrün.

Mittel- und Niederwald von Eichen, Birken u. dgl. gelbgrün; von Buchen mittelgrün; von Erlen, Päppeln, Weiden u. dgl. blaugrün.

Wo Oberholz gehalten werden soll, wie im Mittelwalde, zeichnet man farbige Baumkronen ein. Wo ein bleibender Zwischenbetrieb von Bedeutung mit eingeordnet ist, bekommt dessen Fläche ihre eigene Farbe, wenn auch eben keine Absonderung durch Linien Statt findet.

Den zu erstrebenden normalen Waldzustand stellt man durch die verschiedene Stärke des Farbentons dar. Die Bestandesflächen der ersten Zukunftsperiode nach eingetretener Bestandesordnung erhalten den dunkelsten und die der letzteren den lichtesten Farbenton. Die verschiedenen Übergänge von einem zum andern werden nur mit Bleilinien entworfen.

Aller andere Waldgrund und Forstnebengrund, der zu Plänterbetrieb oder Einzelholzzucht, oder zu Forstnebennutzungen bestimmt ist, wird farbig mit der Feder überzeichnet und mit dem Pinsel etwas nachgearbeitet, wie in der Bestandskarte.

Der ganze Außengrund bleibt, bis auf die Grenzen, farblos. Man zeichnet ihn, wie in den Anfnahmeblättern und so weit hinaus, als es zur Übersicht der nächsten Absatzbelegenheit und der äußern Jagdbezirke eben erforderlich ist.

Die verschiedenerlei Grenzen erhalten folgende Auszeichnung:

Landesgrenzen: Eine von Rund- und Strichpunkten zusammengesetzte, starke Linie, auf der äußeren Seite mit einem Karminband. Kreisgrenzen mit violettem, Amtsgrenzen mit hellblauem, Forstreviergrenzen mit grünem Pinsel-

striche an einer gestrichelten Linie. Bei allen, die Farbenbänder etwas breit und verwaschen.

Forstgrundeigenthum: an die ausgezogene Linie ein schmaler mennigrother Pinselstrich.

Jagdgrenze: an die gestrichelte Linie, bei hoher Jagd eine grüne, bei Niederjagd eine gelbe, bei voller Jagd eine grüne und gelbe Pinsellinie, ganz schmal angelegt und, wie die Grenze vom Forstgrunde, unverwaschen.

An alle Grenzen kommen die Farbenstriche auswärts, und wo die Grenze zweifelhaft oder streitig ist, werden Feder- und Pinselzug nur punktweise aufgetragen. Die wichtigere Grenzbezeichnung nimmt immer die minder wichtige mit in sich auf.

Übrigens bekommt diese Karte nächst dem Titel einen einfachen Maßstab, eine Mittagslinie, mit Sonne und Mond ganz leicht bezeichnet, eine Sturmlinie, mit blauem geschlängeltem Pfeile und eine Zeichenerklärung.

Muß die Verbindung der verschiedenen Forsttheile in einem kleinern Plane dargestellt werden, so kann dieser nur die Hauptgegenstände enthalten, wie eine topographische Karte. Auf solche Weise fertigt man wohl auch Plane von ganzen Oberforsten.

§. 297. Übung im Kartenzeichnen.

Ohne Karten ist weder ein richtiger, planmäßiger Waldbetrieb, noch eine rechte Wahrung der Forstgrenzen möglich. Der Gebrauch von Karten wird aber nur demjenigen geläufig, der sich im Kartenzeichnen geübt hat. Daher sollte jeder Forstmann, nicht nur zum Anfertigen, sondern auch zum Gebrauchen der erforderlichen Karten, das Kartenzeichnen, wenn auch nur einigermaßen, lernen und üben.

1) Zeichenbedarf: Zum Kartenzeichnen schafft man sich die besten Mittel an: Papier, das wenig schmutzt, die Farben nicht zu schnell, aber gleichmäßig annimmt und festhält, auch hinlänglich feine Federzeichnung gestattet; zarte Bleistifte, die weder zu hart noch zu weich sind; ausgesuchte Federn und gute, in der Spitze dicht zusammenschließende Pinsel von verschiedenerlei Größe; etliche Stücke feine Tuschfarben und zur Federzeichnung besonders festhaltende, schwarze Tusche.

2) Bleiarbeit: Der Bleistift wird zum Zeichnen spitzig geschnitten und auf rauhem Papiere geschärft. Das Entwerfen der Linienzeichnung wird oben angefangen und geschieht strichweise, als wollte man viele kleine Striche zu einem Ganzen an einander hängen. Dabei muß unter der Hand immer ein reines Papier liegen.

Fehlerhaft gemachte Züge streicht man einstweilen durch, oder wischt sie weg und entwirft anders. Überflüssiges Entwerfen und Wiederauswischen ist zu vermeiden; daher giebt man viele Züge bloß mit einzelnen Punkten an und zeichnet die Signaturen gar nicht vor.

Alle innere Bleizeichnung muß vor dem Farbenauftragen weggewischt werden, wofern man sie eben nicht bleibend erhalten will, weil Nässe die Bleilinien bindet. Man entwirft nicht Alles auf einmal, sondern führt vorzügliche Gegenstände erst weiter aus.

3) Federarbeit: Gute Federkiele erkennt man an der Reinheit und Härte und an der reifen abgestoßenen Spitze; sie werden zum Zeichnen in reichlichem Vorrathe scharf geschnitten, neuerlich auch durch Stahlfedern mehr oder minder ersetzt. Die Feder wird mittels eines Tuschpinsels gefüllt und jedes Mal geprobt, ehe man sie auf der Zeichnung wieder gebraucht. Zu feineren Zügen führt man sie mit der scharfen Seite und setzt behutsam Strich an Strich in Eins zusammen. Die Breite der Linien muß immer verhältnißmäßig sein und für gleiche Gegenstände gleich. Starke Linien und Striche werden zwar mit der vollen Feder aufgetragen, aber, nachdem sie trocken sind, so lange mit der scharfen Seite ausgearbeitet, bis sie gehörige Breite und Reinheit haben. Wo Farbenflächen mit starkgenäßtem Pinsel angelegt werden, ist die Federzeichnung später zu machen; wo dicke Farbe aufgetragen wird, früher. Schwärze und Reinheit der Federzeichnung erhöht die Schönheit der Karte.

Die Kartenschrift erfordert besondere Auswahl und Schönheit. Keine Mängel entdeckt das Auge des Beurtheilers leichter, als die der Schrift. Man gebraucht nach der Wichtigkeit und Größe des zu benennenden Gegenstandes lateinische Druckschrift

und englische Handschrift, größer und kleiner, stehend und liegend, voller oder dünner, gesperrter oder gedrängter, und vermeidet dabei jede überflüssige Zugverlängerung, sowohl bei Buchstaben, als bei Ziffern. Gleichwichtige Gegenstände erhalten durchgängig gleiche Schriftart und Größe.

Für jede schriftliche Bezeichnung muß ein angemessener Platz gewählt werden. Die Namen von größeren Flächen kommen mitten in dieselben; die von kleinen vollgezeichneten Gegenständen dicht daneben, ohne daß eine Verwechselung vorgehen kann, wo möglich rechts. Wo es angeht, wählt man dazu weniger bedeckte Stellen, nimmt gleich bei der Auszeichnung Rücksicht auf die Schrift und spart besondere Räume einstweilen für sie aus, damit die Schriftzüge frei und rein bleiben. Unnöthige Wörter sind zu vermeiden, noch mehr aber Schreibfehler.

Jede Schrift muß entweder mit dem unteren Kartenrande, oder mit der zu benennenden Linie gleichlaufen; nie darf sie mit dem Kopfe nach unten gekehrt sein. Zur Anlage der Schrift zieht man sich Parallelen und entwirft die Schriftzüge wohl mit feinem Bleistifte. Die Schrift selbst wird mehr gezeichnet als geschrieben und denen auf gut gestochenen Karten so viel als thulich nachgeahmt.

4) Pinselarbeit: Die Pinsel führt man paarweise an einem Stiele und sengt vorher die einzeln hervorstehenden Haare von der angefeuchteten Spitze ab. Größere Pinsel fassen mehr Farbe und sind daher vorzüglicher. Zum Farbeanreiben nimmt man ein ganz glattes Geschirr mit etwas reinem weichem Wasser und führt das Farbenstück ganz leicht. Zum Mischen reibt man jede Farbe besonders und nimmt dann mit dem Pinsel das Erforderliche zusammen. Angeriebene Farbe hält sich nicht lange rein. Beim Füllen des Pinsels rührt man die Farbe um, streicht das Überflüssige am Rande wieder ab und probt zum Farbenanlegen den Pinsel vorher erst auf Papier. Der andere Pinsel bleibt immer rein und angefeuchtet.

Zur Bergzeichnung mit dem Pinsel entwirft man zuvörderst die Absätze der Berggehänge mit wagerechten Bodenlinien und einzelnen, senkrecht von diesen ausgehenden Böschungsstrichen.

Nach dieser Richtung werden nun die Pinselstriche in gleichmäßiger Breite und Entfernung angelegt. Diese anfänglich etwas blaß gehaltene Anlage wird weiter hin mehrmal überarbeitet und überall, nach einem dazu gemachten Musterblatte, in den der Stärke jeder Böschung angemessenen Schatten gesetzt. Auf solche Art treten die Bergzeichnungen nach ihren Böschungsgraden beschattet, natürlich und schön hervor, ohne den andern Darstellungen zu schaden.

Soll eine ganze Fläche mit Farbe übertragen werden, so legt man mit dem hinlänglich gefüllten Pinsel zuerst an die geradeste, schmalste Seite einen Querstrich und führt von diesem die Farbe mit kurzen Pinselstrichen so schnell wie möglich hereinwärts in die Fläche, seitwärts immer etwas voraus, bis zu Ende. Auf eine schon etwas getrocknete Farbenfläche darf der Pinsel nicht wieder zurückkommen, und wo eben angelegt wird, darf kein Farbenrand trocknen, bevor man denselben fortsetzt. Deßhalb sucht man jede Stelle gleichmäßig mit Farbe zu übertragen und nach vorn mehr Nässe zu halten, die aber zuletzt aufgehen muß. Ist dies eben nicht der Fall, so zieht man hier die überflüssige Farbe mit dem Wasserpinsel ab, mit dem man auch die etwa überfahrnen Flecke zeitig abwäscht.

Übrigens müssen die Umgebungen einer anzulegenden Fläche ganz trocken sein, sonst fließt die Farbe hinüber. Ist zu besorgen, daß der Farbenton nicht gleichmäßig ausfällt, so überträgt man die Fläche vorher erst einmal ganz dünn. Die Farbenzeichnungen zu Grenzen, Wegen, Baumkronen u. dgl. werden mit stärkerer Farbe und weniger angefülltem Pinsel gemacht. Unter allen aufgetragenen Farben muß ein mildes Verhältniß herrschen, und die wichtigeren Gegenstände müssen gradweise hervortreten.

5) Einübung: Die beste Vorübung zum Kartenzeichnen ist langsames, mehr zeichnendes Schreiben der Kartenschriften. Hat man hierin einige Fertigkeit, so geht es an das Linienziehen mit Bleistift und Reißfeder und an das freie Linienzeichnen, was Alles am Grundrisse gut eingeübt werden kann. Hiernächst werden die einfachen Federzeichnungen der Bäume, Wiesen, Äcker, Gärten und Wüstungen zuerst einzeln und dann partien-

20 *

weise vorgenommen, wovon es zur Zeichnung der Wege, Grenzen, Gewässer, Wohnungen u. dgl. übergeht; immer erst einzeln und dann in Verbindung mit andern Gegenständen, zuerst im großen Maßstabe und dann im kleinen.

Demnächst lernt man auch das Farbenanlegen mit dem Pinsel, zuerst in Flächen mit geraden und dann mit winkeligen Umrissen, zuerst in einer Farbe und dann mit mehren Farben neben einander und in verschiedenem Tone, zuerst ohne Bäume und dann mit Bäumen. Nun kann man zur eigentlichen Pinselzeichnung übergehen und das Bergzeichnen fleißig üben. Hat man hierbei stets nach Genauigkeit und Sauberkeit getrachtet und die Handschrift mehr ausgebildet, so können nun erst vollständige Kartenzeichnungen vorgenommen werden.

§. 298. Verfahren beim Kartenzeichnen.

1) Vorrichtung: Zu geometrischen Zeichnungen wählt man ganz plattes, altes, völlig ausgetrocknetes, gleichmäßig dichtes und starkes Papier. Dieses hält sich am stetesten. Müssen Blätter zusammengestoßen werden, so schneidet man die mehr ausgedehnten Ränder ab, reibt die beiden Enden auf der Klebseite mit Bimsstein dünner, spannt sie unter Papierhalter und heftet das obere Blatt mit Mundleim so wenig naß als möglich auf. Nach erfolgter Bindung wendet man das Papier um und leimt den andern Blattrand eben so an. Sind auf beide Blätter Quadratnetze gezogen, so steckt man sie vorher mit Heftnadeln in den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkten genau zusammen und verfährt auf gleiche Weise; dann paßt Netz an Netz.

Zur Planzeichnung nimmt man das geeignete Papier ohne alle weitere Vorbereitung, wählt nur fehlerfreie Bogen aus, die sich gegen das Licht gehalten leicht zu erkennen geben. Bei feinern Arbeiten wird das Zeichenblatt, sobald der erste Entwurf darauf kopirt ist, ganz in Papier geschlagen; dann schneidet man da, wo eben gezeichnet werden soll, eine Öffnung in die Decke und verschließt diese nachher wieder mit untergeschobenem Papiere.

2) Entwurf: Für neue Kartenzeichnungen, zumal von

einiger Ausdehnung, macht man sich vorher einen flüchtigen Entwurf, um danach alle Anordnungen zweckmäßig treffen zu können. Die Figur muß auf das Zeichenblatt paßlich gelegt werden, daß auch für Titel, Maßstab und Zeichenerklärung der angemessene Raum bleibe. Die Richtung nach oben ist nicht gleichgültig. Gewöhnlich soll die Nordseite oben hin kommen; dies paßt aber nicht zur Schattenzeichnung. Besser wäre daher die Vorschrift: Norden rechts und Westen oben. Dabei gingen auch die Hiebsfolgen mehr nach oben. Der Forstwirth findet sich am besten in seine Karte, wenn diejenige Seite, von welcher er den Forst gewöhnlich besucht, unten liegt.

3) Folge der Arbeiten: Zuvörderst wird mit Blei entworfen, was zur weitern Bearbeitung eben nöthig ist, nämlich die Züge der Grenzen, Abtheilungen, Wege und die sonstigen Farbenumrisse. Alsdann legt man den Farbengrund an und fertigt die Bergzeichnung. Nun werden erst jene Linien, die sich unter dem nassen Pinsel nicht gehalten hätten, mit der Feder ausgezeichnet.

Hierauf beschreibt man das Innere der Karte, ehe die passenden Stellen dazu mit weitern Zeichnungen verdeckt werden. Dann folgen alle übrigen Federzeichnungen, schwarze und farbige, und endlich noch die starken Pinselzeichnungen. Bei Wegen, Flüssen u. dgl. wird die mit der Feder aufzutragende Farbe stärker genommen. Endlich zeichnet man im Äußern die Nordlinie, den Maßstab, den Titel und die Zeichenerklärung. Von letzterer sind die Rahmen früher zu entwerfen, damit die gebrauchten Farben sogleich mit angelegt werden können.

4) Zeichenfehler: Beim Kartenzeichnen muß man die größte Genauigkeit beobachten. Nie darf ein Fehler in der Karte gelassen werden. Hat man sich mit der Feder verzogen, oder mit dem Pinsel, und kann der fehlerhafte Flecken nicht auf frischer That mit dem Wasserpinsel abgewaschen werden: so muß derselbe stehen bleiben, bis zum Abputzen der Karte; denn das alsbaldige Radiren hat öfters weitere Unannehmlichkeiten zur Folge. Damit aber keiner dieser Fehler übersehen werde, führt man ein Verzeichniß darüber und berichtigt sie nachmals zusammen.

Jeder Flecken wird auf einer geeigneten Unterlage ausradirt; ist er breit, mit einer runden, ist er aber strichförmig, oder an einem bleibenden Striche befindlich, mit einer spitzigen, etwas dicken, scharfen, ganz leicht zu führenden Radirklinge. Das Papier darf dabei nicht aufgekratzt und muß mit Gummi nach gleicher Seite abgerieben werden. Die wunde Stelle läßt sich dann mit einer ganz scharfen, wenig gefüllten Feder, oder mit einem schwach angefeuchteten Farbenpinsel wieder in Stand setzen. Die dadurch hier und da entstehenden kleinen Unvollkommenheiten der Zeichnung verlieren sich in dem fertigen Ganzen, und man braucht wegen anfänglich gemachter Versehen die Arbeit eben nicht gleich zu verwerfen.

5) Fertigung: Nach Berichtigung der Fehler wird die Karte mit Gummi oder trockner Semmel abgeputzt. Dabei sind die lichteren Farbenstellen mehr zu schonen, die zu dunkel ausgefallenen Stellen aber stärker anzugreifen. Dann sind die vier Randlinien rechtwinkelig zu ziehen und danach die Seiten zu beschneiden.

Karten, die bloß zur Übersicht dienen, denen also ein Verziehen weniger schadet, zieht man der Dauer wegen nach vollendeter Zeichnung auf Leinwand. Hierzu wird die Rückseite der Zeichnung mit Kleister überstrichen, auf die vorher straff ausgespannte, trockne Leinwand von einer Seite herein niedergelassen und während deß von innen heraus aufgedrückt, ohne etwas zu beschmutzen, oder zu verwischen, alsdann nach erfolgter Abtrocknung abgenommen, beschnitten und zusammengerollt. Zur leichtern Führung wird die Zeichnung wohl auch in kleine gleiche Rechtecke geschnitten und stückweise aufgezogen, so daß das Ganze hernach in Taschenform zusammengeschlagen werden kann.

Dritte Abtheilung.

Forstliche Stereometrie.

§. 299. Körpermeßkunst.

Die Körpermeßkunst hat zu ihrem Gegenstande die Ausdehnung der Körper; sie erklärt die Eigenschaften dieser Ausdehnung überhaupt und lehrt, wie die vorkommenden Körperräume nach gewissen Formen ausgemessen und sonst bestimmt werden.

§. 300. Körperraum.

Stellt man sich eine Auf- oder Niederbewegung der Fläche vor, so bekommt man den Begriff von einem Körperraume. Dieser hat drei Ausdehnungen, nämlich Länge und Breite, welche die Fläche schon hatte, und Höhe oder Tiefe, welche durch die Bewegung der Fläche noch erzeugt wurde. Die Grenzen des Körpers sind Flächen; sie heißen Grund- und Seitenflächen und bilden gegenseitig Kanten und Ecken. Die Höhe wird senkrecht vom Grunde genommen.

§. 301. Körpermessung.

Die Messung der Körperräume ist nur mittelbar möglich nach den eben meßbaren äußern Ausdehnungen. Diese sind jedoch öfters so unregelmäßig, oder doch so schwierig und un-

sicher zu nehmen, daß eine eigentliche Ausmessung gar nicht Statt finden kann. In solchen Fällen bleibt kein anderes Mittel übrig, als die Körperräume nach wahrscheinlichen Gründen ungefähr zu bestimmen, oder zu schätzen. Bei jeder Körperinhaltermittelung hat man den erforderlichen Genauigkeitsgrad wohl zu beachten und sich gegen die unvermeidlichen Abweichungen, so wie gegen die vermeidlichen Fehler genügend zu sichern.

§. 302. Eintheilung der Körpermeßkunst.

Wir betrachten in der forstwirthschaftlichen Körpermeßkunst zuvörderst die allgemeinen Größenverhältnisse der stereometrischen Hülfskörper an bloßen Darstellungen, leiten davon die Berechnung derselben ab und wenden diese Grundkenntnisse zur Messung forstlicher Körper an, so weit es die Forstbenutzung zunächst erfordert. Die forstliche Stereometrie zerfällt demnach in drei Abtheilungen, nämlich in die Betrachtung, Berechnung und Messung der Körper.

I. Körperbetrachtung.

---

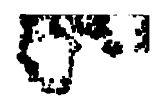
1. Größengleichheit verschiedener Körperformen.

§. 303. Forstliche Hülfskörper.

Bei dem Forstwesen kommen nur die säulenförmigen Körper, nämlich die Voll- und Spitzsäulen in Anwendung.

1) Die Vollsäulen oder prismatischen Körper haben in ihrer ganzen Höhe gleiche Stärke; ihr Raum könnte entstehen, wenn die ebene Grundfläche sich in immer gleicher Lage gerade aufwärts bewegte; in dieser Form ist stets die obere Grundfläche der untern gleich.

An dem eigentlichen Prisma oder der Ecksäule ist die Grundfläche eine geradlinige Figur, die mit jeder ihrer Seiten



ein Parallelogramm als Seitenfläche begründet, und wonach das Prisma drei-, vier- oder vielseitig genannt wird.

Hat das Prisma ein Parallelogramm zur Grundfläche, so heißt es noch besonders Parallelepipedum, Langwürfel; gewöhnlich ist dasselbe rechteckig. Sind die Grund- und Seitenflächen Quadrate, so wird der Körper Kubus oder Würfel genannt. Dieser hat wegen nothwendiger Gleichheit aller seiner Quadratseiten auch gleiche Länge, Breite und Höhe.

An dem Cylinder oder der Walze ist die Grundfläche ein Kreis, der in oben gedachter Aufbewegung mit dem Umfange die krumme Seitenfläche und mit dem Mittelpunkte die Achse durchlief.

2) Die Spitzsäulen oder Pyramiden endigen sich oben in einer Spitze, von der jede Gerade, die zum Umfange der Grundfläche geht, ganz in der Seitenfläche liegt. Die eigentliche Pyramide hat eine geradlinige Grundfläche und dreieckige Seitenflächen. An dem Kegel ist die Grundfläche ein Kreis, die Seitenfläche also krumm, und die Achse geht von der Spitze zur Mitte der Grundfläche.

3) Alle säulenförmigen Körper können mit Ausnahme des Würfels auch schief auf ihrem Grunde stehen; doch kommen sie meistens senkrecht in Betracht. Im senkrechten Cylinder und Kegel steht die Achse senkrecht auf der Grundfläche und ist zugleich die Höhe.

4) Zur Bestimmung des Körperinhaltes wählte man den Kubus, den einfachsten und fügbarsten Körperraum, der auch durch Zahlen am bequemsten ausgedrückt werden kann. Man denkt sich zur Einheit des Längenmaßes einen Würfel und nimmt denselben als Körpereinheit an.

§. 304. Gleichheit der Vollsäulen. Fig. 116.

1) In jeder Vollsäule sind alle mit dem Grunde parallel gelegten Querschnitte unter sich und den beiden Grundflächen gleich. Denn diese Querschnitte und die obere Grundfläche waren einmal, bei der oben gedachten Entstehung der Vollsäule, die untere Grundfläche selbst. Z. B. ABC bildete DEF wie GHI; eben so ist QR = ST = UV u. s. w.

2) **Alle Vollsäulen von gleichgroßer Grundfläche und gleicher Höhe sind gleichgroß.** Denn es gleichen sich gegenseitig alle, mit dem Grunde parallel gelegten Querschnitte DEF, KLM, ST, wie die Grundflächen, und also auch, wegen der gleichen Höhe, die ganzen Körperräume ABI, ABN, QRU. Diese Gleichheit findet Statt, die Vollsäulen mögen senkrecht, oder schief sein, eine geradlinige Figur, oder einen Kreis zur Grundfläche haben.

§. 305. **Gleichheit der Spitzsäulen.** Fig. 117.

1) **Jeder durch eine Spitzsäule mit dem Grunde parallel geführte Querschnitt ist der Grundfläche ähnlich.**

In der dreiseitigen Pyramide ABCD sei EFG parallel mit ABC und mithin jede Seitenfläche parallel zu ihrer Grundlinie durchschnitten;

daher DE : DA = DF : DB = DG : DC
also EF : AB = FG : BC = EG : AC } §. 147. 3.

folglich : △EFG ∾ △ABC (§. 149. 3.).

Daß dieses für alle mehrseitigen Pyramiden und für den Kegel gilt, ist leicht einzusehen. Denn auch der Kegel ACD kann durch Längenschnitte, wie DIB, DIb, von der Spitze zur Grundfläche in dreiseitige Pyramiden zerlegt werden, und in diesen sind alle Querschnittdreiecke, wie FHf, zusammen allen Grundflächendreiecken, wie BIb, zusammen ähnlich.

2) **In jeder Spitzsäule verhalten sich die mit dem Grunde parallel geführten Querschnitte und die Grundfläche zu einander, wie die Quadrate der zugehörigen Seitenkanten oder Höhen.**

Denn FG : BC = DG : DC = DH : DI (§. 147. 3.),
und $FG^2 : BC^2 = DG^2 : DC^2 = DH^2 : DI^2$ (§. 61. 5.),

also : $\triangle EFG : \triangle ABC = DG^2 : DC^2 = DH^2 : DI^2$ (§. 169. 1.).

3) **Spitzsäulen auf gleichgroßen Grundflächen und in gleicher Höhe sind gleichgroß.**

Man führe z. B. durch die Pyramide und durch den Kegel

ABCD in gleicher Höhe IH mit dem Grunde parallele Querschnitte, wie EFG: so sind diese Schnitte gleichgroß, weil sie ein und dasselbe Verhältniß zu den gleichen Grundflächen haben, nämlich $DI^2 : DH^2 = ABC : EFG$. Sind aber in zwei, oder mehren Spitzsäulen alle gleichhohen Querschnitte oder Stärken einander gleich, so können ihre Körperräume nicht ungleich sein.

§. 306. Die Spitzsäule ist $\frac{1}{3}$ der Vollsäule. Fig. 118.

1) **Jedes dreiseitige Prisma läßt sich in drei gleichgroße Pyramiden zerlegen.**

Von dem dreiseitigen Prisma ABCE theilt zuvörderst der Diagonalschnitt ABD eine Pyramide ABDC ab, welche die Grundfläche ABC und die Höhe des Prisma hat.

Von dem Körper ABDEF theilt hiernächst der Diagonalschnitt EDB eine zweite Pyramide EDBF ab, welche ebenfalls die Grundfläche DEF und die Höhe des Prisma hat, also der erstern gleich ist.

Die nun noch übrige dritte Pyramide ABED, mit der Grundfläche ABE und der Spitze D, ist der vorigen Pyramide EDBF gleich; denn beide haben (nun von der Seite betrachtet) gleiche Grundflächen ABE und BEF (§. 152. 1.) und gleiche Höhe, weil sie auch mit den Spitzen in D zusammenliegen.

2) Da nun von diesen drei gleichgroßen Pyramiden je eine mit dem Prisma gleiche Grundfläche und Höhe hat, so ist **jede dreiseitige Pyramide der dritte Theil eines dreiseitigen Prisma von derselben Grundfläche und Höhe.**

3) Da jede Spitzsäule, selbst der Kegel, von der Spitze aus **in dreiseitige Pyramiden zerfällt werden kann**, und jede der dritte Theil des zugehörigen Prisma ist: so müssen auch alle diese Pyramiden zusammen der dritte Theil sein, von allen gleichhohen Prismen zusammen, auf derselben Grundfläche. Es **ist daher jede Spitzsäule der dritte Theil einer Vollsäule von gleichgroßer Grundfläche und Höhe.**

2. Körperinhalt der Säulenformen.

§. 307. Körperinhalt ganzer Vollsäulen und Spitzsäulen. Fig. 119.

Das rechtwinkelige Parallelepipedum besteht aus so vielen Kubikeinheiten, als das Produkt der Grundflächenzahl mit der Höhenzahl beträgt.

Es sei ABCD ein rechtwinkeliges Parallelepipedum und abcd ein zur Körpereinheit dienender kleiner Kubus. Man denke sich zuerst die Grundfläche AC mit solchen kleinen Kubikmaßen völlig besetzt. Davon würden hier so viele Raum finden, als das Produkt beider Seiten AB × BC ausdrückt, oder was gleichviel ist, als die Grundfläche gleichnamige Quadratmaße enthält. Diese erste Schicht von Kubikmaßen nähme den Raum ABCE ein, und zur Ausfüllung des ganzen Körperraumes würden so viel solcher Schichten erforderlich sein, als AD das Längenmaß in sich enthält.

Wäre die Grundfläche 4′ lang und 3′ breit, so würden auf derselben 4 × 3 = 12 Kubikfuß stehen können; betrüge nun die Höhe 6′, so gingen in das ganze Parallelepipedum jene 12 Kubikfuße sechsmal über einander, und der ganze Raum desselben enthielt 12 × 6 = 72 Kubikfuße.

Man muß also hier die gesuchte Zahl des Kubikinhaltes herausbringen, wenn man die Zahl der Grundfläche mit der Höhenzahl, oder schlechthin die Grundfläche mit der Höhe multiplizirt. Daraus wird zugleich deutlich, was es heißt, eine Fläche mit einer Linie multipliziren.

Für andere Säulenformen ergiebt sich hiernach:

1) Der Inhalt des Würfels geht hervor, wenn man dessen Seite in die dritte Potenz erhebt; denn derselbe hat ein Quadrat zur Grundfläche und zugleich die Quadratseite zur Höhe. Ein Würfel, dessen Seite 10, oder 12 Längeneinheiten mißt, enthält $10^3 = 1000$, oder $12^3 = 1728$ Kubik-

einheiten. Die unbekannte Seite eines Würfels findet man dagegen in der Kubikwurzel aus dem gegebenen Würfelinhalte. Daher die Benennungen Kubikzahl und Kubikwurzel.

2) Jede Vollsäule, das Prisma sowohl, als die Walze, sie mag senkrecht, oder schief sein, besteht aus so vielen Kubikeinheiten, als das Produkt der Grundfläche mit der Höhe beträgt. Denn jede ist so groß, als ein rechtwinkeliges Parallelepipedum von derselben Grundfläche und Höhe (§. 304. 2.). Bezeichnet man im Allgemeinen die Grundfläche mit G und die Höhe mit H, so ist der Inhalt jeder Vollsäule = G × H.

3) Jede Spitzsäule, die Pyramide sowohl, als der Kegel, besteht aus einem Drittel der Kubikeinheiten von dem Produkte der Grundfläche mit der Höhe (§. 306.); ihr Inhalt ist daher im Allgemeinen $\frac{G \times H}{3}$.

§. 308. Körperinhalt besonderer Säulenstücke. Fig. 120. 121. 117.

Von den säulenförmigen Körpern haben wir noch einige Stücke besonders zu betrachten.

1) Fig. 120. Die schräg abgeschnittene Walze, z. B. PQRS, hat zum Inhalte das Produkt der Grundfläche mit der Mittelhöhe $mn = \frac{PR + QS}{2}$. Denn denkt man sich durch die Mitte der schrägen Abschnittsfläche eine wagerechte Querfläche, so ergänzt das oben darüber abgefallene Stück den darunter befindlichen leeren Raum.

2) Fig. 121. Der Cylinderring AaDd oder das Röhrenstück hat zum Inhalte den Unterschied des vollen und des hohlen Walzenraums, nämlich ABCD — abcd.

3) Fig. 117. Die abgestumpfte Spitzsäule ABCEFG entsteht, wenn die Spitze parallel mit der Grundfläche abgeschnitten wird. Der Inhalt des abgestumpften Stückes ist der Unterschied von dem Ganzen und der abgeschnittenen Spitze, nämlich ABCD — EFGD.

3. Körperverhältniß der Säulenformen.

§. 309. Körperverhältniß der Säulenformen überhaupt.

Die Vollsäulen verhalten sich wie die Produkte aus ihren Grundflächen und Höhen.

Man bezeichne von zwei Vollsäulen den Inhalt mit M und m, die Grundfläche mit G und g, die Höhe mit H und h, dann ist

$$\left.\begin{aligned} M &= G \times H \\ m &= g \times h \end{aligned}\right\} \text{nach §. 307. 2.}$$

Folglich $M : m = G \times H : g \times h$.

Hieraus folgt weiter:

1) Zwei Vollsäulen von gleicher Grundfläche verhalten sich wie ihre Höhen.

Ist $M : m = G \times H : g \times h$ und nach der Voraussetzung $G = g$, so ist auch $M : m = H : h$ (§. 61. 2.).

2) Bei gleichen Höhen verhalten sich die Vollsäulen wie ihre Grundflächen, und sind diese ähnlich, auch wie die Quadrate gleichliegender Seiten der Grundflächen. Ist nämlich in obiger Proportion $H = h$, so ist eben sowohl $M : m = G : g$ und $G : g = D^2 : d^2$, wenn D und d gleichliegende Linien ähnlicher Grundflächen bezeichnen (§. 169.).

3) Zwei Walzen m und M von gleicher Höhe verhalten sich daher, wie die Quadrate ihrer Durchmesser d und D, oder Umfänge u und U; nämlich:

$$u^2 : U^2 = m : M.$$

Daraus ergiebt sich auch nach §. 61. 3.,

$$u^2 : U^2 - u^2 = m : M - m,$$

ein Verhältniß der Zuwachsberechnung.

4) Alle Spitzsäulen verhalten sich, als die Drittel der Vollsäulen, eben auch wie diese, nämlich

wie die Produkte aus ihren Grundflächen und Höhen, oder bei gleichen Grundflächen, wie die Höhen, und bei gleichen Höhen, wie die Grundflächen.

§. 310. Körperverhältniß ähnlicher Säulen.

Fig. 122.

Ähnliche Vollsäulen verhalten sich, wie die Würfel gleichliegender Linien.

Zur Ähnlichkeit zweier Körper gehört, daß beiderseits die Grund- und Seitenflächen ähnliche Figuren sind, wobei alle gleichliegenden Seiten und andern Linien gleiche Neigung und einerlei Verhältniß haben.

Stellen ABCD und abcd zwei ähnliche Vollsäulen vor, so verhalten sie sich, ihrem Inhalte nach, wie $G \times H : g \times h$ (§. 309.). Nun ist wegen der Ähnlichkeit beider Grundflächen und der Proportionalität aller Seiten und Linien:

$$G : g = AC^2 : ac^2 \text{ (§. 169.)},$$
$$H : h = AC : ac.$$

Mithin $G \times H : g \times h = AC^3 : ac^3 = H^3 : h^3$ (§. 61. 4.).

Hieraus folgt:

1) Ähnliche Prismen verhalten sich, wie die Würfel ihrer Höhen oder gleichliegenden Seiten.

2) Ähnliche Walzen verhalten sich, wie die Würfel ihrer Durchmesser, Umfänge, Höhen u. s. w. Bezeichnet man die Walzen mit m und M, die Umfänge mit u und U, so ist

$$u^3 : U^3 = m : M,$$

und für die Zuwachsberechnung (n. §. 61. 3.)

$$u^3 : U^3 - u^3 = m : M - m.$$

3) Auch müssen sich ähnliche Pyramiden und ähnliche Kegel verhalten, wie die Würfel ihrer gleichliegenden Linien.

II. Körperberechnung.

1. Ausrechnung des Körperinhaltes.

§. 311. Körpermaß.

Das Grundmaß der forstlichen Körper ist der Körperfuß, auch Kubikfuß genannt, ein Würfel von einfußiger Länge, Breite und Höhe. Gewöhnlich bestimmt man den Körperinhalt nach Werkmaß.

Der Körperfuß im Werkmaße ist ein Würfel, dessen Seite 12 Längenzolle, dessen Grundfläche 12 × 12 = 144 Quadratzolle und dessen ganzer Raum 12 × 12 × 12 = 1728 Kubikzolle enthält. Eben so besteht jeder Körperzoll dieses Maßes aus 1728 Körperlinien. Bei Zehntelmaß hat die Körperruthe 10^3 = 1000 Körperfuß, dieser 1000 Körperzoll u. s. w. Die Körperruthe enthält auch, je nachdem die Längenruthe zusammengesetzt ist aus 12, 16 oder n Werkfußen, 12^3, 16^3, überhaupt n^3 Körperfuß. Diese Eintheilung folgt aus §. 307. I.

Zwar gewährte das zehntheilige Körpermaß erhebliche Rechnungsvortheile; indessen erleichtert man sich den Gebrauch des für den Verkehr viel geeignetern, zwölftheiligen Werkmaßes durch Tafeln, oder durch Formeln, worin alle Faktoren von 12 im voraus gehoben sind.

Das Körpermaß bezeichnet man übrigens eben so, wie das Längenmaß; nur kommt zur Unterscheidung noch ein c hinzu. 53155 Körperzolle im Zwölftelmaße sind 30 c′ 1315 c″. Wo bei einer Körpergröße die Art des Maßes nicht angegeben ist, versteht man immer Werkmaß darunter.

§. 312. Körperausrechnung überhaupt.

Die rohen, mehr natürlichen Körper, besonders die vom Holzwuchse, sind keineswegs ganz stereometrisch geformt; doch

fällt es nicht schwer, ihren Körperinhalt näherungsweise so genau zu bestimmen, als es die wirthschaftlichen Zwecke nur irgend fordern.

Da man zur Ausmittelung des Körperinhaltes in den innern Körperraum eine paßliche Körpereinheit nicht einsetzen kann, wie wir es uns oben vorstellten: so muß der Inhalt nach äußern Ausdehnungen, meist nach der Grundfläche und Höhe, ausgerechnet werden. Bei allen säulenförmigen Körpern nehmen wir in der Berechnung die mittlere Länge als Höhe und den durch die Längenlinie des Körpers senkrecht gelegten, vollen Querschnitt als Grundfläche an. Bisweilen ist auch die Körperoberfläche mit auszurechnen.

Zur Ausrechnung der Holzkörpergehalte wird gewöhnlich die Stärke in Zollen und die Länge in Fußen ausgedrückt.

§. 313. Berechnung des Prisma.

Der Körperinhalt des Prisma wird ausgerechnet, wenn man die Grundflächenzahl mit der gleichbenannten Höhenzahl multiplizirt; das Produkt ist der Inhalt in gleichbenannten Körpereinheiten (§. 307. 2.).

1) Ein Parallelepipedum oder Balkenstück habe zur Grundfläche ein Rechteck von 18 und 14 Zoll in den Seiten und zur Höhe 24 Fuß.

Der Körperinhalt ist im Werkmaße: $\frac{18 \times 14}{144} \times 24 = 42\,c'$.

Denn die Grundfläche enthält $18 \times 14 = 252\,q''$; diese durch 144 in Quadratfuße verwandelt, um sie mit der Höhenzahl in gleiche Benennung zu bringen, giebt $\frac{252}{144} = 1{,}75\,q'$. Eben so viel Kubikfuße gehen nun in jede fußhohe Schicht; also enhielt das ganze Stück $1{,}75 \times 24 = 42\,c'$. Dasselbe müßte herauskommen, wenn man nicht anfänglich, sondern zuletzt durch 144 dividirte; denn $\frac{18 \times 14}{144} \times 24 = \frac{18 \times 14 \times 24}{144} = 42$.

Wäre die Höhe in Zollen gegeben, so multiplizirte man sogleich damit, ohne erst durch 144 zu dividiren. Das Produkt

messers **Quadrat** mit 0,0054541, oder des **Umfangs Quadrat** mit 0,0005526 und in jedem Falle noch mit der **Höhenzahl.**

Obige Walze von 18 Zoll im Durchmesser und 25 Fuß in der Höhe enthielt hiernach: $18^2 \times 25 \times 0{,}0054541 = 44{,}17$ c′.

Die andere von 60″U und 30′H hätte $60^2 \times 30 \times 0{,}0005526 = 59{,}68$ c′.

Der kleine Unterschied zwischen diesen und den obigen Ergebnissen rührt von verschiedener Genauigkeit des eben angenommenen Kreisverhältnisses her.

3) Die letztere Ausrechnung des Walzeninhaltes kann noch mehr abgekürzt werden. Man könnte zuerst für die beiden beständigen Faktoren 0,0054541 und 0,0005526 nur 0,0055 und 0,00055 gebrauchen, wodurch beide Rechnungen mehr Übereinstimmung bekämen. Damit rechnete man die letztern Fälle, wie folgt:

```
    18 = D                 60 = U
    18                     60
   ----                  -----
   144                   3600
    18                     30 = H
   ----                 ------
   324                  108000
    25 = H                55
  -----                -------
  1620                  540000
  648                   540
  -----               ---------
  8100                 59,4....c′.
  55
 ------
  40500
  405
 ------
 44,55..c′.
```

Diese neuen Faktoren 55 sind aber nicht ganz genau, obschon sie die, dem Gebrauche des Durchmessers und Umfangs eigenen Abweichungen einigermaßen heben. Ihre Produkte können jedoch berichtigt werden, wenn man beim erstern das Zuviel wieder hinwegnimmt und beim andern das Zuwenig noch hinzulegt.

a) Bei dem ersten Faktor, **für die Ausrechnung nach dem Durchmesser,** schnitt man hinten 541 ab und gab da-

für der letztern Stelle 1 mehr. Dadurch ist die hintere 5 in dem neuen Faktor um 0,459 ihrer Einheit, also etwa um 0,1 ihres ganzen Werthes zu groß geworden. Deßhalb muß auch ihr Produkttheil um 0,1 zu groß ausfallen. Dieses kann aber leicht berichtigt werden, wenn man den zehnten Theil davon wieder abzieht.

Vorhin war 4,05 das Produkt der hintern 5, ein Zehntel davon ist 0,405. Man dürfte also nur denselben Produkttheil um eine Stelle weiter rechts darunter setzen und abziehen. Dies brauchte jedoch erst an dem Hauptprodukte zu geschehen, wie folgende berichtigte Stelle aus jener Rechnung zeigt:

```
             8100
              55
           --------
             405..
            405
          ---------
            44,5500.
Davon abgezogen   0,405, wegen der Berichtigung.
        Bleibt: 44,145 c', als berichtigter Inhalt.
```

b) Bei dem andern Faktor, für die Ausrechnung nach dem Umfange, schnitt man die hintere 26 ab; dadurch fehlt der letztern 5 etwa 0,25 ihrer Einheit, also ein halbes Zehntel ihres ganzen Werthes. Deßhalb ist der Produkttheil von ihr um ein halbes Zehntel zu klein. Um denselben zu berichtigen, müßte man das Fehlende dazu legen.

Oben war 5,40 . . . dies Produkt der hintern 5. Das halbe Zehntel desselben wird gefunden, wenn man das Komma eine Stelle vorrückt und von dieser Zahl die Hälfte nimmt; es ist 0,27. Man dürfte also zur Berichtigung jenes Produkttheiles nur, die Hälfte seiner Zahlen um eine Stelle weiter rechts darunter setzen und hinzuzählen. Dies könnte auch erst, wie in dem folgenden Ansatze, am Hauptprodukte geschehen.

```
           108000
             55
          --------
           540000
          540
         ---------
           59,40.
Dazu addirt  0,27, wegen der Berichtigung.
     Giebt: 59,67 c', als berichtigten Inhalt.
```

c) Noch mehr wird diese Rechnung abgekürzt, wenn man das besondere Multipliziren mit 5 ganz vermeidet und dafür bloß den Multiplikanden nach Hinzusetzung einer Null halbirt; denn $5 = \frac{10}{2}$ und $108 \times 5 = \frac{108 \times 10}{2} = \frac{1080}{2} = 540$.

Verrichtete man diese Multiplikation mit $\frac{10}{2}$ gleich anfänglich an einem geeigneten Faktor, so ergäbe schon die Multiplikation der genommenen Walzenmaße jenen Produkttheil einer 5, hier 540. Diese Zahl wäre dann, als Produkttheil der andern 5, um eine Stelle fortgerückt, noch unterzusetzen und zu addiren.

Die obige Rechnung mittels des Umfangs würde sich hiernach auf folgende Weise vereinfachen lassen:

```
   60 Umfang.
  300, wegen der Multiplikation mit 10/2
 18000
   30 Höhe
 540000
  540000
    27000 Berichtigung.
 59,67 c' Inhalt.
```

Man erhielt hier in 540000 unmittelbar das Produkt der einen 5, setzte das der andern 5 um eine Stelle weiter rechts, als wäre von vorn multiplizirt worden, und nahm nun die Berichtigung nach dem untern Produkte der hintern 5 vor.

Die obige Rechnung mit dem Durchmesser gestaltet sich hiernach:

```
   18 Durchmesser.
   90, wegen der Multiplikation mit 10/2
 1620
   25 Höhe.
 8100
 324
 40500
  40500
 44,5500
    405 Berichtigung.
 44,145 c' Inhalt.
```

Die anfänglich durch das Multipliziren mit $\frac{10}{2}$ hinzukommende Null braucht man übrigens gar nicht beizubehalten, wenn am Endprodukte eine Stelle weniger abgeschnitten wird. Auch in der weiteren Rechnung mag man die hintern Nullen vernachlässigen, weil aus den Maßen der Walze schon zu entnehmen ist, welche Zahlstellen ganze Kubikfuße bedeuten.

Dies giebt uns für die Ausrechnung des Walzeninhaltes mit Werkmaß, in Fällen, wo man eben keine Tafeln zur Hand hat, folgende Regel:

Man nehme des Durchmessers oder des Umfangs Zollzahl zweimal, dazu der Länge Fußzahl einmal, und multiplizire diese drei Faktoren, nachdem der schicklichste davon halbirt worden ist. Das dadurch erhaltene Produkt setze man nochmals, eine Stelle weiter rechts gerückt, unter, zähle so beide zusammen und schneide von der Summe beim Gebrauche des Durchmessers drei, und bei dem des Umfangs, vier Stellen rechts ab. Diese Zahl giebt den Inhalt in Körperfußen schon ziemlich genau. — Will man denselben genauer haben, so muß die vorletzte Zahl (der schon einmal fortgesetzte Produkttheil) noch um eine Stelle rechts gerückt, beim Durchmesser ganz abgezogen, beim Umfange aber halb hinzu gezählt werden.

4) Die Oberfläche der senkrechten Walze besteht aus den zwei gleichen kreisförmigen Grundflächen und der Seitenfläche, welche abgerollt ein Parallelogramm ist, das den Umfang und die Höhe der Walze zum Maße hat.

An einer Walze von 60 Zoll oder 5 Fuß Umfang und 30 Fuß Höhe enthält die Oberfläche:

in den beiden Grundflächen:	1,989 × 2 =	3,978 q′,
in der Seitenfläche:	5 × 30 =	150 ».
Zusammen:		153,978 q′.

§. 315. Berechnung der Pyramide. Fig. 117.

Der Körperinhalt der Pyramide wird ausgerechnet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe

multiplizirt und von dem Produkte ein Drittel nimmt (§. 307. 3.).

1) Hätte eine Pyramide zur Grundfläche ein Quadrat von 16 × 16″ und zur Höhe 60′, so enthielt sie $\frac{16 \times 16}{144} \times \frac{60}{3} =$ 35,55 c′. Die Grundfläche ist nämlich 16 × 16 = 256 q″; diese müßte durch 144 in $\frac{256}{144}$ = 1,77 q′ verwandelt und noch mit einem Drittel der Höhe, nämlich mit $\frac{60}{3}$ = 20′ multiplizirt werden, was obigen Inhalt giebt.

2) Fig. 117. Wäre eine Pyramide mit der Grundfläche parallel abgestumpft, so hätte man zur Inhaltberechnung zuvörderst die Höhe HD der abgeschnittenen Spitze zu suchen.

Es sei CID ein senkrechter Längenschnitt, darin DI und GK senkrecht zu IC und HG, so verhält sich, weil △CID ∾ △CKG ∾ △GHD:

CK : GH = KG : HD (§. 147.)
oder CI — GH : GH = IH : HD.

Es sei auch der Schnitt BID senkrecht, und somit das △FHG ∾ dem △BIC (§. 305.), so verhält sich weiter

CI — GH : GH = CB — GF : GF;
folglich ist: CB — GF : GF = IH : HD.

Nach dieser Proportion ergiebt sich das abgeschnittene Höhenstück HD. Nun sucht man die ganze Höhe ID = IH + HD, berechnet dann, wie schon bekannt, die ganze Pyramide, hierauf die abgeschnittene Spitze und zieht diese von dem Ganzen ab (§. 308. 3.).

3) Die Oberfläche der Pyramide besteht aus der Grundfläche und aus so vielen Seitendreiecken, als der Grund Seiten hat. An der abgestumpften Pyramide sind die Seitenflächen Trapeze. Meist finden sich die Seitenkanten, die Höhen der Seitenflächen und die Pyramidenhöhe nicht erheblich von einander verschieden.

§. 316. Kegelberechnung.

Um den Körperinhalt des Kegels auszurechnen, muß man die Grundfläche mit der Höhe multipli-

ziren und das Produkt ebenfalls durch 3 theilen (§. 307. 3.).

1) Man berechnet den Inhalt des Kegels am bequemsten wie den der Walze und theilt dabei nicht erst das Produkt, sondern anfänglich gleich einen der Faktoren, sofern einer durch 3 theilbar ist. Die Berichtigung bleibt übrigens dieselbe.

Hätte z. B. ein Kegel A, 24″ D und 30′ H; ein anderer B, 84″ U und 20′ H:

A.		B.	
24	= D	84	= U
12	= $\frac{D}{2}$	14	= $\frac{U}{2 \times 3}$
48		336	
24		84	
288		1176	
10	= $\frac{H}{3}$	20	= H
2880		23520	
2880		23520	
31,680		+ 1176	Berichtigung
— 288	Berichtigung	25,9896 c′.	
31,392 c′.			

Wer hiernach nicht rechnen will, der kann den weitläufigern Weg einschlagen und zuerst (n. §. 314. 1.) die Grundfläche ausrechnen, die dafür gefundenen Quadratzolle in Fuße verwandeln, dann mit der Höhe multipliziren und endlich durch 3 dividiren.

2) Die Inhaltsberechnung des abgestumpften Kegels kann auch, wie die der abgestumpften Pyramide, mit vier besondern Ansätzen gemacht werden. Man sucht zuerst das fehlende Höhenstück h, hierauf den Inhalt der fehlenden Kegelspitze, alsdann den ganzen Kegelinhalt und zieht endlich von diesem die Spitze ab.

Hierbei können unmittelbar gemessen werden: die Durchmesser D und d oder die Umfänge U und u beider Grundflächen und die Höhe H — h des abgestumpften Kegels. Zur Auffindung des abgeschnittenen Höhenstückes h braucht man ganz dieselben Verhältnisse wieder, wie bei der Pyramide, nämlich:

$$D - d : d \text{ oder } U - u : u = H - h : h;$$

Worten. Es verhält sich der Unterschied des untern und obern Durchmessers zum obern Durchmesser, oder der Unterschied des untern und obern Umfangs zum obern Umfang, wie die Höhe des abgestumpften Kegels zu dem fehlenden Höhenstücke.

Wir wollen z. B. annehmen, ein abgestumpfter Kegel habe zum untern Umfang 84″ und zum obern 21″ und sei 15′ hoch. Hier wird zuerst die Höhe h der abgeschnittenen Spitze gesucht nach der Proportion:

$$84 - 21 : 21 = 15 : h \text{ und } h = \frac{21 \times 15}{84 - 21} = 5'.$$

Die ganze Kegelhöhe H ist somit 15 + 5 = 20′.

Nun rechnen wir von der fehlenden Spitze und von dem ganzen Kegel den Inhalt nach unserer Regel aus. Die Spitze hat 21″ U und 5′ h

$$\begin{array}{r l} 21 & = U \\ 7 & = \frac{U}{3} \\ \hline 147 & \\ 5 & = h \\ \hline 735; & \text{dies halbirt} \\ \hline 367{,}5 & \\ 36\,7 & \\ +\,1\,8 & \text{Berichtigung.} \\ \hline 0{,}406 & c'. \end{array}$$

Der ganze Kegel von 84″ U 20′ H hält: 25,989 c′.
Die fehlende Spitze hält: 0,406 c′.
Mithin bleibt für das untere Stück: 25,583 c′.

3) Obgleich diese Ausrechnung des abgestumpften Kegels eben nicht schwer ist, so hat man sich doch vielfältig mit einem leichtern, aber unrichtigen Verfahren zu behelfen gesucht. Man hat nämlich aus den beiden Durchmesser- oder Umfangstärken das Mittel genommen und hiernach eine gleichhohe Walze berechnet, wie folgt:

Oberer Umfang 21″.
Unterer Umfang 84″.
Mittelumfang $\frac{105}{2}$ = 52,5″.

Eine Walze von diesem Mittelumfang und 15′ Höhe hält

22,84 c′ und ist gegen den oben gefundenen, richtigen Inhalt des abgestumpften Kegels um 25,58 — 22,84 = 2,74 c′ zu klein.

Der Fehler dieses Verfahrens steht in gewissem Verhältnisse mit den Ausdehnungen des Kegels und kann berichtigt werden. An dem wirklichen Inhalt fehlt nämlich, aus hier zu übergehenden Gründen, ein Kegel, dessen Durchmesser, oder Umfang der halbe Unterschied des untern und obern Durchmessers, oder Umfangs, und dessen Höhe die des abgekürzten Kegels ist. Diesen Berichtigungskegel, der für das vorige Beispiel zum Umfang $\frac{84-21}{2} = 31{,}5''$ und zur Höhe 15′ hat, könnte man zur Probe ausrechnen; dessen Inhalt 2,74 c′ ergänzt genau die fragliche Walze. Hieraus folgt noch eine andere Regel zur Inhaltberechnung des abgestumpften Kegels:

Zu dem Inhalte einer Walze von derselben mittlern Stärke und derselben Höhe addire man noch den Inhalt eines Kegels, dessen Durchmesser oder Umfang der halbe Unterschied beider Durchmesser oder Umfänge und dessen Höhe die Höhe des abgekürzten Kegels ist.

4) Die Oberfläche des senkrechten Kegels besteht aus der Grundfläche und einer krummen Seitenfläche, die abgerollt einem Kreisausschnitte gleicht, dessen Bogen der Umfang und dessen Halbmesser die Seite des Kegels ist. An dem abgekürzten Kegel ist die krumme Oberfläche der Ausschnitt eines Kreisringes. Selten findet sich die Seite des Kegels von der eigentlichen Höhe erheblich verschieden.

§. 317. Kugelberechnung.

Die Kugel wird nie ein Gegenstand der forstlichen Meßkunst; wir berühren daher ihre Ausrechnung nur wegen ihres merkwürdigen Verhältnisses zu der Walze und dem Kegel. Der Kugelraum wird gedacht als eine Zusammensetzung unzählig kleiner Pyramiden, die alle mit ihren Spitzen im Mittelpunkte der Kugel vereint liegen, deren Grundflächen zusammengenom-

men die Kugeloberfläche ausmachen und deren Höhe der Kugelhalbmesser ist. Die Oberfläche der Kugel gleicht aber dem vierfachen größten Kugelkreise.

Um also eine Kugel auszurechnen, sucht man nach ihrem Durchmesser die Fläche des größten Kreises, nimmt diesen vier mal, als die Kugeloberfläche oder gesammte Grundfläche der gedachten Pyramiden, die den Kugelhalbmesser zur Höhe haben, und multiplizirt diese Grundfläche mit dem Drittel vom Halbmesser, oder dem Sechstel des Kugeldurchmessers.

Bezeichnen wir den Kugeldurchmesser mit D, so ist der Kugelinhalt:

$$0{,}7854 \times D^2 \times 4 \times \frac{D}{6} = 0{,}7854 \times D^3 \times \tfrac{2}{3}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem Inhalte der Walze von einerlei Durchmesser und Höhe, worin also D anstatt H gesetzt werden kann, nämlich:

$$0{,}7854 \times D^2 \times D = 0{,}7854 \times D^3;$$

deßgleichen noch mit dem Inhalte eines solchen Kegels,

$$0{,}7854 \times D^2 \times \tfrac{1}{3}D = 0{,}7854 \times D^3 \times \tfrac{1}{3}:$$

so finden wir in diesen allgemeinen Inhaltszahlen das Verhältniß von Walze, Kugel und Kegel $= 1 : \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$, und ersehen daraus, daß bei einerlei Durchmesser und Höhe die Kugel $\frac{2}{3}$ und der Kegel $\frac{1}{3}$ von der Walze enthält.

§. 318. Berechnungen mittels ähnlicher Körper.

Aus dem Seitenverhältnisse zweier ähnlicher Körper und dem Inhalte des einen kann der Inhalt des andern gefunden werden.

Beide verhalten sich wie die Würfel ihrer gleichliegenden Linien (§. 310.). Bezeichnen z. B. m und M zwei ähnliche Walzen, u und U ihre Umfänge, dann ist

$$u^3 : U^3 = m : M.$$

Setzen wir nun von m den Umfang 60″, die Höhe 75′, also den Inhalt 149,17 c′, und von M den Umfang 64″, so ist

$$60^3 : 64^3 = 149{,}17 : M \text{ und}$$

$$M = \frac{149{,}17 \times 64^3}{60^3} = 181 \text{ c}'.$$

Dasselbe kommt auch heraus, wenn man für die größere Walze M die verhältnißmäßige Höhe nach 60 : 64 = 75 : H sucht (diese ist 80′) und dann den Inhalt wie gewöhnlich ausrechnet.

Da sich ferner verhält

$$u^s : U^s - u^s = m : M - m \text{ (§. 61. 3.)},$$

so könnte hiernach auch der Unterschied M — m gefunden werden. Aus dem Ansatze

$$60^3 : 64^3 - 60^3 = 149{,}17 : M - m$$

würde hervorgehen

$$M - m = \frac{64^3 - 60^3}{60^3} \times 149{,}17 = 32 \text{ c}'.$$

Eine sehr nutzbare Anwendung hiervon macht die Zuwachsberechnung (§. 356.).

2. Theilung der Säulenformen.

§. 319. Theilung der Vollsäulen. Fig. 123.

Die Theilung forstlicher Prismen- und Walzenkörper geschieht durch Querschnitte und Längenschnitte. Jene treffen die Achse oder Längenlinie senkrecht, diese sind gleichlaufend mit derselben.

1) Theilung durch Querschnitte: Man theilt nur die Länge der Bestimmung gemäß und legt in jeden Theilpunkt einen Querschnitt. Denn die gleichstarken Säulenstücke verhalten sich wie ihre Höhen oder Längen (§. 309. 1.).

Um von einer Vollsäule ein Längenstück abzuschneiden, dessen Inhalt bestimmt ist, dividirt man den verlangten Inhalt durch die Grundfläche und findet so die Länge des abzuschneidenden Stückes. Denn das Stück M ist gleich G × H (§. 307. 2.);

also $\frac{M}{G} = H$. Eben so wäre, nach $\frac{M}{H} = G$, zu Inhalt und Höhe einer Vollsäule die Grundfläche zu finden.

2) Fig. 123. Die Theilung durch Längenschnitte wird auf der Grundfläche vorgezeichnet, meist rechteckig. Öfters ist die Grundfläche schon ein Rechteck, oder es wird zuvor in derselben ein Hauptrechteck verzeichnet, von dessen Seiten aus man die weitere Theilung vornimmt.

Ist die Grundfläche ein Kreis, so muß man bestimmen können, was für Rechtecke darin Statt finden. Setzt man in den Halbmesser BC als Hypothenuse ein rechtwinkeliges Dreieck ABC, so sind dessen Katheten die Hälften beider Seiten eines in den Kreis zu beschreibenden Rechteckes. Denn $AB = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}DE$ und $AC = BG = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}FE$.

Die beiden Katheten BA und AC hängen immer von einander ab; wie die eine abnimmt, wird die andere größer. Keine kann so groß werden, als der Halbmesser, sonst verschwindet die andere. Sind beide gleich, so ist das von ihnen bestimmte Rechteck BDEF ein im Kreise beschriebenes Quadrat.

Da übrigens $BC^2 = CA^2 + AB^2$ und $BC^2 - AB^2 = CA^2$, so ist bei bekanntem Halbmesser immer eine Seite durch die andere gegeben. Hielt der Halbmesser BC 5″ und sollte die Seite AB 4″ bekommen, so fände man die dritte AC durch den Ansatz:

$$AC^2 = 5^2 - 4^2 \text{ (§. 165.) und}$$
$$AC = \sqrt{(25 - 16)} = \sqrt{9} = 3''.$$

Das dadurch bestimmte Rechteck BDEF in einem Kreise von 5″ Halbmesser oder 10″ Durchmesser hätte zu seinen Seiten 2×4 und 2×3 oder 8″ und 6″.

Wäre in demselben Kreise AB = AC und BC = 10, also $AB^2 + AC^2 = 10^2$, so wäre auch

$$\frac{AB^2 + AC^2}{2} = AB^2 = \frac{10^2}{2} = 50 \text{ und}$$
$$AB = \sqrt{50} = 7{,}071.$$

Es verhält sich also der Halbmesser zu der halben, oder der Durchmesser zu der ganzen Seite des in den Kreis beschriebenen Quadrates, wie 10 : 7,071 oder 1 : 0,7071, und der Umfang, wie 3,14 : 0,7071 oder wie 1 : 0,225.

Diese Betrachtungen könnten noch weiter fortgesetzt werden, auch über die in dem Kreisabschnitte möglichen Rechtecke, wie mnop; sie führen aber nicht zu einem praktischen Zwecke, denn bei solchen Theilungen, wie beim Schneiden der Blockhölzer, hilft man sich besser mit unmittelbarer Vorzeichnung. Überhaupt ist hierbei mehr ein zweckmäßiges Verwenden der eben unter die Hand kommenden Stirnfläche erforderlich, als ein scharfes Rechnen.

Auf Taf. 126. findet man zum Holzbeschlage für jeden Durchmesser und Umfang die scharfkantige und die gebräuchlichste rundkantige Geviertstärke. Letztere ist zugleich die Breite des gebräuchlichen, scharfkantigen Ablangbeschlages mit obigem Seitenverhältnisse 4 : 3.

§. 320. Theilung der Spitzsäulen.

Das Theilen der Spitzsäulen in bestimmte Theile ist wegen ihrer ungleichen Stärke weniger leicht, als das der Vollsäulen.

Die Theilung derselben mit Querschnitten wird selten gebraucht und ist besonders schwierig, was wir am abgekürzten Kegel schon sehen. Sie könnte auf ähnliche Art bewerkstelligt werden, wie das Theilen der Flächen von verschiedenem Werthe, durch Proben und Näherung (§. 219.).

Die Theilung der Spitzsäulen mit Längenschnitten, von der Spitze aus nach vorgezeichneten Grundflächentheilen, gäbe wieder Spitzsäulen und hätte keinen Nutzen. Soll aber die Spitzsäule in Parallelepipeden getheilt werden, so muß man sie zuvor abstumpfen, alsdann auf dem obern Schnitte, wie bei den Vollsäulen, die Theilung vorzeichnen und danach die Längenschnitte durchführen. Dann fallen rund herum Außenstücke ab, die oben scharf auslaufen; diese könnte man nochmals ab-

Rumpfen und aus ihnen wieder Parallelepipeden schneiden u. s. w.

Zu solchen Theilungen nach der Länge eignet sich überhaupt das Parallelepipedum am vortheilhaftesten. Den meisten Abfall haben dagegen die runden Spitzsäulen.

III. Körpermessung.

1. Ausmessung der Erdarbeiten.

§. 321. Gräben und Gruben. Fig. 124.

1) Häge- und Entwässerungsgräben sind vierseitige Prismen, der Haltbarkeit wegen oben weiter als unten. Ihr Querschnitt gleicht gewöhnlich einem Trapeze ABCD mit der Tiefe tf, und dann ist bei der Länge L ihr Körperraum = $\frac{AB + CD}{2} \times tf \times L$ (§. 203., 313.). Wäre die obere Weite $3\frac{1}{2}'$, die untere $2\frac{1}{2}'$, die Tiefe 3′ und die Länge eine Ruthe zu 16′: so hielt das Grabenstück $\frac{3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{2} \times 3 \times 16 = 144$ c′.

Zieht der Graben an einem Abhange hin, so wird die vordere Wand etwas niedriger, als die hintere, wie im Querschnitte abCD. Hier nimmt man aus der Mitte von ab die mittlere Tiefe tf lothrecht und die obere Weite BtA wagerecht, was hinlänglich genau ist. Bei bergabziehenden Gräben wird die Länge wagerecht und die Tiefe lothrecht gemessen, wofern die Länge mit dem Grundrisse übereinstimmen muß.

2) Gruben zum Aufbewahren von Eicheln, zu Brunnenanlagen u. s. w. werden mit immer gleicher Grundfläche senkrecht eingetrieben und daher berechnet wie ein Prisma, oder eine Walze (§. 313., 314.).

322. Dämme, Hügel und Füllungen. Fig. 125.

1) Dämme sind aufgebaute, liegende Prismen. Gewöhnlich ist die Sohle wagerecht, die Stirn aber platt, oder gewölbt. Am abgeplatteten Damme bildet der Querschnitt ein Trapez ACDB. Wird dessen obere Breite CD wagerecht verlängert nach g und h bis zu den Lothrechten auf A und B, so gleicht gh der untern Breite, $\frac{CD+gh}{2}$ der mittlern Breite und Ag, oder Bh, der Höhe.

Ist der Damm gewölbt, so errichtet man im Querschnitte auf A und B lothrechte Stäbe, zieht über die Höhe des Dammes eine Schnur gh wagerecht und legt zuvörderst das Rechteck AghB fest. Dann theilt man den Dammbogen in kurze, ziemlich gerade Stücke AE, EC, CD u. s. w., fällt von gh Lothrechte auf die Theilpunkte, mißt die äußeren Hülfsfiguren AgiE, EiC u. s. w. aus und zieht ihren gesammten Inhalt von dem Rechtecke AghB ab. Der übrig bleibende Querschnitt AECDFB ist, wie vorhin, mit der Länge zu multipliziren.

2) Von einem aufgesetzten Hügel oder auch Meiler, dessen Sohle kreisrund ist, bestimmt man auf dieselbe Weise den Achsenschnitt AECDFB, theilt sich von diesem aus den ganzen Körper mit parallelen Querschnitten in abgestumpfte Kegel, wie AEFB, und berechnet jeden davon, nach §. 316. 3., als Walze von dem je mittlern Durchmesser, ohne sich auf die weitere Berichtigung einzulassen.

3) Der Raum auszufüllender Vertiefungen wird mit lothrecht aufgestellten Stäben in parallelepipedische Stücke getheilt und hiernach stückweise ausgemessen. Man steckt hierzu am füglichsten ein Quadratnetz ab (§. 272.). Bei Ausmessung von Torflagern wird unter jedem Netzpunkte die Mächtigkeit mit dem Erdbohrer gesucht.

§. 323. Bergwege. Fig. 126.

An Berggehängen sind öfters lange Wegstrecken auszugraben und zu ebenen. Hier ist von dem Querschnitte ABC des abzutragenden Raumes die Breite der Ebenung auf festem

Grunde BC und die anzulegende Abböschung nach dem Winkel ACD oder ACB gegeben. Man steckt zuerst der Länge nach am Berge hin die Richtpunkte B ab, wo möglich in gleicher Entfernung, und bestimmt dann von Stück zu Stück, nach Maßgabe der eben vorfindlichen Bergböschung ABC, mittels einer zu der gegebenen Breite BC und Abböschung BCA voraus entworfenen kleinen Tafel, die von B aus unmittelbar abzumessende Außenbreite BA und die dazu gehörige Querfläche ABC.

Gewöhnlich wird von B aus wage- und senkrecht hinein gearbeitet bis an C und dann erst von dem Rande so viel abgenommen, daß die bestimmte Abböschung BCA zu Stande kommt. Den auszugrabenden Erdraum ergeben von jedem Stücke die beiderseitigen Querschnitte und die besondere Länge. Mit der Füllung würde der Rand BE aufgetragen. Gewöhnlich baut sich BE zu $\frac{2}{3}$ von BC haltbar auf. Nach einem solchen Verhältnisse wäre die innere Anlage BC bestimmbar, wenn die ganze Breite CE gegeben ist.

2. Ausmessung der Holzstücke.

§. 324. Werkzeuge.

Zur Ausmessung des gefällten Holzes braucht man gewöhnlich:

1) Den Zollstab, ein in Zolle und Fuße getheiltes Richtscheit mit einem kurzen Schenkel am Anfange der Eintheilung zum sichrern Anlegen.

2) Das Klaftermaß, ein wohlbeschlagener Holzstab von der Klafterlänge, einerseits mit Fuß- und Zolleintheilung und andrerseits mit den ständigen Längen aller im Forste gebräuchlichen Holzmaße.

3) Das Spannmaß, zehn Fuß lang, von festem Bande, einerseits in Fuße und Zolle getheilt, andrerseits in Theile von $3\frac{1}{7}$ Zoll, um die Durchmesserzahl vermittelst des Umfanges abnehmen zu können, wohl auch, zur alsbaldigen Ausrechnung des Walzeninhaltes, an jedem Umfangstriche mit den Zahlen der

Kreisfläche versehen. Das Meßband wird mit einem Stammreißer zusammen gebraucht und ist seiner Unstetigkeit wegen öfters am Klaftermaße zu prüfen.

§. 325. Grundform der rohen Holzkörper. Fig. 127.

Die natürliche Gestalt der Baumtheile ist säulenförmig und zwar rund, nach dem Gipfelende zu mehr und mehr anlaufend. Rundung und Anlauf finden sich um so ungleicher, je mehr eben die ausgehenden Nebentheile dem Körper an Masse entzogen oder aufgebaut haben. Der durch die Achse gelegte Querschnitt AB, FC . . . ist ein Kreis mit mehr oder weniger Abweichung. Der von einem Querschnitte zum andern gelegte Achsenschnitt ABCDEF fällt in der Regel zwischen das auf dem untern Durchmesser errichtete Parallelogramm ABH und das zu dem untern und dem obern Durchmesser gehörige Trapez ABDE; es ist also derselbe in den Seiten ausgebaucht. Die Grundform der rohen Rundholzstücke liegt mithin zwischen der Walze und dem abgestumpften Kegel. Letzterer eignet sich jedoch weniger zur Ausmessung des Rundholzes, weil er die Ausbauchung AEF und BDC nicht mit begreift und schwerfällig zu gebrauchen ist. Die einfacher und leichter zu bestimmende Walzenform hingegen hat stets eine gewisse Gleichhaltigkeit mit der Rundholzform. Es ist nämlich der Inhalt eines jeden Rundholzstückes bis zu gewisser Länge dem einer Walze gleich von eben derselben Länge und der wirklichen mittlern Stärke.

Jedes Rundholzstück läßt sich, zum Beweis, in beliebig dünne Scheiben 1, 2, 3 . . . abtheilen, die an sich bei ziemlich gleichen Abschnittflächen als vollkommene Walzen anzusehen sind. Sucht man nun den ganz unzweifelhaften Walzeninhalt aller dieser Abtheilungen erst einzeln, nimmt nachmals zwei, dann drei, dann vier und immer mehr derselben in Eins zusammen, und ermittelt eben so ihren Gesammtinhalt wieder für sich, nach der je mittleren Stärke und gesammten Länge: so ergiebt die Vergleichung, daß der Körperinhalt jedes Rundholzstückes bis zu gewisser Länge ganz genau hervorgeht, wenn man die

Stärke FC in der Mitte mißt und nach dieser eine Walze von gleicher Länge berechnet. Daher nehmen wir bei der Ausmessung des Holzgehaltes aller ungespaltenen Baumtheile die Walze als beständige Grundform an. Übrigens ist zu bemerken, daß man unter Holzgehalt immer den ganzen Massengehalt, einschließlich der Rinde, versteht, wo nicht eben vom eigentlichen Holze die Rede ist.

§. 326. Stärke und Länge der runden Baumtheile.

Die zur Ausmessung des Holzgehaltes erforderliche mittlere Stärke der runden Baumtheile ergiebt sich nicht allein wegen der ausgebauchten Form, sondern auch wegen der an dem Stammende und an dem Gipfelende oft ganz unregelmäßigen Gestalt in des Stückes Mitte wirklich gemessen am genauesten. Die nach Maßgabe der beiden Endstärken berechnete Mittelstärke ist nur dann ohne beträchtlichen Fehler anwendbar, wenn beide Endstärken wenig von einander abweichen.

Man mißt die runde Holzstärke nach dem Umfange, oder dem Durchmesser. Die Anwendbarkeit und Genauigkeit beider Maßnahmen ist sehr verschieden. Der Umfang braucht bloß nach ganzen Zollen bestimmt zu sein und kann mit einem leicht zu führenden Spannmaße ohne alle Hindernisse gemessen werden, wenn man nur die schweren Baumschäfte, wie es ohnehin der Ordnung gemäß ist, auf Unterlagen fällen läßt. Jede Umfangsmessung muß unabänderlich ausfallen, weil der von ihr begriffene Querschnitt nur einen einzigen Umfang hat, und ein richtiges Spannmaß keine Abweichung gestattet. Dabei fällt das Ergebniß mehr oder weniger zu groß aus, wegen der mit überspannten losen Rindentheile, der Unkreisförmigkeit und der Spannmaßdicke. Der Gebrauch des Durchmessers schleppt sich dagegen mit lästigen Zolltheilen und mit sperrigen Stabgestellen, die leicht verschoben werden, und wobei man sich stets in Ungewißheit befindet wegen der richtigen Anlegung, schon weil jede Rundholz-Querfläche an sich mehr oder minder abweichende Durchmesser darbietet. Der-

selbe kann mithin nie ganz sichere Ergebnisse gewähren und führt deßhalb in den Nachmessungen oft höchst unangenehme Abweichungen herbei. Zudem fällt die nach dem Durchmesser ermittelte Stärke an der laufenden Länge meist kleiner aus, weil die losen Rindentheile von den Stäben mehr abgedrückt werden; an der offenen Abschnittsfläche hingegen muß sie allemal zu klein erscheinen, indem hier die Kanten von der Säge abgerissen sind. Daher sollte bei jeder Rundholz-Ausmessung, sowohl zur Schätzung, als zur Verwerthung, die leichtere, sichrere Umfangsmessung als Regel gelten, und der Gebrauch des Durchmessers nur gestattet werden zur Ausmessung von kurzen Klötzen und Blöcken, so wie zur Annahme von Holzbestellungen. Man darf zuverlässig behaupten: Der Gebrauch des Umfangs bringt stets Gewinn mit Ordnung, während der des Durchmessers nie von Verlust und Willkür frei ist.

Die Holzstärke nimmt man immer quer über die Länge, die Länge aber von der Mitte einer Abschnittsfläche zur Mitte der andern längst des Stückes, bei Krümmung des Wuchses auf einer der ebenen Seiten.

§. 327. Ausmessung runder Holzstücke.

Alle kurzen Rundhölzer mit wenigem und gleichmäßigem Anlaufe werden nach §. 325. als Walzen an einem Stücke ausgemessen.

Beim Gebrauche des Spannmaßes zur Messung der Umfangstärke darf auf der zu umspannenden Stelle weder ein Ast, noch ein anderer Auswuchs im Wege sein; kann eine solche Erhöhung nicht vermieden, oder abgehauen werden, so setzt man daran ab und bemißt deren Grundbreite für sich. Ist die Rundung überhaupt unkreisförmig, so vermindert man den zu groß ausfallenden Umfang um ein Fünftel von dem Unterschiede seines kürzesten und längsten Durchmessers. Der Grund zu dieser einfachen, aber hinlänglich genauen Berichtigung beruht auf wirklichen Ausmessungen solcher unkreisförmigen Querschnitte und auf dem Verhältnisse des Rund-

kreises zu Langkreisen. Wäre z. B. der gemessene Umfang 65", der lange Durchmesser 23", der kurze 18" und der Unterschied beider 23 — 18 = 5": so würde von dem gemessenen Umfange 1 Zoll abgezogen und der berichtigte zu 64" angenommen. Selten ist der Unterschied beider Durchmesser so groß, und es genügt schon, als beständige Berichtigung jedes Mal die einzelnen Zolltheile des Umfanges wegzulassen.

Beim Gebrauche des Zollstabes zur Stärkenmessung an der laufenden Länge stellt man, anstatt der Kluppe, zwei Stäbe gleichlaufend an das Rundholzstück und mißt deren Abstand als Durchmesser. Auf der Abschnittsfläche läßt sich der Zollstab unmittelbar und sicherer anlegen. Sind die Durchmesser in demselben Querschnitte verschieden, so nimmt man zwei kreuzende, gewöhnlich den längsten und den kürzesten, und berechnet zu beiden den mittlern Durchmesser.

Finden sich die beiden Endstärken wenig abweichend, und man könnte, oder wollte die wirkliche Mittelstärke eben nicht messen: so berechnet man aus jenen das arithmetische Mittel oder die verglichene Stärke, die jedoch nur bei sehr geringem Stärkenanlaufe ein brauchbares Inhaltsergebniß gewähren kann.

Die Berechnung des Walzeninhaltes ist bekannt aus §. 314. Ungeachtet jener Erleichterungen gebraucht man doch lieber Hülfsmittel, die das Rechnen noch weiter mindern, oder ganz entbehrlich machen. Auf einem Meßbande könnte zu jedem Umfangs- oder Durchmesserzoll die Kreisfläche G in Flächenfußen unmittelbar angegeben sein. Diese multiplizirte man dann ohne Weiteres mit der gefundenen Längenzahl.

Am brauchbarsten bleiben aber immer gut eingerichtete Walzeninhalttafeln, die gleich den Inhalt angeben zu jedem fraglichen Umfange oder Durchmesser und zu jeder gewöhnlich vorkommenden Länge, wie unsere Hülfstafeln 2 bis 64. Wo diese Tafeln in Stärke oder Länge eben nicht zureichen, sucht man aus den vorfindlichen verwandten Größen auf leichtem Wege die weiter verlangten. Für ein Rundholzstück von 7½" Umfang und 10' Länge nimmt man z. B. den Inhalt zu 75" und 10', nämlich 31,08 c', und schneidet davon noch

zwei Stellen ab; dies giebt 0,3108 c′. Denn bei gleichen Längen verhalten sich die Walzen wie die Quadrate ihrer Stärken (§. 309. 2.), hier also wie $75^2 : 7{,}5^2 = 10^2 : 1^2 = 100 : 1$. Daher muß der Inhalt der 75″ starken Walze durch 100 dividirt werden. Auf ähnliche Weise könnte man den Inhalt einer Walze von 750″ Umfangstärke finden. Sie ist $31{,}08 \times 100 = 3108$ c′. Noch leichter läßt sich der Inhalt zu einer andern Länge ermitteln. Wäre derselbe bei 35′ etwa 108,79 c′, so käme auf 3,5′ nur der zehnte Theil, 10,879 c′; auf 350′ aber das Zehnfache = 1087,9 c′. Hieraus leuchtet übrigens schon ein, daß solche Tafeln, die den Inhalt mit gemeinen Brüchen angeben, zu weitern Berechnungen bei der Holzschätzung ganz unbrauchbar sind.

§. 328. Ausmessung ganzer Baumschäfte.

Ganze Baumschäfte von dem Stammende bis zum Gipfel sind, nach Verschiedenheit der Holzart, des Standortes und des zufälligen Wuchses, so verschieden geformt, daß man eine allgemeine Formel zu ihrer Holzgehalts-Ausrechnung an einem Stücke vergeblich sucht. Wir sind daher meist genöthigt, sie stückweise auszumessen, in kürzeren Formabtheilungen, welche öfters auch als besondere Werthabtheilungen dienen.

Die an dem liegenden Schafte mit dem Reißer zu bezeichnende Grenze jeder Formabtheilung trifft gewöhnlich dahin, wo sich der Abfall merklich ändert, besonders wo der Wurzelanlauf endet, wo ein starker Ast ausgegangen ist und wo das Gipfelstück anfängt. Geschlossen und astrein erwachsene Schäfte, zumal von Nadelholz, gestatten die längsten Abtheilungen.

Die Auswahl der zu dieser theilweisen Ausmessung dienlichen Längen und Stärken erfordert Umsicht und Übung. Versuche, die nach §. 325. von kürzern Formabtheilungen zu immer längeren vergleichend fortschreiten, berichtigen das Augenmaß besser, als alle Regeln, und setzen uns in den Stand, die Mittelstärke zu dem richtigen Gehaltsergebnisse auch selbst an abweichenden Formen, außerhalb der Mitte einer längeren Abtheilung, ausgleichend nehmen zu können.

Berechnet man den Massengehalt eines Baumschaftes nach der verglichenen mittlern Stärke, so fehlt man theils gegen die Gesetze des Kegels, nach §. 316., theils gegen die ausgebauchte Form. Die Unrichtigkeit solcher Schaftausmessungen mag nur ein Beispiel darthun. Ein bis zum Gipfel ausgehaltener Eichenschaft von 60′ Länge halte am Stammende 40″ und am Gipfelende 4″ im Durchmesser. Danach betrüge der verglichene Durchmesser $\frac{40+4}{2} = 22''$ und der vermeintliche Holzgehalt 158,4 Kfß. Wäre dieser Schaft in zwei 30′ lange Stücke geschnitten worden, und in diesem Schnitte, wie nicht selten, die Durchmesserstärke 32″: so hielt das untere Schaftstück, bei $\frac{40+32}{2} = 36''$ verglichenem Durchmesser, allein 212 Kfß.; der Theil wäre also weit größer, als das Ganze. Diese stereometrische Stümperei, wodurch das Forsteinkommen so bedeutend verliert, ist zur stillen Freude der Stammholzkäufer fast allerwärts noch im Gebrauche.

§. 329. Ausmessung der Holzringe.

Zur Ausmessung eines Holzringes ist nächst der äußern Stärke auch die innere Ausdehnung erforderlich, um den Inhalt des äußern und des innern Walzenraumes auszumitteln. Der Unterschied beider macht den Ringinhalt aus (§. 308. 2.).

Zur Bestimmung des innern Umfangs mißt man die Ringstärke mit $\frac{1}{6,28}$ Zollen und zieht für jeden dieser Radiustheile 1 Zoll von dem äußern Umfange ab. Denn auf $\frac{1}{6,28}$ im Halbmesser kommt 1 im Umfange, nach dem Verhältnisse 1 : 6,28 (§. 210. 1.). Wo eben eine Abschnittsfläche nicht offen vorliegt, wird zu dieser Abmessung der Stamm von außen eingekerbt, und wo die Ringstärke ungleich ist, wird eine mittlere gesucht. Diese findet sich in der Regel auf der kreisförmigsten Seite des Querschnittes.

Hätte ein Stammstück von 14′ Länge und 60″ Umfang=

stärke zur mittlern Rindenstärke $\frac{5}{6,28}$", so betrüge die innere Holzstärke 60 — 5 = 55", mithin

der gesammte Massengehalt: 27,85 Kfß.,
der reine Holgehalt: 23,40 Kfß.,
und der Rindengehalt: 4,45 Kfß.

§. 330. Ausmessung gespaltener Holzstücke.

Die wie gewöhnlich aus kurzen Walzen gespaltenen Stücke sind als Vollsäulen anzusehen mit runden und geraden Seiten. Man berechnet ihre Grundfläche und multiplizirt dieselbe mit der Länge.

1) Halbe Walzen. Hier mißt man am kürzesten den vorhandenen halben Umkreis, verdoppelt denselben und sucht dazu den Inhalt der ganzen Walze, von dem man nun wieder die Hälfte nimmt. Eine halbe Walze, deren Rundseite 43" und deren Länge 8' mißt, ist die Hälfte einer gleichlangen Walze von 43 × 2 = 86" Umfangstärke; sie enthält also $\frac{32,69}{2}$ = 16,34 c' in Werkmaß.

2) Kernscheite haben zur Grundfläche einen Kreisausschnitt (§. 211. 2.). Hält z. B. die Rindenseite 12", der Halbmesser oder die Spaltseite 10" und die Länge 4': so beträgt die Grundfläche $\frac{12 \times 10}{2}$ = 60 q" und der Körperinhalt $\frac{60 \times 4}{144}$ = $1\frac{2}{3}$ c' (§. 313.).

3) Ausgekernte Scheite haben zur Grundfläche den Ausschnitt eines Kreisringes, das Produkt der mittleren Bogenlänge mit der Dicke (§. 211. 3.). Hielt die Rindenseite 12", die Kernseite 8" und die Scheitdicke 5", so betrüge die Grundfläche $\frac{12+8}{2} \times 5$ = 50 q" und der Körperinhalt bei $3\frac{1}{2}$' Scheitlänge $\frac{50 \times 3\frac{1}{2}}{144}$ = 1,21 c'.

4) Andere Grundflächen überschlägt man vergleichend, oder theilt und berechnet sie in Grundfiguren.

§. 331. Ausmessung vierseitiger Hölzer.

Die zur Abgabe im Walde behauenen Hölzer müssen eigentlich alle in ihrem Rundgehalte eingerechnet werden; denn anders würde man den wahren Massenertrag vom Forste nicht wohl aufstellen können. Ihren Reingehalt ermittelt der Forstwirth etwa nur zur Vergleichung des Gebrauchswerthes, Gewichtes u. s. w.

1) Berappte Holzstücke sind an vier Seiten leicht behauen, gewöhnlich doppelt so breit, als die gebliebene Rindenkante. Bei solchem Behau ist der Querschnitt an Flächeninhalt einem im Umfang um 0,03 kleinern Kreise gleich. Nach diesem Verhältnisse 100 : 97 kann leicht der gemessene Umfang in einen Kreis von gleicher Fläche verwandelt und damit der Körperinhalt als volle Walze ermittelt werden, wenn man nicht vorzieht, den Umfang des Holzstückes unverändert als Umkreis desselben anzunehmen.

2) Rundkantige Holzstücke sind bis auf eine schmale Rundkante entweder in's Geviert, oder ablang beschlagen. Ihr Querschnitt gleicht also einem Rechtecke, dem die vier Ecken mangeln, die zusammen beinahe ein Quadratchen ausmachen, das die als gerade anzunehmende Rundkante zur Seite hat. Ein Balkenstück von 10″ im Geviert und 2″ Rundkante hätte $(10 \times 10) - (2 \times 2) = 96$ q″ zum Querschnitte. Gewöhnlich wird das rundkantige Holz ohne Abzug als voll berechnet.

3) Scharfkantig beschlagene oder geschnittene Stücke haben ganz volle Rechtecke zum Querschnitte und werden ausgemessen, wie ein Parallelepipedum (§. 313.).

§. 332. Ausmessung unförmlicher Holzstücke.
Fig. 128.

Viele Holzstücke mit Seitenkrümmen und Auswüchsen, so wie auch die Reiser und Wurzeln sind nicht zur wirklichen Ausmessung geeignet; ihr Massengehalt wird erforderlichen Falls nach dem Gewichte näher bestimmt.

Man sucht zuvörderst an meßbaren Holzstücken von gleicher Holzart, gleichem Standorte, gleichem Stammtheile und gleichem Trockengrade, also wo möglich von gleicher Eigenschwere,

das mittlere Gewicht eines Körperfußes, und bestimmt hiernach den Körpergehalt des gewogenen, unförmlichen Holzes.

In Ermangelung einer brauchbaren Wage bemißt man das unförmliche Holz nach dem Gleichgewichte ausgemessener Stücke von ebenderselben Beschaffenheit auf folgende Weise: Zwei starke Halbwalzen a werden gegen einander aufgestellt, und oben darauf wird ein Kernscheit b mit der Schärfe aufwärts gelegt. Dies dient der Wagevorrichtung zum Gestelle, das auch von Pfählen gemacht werden könnte. Dann wird eine hinlänglich starke Stange in der Mitte c etwas breit gehauen und eingekerbt, so daß sie auf b als Wagebalken liegen kann; an deren Enden d und e kommen, gleichweit von c, oben noch zwei Querkerben, in welche man, zum Anbringen der Lasten, Stricke oder Wieden hängt; endlich wird das dickere schwerere Theil noch so viel schwächer gehauen, daß die ganze Vorrichtung auf c in völligem Gleichgewichte schwebt.

Nun hängt man an die eine Seite das auszuwiegende Holz und an die andere so viel meßbares Walzenholz, daß beides im Gleichgewichte steht, verwechselt auch wohl die angehängten Lasten zur Probe. Beide Lasten sind dann im Körperinhalte gleich zu rechnen. Giebt es viel zu wiegen, so hält man sich dazu eigene, mit ihrem Inhalte vorher bezeichnete Stücke statt der Gewichte.

Auf Taf. 123. findet man das für forstliche Zwecke ermittelte Gewicht der deutschen Waldhölzer mit Rinde in vier verschiedenen Trockengraden, nämlich: grün, gleich nach der Fällung; antrocken, einige Zeit nach der Spaltung; lufttrocken, der im Freien, und ausgetrocknet, der im geheizten Raume erreichbar höchste Grad. Die Gewichtsabweichungen bei jeder Holzart sind aber nach Maßgabe des Standortes und Stammtheiles, der Wachsthumsumstände, der Alters- und Jahreszeit so sehr verschieden, daß es stets rathsamer bleibt, für jede Untersuchung von Belang an wohlgeformten Stücken ganz entsprechender Beschaffenheit die Eigenschwere besonders zu ermitteln.

3. Ausmessung der Holzmaße.

§. 333. Rauminhalt der Füllmaße. Fig. 129.

Zum geregelten Holzvertriebe bedient man sich bestimmter Holzmaße, bestehend in abgepaßten Stücken und in Ausfüllungsräumen. Letztere, die Füllmaße, werden entweder von derben Holzstücken aufgeschichtet, oder von dünnern Sorten zusammen gebunden.

1) Von den Schichtmaßen zum Wegmessen des Derbholzes bestimmt man die Holzlänge, die Breite und die Höhe, auch wohl ein Übermaß wegen des Schwindens. Der Raum dieser Maße ist ein leicht aufzustellendes Parallelepipedum mit rechteckiger Grundfläche, dessen Breite wagerecht und dessen Höhe lothrecht abgemessen werden muß. Am Berghange ist also die Klafterbreite von C nach E zu nehmen, dann gleicht die Klafter ABCD am Berge der Klafter ABcd auf der Ebene bei derselben Holzlänge (§. 163.). Wäre die Scheitlänge $3\frac{1}{2}'$, die Klafterbreite 6′ und die Klafterhöhe $6\frac{1}{4}'$ mit Übermaß, so enthielt die Klafter $3\frac{1}{2} \times 6 \times 6\frac{1}{4} = 131\frac{1}{4}$ Kfß. Rauminhalt (§. 313.).

Fände sich im Legen etwa die Scheitlänge, oder die angefangene Klafterbreite unrichtig, so müßte die Klafterhöhe dem verlangten Klafterinhalte gemäß verändert werden; dies ist eine leicht zu lösende Aufgabe. Wäre z. B. an obiger Klafter zufällig die Scheitlänge nur $3\frac{1}{4}'$ und die Breite $6\frac{1}{6}'$, so gehörte dazu die Höhe $131\frac{1}{4} : (3\frac{1}{4} \times 6\frac{1}{6}) = 6'\ 6\frac{1}{2}''$.

2) Von den Bundmaßen zum Wegmessen des Reisholzes bestimmt man Länge und Umfang. Der Rauminhalt ist jedoch zur näheren Ermittelung des Holzgehaltes weniger brauchbar, weil er selten die volle Walzenform hat. Man legt die Bunde schock- oder hundertweise zusammen.

§. 334. Massengehalt der Füllmaße.

Der in einem Füllmaße befindliche Massengehalt beträgt nur einen Theil des Rauminhaltes, wegen der leeren Zwischenräume, die sehr verschieden ausfallen können. Man ermittelt

denselben an Probemaßen durch Ausmessung, oder Auswiegung des dazu erforderlichen Holzes und beachtet dabei die eben vorhandene Stärke, gerade und glatte Form, auch das mehr, oder weniger dichte Zusammenfügen.

1) Um den Massengehalt von Spalt-, Knüppel- und Stockholzmaßen auszumitteln, mißt man die Walzen vor dem Spalten oder Einlegen. In der Berechnung kann alles Holz von gleicher Stärke auf seine summarische Länge gebracht werden. Kommen unförmliche Stücke mit vor, wie zumal bei dem Stockholze, so bestimmt man ihren Inhalt nach dem Gewichte.

Beim Aufsetzen des Probemaßes ist nicht nur auf die richtige Raumgröße und auf die bestimmten Stärken für Spalt- und Knüppelscheite und Stücke zu sehen, sondern auch darauf, daß der Holzhauer in seiner üblichen Weise arbeite und das Holz nicht dichter einlege, als gewöhnlich. Je mehr man solcher Proben nimmt, desto richtiger ist der berechnete Mittelgehalt. Dieser findet sich größer bei stärkern, geradern und glattern Holzstücken und bei den fügsamern kürzeren Holzlängen.

2) Der Massengehalt von Wellen ist nur durch Abwiegen zu ermitteln. Eine sichere, aus mehren Versuchen hervorgegangene Eigenschwere und die Abwiegung vieler Wellen, die öfter sehr verschieden, bei stärkerm und geraderm Reisig viel holzhaltiger ausfallen, führen zu richtigeren Mittelgrößen.

3) Die Ergebnisse vieler Untersuchungen über die Massenhaltigkeit der Holzmaße sind in Tafel 121. hier angefügt. Die darin für den Massengehalt angegebenen Theile des Rauminhaltes treffen allemal zu, wo die Zwischenräume nicht unmäßig vermehrt, oder vermindert werden. Eine Verschiedenheit der Holzlängen konnte man nur an Spalt- und Knüppelholz berücksichtigen. Beim Gebrauche dieser Tafel wird der wirkliche Rauminhalt des Maßes mit der geeigneten Holzhaltigkeitzahl multiplizirt. Hätte z. B. eine Klafter von geradem und mittelmäßig gespaltenem Scheitholze mit 0,72 Holzhaltigkeit 4′ Holzlänge, 6′ Breite, 6′ Höhe und ½′ Über-

maß: so wäre ihr Holzgehalt (4 × 6 × 6¼) × 0,72 = 108 Kfß. Meist übersieht man hierbei den Holzgehalt der zugehörigen Stützen und beigegebenen Unterlagen.

4) Bei diesen Gehältbestimmungen sowohl, als bei dem Holzvertrieb überhaupt, ist das von der Fällung bis zur Abgabe Statt findende Schwinden des Holzes nicht unbedeutend. Taf. 122. enthält die Ergebnisse einer großen Reihe von Versuchen über das Schwinden der deutschen Waldhölzer im Durchmesser, im Umfange und im Querschnitte nach Maßgabe der Härte und der Trockengrade (§. 332.). Die angegebenen Schwindungszahlen bezeichnen das Eingehungs-Verhältniß von 1 in grünem Zustande. Davon gelten die des Querschnittes zugleich für den ganzen Holzkörper, weil die Holzlänge fast gar nicht eingeht. Hiernach würde z. B. fichtenes Floßholz in lufttrocknem Zustande nur noch 0,95 seines frühern Körpergehaltes haben, also von der Fällung bis dahin bloß durch's Schwinden 5 pCt. verlieren.

§. 335. Stückmaße für Rundhölzer.

Vieles Rundholz wird wiederholt in Stücken von bestimmter Größe verlangt. Diese Stücke müßten bei der Verwerthung immer wieder ausgemessen und berechnet werden, wenn man dafür nicht ein beständiges Maß in voraus annähme. Ein solches Normalmaß kann freilich nicht allemal für jedes derartige Stück ganz genau passen; giebt dasselbe jedoch einen richtigen Mittelgehalt, so wird im Ganzen nichts verloren und dabei die Holzabgabe sehr erleichtert. Der Gebrauch solcher Rundholzmaße bedingt für jede Sorte nicht nur eine bestimmte Stärke und Länge, sondern auch eine gleichmäßige Form. Deßhalb wendet man sie mehr bei ausgesuchtem Rundholze an, gewöhnlich zur Abgabe von Stangensorten, von Blockholz und von ganzen Baustämmen.

1) Die ständigen Stangensorten, als Bohnenstangen, Hopfenstangen, Baumpfähle, Reifstangen, Leiterbäume u. dgl. haben nach Maßgabe ihrer Verwendung eine bestimmte Stärke

und Länge in gleicher Form und somit auch einen beständigen Holzgehalt. Sie werden schock- oder hundertweise abgegeben und in dem Holzsortenansatze mit Umfangstärke, Länge und Gesammtinhalte aufgeführt. Finden sich die eben zusammengebrachten Stücke einer gleichnamigen Anzahl etwas verschieden in Stärke und Länge, so bemißt man das Ganze nach der darin befindlichen Mittelgröße; denn jedes einzelne Stück besonders auszumessen, würde viel zu weitläufig sein.

2) Die Nadelholzblöcke werden gewöhnlich in einerlei Länge abgegeben, und zwar nur nach der Durchmesserstärke am obern Abschnitte, indem für den Käufer der Durchmesser handlicher und die am Stammende übrige Stärke werthlos ist. Dabei muß man aber dennoch den vollen Blockinhalt einrechnen wegen Nachweisung der Massenabgabe.

Um nun den wirklichen Blockholzgehalt zu jeder obern Stärke ohne besondere nähere Ausmessung sogleich bestimmen zu können, mißt man vorher Probeblöcke von mittlerm Stärkenanlaufe genauer aus und stellt sich den gefundenen Mittelgehalt in Tafeln. Es ist dabei eben nicht nöthig, für eine jede Stärke Proben zu nehmen; man sucht nur für jeden besondern Wuchs ein mittleres Verhältniß des wirklichen Blockinhaltes zur gleichlangen Walze von der öbern Blockstärke und setzt danach die Inhaltszahlen an. Ergäbe sich z. B. an 14-fußigen Fichtenblöcken, daß sie 1,1 von jener Walze enthielten, so hätte ein solcher bei 21″ Durchmesserstärke 33,64 × 1,1 = 37 c′ und bei 22″ Durchmesserstärke 36,83 × 1,1 = 40,51 c′ wirklichen Massengehalt.

Da der Stärkenanlauf solcher Blöcke bei gleichem Wuchse und bei gleicher Länge ziemlich gleich bleibt, so könnte man auch der gemessenen obern Stärke den halben Unterschied von der verhältnißmäßigen untern Stärke ohne Weiteres zurechnen und nach dieser mittleren Stärke den Blockinhalt auswerfen. Fänden sich z. B. zwischen dem obern und untern Durchmesser gewöhnlich 2″ Unterschied, so würde der obere Durchmesser um 1 Zoll vergrößert und für den 14′ langen und oben 21″ starken Block

nähme man den Inhalt einer eben so langen 21 + 1zolligen Walze an, also 36,83 c'.

Wird die Rinde dem Käufer nicht mit zugemessen, so muß auch noch die doppelte Rindenstärke in Anrechnung gebracht werden, um den ganzen Massengehalt zu bekommen. Wäre z. B. die Rinde ½'' stark, so hätte ein Block zu 16'' im obern rindenlosen Durchmesser noch 1'' wegen der Rinde und 1'' Ergänzung wegen des Anlaufes, also eigentlich 18'' im wirklichen mittlern Durchmesser. Auf solche Weise giebt man die Blöcke nach ihrer Gebrauchsstärke ab und rechnet sie nach ihrem durchschnittlichen Massengehalte ein. In den dazu entworfenen Tafeln verwandelt man wohl die Bruchtheile an den Inhaltszahlen in Halbe und Viertel zur Erleichterung des weiteren Einrechnens.

3) Fig. 127. Die ganzen Nadelholzschäfte, wie sie gewöhnlich bald im Liegen, bald im Stehen als Zimmerholz abgegeben werden, bemißt man nach der untern Umfangstärke, der Länge und Form.

Die Schaftstärken mit ihren als Schaftgrundfläche anzunehmenden Querschnitten G ergeben sich am gleichmäßigsten und bequemsten gleich über dem Wurzelanlaufe in Brusthöhe. Die Schaftlängen H können nur genommen werden bis zu einem Drittel der unteren Stärke, weil der äußerste Gipfel zu Bauholz unbrauchbar, dabei sehr ungleichmäßig und oft gar nicht mehr vorhanden ist. Hielte z. B. der Umfang in Brusthöhe 36'', so würde der Baustamm bei $\frac{36}{3} = 12''$ oberer Umfangstärke entgipfelt.

Um die Form- oder Holzhaltigkeit eines Baumschaftes zu bestimmen, gebraucht man das ausgemittelte Normalverhältniß des Schaftinhaltes ABE, welcher M heißen mag, zur entsprechenden Scheitelwalze ABH auf der gleichen Grundfläche AB = G und in der gleichen Höhe AH = H, und drückt damit aus, wie viel der Schaft M von seiner Scheitelwalze G × H enthält. Diese Verhältnißzahl $\frac{M}{G \times H}$ nennen wir die Formzahl f, wohl auch die Formhaltigkeits- oder Reduktionszahl, und es ist stets der Schaftgehalt M = G × H × f.

Zur Ermittelung der verschiedenen Formhaltigkeiten mißt man viele Probeschäfte im Liegen näher aus, nach §. 328., berechnet von jedem die Formzahl und reiht sich diese Ergebnisse zur weitern Anwendung unter geeignete Formklassen auf. Fände man z. B. an einem Nadelholzschafte von 36″ Stärke und 65′ gehörig entgipfelter Länge 29 c′ Massengehalt, wozu die gleichstarke und gleichhohe Scheitelwalze 46,55 c′ enthält: so wäre die Formzahl $\frac{29}{46{,}55} = 0{,}622$.

Im Besitze hinlänglich genauer Formzahlen berechnet man alsdann den Schaftgehalt für alle bei der Zimmerholzabgabe vorkommenden Form-, Stärken- und Längenklassen zu den erforderlichen Zimmerholztafeln in voraus.

Hätte man z. B. für die volleste Schaftform von 48″ Stärke und 85′ Höhe die Formzahl 0,6, so betrüge der Schaftgehalt 0,6 von der Scheitelwalze zu 48″ Umfang und 85′ Höhe, nämlich $108{,}22 \times 0{,}6 = 65$ c′. Die hier angefügten Tafeln 77. bis 81. über den Körpergehalt der Nadelholz-Baustämme sind auf diese Weise entstanden und durch vieljährigen Gebrauch bewährt.

Alle sogenannten Erfahrungstafeln über den Massengehalt der Baumschäfte müssen die drei Gehaltsfaktoren $G \times H \times f$ zur Grundlage haben. Dividirt man zu ihrer Prüfung die Glieder einer Gehaltsreihe durch $G \times H$, so muß f auch an sich in geordneter Reihe erscheinen, oder es fehlt ihnen der stereometrische Grund.

§. 336. Stückmaße für zugerichtete Hölzer.

Auch zugerichtete Hölzer, wie Felgen, Speichen, Achsen, Dauben, Latten, Zimmerstücke u. s. w. werden nach gleichbleibenden und fest bestimmten Maßen abgegeben. Den im Forstertrage dafür aufzurechnenden Rohinhalt ermittelt man ebenfalls durch geeignete Proben, und zwar in der Regel vor der Zurichtung; denn nicht alle zugerichteten Stücke tragen die ursprüngliche Ausdehnung noch so unverändert an sich, wie

leicht behauene Zimmerhölzer den Durchmesser und die Länge. Meist steht jedoch der Rohinhalt in einem gewissen Verhältnisse mit den Zurichtungsmaßen.

Käme zugleich der Reininhalt etwa wegen der Preisbestimmung zur Frage, so wird derselbe auf die bekannte Weise nach erfolgter Zurichtung ausgemessen. Behauene Nadelholzschäfte, die bei einem Drittel der Schaftstärke entgipfelt sind, würden ebenfalls vermittelst obiger Faktoren G × H × f berechnet, wovon aber G die behauene Grundfläche bezeichnet.

Vierte Abtheilung.

Forstliche Taxation.

§. 337. Inbegriff.

Die Schätzungskunst hat den Sachwerth zu ihrem Gegenstande; sie bestimmt mittels der Arithmetik, Planimetrie und Stereometrie, Natur= und Gewerbkunde die minder meßbare Größe, Beschaffenheit und Nutzbarkeit und hiernach weiter das Werthverhältniß der fraglichen Dinge. Die forstliche Schätzung beschäftigt sich hauptsächlich mit dem Gehalte, Ertrage und Werthe der Holzungen und lehrt, wie man den Massengehalt und Zuwachs theils von Bäumen, theils von ganzen Holzbeständen ermittelt, die Walderträge nach natürlichen Gesetzen und wirthschaftlichen Bedingungen erforscht und hiernach den Waldwerth weiter bestimmt. Sie zerfällt somit in vier Abtheilungen, nämlich in die Baumschätzung, Holzbestandesschätzung, Waldertragsschätzung und Waldwerthschätzung. Hier können wir uns jedoch nur auf den mathematischen Theil, das Fundament der Forsttaxation, einlassen, indem die technische Anwendung dieser Lehren der Forsteinrichtung angehört.

I. Baumschätzung.

1. Probemessungen an gefällten Bäumen.

§. 338. Gehaltsfaktoren der Holzstämme. Fig. 130.

Um die zur Schätzung des Massengehaltes von Bäumen und Holzbeständen nöthigen Vergleichungsgrößen zu gewinnen, mißt man gefällte Probestämme in allen ihren Theilen aus und sammelt sich die gefundenen Gehaltsergebnisse. Dabei kommen drei beständige Gehaltsfaktoren in Betracht, nämlich die Stammstärke, Stammhöhe und Stammform.

Die Stammstärken werden vorzugsweise nach dem Umfange bestimmt, der (n. §. 326.) leichter und sicherer zu nehmen ist, als der Durchmesser. Zu dieser Stärkenbestimmung muß das Stärkenmaß aller Stämme an gleicher Stelle abgegriffen werden. Dazu eignet sich weder des Stammes Fuß, wegen des ungleichen Wurzelanlaufs, noch eine an stehenden Stämmen unerreichbare Höhe. Man nimmt daher die Stammstärke zu allen Schätzungen in Brusthöhe, etwa 5 Fuß über dem Boden, bald etwas höher, bald etwas niedriger, je nach Maßgabe des stärkern oder schwächern Wurzelanlaufs; jedoch weder über 6, noch unter 4 Fuß *). Die hierzu gehörige Kreisfläche nennen wir Stammgrundfläche G, weil sie in der Berechnung wirklich als Grundfläche des Stammkörpers dient **).

*) Die Höhe zur Stärkenmessung nach der Scheitelhöhe einhalten zu wollen, etwa bei $\frac{1}{20}$, ist unthulich, beschwerlich und unrichtig; denn man müßte zu jeder Messung erst die Scheitelhöhe schätzen, in niedrigern Beständen knieend messen und zuweilen die Wurzelrücken mit umspannen, zuweilen nicht.

**) Das Wort Stammkreisfläche hat keinen stereometrischen Bezug, kann ebensowohl jede andere Stammquerfläche bedeuten, wovon aber keine einzige eine wirkliche Kreisfläche bildet, und paßt auch nicht wohl für ganze Bestände. Der Stereometer gebraucht Grundfläche.

Die Stammhöhen H werden von dem zur Benutzung kommenden untern Stammende bis zu dem fraglichen Höhenpunkte genommen, nämlich: als Schafthöhe bis zur Krone; als ganze Scheitelhöhe bis zum Gipfelende. Eine Walze, die mit dem Stamme gleiche Grundfläche G und gleiche Höhe H hat, nennen wir die Scheitelwalze des Stammes; ihr Körperraum $= G \times H$ ist stets größer als des Stammes Massengehalt und dient uns gleichsam als Maß, wonach wir diesen bemessen.

Die Stammform oder das Formhaltigkeitsverhältniß des Baumes bestimmt man, wie schon oben (§. 335. 3.) geschah, nach dem Theile, welchen des Stammes Massengehalt M von seiner Scheitelwalze $G \times H$ beträgt. Wir nennen diesen dritten Faktor, womit man den Inhalt der Scheitelwalze in den Stammgehalt verwandelt, Formzahl und bezeichnen denselben allgemein mit f. Es ist also $G \times H \times f = M$, und $f = \frac{M}{G \times H}$.

Denken wir uns den Stammgehalt M in seine Scheitelwalze gleichsam eingegossen, so bildet derselbe eine Walze, die wir Gehaltswalze nennen, mit der gleichen Grundfläche G und der besondern Gehaltshöhe h, und es ist $M = G \times h$; daher $\frac{M}{G \times H} = \frac{G \times h}{G \times H} = \frac{h}{H} = f$. Die Formzahl gleicht also auch dem Höhenverhältnisse $\frac{h}{H}$, und es läßt sich mit ihr eine Höhe aus der anderen berechnen; denn aus $f = \frac{h}{H}$ folgt $f \times H = h$, und $\frac{h}{f} = H$. Nach diesen Gesetzen kann für Schäfte und ganze Stämme die Formzahl, oder die Gehaltshöhe gesucht und zur Gehaltsbestimmung weiter gebraucht werden.

Übrigens sind die drei Faktoren $G \times H \times f$ die Grundlagen der ganzen Baum- und Bestandesschätzung; sie erscheinen in folgenden Werthen:

Der Stammgehalt $M = G \times H \times f = G \times h$.

Die Scheitelwalze $G \times H = G \times \frac{h}{f}$; denn $H = \frac{h}{f}$.

Die Stammgrundfläche $G = u^2 \times 0{,}07958 = d^2 \times 0{,}7854$.

Die Scheitelhöhe $H = \frac{h}{f}$.

Die Gehaltshöhe $h = H \times f = \frac{M}{G}$.

Die Formzahl $f = \frac{h}{H} = \frac{M}{G \times H}$.

Da die Stammgrundfläche G entweder u^2 oder d^2 zum Faktor hat, und man also die Stammstärke zur Berechnung des Stammgehaltes im Quadrate gebraucht: so muß dieselbe unter allen Gehaltsfaktoren am schärfsten bestimmt werden.

Bei den Probemessungen an gefällten Stämmen behufs weiterer Schätzungen hat man den Schaftholzgehalt, Kronenholzgehalt, Stockholzgehalt, gesammten Massengehalt, Sortengehalt und Zuwachs zu ermitteln.

§. 339. Schaftholzgehalt.

Der Schaft erstreckt sich bis in die Krone, wo das stark und ungleich abfallende Gipfelstück anfängt. Man mißt denselben im Liegen gewöhnlich in 10fußigen Abtheilungen aus, reißt dazu bloß die Mitte eines jeden Längentheiles ab, nämlich bei 5′, 15′, 25′ u. s. w., vom Stammende anfangend, und nimmt die Umfangstärke an jedem Risse. Zu dem letztern Risse gehören die nächsten 5 Fuß; darüber hinaus befindet sich meist noch ein kürzeres Endstück von zufälliger Länge. Nach diesen walzenförmigen Abtheilungen wird der Schaftgehalt ausgerechnet; auch wird wohl noch zu der Stammstärke und Schafthöhe die Schaftformzahl besonders ausgeworfen (n. §. 335. 3.).

Wäre der Schaft unförmlich, so müßte man ihn in kürzern Abtheilungen ausmessen, oder spalten und aufklaftern.

§. 340. Kronenholzgehalt.

Das zur Krone gehörige Gipfel- und Astholz des gefällten Probestammes wird als Spalt-, Knüppel- und Reisholz

klein gemacht und theils stückweise ausgemessen, theils ausgewogen, auch wohl sogleich in die gebräuchlichen Sortenmaße aufbereitet und danach bemessen. Das Ergebniß von dem Gipfel- und Astholze steht ziemlich im Verhältnisse mit der Stammstärke.

§. 341. Stockholzgehalt.

Den Stock- und Wurzelholzgehalt von dem Probestamme bestimmt man vermittelst des Gewichtes, oder des Stockholzmaßes; derselbe steht ebenfalls mehr mit der Stammstärke in Verhältniß.

Wird bei diesen Versuchen ein Schichtmaß eben nicht voll, so legt man den Stoß nur in eine gleiche Höhe und bemißt nach dieser den vorhandenen Theil vom Ganzen.

§. 342. Gesammter Massengehalt.

Die Summe der Körperfuße von dem gefundenen Schaft-, Kronen- und Stockgehalte ergiebt nun den gesammten Massengehalt des Stammes. Damit dieses Ergebniß weiter angewendet werden könne, berechnet man zu der unmittelbar genommenen Stammstärke und Scheitelhöhe noch die Stammformzahl f, das allgemeine Maß der Holzhaltigkeit, oder den Antheil des Stammes an seiner Scheitelwalze, nach der Formel $\frac{M}{G \times H}$ oder $\frac{h}{H}$ (§. 338.), und drückt dieselbe als Dezimalbruch aus.

Fände sich z. B. an einer Buche von 60″ Umfangstärke und 85′ Scheitelhöhe 101,5 Kfuß Massengehalt, so enthielte die dazu gehörige Formzahl $\frac{101,5}{169,1}$ = 0,6. Dieser Stammgehalt von 101,5 Kfuß hätte als Gehaltswalze 51′ Gehaltshöhe, welche $\frac{51}{85}$, ebenfalls = 0,6, zur Formzahl ergäbe.

Bekanntlich hält der Kegel $\frac{1}{3}$ von der Walze (§. 317.). Gebrauchte man nun den Kegel als Grundform, so wäre in diesem Beispiele die Formzahl 0,6 × 3 = 1,8, und dann könnte die Gehaltshöhe 51 × 3 = 153′ nicht am Baume selbst bemessen werden.

Man hat den Kegel, wahrscheinlich seiner spitzigen Form wegen, hier und da als Hülfskörper zur Baumschätzung gewählt, anstatt der Walze. Bei näherer Beurtheilung erscheint jedoch derselbe zu diesem Gebrauche schwerfälliger, weniger paßlich und überhaupt ganz überflüssig. Denn begreiflich könnte nur der volle Kegel angewendet werden, weil der abgestumpfte ein- für allemal nicht zur allgemeinen Grundform paßt. Aber auch der Gebrauch des vollen Kegels bedarf nicht nur einer unbehülflicheren Formzahl, sondern noch obendrein der Walze, die gleich von Anfang für sich gebraucht alle Massengehalt- und Zuwachsermittelungen viel anschaulicher und leichter macht.

Zudem muß ja eine jede Rundholzabgabe nach der Walze berechnet werden, und es verursachte daher eine ganz überflüssige Erschwerung des Forstdienstes, wenn man in den an sich schon überladenen Schätzungsgeschäften noch eine eigene Grundform einführte.

Bei Bestimmung der Gesammtmasse zu weiterem Gebrauche ist übrigens die wirklich vorhandene Holzmasse und die der Benutzung anheim fallende wohl zu unterscheiden. Jede Aufbereitung theilt außer dem unvermeidlichen Hauabfalle an Spänen, Geniste und Afterholz noch mehr oder weniger Nutzungsverlust wegen örtlicher Werthlosigkeit geringer Holzsorten, Überfüllung der Holzmaße und sonstiger Entfremdung.

§. 343. Sortengehalt.

Bei der Aufbereitung ist selten ein Grund vorhanden, das Schaft- und Kronenholz als solches zu sondern; man pflegt vielmehr die Holzsorten nach der Stärke und sonstigen Paßlichkeit für den Vertrieb überhaupt einzutheilen in Derb-, Knüppel-, Reis- und Stockholz und rechnet gewöhnlich zum Derbholz alles über 6 Zoll im Durchmesser starke Schaft- und Astholz, das theils im Ganzen, theils als Spaltholz abgeht; zum Knüppelholz das von 6 bis 2 Zoll und zum Reisholz das unter 2 Zoll Durchmesserstärke. Stockholz dürfte eigentlich nur von dem Wurzelstocke gemacht werden.

Sofern die Ausmessungen gefällter Probestämme zu weiterem Gebrauche dienen sollen, muß man die örtliche Aufbereitung mit berücksichtigen. Hier und da kommt wohl stärkeres Holz zu den Knüppeln, oder zu dem Reisig, oder das Knüppel- und Scheitholz kommt zusammen, oder es wird die Rinde für sich genutzt, oder man gewinnt mehr Wurzeln, macht wohl auch gar kein Stockholz, oder der Nutzungsverlust betrifft nur eine gewisse Sorte.

Die Sortenergebnisse werden in Verhältnißzahlen aufgestellt, die den Antheil jeder Sorte vom gesammten Massengehalte bezeichnen. An einer Eiche zu 66″ U, 80′ H, 0,65 f, mithin von 125 c′ Masse betrügen z. B.

80 c′ Derbholz	= 0,64	vom Ganzen,
20 c′ Knüppelholz	= 0,16	» »
15 c′ Reisholz	= 0,12	» »
10 c′ Stockholz	= 0,08	» »

Nach solchen Verhältnißzahlen kann der Sortengehalt von gegebenen Gesammtmassen ziemlich sicher bestimmt werden.

§. 344. Massenzuwachs.

1) Wachsthum. Der wachsende Holzstamm umlegt jährlich alle seine im Wachsthume begriffenen Holztheile mit einem neuen Holzringe und entwickelt zugleich aus den Holzknospen neue Höhen- und Seitentriebe. Dies bewirkt einen Stärkenzuwachs, einen Höhenzuwachs, eine Formveränderung und als Ergebniß von allen dreien einen Massen- oder Holzzuwachs.

Die Stammstärke nimmt alljährlich um einen sichtbaren Holzring zu, woran sich das Alter abzählen und der Stärkenzuwachs messen läßt. Der neue Jahrring liegt zwar im Innern unter der Rinde; da jedoch die Rinde von Jahr zu Jahr mit fortwächst, so beträgt die gleichzeitige Stärkenzunahme des Stammes auch im Äußern mindestens die Stärke der fraglichen Holzringe. Wir dürfen daher annehmen, daß die gefundene innere Stärke des jüngsten Holzzuwachses eben so an der

Oberfläche des Baumes Statt gehabt habe. Dabei bleibt stets die gleichzeitige, ohnehin nicht wohl meßbare Rindenzunahme der größeren Sicherheit wegen unberücksichtigt *).

Die Stammhöhe macht jährlich, so lange noch Höhenwuchs Statt findet, einen Höhentrieb, der sich äußerlich durch Quirle oder Wülste, innerlich durch die Jahrringstufen zu erkennen giebt.

Die Form kann sich mit der Zeit ebenfalls ändern, mehr oder weniger massenhaltig werden, indem sie bei zurückbleibendem Höhenwuchse durch Kronenwölbung zu-, oder durch neu hervortretenden Gipfel, durch Astverlust und dergleichen abnimmt.

Der Massenzuwachs verliert mehr oder minder durch den natürlichen Holzabfall. Mit steigender Stammhöhe und Astverbreitung werden nämlich von Jahr zu Jahr mehr und mehr Zweige und Äste verdrängt, gleichwie die unterdrückten Stämme im Holzbestande. Dieser, den Formzuwachs stets wieder schmälernde Selbstabfall begründet einen beträchtlichen Unterschied zwischen dem jedes Jahr entstehenden vollen Naturzuwachse und dem verbleibenden Nutzungszuwachse, welchen wir hier als altersdurchschnittlichen von der ganzen Lebenszeit, und als periodischen von einer bestimmten Altersstufe, dem laufenden Jahreszuwachse gegenüber, in Betracht ziehen.

2) Alters-Durchschnittszuwachs von der ganzen Lebenszeit. Theilt man die eben vorhandene Gesammtmasse eines Baumes durch seine Alterszahl, so ergiebt sich die eigentliche Durchschnittsmehrung. Eine 150-jährige Eiche von 125 c′

*) Man hat die Beständigkeit der jüngern Jahrringe und die Zuverlässigkeit solcher Stärkenzuwachs-Messungen in Zweifel gestellt. Doch bei den Untersuchungen in Brusthöhe wird sich an dem über 1 Jahr alten Holze wohl schwerlich ein weiteres Zusammenziehen wahrnehmen lassen; erschiene aber zuweilen ein jüngster Jahrring auffallend breiter und wirklich noch unverholzt, so würde derselbe von der Messung ausgeschlossen. Ein Anderes ist es im Stocke näher am Boden; wer wird aber auch da, wo die Unstetigkeit alles Stärkenwachsthums ihren Sitz hat, Zuwachsermittelungen anstellen?

Massengehalt hätte $\frac{125}{150}$ = 0,833 c' Durchschnittszuwachs. Derselbe ist offenbar gegen den wirklichen Jahreszuwachs für frühere Jahre zu groß und für spätere zu klein, weil der Jahrring an dem größeren Baume in Umfang und Höhe weit mehr Ausdehnung hat, als an dem kleinen Stämmchen; auch befaßt er das unbekannte Abfallholz nicht, das durch eine frühere Fällung mit genutzt worden wäre.

3) Periodischer Jahreszuwachs von einer bestimmten Alterstufe. Zieht man von dem Stammgehalte des fraglichen Alters den Stammgehalt einer nicht viel früheren Zeit ab, so ergiebt sich der jährliche Zuwachs dieser Zwischenzeit durch Theilung des Unterschiedes in die dazu gehörigen Jahre, und zwar desto genauer, je kürzer diese Zwischenzeit ist.

Um einen solchen periodischen Zuwachs am liegenden Baume zu erforschen, etwa den der letztern 10 Jahre, soll man nach der alten Lehre den ganzen Stamm in Abtheilungen schneiden, von jeder die letztern 10 Jahrringe als Cylinderring abmessen und den somit gefundenen Zuwachs aller Abtheilungen zusammenrechnen. Dieses Verfahren ist nicht nur sehr umständlich und am stehenden Holze unanwendbar, sondern auch unzulänglich und unrichtig. Denn man wäre nicht im Stande, den Zuwachs am Reisholze zu erforschen und irrte zudem allemal um das Abfallholz der Zwischenzeit.

Setzen wir in Ansehung dieses Irrthums, es wäre M der gegenwärtige Stammgehalt, m der vor 10 Jahren, x das von m inzwischen verloren gegangene Abfallholz, mithin m — x der jetzt noch vorhandene Rest von dem älteren Holze: so betrüge die eigentliche Mehrung seit 10 Jahren M — m; man rechnete aber dafür M — (m — x), zöge also nicht den früheren wirklichen Baumgehalt von dem gegenwärtigen ab. Ein solches Zuwachsergebniß wäre also offenbar um das inzwischen entkommene Abfallholz x zu groß, und dieser Betrag ist gar nicht unbedeutend.

Weit leichter und richtiger finden wir diesen periodischen Massenzuwachs in dem Unterschiede des spätern und frühern Stammgehaltes G × H × f selbst, als wirkliche, das inzwischen

entkommene Abfallholz nicht mit befassende Mehrung. Hierbei ist nur die Stammstärke, die Scheitelhöhe und die Formzahl eines jeden Zeitpunktes zu bestimmen.

Hätte z. B. obige 150=jährige Eiche von 66″ U, 80′ H, 0,65 f und 125 c′ Masse vor 10 Jahren 62″ U, 77′ H und 0,63 f, also 103 c′ Masse gehabt: so wäre ihr Zuwachs in den letztern 10 Jahren 125 — 103 = 22 c′ und jährlich 2,2 c′ gewesen. Dieser Zuwachsbetrag ist indeß eben auch das Ergebniß einer Durchschnittsrechnung und nicht wirklich der laufende Zuwachs des letzten Jahres (§. 356.).

§. 345. Wachsthumsgang nach den Jahrringen.

Der Gang des an einem Baume von Zeit zu Zeit erfolgten Massenzuwachses ließe sich auch bloß aus den Jahrringstärken entziffern, wenn man voraussetzen dürfte, daß bei unveränderter Form die Höhe im Verhältniß der Stärke zugenommen habe; dann stiege der Massenzuwachs wie die dritte Potenz der Stammstärken (§. 310.). Unter dieser Voraussetzung mißt man auf einem, etwa 4 bis 5 Fuß über dem Stammende geführten Querschnitte die Gesammtbreiten von je zehn Jahrringen und berechnet nach diesen den, einer jeden dieser Altersstufen von dem ganzen Baumkörper zukommenden Antheil. Fände sich z. B. von innen heraus folgender Stärkenzuwachs:

1)	vom 1. bis 20. Jahre einschließlich der Entstehungszeit	2,4 Zoll;
2)	vom 21. bis 30. Jahre	2 »
3)	vom 31. bis 40. Jahre	1,8 »
4)	vom 41. bis 50. Jahre	1,4 »
5)	vom 51. bis 60. Jahre	1 »
6)	vom 61. bis 70. Jahre	0,8 »
7)	vom 71. bis 80. Jahre	0,6 »
	zusammen in 80 Jahren	10 Zoll:

so ergäbe dies folgenden Wachsthumsgang:

Zum	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80. Jahre
a)	$2{,}4^3$	: $4{,}4^3$	: $6{,}2^3$	: $7{,}6^3$	: $8{,}6^3$	: $9{,}4^3$	: 10^3;
b)	0,014	: 0,085	: 0,238	: 0,439	: 0,636	: 0,830	: 1.

Hinter a sind die Kubikzahlen aller Stärken, und hinter b sind

die dadurch begründeten Theile des ganzen Baumkörpers, welche den darüber stehenden Altersjahren zukommen und auf den zu 1 angenommenen gegenwärtigen Massengehalt des Baumes leicht angewendet werden könnten.

Obgleich solche Untersuchungen nicht wohl zu weiter anwendbaren Ergebnissen führen, weil der Höhenwuchs keineswegs mit dem Stärkenzuwachs so ebenmäßig fortschreitet, wie hier vorausgesetzt werden muß, und weil fast jeder Baum seinen eigenen Wachsthumsgang hat: so ersieht man daraus wenigstens, wie und warum der Durchschnittszuwachs von dem periodischen und dieser wieder von dem laufenden Jahreszuwachse mehr oder minder abweichen muß, lernt auch dabei die Verhältnisse ähnlicher Körper auf den Holzzuwachs, sowie die Darstellung des Baumgehaltes in Walzenform mehr anwenden. Wer aber nach solchen Ergebnissen, die zumal tief unten am Stammende genommen sind, wo sich die Jahrringe stets abnorm verhalten, den weit verwickeltern natürlichen Wachsthumsgang ganzer Wälder zu entziffern denkt, der ist offenbar von der Theorie zu sehr befangen.

2. Schätzung stehender Bäume.

§. 346. Stärkenmessung. Fig. 131.

Die Stammstärken werden wie bekannt vermittelst des Spannmaßes 5 Fuß über dem Boden, also in Brusthöhe, nach dem Umfange gemessen, am Berge von der obern Seite. Öfters ist die gefundene Stärke noch zu berichtigen, theils wegen Unkreisförmigkeit der Stammgrundfläche (nach §. 327.), theils wegen des Wurzelanlaufes, wofern dieser der anzunehmenden Stammform nicht entspricht. Zu diesem Behufe rückt man mit dem Spannmaße bis zu 6 Fuß hinauf oder bis zu 4 Fuß hinunter. Jeder Holzschätzer muß sich im richtigen Ansprechen der Baumstärken üben, um nicht allemal erst messen zu müssen.

Zur Ermittelung des Stärkenzuwachses meißelt man eine Kerbe auf der kreisförmigsten Stelle des genommenen Umfangs ein und mißt entweder nach §. 329. die fragliche Ring-

stärke gleich in abzurechnenden Umfangsantheilen, oder sucht vermittelst eines Zollstäbchens, wie viel der jüngsten Jahrringe auf ½ Zoll des Halbmessers gehen. Auffallende Abweichungen in den Ringstärken sind dabei geeignet zu berichtigen. Wo eine durchgängige Gleichförmigkeit der fraglichen Jahrringe zweifelhaft ist, untersucht man deren Stärke auf zwei entgegengesetzten Seiten.

Soll eine obere Schaftstärke ab bestimmt werden, so trägt man sie am thulichsten vermittelst eines Lothfadens herunter auf das Stammende. Man richtet nämlich, von dem Schafte abstehend, am Lothe über a herunter zu c, dann über b zu d und läßt dabei von einem Andern die Breite cd anstatt des obern Durchmessers ab anzeichnen und abmessen. Wo größere Genauigkeit erforderlich wäre, müßte der Stamm bestiegen werden, denn die Führung künstlicher, kostbarer Werkzeuge paßt nicht für den Forstwirth.

§. 347. Höhenmessung. Fig. 132. 133. 134. 135.

Zur Messung der Schaft- und Scheitelhöhen ist das Meßbrettchen am geeignetsten. Man steckt dasselbe in gewisser Entfernung von dem Stamme A, Fig. 132., auf eine Stelle, wo der abzumessende Höhenpunkt B sichtbar ist, nimmt den Lothpunkt oben hin, visirt nach B und zählt an der Augenseite des Brettes das Maß ed der zuvor wagerecht gemessenen Grundlinie AC ab, geht nun auf der Brettfläche von dem Punkte d mit den Netzlinien gleichlaufend hinein bis an den indeß zur Ruhe gekommenen Lothfaden c und von hier wieder seitwärts heraus nach a. Die dort befindliche Zahl zeigt die Höhe AB an.

Der Lothfaden und der Stamm sind beide lothrecht, also parallel, mithin ist

$\measuredangle$ abc = $\measuredangle$ ABC (§. 139.);
$\measuredangle$ cab = $\measuredangle$ CAB = R.

Folglich $\triangle$ abc $\sim$ $\triangle$ ABC (§. 149.),
also ac : ab = AC : AB.

ac ist aber gleich ed und somit das verjüngte Maß von AC; folglich ist ab auch die Verjüngung von AB.

Steht das Meßbrettchen nur wenig höher als der Fuß des Stammes, so dreht man nun dasselbe wagerecht, daß der Lothfaden genau die äußere Quadratseite deckt, zielt so hinüber auf A und läßt während deß einen Andern mit der Hand am Stamme hinauf rücken und A bezeichnen. AD wird dann unmittelbar gemessen und zu der schon gefundenen Höhe AB gerechnet. Bisweilen muß aber das Meßbrettchen höher über, oder auch unter dem Fuße des Stammes aufgestellt werden, Fig. 133.; dann mißt man dieses untere Stück AD auf dieselbe Art, wie AB, und addirt oder subtrahirt es.

Hierbei ist noch besonders zu beobachten: Der Standpunkt C muß so genommen werden, daß CA und AB ziemlich gleich sind, damit sich die Linien möglich scharf durchschneiden. — CAB muß durchaus ein rechter Winkel sein, denn sonst würde die Messung fehlerhaft, wie aus Fig. 134. zu ersehen, wo man für DE und DF einerlei Höhe DB fände. An schief stehenden Stämmen wählt man daher den Standpunkt so, daß die schiefe Richtung seitwärts fällt, und neigt dann das Meßbrettchen in dieselbe. — Auch muß man sich bei Bäumen mit breiten Kronen in Acht nehmen, nicht über den Scheitelpunkt E hinweg zu visiren, wie in Fig. 135.; deßhalb nimmt man am Berge seinen Stand wo möglich über dem Fuße des Stammes. Diese, durch des Baumes Neigung und Kronenwölbung entstehenden Fehler sind ungeachtet aller Vorsicht sehr beträchtlich. Um so mehr darf daher unser kleines Meßbrettchen genügen.

Den Anfangspunkt zur Stammhöhe nimmt man in der Regel um den vierten Theil des Stockdurchmessers über der Bodenoberfläche an; wo Stockholz gemacht wird, ebenmäßig tiefer, wofern man die Stockholzmasse nicht besonders aufrechnen will; wo höhere Stöcke zurückgelassen werden, um so viel höher. Findet sich für eine eben geltende Stammform der Gipfel etwas mehr gedrückt, oder mehr hervorragend, so kann die ermittelte Höhenzahl danach leicht ermäßigt werden. Die Übung im freien Ansprechen der Stammhöhen macht sich dem Holzschätzer sehr

nützlich, indem er beim Höhenmessen wegen der umständlichern Hülfsmittel zuweilen wohl fehlt und daher stets eines sichern Urtheils bedarf.

Der Höhenzuwachs läßt sich am stehenden Baume nach seiner wirklichen Länge nicht wohl messen, sondern nur schätzen. Zur Massenzuwachs-Ermittelung spricht man denselben füglicher in Bezug auf den vorfindlichen Stärkenzuwachs an, und zwar von dem sichern Grunde ausgehend: daß die Scheitelhöhe höchstens mit der Stammstärke in gleichem Verhältnisse, mindestens aber gar nicht zuwächst*). Bezeichnet man dem gemäß den höchsten, oder vollen Höhenzuwachs mit 1 und den ganz fehlenden mit 0 und stellt noch drei arithmetische Mittelglieder zwischen diese zwei äußersten Zuwachsgrenzen: so bekommt man zu jenem Ansprechen die fünf allgemeinen Höhenzuwachsklassen

$$1 — \frac{3}{4} — \frac{1}{2} — \frac{1}{4} — 0$$

in Zahlen, welche anzeigen, wie viel der wirkliche Höhenzuwachs von dem vollkommenen enthält. Betrüge z. B. an einem 72 Fuß hohen Baume die Durchmesserstärke 12 Zoll und der fragliche beiderseitige Stärkenzuwachs zusammen $\frac{1}{10}''$: so wäre nach der Proportion $12 : \frac{1}{10} = 72 : x$ der volle Höhenzuwachs $x = \frac{\frac{1}{10} \times 72}{12} = 0{,}6$ Fuß, und davon kämen auf die fünf Höhenzuwachsklassen dieses Falles 0,6′ — 0,45′ — 0,3′ — 0,15′ — 0. Auf solche Weise bestimmt man nicht nur nach dem gemessenen oder geschätzten wirklichen Höhenzuwachse die Höhenzuwachsklasse, sondern auch umgekehrt nach der geschätzten Höhenzuwachsklasse die Länge des Höhenzuwachses.

§. 348. Formschätzung.

Die zur Schätzung des Massengehaltes stehender Bäume dienenden Formzahlen ermittelt man wie bekannt an gefällten Probestämmen für jede Baumart und Wuchsverschieden-

*) Nur jüngere, gedrängt stehende gipfelfreie Stämme, namentlich Kiefern, machen hiervon zuweilen eine Ausnahme.

heit und wendet sie dann vergleichend wieder an, mit Erwägung des vor Augen befindlichen **Wuchses**, der Statt gehabten **Wachsthumsverhältnisse** und des örtlichen **Holzverlustes** bei der Ausbereitung.

Nachstehende Formzahlen sind die gewöhnlichen für die **Stammgehalte** der angeklammerten Holzarten auf mittlerem Standorte und in vollem, hinlänglich räumlichem Bestande erwachsen, jedoch überhaupt ohne Stock- und Erdholz, bei den Nadelhölzern auch ohne Reisig:

Eichen, Buchen, Linden 0,60 / 0,58 / 0,56
0,56 Eschen, Ahorne;
0,54 Pappeln, Erlen;
0,52 Tannen, Fichten.
Lärchen, Kiefern 0,52 / 0,50 / 0,48
0,50 / 0,48 Birken.

Dabei hat man zu merken: Je kürzer und breiter der Wuchs überhaupt*), je gewölbter, höher und dichter die Krone, je holzvoller der Schaft, je angemessener der Standort, je freier der Wachsthumsraum ist: desto größer findet sich die Gehaltsformzahl, und so umgekehrt, bei sonst gleichem Aufbereitungsverluste.

Da die Formzahlen aller Stämme von einerlei Wuchsklasse mit zunehmender Scheitelhöhe kleiner werden, und daher an sich gar nicht so leicht zu schätzen sind, als man bis daher glaubte, dieses Abnehmen jedoch stetig fortschreitet: so ist es zum Behufe der Baumschätzungen viel sicherer, gleich die Gehaltshöhe, das

---

*) Die Ausbreitung der Krone nach dem Durchmesser D bietet in Vergleich zur Scheitelhöhe H ein Ausbreitungs-Verhältniß $\frac{D}{H}$, wonach man die Form einigermaßen mit bemessen kann; doch müßte dasselbe bloß unter gleichen Stammstärken angewendet werden. Denn hätten z. B. zwei Stämme, einer von 6′, der andere von 4′ U, die gleiche Höhe $H = 40'$ und die gleiche Ausbreitung $D = 20'$: so wäre von beiden das Ausbreitungs-Verhältniß $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$; aber die Form des schwächern fände sich gewiß viel voller. Zudem liegt ja auch die Höhe und Dichtheit der Kronen selbst ganz außerm Bereiche eines solchen Ausbreitungs-Verhältnisses.

Produkt der Scheitelhöhe mit der Formzahl, H × f, erfahrungsmäßig aufzureihen und zu gebrauchen.

Die Gehaltshöhe könnte leicht auf folgende Weise am Stamme selbst geschätzt werden: Man denkt sich den Stamm in einem auszusuchenden Höhenpunkte ungefähr so eingeknickt, daß die Masse seines Obertheiles herabwärts die entsprechende Gehaltswalze ausfüllte. Die Höhe bis zu diesem Punkte wäre die wirkliche Gehaltshöhe h = H × f (§. 338.). Das bloße Augenmaß trifft sie mit unerwarteter Genauigkeit; ein praktischer Vortheil, den der Kegel keinesweges darbietet.

Öfters spricht man die Stammstärken und Höhen nach gegebenen Klassen an; weicht nun eine vorfindliche Stärke oder Höhe von dem festen Klassenmaße etwas ab, so wird die Formzahl hiernach ermäßigt, damit der Stammgehalt aus dem Produkte G × H × f dennoch richtig hervorgehe*).

Eine wesentliche Veränderung des Formwuchses kann nur von veränderter Stellung, oder von außerordentlichem Verluste hervorgebracht werden. Erstere wirkt sehr allmählich, letztere ist zufällig. Daher nimmt man in der Regel an, daß die, einem Baume eben eigene Formzahl innerhalb weniger Jahre ziemlich dieselbe bleibe, und begreift nöthigen Falls eine kleine Formveränderung in dem Höhenzuwachse mit.

§. 349. Ermittelung des gesammten Massengehaltes.

Ist an einem Baume die Stammgrundfläche G vermittelst der Stammstärke gemessen, auch die Scheitelhöhe H, und ist die Formzahl f geschätzt: so läßt sich die Gesammtmasse desselben leicht finden nach der Formel G × H × f (§. 338.). G × H,

---

*) Am leichtesten sind diese Ausgleichungen zwischen den Höhen- und Formzahlen. Wäre z. B. H = 57 und f = 0,58, so könnte man ohne Fehler 55 H und 0,6 f, oder 60 H und 0,55 f annehmen. Es kommt begreiflich nur darauf an, die Zahlen so zu stellen, daß sie dasselbe Produkt wieder geben. Schwieriger läßt sich hierzu die Stärke gebrauchen, weil deren Quadratzahl mit verglichen werden müßte.

der Inhalt der gleichstarken und gleichhohen Scheitelwalze, kann in den Tafeln nach Umfang und Höhe aufgesucht und dann mit der Formzahl f. multiplizirt werden. Hätte z. B. eine Buche 41'' Stammstärke, 70' Scheitelhöhe und 0,58 zur Formzahl: so enthielte ihre Scheitelwalze, G × H, 65 c', und der Stamm selbst 65 × 0,58 = 37,7 c'.

Ist die Gehaltshöhe h geschätzt, oder sonst bekannt, so braucht man nur die Gehaltswalze G × h aufzuschlagen, oder zu berechnen. Die hier angefügten Erfahrungstafeln über den Massengehalt der Waldbäume 65 bis 72 geben die Gehaltshöhen aller Baumarten und Formklassen zu den Scheitelhöhen ohne Weiteres an. Sie fassen nämlich zuerst in sieben Abtheilungen die wichtigeren Baumgattungen mit gleicher Formhaltigkeit zusammen, nämlich: 1) die Eiche in ihrem ganz angemessenen Standorte; 2) die Waldbuche und Hainbuche; 3) die Linde und Esche, den Ahorn und die Ulme; 4) die Aspe, Pappel und Erle; 5) die Tanne und Fichte; 6) die Lärche und Kiefer; 7) die Birke. Andere hier nicht genannte Holzarten sind diesen Abtheilungen leicht anzupassen.

Die fünf obenan mit Ziffern bezeichneten Formklassen jeder Abtheilung unterscheidet man nach den Wachsthumsverhältnissen und dem Wuchse mit Berücksichtigung des zufälligen Aufbereitungsverlustes auf folgende Weise:



I. Klasse: Stämme, mehr gedrängt in die Höhe getrieben, mit dem wenigsten und schwächsten Astholze, der spitzigsten Krone und einem abfälligeren Schafte. Auch solche, die räumlicher stehen zwischen schneller wachsenden Holzarten, oder zwischen Oberbäumen; zumal auf dürftigerem Boden, von Stockausschlag, oder aus früherem zu lichtem Stande.

II. Klasse: Stämme in mäßigem Schlusse erwachsen, gehörig beastet, stumpfer in der Krone, hoch- und vollschaftig, be-

sonders auf kräftigem Boden und mehr vom Samenanwuchse. Auch welche in räumlichem Stande auf dürftigerem Boden, oder von Ausschlag.

III. Klasse: Stämme, die längere Zeit ganz räumlich gestanden haben, mit stärkerer Astverbreitung, gewölbter Krone und vollem Schafte, besonders auf kräftigem Boden. Auch dürftig im freien Stande erwachsene.

IV. Klasse: Frei erwachsen, mit vielem starken Astholze, breiter Krone und kürzerem Schafte, besonders auf nicht zu geringem Standorte.

V. Klasse: Im einzelnen Stande, mit der stärksten Astverbreitung, der breitesten Krone und dem kürzesten Schafte. Bei dem Nadelholze ist in dieser Formklasse alles Astholz ausgeschlossen und dadurch im Gegensatze zum Laubholze die gehaltloseste Form gebildet. Ohne Nutzungsverlust gehören die ausgebreitetsten Nadelholzstämme der IV. Formklasse mit an, indem die Vollform dieser Holzgattung eine V. Klasse eigentlich nicht erreicht. Übrigens sind unter keiner Klasse die Nadelholzzweige mit inbegriffen *).

Zu den mehr vorkommenden Formklassen I. bis III., die gewöhnlich als Mittelgrößen für ganze Waldbestände dienen, findet man auch noch Übergangsstufen. Die in den Tafeln seitwärts bezeichneten Scheitelhöhen steigen von der ersten nutzbaren Stammhöhe um 5 Fuß. Die Inzahlen sind die dazu gehörigen Gehaltshöhen, nebst den wegen etwaiger Nachfrage von 20 zu 20 Fuß noch eingeschobenen Formzahlen. Beim Gebrauche dieser Tafeln nimmt man unter der geschätzten Formklasse und neben der Schei-

---

*) Unsere frühere Klassenbestimmung ordnete die Nadelhölzer den Nutzungsverhältnissen mehr unter. Dies erschwerte jedoch deren Anwendung neben den, mehr nach den Wachsthumsverhältnissen bestimmten Laubholzklassen. Deßhalb ist die frühere I. Nadelholzklasse zur V. genommen und jede der übrigen um eine Stelle vorgerückt worden, so daß nun die Stammformen aller Holzgattungen ganz übereinstimmig klassifizirt sind.

telhöhe nur die Gehaltshöhe h = H × f und schlägt zu dieser in den Walzentafeln den Inhalt der Gehaltswalze G × h sogleich auf. Eine Buche von 4′ Umfangstärke, 70′ Scheitelhöhe in II. Formklasse hätte zur Gehaltshöhe 40,55′ und zum Holzgehalte 51,62 Kfuß. Zwischen der I. und II. Formklasse hielte dieser Baum, bei 38,76 Gehaltshöhe, 49,34 Kfuß.

Sollten die Scheitelhöhen der Tafeln eben nicht zureichen, so berechnet man die fragliche Gehaltshöhe nach der nächsten Gehaltshöhen-Differenz. Eine 130 Fuß hohe Fichte II. Klasse hätte z. B. nach der zwischen 110 und 120 befindlichen Differenz (61,88 — 57,59 = 4,29) zur Gehaltshöhe 61,88 + 4,29 = 66,17. Diese Differenz ist zwar etwas zu groß, weil sie in der Regel von Stufe zu Stufe fallen sollte; zu solchem Gebrauche mag sie indeß genügen. Ebenso läßt sich jede Gehaltshöhe zu einer übersprungenen Scheitelhöhe finden, z. B. für 58′ Buchenhöhe II. Klasse, $32{,}4 + \frac{35{,}15 - 32{,}40}{5} \times 3 = 34{,}05$.

§. 350. Ermittelung des Schaftholzgehaltes.

Der Schaftholzgehalt ergiebt sich im Allgemeinen aus der zu messenden Stammstärke und Schafthöhe und der zu schätzenden Schaftformzahl, nach der Formel G × H × f. Die zur Formschätzung nöthigen Vergleichungsgrößen findet man mittels geeigneter Probemessungen an gefällten Bäumen (§. 339.). Aus diesen ist mit Zuverlässigkeit hervorgegangen, daß die Schaftformzahl der von 10 Fuß aufwärts steigenden Höhen mit 1 beginnt und bis zu 0,8 fällt, und zwar um so mehr, je höher und beasteter der Schaft ist. Die bloße Schaftformzahl an sich bietet dem Schätzer wenig Anhalt, viel sicherer ist die Schätzung nach Schaftformklassen, zu denen entweder die Gehaltshöhen, oder die Holzgehalte selbst in voraus bestimmt sind.

1) Gewöhnliche Schafthölzer. Diese schätzt man am geeignetsten nach den Erfahrungstafeln 74, 75 und 76, welche die Gehaltshöhen aller Baumschäfte in fünf allgemeinen Formklassen darbieten, denen die vorkommenden Baumarten untergeordnet sind. Zur weitern Auswahl dieser

Klassen beurtheilt man vorzüglich den untern und den obern Anlauf des Schaftes, zudem die ganze Länge und Beastung des Stammes, auch ob der Schaft mehr unter- oder innerhalb der Krone entgipfelt werden soll. Dabei ist noch zu berücksichtigen: daß ein und derselbe Schaft in verschiedenen Höhen auch verschiedenen Klassen angehören kann; daß starke Schäfte meist in einer etwas niedrigern Klasse stehen als schwache; daß angemessener Standort und räumlicher Schluß auffallend vollere Schaftformen geben. Die zum Ansprechen dieser Gehaltshöhenklassen erforderliche Übung läßt sich beim Messen der in den Schlägen ausgehaltenen Schäfte gar leicht gewinnen.

In dieser Tafel findet man zu jeder Holzart unter der geschätzten und obenan stehenden Schaftformklasse und neben der gemessenen und außen stehenden Schafthöhe die Gehaltshöhe, hinter welcher der Schaftholzgehalt in der Walzentafel unter der an 5 Fuß über'm Boden gemessenen Stammstärke aufgesucht wird, ganz wie bei Ermittelung der Gesammtmasse. Hätte z. B. ein Eichenschaft III. Klasse 45″ U, 50′ H, so wäre sein Holzgehalt, bei 40,00 Gehaltshöhe, 44,76 Kfuß. An kürzern Schäften könnte man auch die Mittelstärke messen (n. §. 346.) und den Schaftgehalt gleich nach der wirklichen Schafthöhe als Walze suchen. Deßhalb nehmen die Höhen dieser Tafeln auch erst mit 11 Fuß ihren Anfang.

2) Nadelholz-Baustämme. Die Zimmerholz-Abgabe bedarf zur Verwerthung liegender und stehender Stämme einer kurzen, ebenso handlichen als zuverlässigen Übersicht der dabei in Frage kommenden Schaftgehalte. Ein solches Hülfsmittel theilen wir in den besondern Erfahrungstafeln 77 bis 81 mit. Darin stehen obenan die in Brusthöhe gemessenen Umfangsfuße und die drei Zimmerstammklassen mit I, II und III bezeichnet, nämlich:

I. Klasse, für gewöhnliche Kiefern- und Lärchenstämme in minder voller Schaftform. Die noch geringhaltigeren Formen des freiern Standes werden wenigstens nicht im Ganzen als Zimmerholz verwendet.

II. Klasse, für die ausnehmend vollschaftig gewachsenen Kiefern und Lärchen, so wie für Fichten und Tannen in ihrer minder vollen Schaftform.

III. Klasse, für Fichten- und Tannenstämme in ihrer Vollform.

Bei der Klassenbestimmung hat man wohl zu beachten, daß der angemessenere Standort und räumlichere Schluß, worin die Beastung weder zu schwächlich ist, noch zu tief herunter geht, die volleste Schaftform hervorbringen. Die voran in Fußen stehende Schaftlänge erstreckt sich von dem wirklichen Stammende bis hinauf zu 1/3 der genommenen Stammstärke (nach §. 335. 3.). Ohne eine solche geregelte Entgipfelung würde die nöthige Ähnlichkeit der Zimmerstammformen nicht zu ermöglichen sein. Die dadurch gegebenen Höhenpunkte bestimmt der Praktiker am stehenden Stamme entweder nach anderwärts in den Schlägen schon gefundenen Längen, oder mittels Fällung einiger Probestämme aus der zur Abgabe bestimmten Holzung. Die Inzahlen der Tafeln geben den Holzgehalt an zu Umfang, Länge und Formklasse. Ein Fichtenzimmerstamm von 3′ U, III. Klasse, und 70′ H enthält 30,9, abgekürzt, 31 Kfuß.

§. 351. Ermittelung des Knüppel- und Reisholz-Gehaltes.

Den Körpergehalt vom Knüppelholze über 2 bis zu 6 Zoll, so wie vom Reisholze unter 2 Zoll schätzt man, wofern das Augenmaß eben nicht zureicht, in Massensummen nach bekannten Verhältnißzahlen (§. 343.), im Einzelnen wohl eher nach Erfahrungstafeln, wie die hier unter 82 bis 85 angefügten. Diese umfassen den Knüppel- und Reisholz-Gehalt für die obenan stehenden Stammstärken und die voran stehenden Holzarten in fünf verschiedenen Gehaltsklassen, welche man nach dem Wuchse bestimmt mit Berücksichtigung der Statt gehabten Wachsthumsverhältnisse. Erfahrungsmäßig giebt der bessere Standort mehr Kronenholz als der minder gute, der freie Stand mehr als der geschlossene. In der Jugend ist das Reisholz, im Alter das Knüppelholz überwiegend. Gesunde Bäume haben mehr Reisholz als krankhafte; letztere dagegen oft mehr Knüppelholz als Reisig. Gewöhnlich geben Stämme mit sehr vielem Knüppelholze verhältnißmäßig weniger Reisholz, und

so umgekehrt. Daher erreichen selten beide Holzsorten an einem und demselben Stamme zugleich ihr höchstes Maß. Die Holzgehaltsklasse von dem Knüppel- und Reisholze entspricht meist auch der Formklasse von dem gesammten Massengehalte. Die I. Klasse ist für Stämme in regelmäßig geschlossenem Bestande; die V. für frei erwachsene in günstigem Standorte; die Zwischenklassen sind arithmetische Mittelgrößen. Eine Eiche von 5 Fuß Umfangstärke hat in der III. Klasse 14,5 Kfuß Knüppelholz; eine Fichte von 4 Fuß U, in der II. Klasse, 3,9 Kfuß Reisholz.

§. 352. Ermittelung des Stockholzgehaltes.

Der Körpergehalt des zur Nutzung kommenden Stockholzes hängt nicht nur von der Stammstärke nebst der eigenthümlichen und zufälligen Wurzelstockform ab, sondern auch von der sehr verschiedenen Ausbringung, ob nämlich der oberirdische Stock bloß abgehauen, oder ob auch das Gewürzel mehr oder minder mit ausgerodet und wie hoch dazu der Baumstumpf gelassen wird. Diese Zufälligkeiten erschweren die Schätzung der Stockholzausbeute um so mehr, als das vorhandene Erdholz sich dem Blicke fast ganz entzieht. Deßhalb sind hierbei Ergebnisse aus der Erfahrung besonders nöthig.

Die Tafel 86 weis't den Stockholzgehalt ohne besondere Rücksicht auf die Holzart nach für jede voranstehende Umfangstärke des Stammes, in Brusthöhe gemessen, an Haustockholz und an Rodestockholz. Jede dieser Stockholzabtheilungen umfaßt fünf Ausbeuteklassen in arithmetischer Stufenfolge, die jedoch nicht allein von der gegebenen Stockhöhe und angewendeten Nutzung, sondern auch von der nach Holzart, Standort und zufälligem Wuchse bedingten Stock- und Wurzelhaltigkeit abhängen. Die I. Klasse setzt niedrigere Stöcke, mindere Bewurzelung und nachlässigere Ausbringung voraus; die V., höhere Stöcke, stärkeres Gewürzel und fleißigere Ausbringung; keine von beiden begreift aber ein Unterstecken von weiterem Stammholze. So hätte z. B. ein Baum von 5½ Fuß Umfang nach der III. Klasse 6,5 Kfuß Hau-, oder 16,71 Kfuß Rodestockholz.

Wenn auch von einzeln stehenden, kurzen Bäumen auf seichtgründigem Boden und bei sorgfältigerer Rodung eine größere Stockholzausbeute gewonnen werden kann: so ist dies doch in ganzen Schlägen weniger anzunehmen. Für diese giebt überhaupt das durch die Hauungen an Ort und Stelle hervorgegangene Ausbeuteverhältniß (§. 343.) den sichersten Anhalt.

§. 353. Ermittelung des Spaltholzgehaltes.

Das Spalt- oder eigentliche Scheitholz des stehenden Baumes ergiebt sich, wenn man von der Gesammtmasse die übrigen vorher geschätzten Holzsorten abzieht, nämlich: das Schaftholz, im Fall dasselbe für sich abgegeben wird, dann das Knüppel- und Reisholz, endlich auch das Stockholz, wo man Stöcke machen läßt. In letzterm Falle wurde entweder der ganze Stock gleich mit in die Höhenmessung gezogen, oder das Stockholz nach seinem wirklichen Gehalte in gewissem Verhältnisse zum Stammholze besonders aufgerechnet.

§. 354. Ermittelung des Rindengehaltes.

Der Rindengehalt, so weit sich die Lohnutzung gewöhnlich erstreckt, wird am kürzesten gefunden, wenn man die Differenz der berindeten Stammgrundfläche G und der entrindeten g mit der Gehaltshöhe $H \times f$ multiplizirt, also voraussetzt, daß

der gesammte Massengehalt $= G \times H \times f$,
der entrindete Holzgehalt $= g \times H \times f$;
daher die Rinde an sich $= (G - g) \times H \times f$ sei.

In der Wirklichkeit haben freilich die jüngern schwächern Stammtheile verhältnißmäßig mehr Rinde, als die stärkeren; dagegen wird auch die Rinde der dünnern Reiser meist nicht mit genutzt. Den innern Umfang vom reinen Holze bestimmt man nach §. 329. Fände sich z. B. an einer Eiche von 85 Fuß Höhe, III. Klasse, der äußere Rindenumfang zu 69 und der innere Holzumfang zu 65 Zoll: so wäre

ihre Gesammtmasse: 2,63 × 55,53 = 146,04 Kfuß;
ihr Holzgehalt: 2,33 × 55,53 = 129,38 Kfuß;
ihr Rindengehalt: 0,30 × 55,53 = 16,66 Kfuß.

Auf dieselbe Weise ließe sich auch der nutzbare Rindenbetrag von Stangenhölzern annähernd überschlagen.

§. 355. Ungefähre Baumschätzung.

Die Gesammtmasse stehender Bäume wird nicht selten auch überhaupt geschätzt. Man spricht dabei gewöhnlich nur das Derb- und Knüppelholz in Klaftern, oder in dem sonst dafür üblichen Holzmaße an und rechnet dann das Reis- und Stockholz in geeignetem Verhältnisse hinzu. Diese ungefähre Schätzung erfordert ein gutes Augenmaß, das vorzüglich in den Holzhauereien fortwährend geübt und berichtigt werden muß. Dennoch gewährt dieselbe wenig Zuverlässigkeit und erreicht nicht entfernt die Schärfe unserer genauern Massenermittelung. Zum Beweis nur Folgendes.

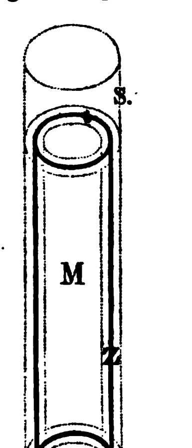
Bei diesem ungefähren Ansprechen schätzt man gleich das Produkt $G \times H \times f$ überhaupt; bei der genaueren Massenermittelung werden dagegen die Gehaltsfaktoren $G \times H$ durch Messung bestimmt, und es wird nur allein f geschätzt. Die Genauigkeit beider Bestimmungen verhält sich also, wie die beiderseits der bloßen Schätzung unterworfenen Größen, nämlich wie $G \times H \times f$ zu f. Bei Schätzung der Formzahl oder der Formklasse zur Gehaltshöhe dürfte der Fehler selten über 0,05 betragen.

Wegen der leichtern Anwendung macht sich jedoch die ungefähre Schätzung, in Fällen wo eben weniger Genauigkeit erforderlich ist, allezeit sehr brauchbar, zumal bei Schätzung der Sortenverhältnisse.

§. 356. Ermittelung des laufenden Zuwachses.

Der laufende Jahreszuwachs, um welchen sich die Masse des Baumes eben mehrte, ergiebt sich nicht ganz genau aus dem Unterschiede eines früheren Massengehaltes von dem gegenwärtigen, $M - m$. (§. 344. 3.). Die besondere Ausmittelung

des früheren Baumgehaltes ist übrigens auch mit mancher Schwierigkeit verknüpft. Leichter und richtiger bestimmt man den Holzzuwachs des laufenden Jahres gleich nach Prozenten des gegenwärtigen Baumgehaltes:



1) Man denkt sich den gegenwärtigen Baumgehalt M gleich als Gehaltswalze mit der Stammstärke U, dazu einen halbzolligen Außenring als beständiges Zuwachsmaß z, das auf dem Durchmesser 1″ und auf dem Umfange 3,14″ beträgt, und setzt voraus, dieser Ring liege theils innerhalb, theils außerhalb der Gehaltswalze in dem Umfangsbereiche:

$$U + \frac{3{,}14''}{2} \text{ und } U - \frac{3{,}14''}{2} \text{ oder}$$
$$U + 1{,}57'' \text{ und } U - 1{,}57''.$$

Die Höhe dieses als Zuwachsmaß angenommenen Außenringes ist, wie schon (§. 347.) bekannt, mindestens stillstehend, höchstens mit der Stärkenzunahme im Gleichverhältnisse fortwachsend. Für beide Höhengrenzen müßte nun zuvörderst das allgemeine Verhältniß des Baumgehaltes M zu dessen Zuwachsmaße z bestimmt werden.

2) Bei fehlendem Höhenzuwachse verhalten sich die beiden, das Zuwachsmaß von außen und innen begrenzenden Walzenräume wegen der gleichen Höhe wie die Quadrate ihrer Umfänge (§. 309. 2.), also wie

$$(U + 1{,}57'')^2 : (U - 1{,}57'')^2;$$

und die zwischen inne liegende, dem Baumgehalte M gleiche Gehaltswalze verhält sich zu dem Zuwachsmaße z, wie

$$U^2 : (U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2,$$

wegen ähnlicher Grundfläche und gleicher Höhe der drei fraglichen Walzen. Es verhält sich also

$$U^2 : (U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2 = M : z.$$

Folglich ist in diesem niedrigsten Falle das Zuwachsmaß

$$z = M \times \frac{(U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2}{U^2}.$$

3) Bei vollem Höhenzuwachse verhalten sich die beiden, das Zuwachsmaß bestimmenden Walzenräume wegen ihrer Ähnlichkeit wie die Würfel ihrer Umfänge (§. 310.), also wie

$$(U + 1{,}57'')^3 : (U - 1{,}57'')^3,$$

und die zwischen inne liegende, dem Baumgehalte M gleiche Gehaltswalze verhält sich zu dem Zuwachsmaße z, wie

$$U^3 : (U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3,$$

wegen der Ähnlichkeit aller drei Walzen. Es verhält sich also

$$U^3 : (U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3 = M : z.$$

Folglich ist in diesem höchsten Falle das Zuwachsmaß

$$z = M \times \frac{(U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3}{U^3}.$$

4) Um nun diese beiden allgemeinen Werthe

$M \times \frac{(U + 1{,}57'')^2 - (U - 1{,}57'')^2}{U^2}$ für das niedrigste, und $M \times \frac{(U + 1{,}57'')^3 - (U - 1{,}57'')^3}{U^3}$ für das höchste Zuwachsmaß bei der Baumschätzung anzuwenden, nimmt man M = 1 an, setzt anstatt U die gebräuchlichen Umfangsmaße (¼, ½, ¾, 1 .... 10 Fuß) und berechnet für ein jedes die beiden äußersten Zuwachsmaße und dann noch die drei dazwischen fallenden, zu ¼, ½ und ¾ des vollen Höhenzuwachses gehörigen arithmetischen Mittelgrößen. Alsdann wird von jeder Stammstärke der Gehalt dieser fünf Zuwachsmaße von verschiedener Höhe noch durch 2, 3, 4 .... 25 getheilt, so viel deren halbzolliges Stärkenmaß von den vorfindlichen jüngsten Jahrringen eben fassen könnte; endlich werden noch alle diese auf je 1 Jahrring kommenden Zuwachsmaßtheile mit 100 multiplizirt, um

sie als **Prozente** von dem **wirklichen Baumgehalte M** darzustellen. Diese Ergebnisse findet man zusammen in den angefügten **Holzzuwachstafeln** 88 bis 102, unter den Umfangstärken und den fünf Höhenzuwachsklassen, neben der jüngsten Jahrringstärke*).

5) Im Besitze einer solchen Holzzuwachstafel ermißt man den letztjährigen Stärken- und Höhenzuwachs in der hiernächst gezeigten Weise, sucht die dazu gehörigen Zuwachsprozente unter der Stammstärke auf, multiplizirt damit den auf ganz beliebige Art ermittelten Baumgehalt M und dividirt das Produkt noch durch 100: so ergiebt sich der **Massenzuwachs vom laufenden Jahre.** Unser beständiger Außenring z, wonach wir den laufenden Jahreszuwachs bemessen, dient hierbei mittels seiner halbzolligen Stärke, als **Stärkenzuwachsmaß** und mittels seiner vollen Höhenzunahme s, als **Höhenzuwachsmaß**.

6) Die **jüngste Jahrringstärke** müßte also als Theil des **halbzolligen** Stärkenzuwachsmaßes bestimmt werden. Hierzu drückt man dieselbe als Bruch aus, dessen Zähler 1 ist und dessen Nenner anzeigt, wie viel Mittelstärken des jüngsten Jahrringes auf den halben Zoll gingen. Um dies leicht zu ermitteln, theilt man am Zollstäbchen den vordern $\frac{1}{2}$ Zoll oder $\frac{1}{24}$ Fuß noch in beliebige Untertheile, faßt mehre, dem jüngsten Stärkenzuwachse gleich zu achtende Jahrringe auf einen oder etliche solcher Theile zusammen und überschlägt die davon auf den halben Zoll eben kommende Anzahl. Die jüngste Jahrringstärke kann zufällig wohl von dem gesuchten mittlern Stärkenzuwachse abweichen. Den richtigsten Anhalt geben allemal mehre der äußersten Jahrringe von gleicher Stärke; tiefer liegende, leicht abweichende, dürfen eben so wenig mit hinzu gezogen werden, als die jüngste noch unausgebildete Holzmasse.

7) Den **letztjährigen Höhenzuwachs** spricht man

*) Diese ganz vorzüglichen Hülfsmittel der Zuwachsschätzung sind längst im Gebrauche und zuerst durch Laurop's Jahrbücher 1823, III. Heft bekannt gemacht.

wie schon bekannt in Vergleichung mit dem Stärkenzuwachse an. Derselbe ist nämlich voll oder gleich 1, wenn er sich zur Stammhöhe verhält, wie der Stärkenzuwachs zur Stammstärke; er ist 0, wo er ganz fehlt; die Zwischenstufen sind $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ (§. 347.). Diese Höhenzuwachsklassen werden am sichersten bestimmt nach dem in Zollen bemessenen jüngsten Höhenzuwachse. Dazu braucht man zuvörderst noch die Höhenzuwachstafeln 88 und 89, welche für jede Stammstärke und Scheitelhöhe das dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße eben zukommende ganze Höhenzuwachsmaß in Zollen angeben. Diese Tafeln wurden berechnet nach der Proportion U : 3,14 = H' : s'', worin U der Stammumfang, 3,14 das Stärkenzuwachsmaß zum Umfange, H die Scheitelhöhe und s das Höhenzuwachsmaß ist. An einem Stamme von $2\frac{3}{4}$' Umfangstärke und 60' Scheitelhöhe wäre daher $s = \frac{60 \times 3{,}14}{2\frac{3}{4}} = 68''$. Nähme nun der jüngste ausgebildete Jahrring von dem halbzolligen Stärkenzuwachsmaße $\frac{1}{11}$ ein: so betrüge der zu 68 gehörige volle einjährige Höhenzuwachs $\frac{68}{11}$, etwa 6''. Diese Theilung des Höhenzuwachsmaßes durch die dazu gehörige Jahrringzahl ist für die gewöhnlichen Fälle auf Taf. 90 und 91 so weit in voraus geschehen, daß man den vollen einjährigen Höhenzuwachs, wenigstens als Mittelzahl, hier z. B. $\frac{6{,}8 + 5{,}6}{2} = 6{,}2$, hinlänglich genau auffinden kann. Hätte man den letztjährigen wirklichen Höhenzuwachs zu 3'' angesprochen, so ergäbe das die Hälfte jenes vollen Höhenzuwachses, wonach dann der laufende Holzzuwachs berechnet würde.

Bei einiger Übung kann die Höhenzuwachsklasse auch nach der Wachsbarkeit und den Wachsthumsverhältnissen ohne Weiteres geschätzt werden. Starke Gipfeltriebe, dabei viele jungen Kronenzweige, frisches Grün und glatte Rinde sind Kennzeichen eines vollen Höhenzuwachses; wogegen Gipfeldürre, Kronendürftigkeit, schwächliche Belaubung, Schaftsprossen und rauhe, schorfige Rinde einen mangelhaften Höhenzuwachs verrathen. Im vorgerückten Alter, in ungewohnter Freistellung, in übergipfeltem Stande und auf seichtgründigem Standorte bleibt der Höhenzu-

wachs gegen den Stärkenzuwachs beträchtlich zurück." Hat die sichtbare Zunahme der Scheitelhöhe auch aufgehört, so kann fortan doch die Krone sich mehr wölben und somit wenigstens die Gehaltshöhe noch zunehmen *).

8) Diese Art der Zuwachsermittelung gewährt nicht nur die größte Genauigkeit und Leichtigkeit, sondern ist auch bei jeder Schätzung des Baumgehaltes anwendbar, für den Holzmassengehalt und Holzsortengehalt, für einzelne und für mehre Stämme zusammen; zudem hält sie sich frei von jeder Mitaufrechnung irgend eines unvermeidlichen Holzabfalles. Hierzu nur folgendes Beispiel:

Ein Stamm von $2\frac{1}{2}'$ U, 60′ H und 24 c′ Masse habe zum jüngsten Stärkenzuwachse $\frac{1}{12}$ von dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße und dabei 3″ oder den halben Höhenzuwachs: so beträgt sein laufender Jahreszuwachs 2,16 Prozent von seinem Massengehalte, also $\frac{24 \times 2{,}16}{100} = 0{,}5184$ c′.

§. 357. Zuwachsverhältnisse an den Holzwüchsen überhaupt.

Das so eben durch Prozente ausgedrückte Verhältniß des ganzen Stammgehaltes zu dem laufenden Jahreszuwachse wird hauptsächlich bedingt von dem Stärkenzuwachse ohne, oder mit Höhenzuwachs; denn die Form verändert sich von einem Jahre zu dem andern nur unbedeutend.

1) Der fortschreitende Massengehalt eines Stammes ohne Höhenzuwachs verhält sich, wie die Quadrate der Stärken. Nennen wir einen früheren Durchmesser d und einen späteren D: so ist das Massenverhältniß $d^2 : D^2$, wie an Walzen von gleicher Höhe und verschiede-

*) Bei eingängigen Bäumen kann freilich auch die Höhe im Abnehmen begriffen sein und der unten gefundene Stärkenzuwachs sich gar nicht mehr in die obern Theile hinauf erstrecken. Dieser Fall macht jedoch die Fällung weit rathsamer, als irgend eine Zuwachsbestimmung.

ner Stärke (§. 309.). Der frühere Massengehalt verhält sich also zu dem nächsten Zuwachse wie $d^2 : D^2 - d^2$.

Setzen wir nun für gewisse frühere Stärken bestimmte Zahlen, z. B. 3″, 6″, 12″, mit gleichem Stärkenzuwachse, etwa 1″: so ergeben sich die Massenverhältnisse

$$3^2 : 4^2 = 9 : 16 = 1 : 1{,}77 \ldots$$
$$6^2 : 7^2 = 36 : 49 = 1 : 1{,}36 \ldots$$
$$12^2 : 13^2 = 144 : 169 = 1 : 1{,}17 \ldots$$

und daraus weiter die Zuwachsverhältnisse an dem

3-zolligen Stamme 1 : 0,77 . .
6 » » 1 : 0,36 . .
12 » » 1 : 0,17 . .

Dies beweis't, daß der Holzzuwachs bei gleichem Massengehalte und gleicher Stärkenzunahme, schon ohne Höhenzuwachs, an schwächern Stämmen weit größer ist, als an stärkern.

2) Der fortschreitende Massengehalt eines Stammes mit vollständigem Höhenzuwachse (§. 356.) verhält sich wie $d^3 : D^3$, nach dem Gesetze ähnlicher Walzen (§. 310.). Obige Stammstärken ergäben also die Massenverhältnisse

$$3^3 : 4^3 = 27 : 64 = 1 : 2{,}37 \ldots$$
$$6^3 : 7^3 = 216 : 343 = 1 : 1{,}58 \ldots$$
$$12^3 : 13^3 = 1728 : 2197 = 1 : 1{,}27 \ldots$$

und die Zuwachsverhältnisse am

3-zolligen Stamme 1 : 1,37 . .
6 » » 1 : 0,58 . .
12 » » 1 : 0,27 . .

Sonach ist jener Unterschied in dem Massenzuwachse verschiedener Stammstärken, mit Höhenzuwachs, noch viel größer.

3) An den gewöhnlichen Holzwüchsen werden nun aber mit zunehmender Stammstärke die Jahrringe und Höhentriebe immer dünner und kürzer. Haben also die jüngern schwächern Stämme an sich schon mehr Stärken- und Höhenzuwachs: so

muß auch insofern ihr Massenzunahme=Verhältniß größer sein. Der obige 3=zollige Stamm mit vollem Höhenzuwachse nimmt, bloß stereometrisch betrachtet, 1,37 seines Massengehaltes zu, der 12=zollige ohne Höhenzuwachs, nur 0,17. Diese Vergleichungen eröffnen dem rechnenden Forstwirthe wichtige Ansichten im Wachsthum der Wälder und leiten ihn zur Erziehung eines weit größern Holzertrages mittels eines viel kleinern Massenvorrathes.

II. Holzbestandes=Schätzung.

1. Bemessung des Waldschlusses.

§. 358. Stammgrundflächensumme.

Die Stämme, welche einen Waldbestand bilden, stehen mehr oder weniger dicht zusammen. Dieses von der Stämme Zahl und Stärke bedingte Zusammenschließen läßt sich nach der Summe aller Stammgrundflächen auf einer gewissen Flächenmaßeinheit bemessen. Mäße man z. B. die Stärken aller auf einem preußischen Morgen von $12 \times 12 \times 180 = 25920$ q′ eben befindlichen Stämme und fände zur Summe ihrer Stärkenflächen 129,6 q′: so verhielte sich des Bestandes Stammgrundfläche zur Bodengrundfläche $= 129{,}6 : 25920$. Wir nennen erstere die Stammgrundflächensumme und letztere die Bestandsfläche. Das Verhältniß $\frac{129{,}6}{25920} = 0{,}005$ bezeichnet den Stammgrundflächen=Antheil von der Bestandsfläche. Die gesammte Stammgrundfläche in Bezug auf die gegebene Bestandsfläche oder der Stammgrundflächen=Antheil ist also das Maß des Waldschlusses.

Je größer die Stammgrundflächensumme eines Bestandes ist, um so dichter steht das Holz und um so holzhaltiger muß auch der Bestand sein. Dieselbe ergiebt sich bei gleicher Stammstärke ohne Weiteres aus dem Produkte der Stämmezahl mit der Stär=

kenfläche. Jene Stammgrundflächensumme von 129,6 q′ kann ebensowohl aus 1296 Stämmen zu 0,1 q′, als aus 129,6 Stämmen zu 1 q′ Stärkenfläche zusammengesetzt sein. Je stärker also die Stämme sind, um so weniger braucht man davon zur Bildung eines gewissen Waldschlusses.

§. 359. Standraum der Stämme.

In jedem vollen Holzbestande finden sich, wenigstens mit höherem Alter, der Stämme Standpunkte ungleich vertheilt. Selbst in den regelmäßig gestellten Anpflanzungen verschwindet allmählich die anfängliche Pflanzform. Manche Stämme haben mehr Wachsthumskraft, oder finden zufällig mehr Nahrung und breiten sich aus, während andere dicht daneben leiden, zurückkommen und nach und nach eingehen. Bei der somit entstehenden, scheinbar ungleichen Stellung hat dennoch jeder Stamm einen gewissen Wachsthumsraum oder Antheil an dem Raume, den der ganze Bestand einnimmt. Dieser Standraum ist eigentlich ein säulenförmiger Körperraum, dessen Grundfläche in der Bestandsfläche liegt, und dessen Höhe von dem tiefsten Wurzelende bis zum höchsten Scheitel reicht. Doch da man zu der weitern Anwendung dieses Raumes die Höhe nicht besonders braucht: so bezeichnen wir bloß den, einem Stamme eben zukommenden wagerechten Antheil von der Bestandsfläche als dessen Standraum. Bei geschlossenen Kronen verbreitet sich derselbe nicht über die sogenannte Schirmfläche des Stammes hinaus.

In jedem Holzbestande von ebenmäßigem Wuchse verhält sich die Ast- und Wurzelverbreitung eines jeden Stammes stets wie seine Stärke; je stärker der Stamm ist, einen desto ausgebreitetern Standraum beherrscht derselbe. Auf jeden Stamm kommt mithin ein seiner Stammgrundfläche angemessener Theil der Bestandsfläche. Ständen z. B. auf einem Morgen von 25920 q′:

80 Stämme zu 4′ U u. 1,28 q′ G mit 102,4 q′ges.St.grundfläche,
80 » » 2′ » » 0,32 » » » 25,6 » » » », so
betrüge die St.grfl.-Summe 128 q′, und auf 1 q′ Stammgrundfläche käme $\frac{25920}{128}$ = 202,5 q′ Bestandsfläche.

Jeder Stamm zu 4′ U hätte also 1,28 × 202,5 = 259,2 q′
und jeder zu 2′ U hätte 0,32 × 202,5 = 64,8 q′
von der Bestandsfläche als Standraum inne.

Wenn die Stämme eines Holzbestandes ihre Bestandsfläche nicht gänzlich einnehmen und nur gleichmäßig von einander abstehen: so vertheilen wir ebenfalls die ganze Flächenausdehnung verhältnißmäßig unter sie, ihren Stammstärken nach, füllt auch eben keiner derselben seinen Standraum aus. Ständen auf jenem Morgen nur 8 Stämme von 4′ und 8 von 2′ Umfangstärke: so käme auf 1 q′ Stammgrundfläche 2025 q′ Bestandsfläche.

§. 360. Abstand der Stämme. Fig. 136.

1) Der Stämme Abstand in einem Holzbestande ist bedingt von der Größe ihrer Standräume. Je größer diese sind, desto weiter stehen die Stämme aus einander. Um den Abstand nach den Standräumen bemessen zu können, muß man diesen eine allgemeine Grundfigur beilegen. Dazu eignet sich vornehmlich das Quadrat, weil dasselbe dem natürlichen Wachsthumsraume am meisten gleichkommt, dabei die ganze Bestandsfläche auftheilt und am einfachsten ist.

2) Denken wir uns in einem gleichmäßigen Holzbestande um jeden Stamm seinen Standraum als Quadrat; nehmen wir davon zwei Stämme B und b, und nennen von dem einen B die Stammgrundfläche G, die Umfangstärke U, den Standraum Q und dessen Seite S; von dem andern b die nämlichen Größen g, u, q, s: so ist

$$G : Q = g : q \quad (§. 359.)$$
$$G : g = Q : q \quad (§. 61. 1.)$$
$$U^2 : u^2 = S^2 : s^2 \quad (§. 169.)$$
$$U : u = S : s \quad (§. 61. 5.)$$
$$U : S = u : s \quad (§. 61. 1.).$$

In einem und demselben Holzbestande verhalten sich also die, den Standräumen zukommenden, Quadratseiten S und s, wie die Stammstärken U und u.

3) Das einem Holzbestande eben eigne Verhältniß der Stammstärke U zur Standraumseite S nennen wir das Abstands-

verhältniß, und die auf 1 Fuß Umfangstärke kommende Standraumseite S, die Abstandszahl a, oder den Abstand schlechtweg. In dem obigen Beispiele kam auf einen Stamm von 4′ U die Bestandsfläche 259,2 q′, wovon die Quadratseite $S = \sqrt{259{,}2} = 16{,}1'$. Das Abstandsverhältniß U : S war daher 4 : 16,1, etwa 1 : 4, und die Abstandszahl $a = \frac{S}{U} = 4$. Aus $\frac{S}{U} = a$ folgt $S = U \times a$ und $U = \frac{S}{a}$.

4) Der Stämme Entfernung in einem Holzbestande ergiebt sich aus den Umfangstärken und der Abstandszahl. Grenzen nämlich zwei Standräume Q und q ganz nachbarlich zusammen: so stehen die mitten in denselben befindlichen Stämme um ihre beiden halben Standraumseiten $\frac{S}{2} + \frac{s}{2} = \frac{U \times a}{2} + \frac{u \times a}{2} = \frac{U + u}{2} \times a$ aus einander. Von zwei Nachbarstämmen (Fig. 136.) B zu 4′ und b zu 3′ Umfangstärke wäre in dem Abstande 5 die Entfernung $Bo + bo = \frac{4 \times 5}{2} + \frac{3 \times 5}{2}$, zusammen $\frac{4 + 3}{2} \times 5 = 17\frac{1}{2}$.

Die Entfernung zweier Nachbarstämme ergiebt sich mithin, wenn man das arithmetische Mittel ihrer beiden Umfangstärken mit der Abstandszahl multiplizirt.

§. 361. Abstandsmessung.

1) Zur Ermittelung des Abstandes (a) je zweier Stämme dividirt man deren Entfernung $\left(\frac{U + u}{2} \times a\right)$ durch das arithmetische Mittel ihrer Umfangstärken $\left(\frac{U + u}{2}\right)$. Wäre, wie im letztern Beispiele, die gemessene Entfernung $17\frac{1}{2}'$ und die mittlere Umfangstärke $\frac{4 + 3}{2} = 3\frac{1}{2}'$: so betrüge der Abstand $\frac{17\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}} = 5$, also das Fünffache des Mittelumfangs.

2) Die Auswahl zweier Stämme zur Messung eines mittlern Abstandes erfordert eine sorgfältige Maßnehmung des Standes. Nicht alle Nachbarstämme eines Bestandes finden sich so rechtstehend, wie es eine richtige Abstandsmessung bedingt. Oft stehen sie einander zu nahe und haben einen mehr oder minder gemeinschaftlichen Standraum; öfter stehen sie zu entfernt, und es drängt sich der Wachsthumsraum eines weitern Stammes dazwischen hinein. Stehen sie mehr schräg, wie etwa q gegen B (Fig. 136.), so wäre Bp der richtige Abstand; man muß sich indeß mit der wenig abweichenden Entfernung Bq behelfen, weil im Freien der eigentliche Abstandspunkt p nicht wohl näher bestimmt werden kann. Die Entfernungen werden wagerecht und eigentlich bis zu den Mittelpunkten der beiderseitigen Stammgrundflächen genommen; nur bei schrägem Stande darf man hiervon etwas abgehen; im äußersten Falle mißt man von Umfang zu Umfang.

Zu diesen Abstandsmessungen muß man sich Stellen in dem Bestande aufsuchen, wo die Stämme nicht zu ungleich sind und von Jugend an in mehr gleichmäßiger Vertheilung gestanden haben. In der Regel ist das Mittel aus mehren Abständen zu nehmen. Fände sich z. B. zwischen folgenden Nachbarstämmen von

3	und	6′	U	die	Entfernung	19′,	also	die	Abstandszahl	4,2,
2	»	4′	»	»	»	12½′	»	»	»	4,2,
5	»	3′	»	»	»	15½′	»	»	»	3,9,
4½	»	2½′	»	»	»	13¼′	»	»	»	3,8:

so betrüge die Summe der Abstandszahlen 16,1
und der durchschnittliche Abstand 4.

Am genauesten ergiebt sich freilich der Abstand nach der gesammten Stammgrundfläche (§. 362. 3.).

§. 362. Allgemeiner Gebrauch des Abstandes.

1) Nach dem bekannten Abstande und der gegebenen Stammstärke eines Baumes ist dessen Standraum $S^2 = (U \times a)^2$ leicht zu berechnen. Man erhebt das Produkt der Ab-

standszahl mit der Umfangszahl in's Quadrat. Ein Stamm von 4′ U hat bei 5fachem Abstande zur Quadratseite seines Standraumes 4 × 5 = 20′; denn auf jeden Umfangsfuß kommen 5 Fuß Standraumseite, und der Standraum selbst beträgt 20^2 = 400 q′.

2) Nach dem Abstande kann man weiter die Stammgrundflächensumme aller Stämme eines Bestandes ausrechnen. Die Abstandszahl ist nämlich die Quadratseite des Standraumes zu dem 1-fußigen Stamme mit 0,0796, oder abgekürzt, 0,08 q′ Stammgrundfläche. Das Quadrat der gegebenen Abstandszahl verhält sich daher zu 0,08 q′, der dazu gehörigen Stammgrundfläche, wie die ganze Bestandsfläche zu der darauf befindlichen, gesammten Stammgrundfläche. Wäre die Abstandszahl 4, so betrüge die Stammgrundflächensumme G eines Morgens zu 25920 q′, nach der Proportion

$$4^2 : 0{,}08 = 25920 : G,$$

$$\frac{0{,}08 \times 25920}{16} = 129{,}6 \text{ q}'.$$

Das für den 1-fußigen Stamm gefundene Verhältniß der Stammgrundfläche zum Standraume, hier 0,08 : 4^2, oder $\frac{0{,}08}{4^2} = 0{,}005$, bezeichnet zugleich den Antheil, welchen die Stammgrundfläche von der Bestandsfläche überhaupt einnimmt (§. 358.).

3) Nach der Stammgrundflächensumme eines Holzbestandes, welche sich weit genauer ergiebt, wenn man die Stärken aller dazu gehörigen Stämme nach einander mißt und deren Stammgrundflächen zusammenzählt, findet man auf entgegengesetztem Wege den Abstand, und zwar am genauesten. Die Stammgrundflächensumme verhält sich nämlich zu der Bestandsfläche, wie die Stammgrundfläche des 1-fußigen Stammes zu dessen Standraume a^2. Diese Proportion gestaltet sich mit den Größen vom vorigen Beispiele in

$$129{,}6 : 25920 = 0{,}08 : a^2.$$

Die Quadratwurzel aus dem so berechneten Standraume ist der gesuchte Abstand, hier $\sqrt{16} = 4$.

4) **Bei verschiedenem Abstande verhalten sich die Stammgrundflächen umgekehrt wie die Quadrate der Abstandszahlen.** Zu dem Abstande 4 ist (n. Ziff. 2.) die Stammgrundfläche eines Morgens $\frac{0{,}08}{4^2} \times 25920$, und zu dem Abstande 7 ist sie $\frac{0{,}08}{7^2} \times 25920$. Beide Stammgrundflächen verhalten sich also, wie $\frac{0{,}08}{4^2} : \frac{0{,}08}{7^2} = \frac{0{,}08 \times 7^2}{4^2 \times 7^2} : \frac{0{,}08 \times 4^2}{7^2 \times 4^2}$ $= 7^2 : 4^2$.

5) Nach der **gegenwärtigen Abstandszahl** und dem **nächsten Stärkenzuwachse** des Mittelstammes von einem Bestande kann man die mit zunehmender Stammstärke eintretende **Abstandsveränderung** leicht bemessen. Gesetzt, ein Waldbestand habe so eben 4,33=fachen Abstand, 2fußige Stammstärke und zum nächsten 10jährigen Stärkenzuwachs 0,16 Fuß im Umfang: so ist die Entfernung der Stämme $2 \times 4{,}33 = 8{,}66$ und mithin der nachherige Abstand, bei 2,16 Fuß Stammstärke, $8{,}66 : 2{,}16 = 4$. Die Abstandsveränderung steht mit dem Stärkenzuwachse in umgekehrtem Verhältnisse; denn es muß im vorliegenden Falle, bei der gleichbleibenden Entfernung von 8,66, leicht begreiflich $2 \times 4{,}33 = 2{,}16 \times 4$ sein, sich mithin $2 : 2{,}16 = 4 : 4{,}33$ verhalten.

6) Zur leichtern Bestimmung der Stammgrundflächensumme nach jeder vorkommenden Abstandszahl, oder umgekehrt, der Abstandszahl nach der Stammgrundfläche, dienen die unter 104 bis 106 angefügten **Abstandstafeln**, welche zu allen Abständen nicht nur die Stammgrundflächen=Antheile überhaupt, sondern auch die Stammgrundflächen mehrer Forstflächenmaße angeben. Darin findet man z. B. hinter dem Abstande 3,8 für den preuß. Morgen 142,5 q', für das baierische Tagwerk, wie für den badenschen und darmstädtschen Morgen 220 q', und für den hannöverischen und braunschweigschen Waldmorgen 225,2 q' gesammte Stammgrundfläche, oder überhaupt 0,0055 von der Bestandsfläche. Leicht läßt sich der Betrag jeder andern

Forstflächeneinheit zwischen den Abstand und den Stammgrundflächen-Antheil eben so einreihen.

Obschon die Abstandsmessungen nur in den Händen des unterrichteten Praktikers zu einigermaßen sichern Schätzungsergebnissen führen können, so bieten dieselben doch wenigstens ein überaus leichtes Mittel zur ungefähren Bestimmung der Dichtheit, so wie der Stammgrundflächensumme aller Waldwüchse, bei dessen Gebrauche man nichts zu nehmen hat, als etliche Entfernungen rechtstehender Nachbarstämme. Es ist dies für die flüchtige Bestandesschätzung ein außerordentlicher Gewinn. Die mittels des Augenblicks angesprochenen drei Bestandsfaktoren, die Abstandszahl, Bestandshöhe und Stammform, gewähren weit zuverlässigere Ergebnisse, als jede andere aus der Masse heraus gegriffene Schätzung. Nähere Untersuchungen des Abstandes oder des Stammgrundflächen-Antheiles in allen Stellungen der Waldbestände führen übrigens zu tiefen Einsichten in der Wälder Wachsthum. Diese Ergebnisse weis't die Forstnaturkunde nach; hier kann nur noch die stereometrische Anwendung des Abstandes berührt werden.

§. 363. Abstand auf die Holzanlagen angewendet.

In den Holzanwüchsen sollte der Stämme Stellung durchaus nicht dem Gerathewohl anheim gegeben sein. Zwar bedarf der junge Anwuchs, theils des förderlichen Schlusses, theils des möglichen Abganges wegen, zum vollkommenen Gedeihen ein scheinbares Uebermaß der Pflanzenzahl. Diese Bedingung der anfänglichen Dichtheit dürfte man aber in der Regel nicht weiter überschreiten, als es die einstige Nutzbarkeit der überwachsenen Holzstämme gestattet. Das erhebliche Verdrängen dürfte nämlich dann erst eintreten, wenn das eingängige Holz eine absetzbare Stärke erreicht hätte. Nach dieser Stärke ist die anfängliche Stellung hauptsächlich zu bemessen.

Gesetzt, in einem Fichtenbestande könnte sich die Durchforstung nicht eher bezahlt machen, bis die Stämme im Durchschnitte 1¼′ Umfangstärke erreicht hätten. Wäre nun auf dem fraglichen Standorte die Abstandszahl solcher Fichtenstangen im durch-

forstbaren Stande 3,6: so betrüge zur Zeit der nächsten, nutzbaren Durchforstung von jedem Stamme die Quadratseite seines Standraumes 3,6 × 1¼ = 4,5′ und der Standraum selbst $4{,}5^2$ = 20,25 q′ (§. 362. 1.). So viel Fläche müßte man nun anfänglich jedem bis dahin bleibenden Stamme ungefähr zutheilen. Diesen Anforderungen entsprächen eine Geviertpflanzung mit 4½′, eine Reihenpflanzung mit 3 und 7′, oder mit 2 und 10′ Pflanzweite, deßgleichen eine noch etwas weiter gestellte nicht zu dichte Trupp-Pflanzung, Platten- oder Streifensaat.

Nach der Abstandszahl bestimmt man ebenfalls, wiefern die Lücken schon vorhandener Aufwüchse ausgebessert werden müßten. Wäre in einem Buchenbestande dereinst die Abstandszahl 4, und sollten jetzt die Fehlstellen nur für die Hauptnutzung ausgepflanzt werden; wüßte man auch, daß bis dahin jeder Randstamm wenigstens 3 Fuß Umfangstärke erreichte: so gelangten solche Stämme in der Entfernung von 4 × 3 = 12′ noch zu vollem Schlusse (§. 360. 4.), und es dürften alle unter 12 Fuß breiten Lücken ganz unausgebessert bleiben; auf die bis zu 2 × 12 Fuß breiten brauchte aber nur je ein Pflänzling zu kommen. Hiernach ergiebt sich auch, daß die Ausbesserung der Fehlstellen weniger nach dem Flächengehalte, als nach der Breite bestimmt werden dürfte.

Zudem schätzt man mittels der Abstandszahl die künftige Holzhaltigkeit unvollständiger Holzwüchse viel sicherer, als seither; denn es läßt sich danach bemessen, wie die vorfindlichen Lücken mehr und mehr von den Randstämmen eingenommen und wie somit Bestand und Ertrag immer vollständiger werden.

§. 364. Abstand auf die Durchforstungen angewendet.

Die gewöhnliche Bestimmung des Durchforstangriffs, nach der Stämmezahl eines jeden Alters, ist sehr irrig, weil die rechte Stammzahl des vollen Bestandes nicht eben von dem Alter, sondern mehr von der zufälligen Stammstärke abhängt. Die Abstandszahl gewährt hierbei einen viel sicherern Anhalt.

Man bestimmt nämlich, welchen Abstand der Holzwuchs nach Maßgabe der Holzart, des Standortes, der Entstehung und

Erziehung erreichen darf bis zum Eintritte der Durchforstung, und auf welchen Abstand derselbe vermittelst der Durchforstung dann wieder gesetzt werden muß. Bei der Aushauung bemißt man nun nach den Stammstärken die Entfernungen der bleibenden Nachbarstämme zu dieser Stellung. Sollte z. B. der Abstand eines eben durchforsteten Buchenstangenholzes 4,5 sein, und die bleibenden Stämme hätten im Durchschnitte 2′ Umfangstärke: so wäre die herzustellende mittlere Entfernung 4,5 × 2 = 9 Fuß (§. 360. 4.). Freilich ergiebt sich an Ort und Stelle über dem Durchforsten selbst am besten, was eben abkömmlich ist, und es dürfte, eines vorläufig bestimmten Abstandes wegen, der Bestand durchaus nicht verhauen werden. Hier handelt es sich auch nur um eine sichere, wissenschaftlich begründete Richtschnur für das Wesen dieser Hauungen.

In dem wachsenden Holzbestande mindert sich, von einer Durchforstung zur andern, der Abstand umgekehrt, wie die Stammstärke zunimmt (n. §. 362. 5.). War gleich nach vollendeter Durchforstung der Abstand 5, und soll die nächste Durchforstung wieder eintreten bei dem Abstande 4: so ist, wenn u und U die Umfangstärken bezeichnen, 4 × U = 5 × u und also 4 : 5 = u : U (§. 60.). Folglich muß bis dahin

das 1-fußige Holz erst 1¼ Fuß stark werden,
das 2-fußige » » 2½ Fuß » »
das 4-fußige » » 5 Fuß u. s. w.

Aus diesen verschiedenen Stärkenzunahmen von einem Aushieb zum andern leuchtet ein, warum im jüngern, schwächern Holze die Durchforstungen weit öfter wiederkehren müssen und dringender sind, als in dem ältern, stärkern. Denn wäre der jährliche Stärkenzuwachs auch durch alle Altersstufen gleich: so betrüge dennoch die Zwischenzeit von einer Durchforstung zu der andern in

dem 1-fußigen Holze ½ von der im 2-fußigen,
¼ von der im 4-fußigen u. s. w.

Wer nicht vermag, dies mathematisch zu beurtheilen, der

kann sich keinen Begriff davon machen, wie viel er vernachlässigt und schadet durch das Versäumen der Ausforstungen gedrängter Junghölzer.

§. 365. Abstand auf die Schlagstellungen angewendet. Fig. 136.

Endlich können auch die Schlagstellungen nach dem Abstande viel sicherer bemessen werden. Ist nämlich die Abstandszahl nach Maßgabe der Betriebsart und des Standortes gegeben, z. B. 7 für einen Buchenschlag: so braucht man nur (n. §. 360. 4.) von einem eben zum Aushalten bestimmten Stamme B den halben Umfang mit der Abstandszahl zu multipliziren und die so gefundene halbe Seite seines künftigen Standraumes Bn oder Bo von dem Stamme aus abzumessen, den nächsten Stamm m oder b auszuwählen, dessen halbe Standraumseite daran stößt, und so mit Berücksichtigung aller übrigen Umstände weiter fortzufahren. Dieses Mittel muß zwar nicht durchgängig angewendet werden; es ist jedoch das einzige zu einer bestimmten Vorschrift geeignete, wodurch sich der Ungeübte vor Fehlern in der Schlagstellung sichern und wonach man den Stand der Samen- und anderen Oberbäume überhaupt bemessen kann.

Nach dem verschiedenen Abstande läßt sich auch das Verhältniß des abkömmlichen Holzes berechnen. Gesetzt, der volle Bestand hätte zur Abstandszahl 4 und sollte bis zu 7 ausgehauen werden: so verhielten sich die fraglichen Stammgrundflächen wie $7^2 : 4^2 = 49 : 16$ (§. 362. 4.), etwa wie 3 zu 1, und es wären somit $\frac{2}{3}$ des Ganzen auszuhauen.

Man versuchte seither die Schlagstellung nach der Kronen- oder sogenannten Schirmfläche, einem mit der Astlänge um den Baumstock beschriebenen Kreise, zu bestimmen. Diese Bestimmung gewährt an sich wenig Zuverlässigkeit, weil die Kronenflächen gar nicht kreisförmig sind und nur sehr ungewiß bestimmt werden können. Auch gleicht die Schirmfläche weder dem Ernährungsraume, noch dem Verdämpfungsraume unmittelbar, und des Anwuchses Gedeihen ist keineswegs bloß von dem Licht-

genusse abhängig, der ohnehin nicht senkrecht einfällt. Die Schirmfläche würde übrigens erst anwendbar durch die Abstandszahl, die mit der Stammgrundfläche auch die Schirmfläche bedingt. Denn das Verhältniß zwischen beiden, das man am leichtesten durch die Quadrate ihrer Durchmesser ausdrückt, bleibt sich bei gleichem Wuchse ziemlich gleich.

Hätte z. B. ein Mittelstamm des Bestandes bei 2′ Stammdurchmesser 30′ Kronendurchmesser: so verhielte sich die Stammgrundfläche zur Schirmfläche, wie $2^2 : 30^2$ oder wie 1 : 225. Dieses Verhältniß wäre zur Ausrechnung der Schirmflächensumme gewiß viel sicherer und leichter. Sollte nämlich in einem Buchen-Besamschlage mit der Abstandszahl 7 und der dazu gehörigen Stammgrundflächensumme 42,3 q′, oder dem Stammgrundflächen-Antheil 0,00163 die Schirmfläche 225 mal so groß sein, als die Stammgrundfläche: so betrüge die Schirmfläche

$42{,}3 \times 225 = 9518$ q′ auf dem Morgen oder

$0{,}00163 \times 225 = 0{,}367$ von der Schlagfläche.

Sollte in einem Buchen-Mittelwaldschlage die Abstandszahl 9 (mit dem Stammgrundflächen-Antheil 0,00099) und die Schirmfläche 280 mal so groß, als die Stammgrundfläche sein: so ergäbe dieselbe Rechnung an Schirmfläche:

$0{,}00099 \times 280 = 0{,}277$ von der Schlagfläche.

In jenem Falle ist 0,367 und in diesem ist 0,277 der Schirmflächen-Antheil.

Der Abstand ist das einzige Mittel, durch welches die natürliche Dichtheit der verschiedenen Waldbestände und die wirthschaftlichen Stellungen der Holzwüchse sicher und anschaulich ohne Bezug auf örtliche Flächenmaße bemessen werden können. Weder Stämmezahl, noch Schirmfläche sind hierzu recht brauchbar, und überdies ohne gegebene Bestandsfläche gar nicht anwendbar *).

*) Der Verfasser dürfte wohl zuerst die Stammgrundfläche und den Abstand auf die Schätzung und Stellung der Waldbestände angewendet haben. Diesen Gegenstand hatte er schon durch eine große Reihe von Versuchen begründet, als er denselben 1823 in Laurop's Jahrbüchern der Forstwissenschaft I. 2. S. 108. 117. berührte.

2. Schätzung der Bestandesgüte.

§. 366. Gehaltsfaktoren der Holzbestände.

Zum Ermitteln des Massengehaltes ganzer Waldbestände giebt es drei Verfahrungsarten, die Auszählung aller Stämme, die Probenschätzung und bloße Massenschätzung. Die dabei anzuwendenden Faktoren sind entweder die Stammgrundfläche G, mit der Scheitelhöhe H und der Form f, oder unmittelbar die Bestandsgüte, bestehend aus der Massenhaltigkeit M mit ihrem Zuwachse z.

Ist ein Holzbestand aus n gleichen Stämmen zusammengesetzt, so ist sein Massengehalt $M = n \times (G \times H \times f)$; denn der Gehalt jedes einzelnen Stammes gleicht $G \times H \times f$ (§. 338.). Denkt man sich alle Stämme des Bestandes in eine einzige Stammgrundfläche nG zusammengerückt, so erhält man den gleichen Werth $nG \times H \times f$. Wären die Stämme auch ungleich, und drückte G anstatt nG ihre gesammte Stammgrundfläche, H ihre mittlere Scheitelhöhe und f ihre mittlere Form aus: so wäre leicht begreiflich $G \times H \times f$ der gesammte Massengehalt des Bestandes, ebenso wie der des einzelnen Baumes.

Diese Faktoren G, H, f sind die Grundlage aller Waldbestandesschätzungen, und wenden wir sie verständig an, so verschwinden eine Menge Irrthümer und Unbehülflichkeiten in der Forsttaxation, die dadurch veranlaßt wurden, daß man immer nur ihr Produkt aus der Masse unmittelbar aufgriff, und nicht die viel sichrern Faktoren einzeln erforschte und feststellte.

1) Die gesammte Stammgrundfläche G ist der wichtigste Faktor jeder Bestandesschätzung (§. 338.) und der einzige, welcher durch unmittelbare Messung bestimmt werden kann. Ihr Antheil von der Bestandsfläche, der nicht leicht über 0,008 steigt, drückt zugleich die Dichtheit des Bestandes aus und gewährt als Maß des Waldschlusses nicht nur der Holzschätzung, sondern auch der ganzen Holzerziehung eine ungemeine Gründlichkeit.

Die in einem Bestande vorfindliche mittlere Stammes-Grundfläche entspricht übrigens nicht geradehin auch der mitt-

lern Umfangs- oder Durchmesserstärke (§. 169. 4.); sie geht hervor durch Theilung der Stammgrundflächensumme mit der Stämmezahl.

2) Die Scheitelhöhe H eines Holzbestandes kann wenigstens mittelbar gemessen werden. Sie ist für die Bestandesschätzung sehr bedeutend, indem sich die Bestandsmassen bei gleicher Stammgrundfläche ziemlich verhalten, wie die Bestandshöhen.

Die Mittelhöhe gleicht nicht dem arithmetischen Mittel zwischen der höchsten und der niedrigsten Scheitelhöhe im Bestande, sondern sie ist die geometrische Durchschnittszahl, der Quotient $\frac{M}{G \times f}$. Fänden sich z. B.

75 größere Stämme von 1,2 G, 80 H und 0,56 f,
25 geringere dazwischen von 0,8 G, 60 H und 0,6 f:

so wäre die mittlere Bestandshöhe nicht $\frac{80 + 60}{2} = 70$, sondern 76,15. Denn

$$\begin{array}{l} 75 \times 1{,}2 \times 80 \times 0{,}56 = 4032 \\ \underbrace{25 \times 0{,}8}_{G} \times 60 \times 0{,}6 = 720 \\ \quad\; G \;\; \times H \times f = 4752 = M. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 75 \times 1{,}2 \times 0{,}56 = 50{,}4 \\ \underbrace{25 \times 0{,}8}_{G} \times 0{,}6 = 12 \\ \quad\; G \;\; \times f = 62{,}4. \end{array}$$

Daher $\frac{M}{G \times f} = \frac{4752}{62{,}4} = 76{,}15 \,..$

Um also die eigentliche Mittelhöhe eines geschätzten Bestandes auszurechnen, addirt man die Produkte der Stammgrundflächen und Formzahlen aller abgetheilten Stammklassen und dividirt mit dieser Summe G × f in die Bestandsmasse M. Bei gleichwüchsigen Beständen findet man diese wirklichen Durchschnittshöhen H meist an den Stämmen, welche die zweite Höhenklasse bilden.

3) Die mittlere Formzahl f eines Holzbestandes ist ebenfalls die geometrische Durchschnittszahl aus allen Stammklassen, der Quotient $\frac{M}{G \times H}$. In dem vorigen Beispiele wäre die

auszumittelnde gemeinschaftliche Formzahl keineswegs $\frac{0{,}56 + 0{,}6}{2}$ $= 0{,}58$, sondern 0,5657. Es ist nämlich $G \times H \times f = 4752$ und $G \times H = 8400$, also $f = \frac{4752}{8400} = 0{,}5657$.

4) Des Bestandes Massenhaltigkeit M oder der auf die Forstflächeneinheit kommende, mittlere Massengehalt geht hervor, wenn man die ganze Bestandsmasse durch die Bestandsfläche dividirt. Enthielte z. B. ein 20 Morgen großer Buchenschlag noch 30000 c′ Besamungsholz, so betrüge die Massenhaltigkeit seines Bestandes $\frac{30000}{20} = 1500$ c′.

5) Der zur Massenhaltigkeit gehörige, laufende Jahreszuwachs z wird entweder gleich nach der Zuwachsmasse selbst, oder erst in Prozenten des Massengehaltes bestimmt. Findet sich der Bestand nicht aus gleichen Stämmen zusammengesetzt, so sind darin auch die Zuwachsverhältnisse ungleich, und der fragliche gesammte Zuwachs muß theilweise von jeder Stammklasse besonders ausgerechnet werden. Der altersdurchschnittliche und der periodische Zuwachs kommen hierbei eigentlich nicht zur Frage.

§. 367. Von der genauen Bestandsauszählung überhaupt.

Bei einer größern Bestandsauszählung ist es nicht wohl thulich, Holzgattung, Stärke, Höhe, Form und Zuwachs aller Stämme einzeln anzusprechen. Es verursachte dies eine viel zu mühsame Arbeit. Man faßt daher die vorfindlichen Stämme in Gattungs- und Stärken-Klassen zusammen und bestimmt von jeder die übrigen minder wichtigen Gehaltsfaktoren bloß durchschnittlich.

Zuerst trennt man die Holzgattungen, sofern sie verschieden sind an Wuchs und Werth. Dann sondert und mißt man die Stämme nach den Stammstärken, weil diese unter den Gehaltsfaktoren die meiste Genauigkeit erfordern, am leichtesten gemessen und bestimmt werden können, demnächst auch der

Sorten- und Zuwachsschätzung zum Anhalt dienen und das Eintragen der Stämme mit einfachen Strichen gestatten. Zu den angenommenen Stärken ermittelt man die Mittelhöhen, und zu diesen wieder die passenden Form- und Zuwachsgrößen. In Bestandsabtheilungen mit wechselndem Wuchse scheidet man mittels gezogener Furchen, oder gesteckter Zweige diejenigen Untertheile ab, die bei derselben Stammstärke eine andere Höhe haben, und behandelt jedes dieser Bestandesstücke für sich. Endlich werden die gesuchten Gehalt- und Zuwachsergebnisse ausgerechnet.

§. 368. Zählung der Stämme nach der Stärke.

Man zählt die Stämme, wie sie stehen, nach ihrer Stärke und trägt einen jeden unter seine, nach Wuchs und Werth gesonderte Holzgattung. Die Stammstärken werden nach dem Umfange in Fußen gemessen, und zwar unter 3 in Viertelfußen, zwischen 3 und 6 in halben und über 6 in ganzen Fußen abgestuft. Die dadurch entstehenden Stärkenklassen oder beständigen Auszählstärken sind gleich auf dem Spannmaße auszuzeichnen.

Die vorzurichtenden Auszählzettel bekommen von oben herein Abtheilungen für die darüber zu nennenden Holzgattungen, deren Scheidelinien schräg gezogen werden können, je nachdem die eine Holzgattung mehr in Starkholz besteht, als die andere, und worin man noch die überwachsenen, oder sonst abkömmlichen Stämme von den herrschenden sondert. Vorn herunter stehen vor eigenen Querspalten alle Umfangszahlen der gewöhnlichen Stärkenklassen. Für seltene Stärken und Stämme, wie etwa einzelne alte Oberbäume, läßt man unten wohl noch einen besondern Raum offen*).

*) Bei Auszählungen im Kleinen, die mehr Genauigkeit erfordern und gestatten, nimmt man wohl auch für jede Stärkenklasse in voraus mehre Höhenklassen an und setzt dann für jeden Stamm einen Strich hinter die gemessene Stärke und die besonders geschätzte Höhe. Man könnte auch jeden Stamm mittels seiner Höhenzahl eintragen, dann zu jeder Stärkenklasse die Höhensumme

Die Auszählenden gehen immer nach einerlei Richtung und paarweise. Der Eine mißt (n. §. 346.), ruft und reißt an; der Andere giebt darauf Acht und trägt ein. Bei größerer Ausdehnung der Bestandesstücke zählen mehre Paare neben einander, und ein Obmann leitet das ganze Geschäft, überwacht insbesondere die richtige Zeichnung der ausgezählten Stämme und Breiten. Jeder Stamm, dessen Stärke eben zwischen zwei Stärkenklassen fällt, wird in die nächst höhere, oder niedere gesetzt, zu der ihn die beziehliche Völligkeit seiner Höhe und Form mehr eignen. Beim Eintragen kommen je fünf Stammstriche vermittelst des fünften, schräg gelegten in Eins (𝍸). Auf solche Weise kann die Stämmezahl jeder Stärkenklasse leicht zusammengezählt und zur weitern Bestandsaufnahme verwendet werden.

§. 369. Durchschnittliche Höhen-, Form- und Zuwachs-Bestimmung.

Für alle Stärkenklassen jeder gesonderten Holzgattung ermittelt nun der Schätzer an mehren wohl ausgewählten Probestämmen durchschnittliche Höhen-, Form- und Zuwachsgrößen und trägt sie sogleich in sein Auszählbuch. In dieses kommen voran die von den abgegebenen Auszählzetteln summirten Stämmezahlen und Umfangstärken jeder Holzgattung als Ergebnisse der Zählung; dann folgen die Scheitelhöhen und Formen, der Stärken- und Höhenzuwachs, alle vier in doppelten Spalten, die eine zu den vorläufigen Untersuchungen, die andere zu den entschieden ausgeworfenen Durchschnittsgrößen.

1) Die Scheitelhöhen werden in Höhenstufen von 5 zu 5 Fuß hinter die Stärken gesetzt. Man trägt zuerst die an Probestämmen (n. §. 347.) gemessenen Höhen einzeln ein, wie sie sich wirklich ergeben, gleicht sie dann noch aus, nach allgemeiner Beurtheilung der dem Auge sich darbietenden Höhenver-

---

suchen, mit der durchschnittlichen Formzahl multipliziren und nach der so gefundenen Gehaltshöhensumme gleich den Massengehalt der ganzen Stammklasse aufschlagen.

schiedenheiten, und bestimmt wo möglich für zwei oder drei Stärkenklassen zusammen eine gemeinschaftliche Höhenklasse, um sich die Bestandesausrechnung so viel als thulich zu erleichtern.

2) Die Formzahlen oder die Formklassen werden zuvörderst an denselben Probestämmen (n. §. 348.) geschätzt und einzeln eingetragen, dann nach der im Bestande vorfindlichen allgemeinen Stammform für die angenommenen Höhenklassen folgerecht ausgeglichen und berichtigt.

3) Da der Stärkenzuwachs mitunter sehr abweichend erscheint, so ist bei dessen Ausmittelung (n. §§. 346. 356. 6.) nicht nur eine vorsichtigere Auswahl geeigneter Probestämme von verschiedener Stärke, sondern auch eine zahlreichere Untersuchung und sorgfältigere Vergleichung und Berichtigung für alle Höhenklassen erforderlich.

4) Der jüngste Höhenzuwachs wird selten unmittelbar an dazu gefällten Probestämmen gemessen, sondern mehr nach dem Augenmaße mit Beurtheilung der Wachsthumsverhältnisse und nach Erfahrungen angesprochen. Man setzt denselben für jede Höhenklasse zunächst in Zollen an und bestimmt wohl auch sogleich die dazu gehörige Höhenzuwachsklasse (§. 356. 7.).

Diese mittleren Scheitelhöhen, Formzahlen, Stärken- und Höhenzuwachsgrößen der verschiedenen Stärkenklassen eines Holzbestandes sind zwar meist aus verschiedenen Wachsthumsverhältnissen hervorgegangen; dennoch finden sie sich fast überall in ziemlich stetigen, ausgleichbaren Reihen. Es ist indeß nicht leicht, das Gesetz dieser Reihen natürlich und mathematisch richtig aufzufassen und danach die erschienenen Abweichungen zu berichtigen.

§. 370. Ausrechnung der Bestandesgüte.

In dem ersten zur Bestandesaufnahme bestimmten Theile des Schätzungsbuches werden zuvörderst die Ergebnisse der Auszählung aus dem Auszählbuche unter dieselben Überschriften getragen, nämlich: Holzgattung, Stämmezahl, Umfangstärke, Scheitelhöhe, Formklasse, Stärken- und Höhenzuwachs. Dahinter kommen dann weiter, als Ergebnisse der Bestandesausrechnung:

Die gesammte Stammgrundfläche und Bestandsmasse mit der Zuwachsmasse. Ein hinterer, offener Raum jeder Seite dient zur Rechnung selbst.

1) Die Stammgrundfläche aller Stämme jeder Stärkenklasse in Quadratfußen findet man am leichtesten mittels der Walzentafeln 2 bis 64. Die 1 Fuß lange Walze hat nämlich für ihre Stammgrundfläche in q′ (= G) und für ihren Inhalt in c′ (= G × 1) ganz gleiche Zahlen; mithin steht in den Tafeln neben n Fuß Länge auch die Stammgrundflächensumme von n Stämmen derselben Stärke; z. B.

28 Stämme	zu	1½′ U	haben	zur	Stammgrundfläche	6,82	q′,
22	»	» 2	»	»	»	7,00	»
20	»	» 2½	»	»	»	8,05	»
70	»	» 1½ bis 2½	»	»	»	21,87	q′.

Wären diese drei Stärkenklassen für gleiche Weiterbestimmungen zu einer Höhenklasse zusammen gefaßt, so trüge man ihre gemeinschaftliche Stammgrundfläche mit 21,87 q′ ein.

2) Die Bestandsmasse jeder Höhenklasse ergiebt sich in dem Produkte ihrer Stammgrundfläche mit der Gehaltshöhe aus den Tafeln 66 bis 72. Hätte man zu obiger Höhenklasse, etwa von Buchen, 70′ mittlere Scheitelhöhe und die II. Formklasse angenommen: so betrüge die Gehaltshöhe 40,55 und der Massengehalt 21,87 × 40,55 = 886,8 c′.

3) Die Zuwachsmasse wird nach den in den Holzzuwachstafeln 88 bis 102 aufzusuchenden Zuwachs-Prozenten berechnet. Bei 2,72 pCt. ergäben sich für den vorliegenden Fall $\frac{886,8 \times 2,72}{100}$ = 24,1 c′ laufender Holzzuwachs. Faßt man mehre Stärkenklassen in eine Höhenklasse zusammen, so sind die mittleren Zuwachsprozente nicht eben nach der mittlern Stärke, sondern nach Maßgabe der verschiedenen Stammgrundflächenantheile zu bestimmen. Am unwachsbaren Holze, das besonders ausgerechnet wird, kommt gar kein Zuwachs in Betracht.

4) Zum Schlusse werden von jeder gesonderten Holzgattung und vom Ganzen die Ergebnisse summirt, an Stammgrundflächensumme, Bestands- und Zuwachsmasse. Aus den

beiden letztern berechnet man wohl noch die durchschnittlichen Zuwachsprozente. Fänden sich z. B. an 3204,3 c′ Bestandsmasse 55,3 c′ Zuwachs, so ergäbe das 1,72 pCt. Aus der nun bekannten Gesammtmasse jeder Holzgattung und jeder Stärkenklasse kann endlich nach geeigneten Verhältnißzahlen und Preisen der Sortengehalt und Geldwerth ausgeworfen werden *).

§. 371. Ungefähre Bestandsauszählung.

Die Auszählung eines Waldbestandes vollführt man auch etwas leichter, obgleich weniger genau, nach dem unmittelbar geschätzten Klaftergehalte, oder nach Größenklassen, oder auch nach der bloßen Stämmezahl mit dem darin befindlichen Größenverhältnisse.

1) Auszählung nach dem unmittelbar geschätzten Klaftergehalte. Man durchgeht den ganzen Bestand in Linie und schätzt (n. §. 355.) von jedem Stamme sogleich den scheinbaren Derb- dun Knüppelholzgehalt nach Klaftern, oder nach dem sonst dafür gebräuchlichen Holzmaße, und zwar in dem Augenblicke, wo ihn die Linie zu dem mit fortschreitenden Nebenmanne trifft. Dabei müssen die Auszählenden gehörig Richtung und Zwischenraum halten und nur

*) Schema zur Bestandes-Aufnahme.

Holzgattung.	Stämmezahl.	U. Fuß.	H. Fuß.	f. Klasse.	Stärkenzuwachs.	H. Zuwachs.	Stm. G. Kl. Fuß.	Best. M. K. Fß.	Zuw. M. pCt.	Zuw. M. Kfß.	Berechnung.
Buchen	28	1¾									
	22	2	70	II.	1/12	½	21,87	886,8	2,72	24,1	
	20	2¼									
	18	2½									
	14	2¾	75	II.	1/16	½	23,09	997,5	2,37	23,6	
	8	3									
	110	—	—	—	—	—	44,96	1884,3	—	47,7	
Eichen	2	5									
	3	5½	75	II½	1/16	½	22,64	1061,1	0,66	7,0	
	4	6									
	1	9	60	III.	1/24	0	6,44	258,9	0,24	0,6	
	10	—	—	—	—	—	29,08	1320,0	—	7,6	
Summe	120	—	—	—	—	—	74,04	3204,3	1,72	55,3	

nach *einer* Seite hin sehen. Auf dem Auszählzettel stehen vorn die anzusprechenden Klaftergehalte, wonach man die Stämme einzeln einträgt. Das dabei vorkommende geringere Holz überschlägt man in zusammengefaßten Gruppen und setzt es eben auch klafterweise mit an. Der so geschätzte ganze Klaftergehalt ergiebt sich von selbst. Der wahrscheinliche Sortengehalt ist theils in der gefundenen Klaftersumme mit begriffen, wie das Nutzholz, theils derselben anhängend, wie das Stock- und Reisholz, und wird nach geeigneten Verhältnißzahlen ausgeworfen.

Dieses Verfahren ist durch das *ungefähre* Schätzen des Stammgehaltes an sich schon weniger genau (§. 355.), wird aber durch die verschiedenen Entfernungen der Auszählenden von den Stämmen und durch das leicht mögliche Verfehlen mancher Stämme noch ungewisser. Indessen bleibt dasselbe wegen der leichten Ausführbarkeit bei flüchtiger Schätzung zerstreuter Baumhölzer noch immer vorzüglich, zumal für Solche, die mit der genaueren Bestandesschätzung unbekannt sind. Freilich gewährt es bei schärferen Ertragsschätzungen, besonders mit Zuwachsermittelungen, keinesweges eine so sichere Grundlage, als unsere Gehaltsfaktoren.

2) *Auszählung nach Größenklassen.* Man theilt die vorfindlichen Stammgrößen vorher in Klassen und spricht jeden Stamm sogleich nach der auf dem Auszählzettel mit I., II., III., IV. . . . vorgezeichneten Größenklasse an. Diese Klassen haben gewöhnlich eine viel zu große Abstufung; dabei irrt auch das Auge sehr leicht in der, bloß auf Vergleichung beruhenden Klassenbestimmung, wo zumal die Auszählung unmerklich in andere Stammgrößen übergeht, was doch öfters der Fall ist. Wird für jede Stammklasse nicht gleich anfänglich ein gewisses Maß festgesetzt, und wird erst nach Beendigung des Auszählens ein Mittelgehalt angenommen, wie es wohl noch zu geschehen pflegt: so verliert diese immer mehr veralternde Schätzung selbst bei den Auszählenden allen Glauben.

3) *Auszählung der bloßen Stämmezahl nebst dem Größenverhältnisse.* Man könnte auch die Stämme vorweg bloß zählen, nachher auf einem gut ausgewählten Probestriche das in der Gesammtzahl Statt findende Größenverhältniß

noch durch eine besondere Nebenzählung suchen und hiernach den Massengehalt der ganzen Anzahl auswerfen. Dieses Verfahren erforderte freilich eine große Gleichmäßigkeit in Allem und dürfte selten einen andern Gebrauch finden, als zur Erweiterung der Theorie. Noch gesuchter erscheint dem Praktiker die neuere Anweisung: bloß eine Linie durch den Bestand zu messen und nach den von dieser berührten Stämmen das Ganze zu absolviren.

§. 372. Probenschätzung.

Die Schätzung ganzer Holzbestände vermittelst genommener Probestücke erfordert zunächst die Kenntniß der Bestandesfläche; denn der gesuchte Massengehalt vom Ganzen wird nach der im Probestücke gefundenen Holzhaltigkeit berechnet. Die Bestandesprobe ist das Maß zum ganzen Holzbestande.

Bei Auswahl der Probe hat man den Holzbestand durchgängig zu besichtigen und nöthigen Falls in gleichmäßigere Bestandesstücke abzutheilen. Von jeder, als ein Ganzes zu betrachtenden Bestandesabtheilung müßte die Probe eigentlich so genommen werden, daß die Stammgrundflächen, Holzgattungen, Stammstärken, Scheitelhöhen, Stammformen und Wachsthumsverhältnisse dem Ganzen vollkommen entsprechen. Es ist keineswegs leicht, eine so recht passende Probe aufzufinden; je genauer man den Holzbestand im Innern untersucht und vergleicht, desto auffallender erscheinen die darin befindlichen Ungleichheiten. Wo eine genügende Gleichheit nicht aufzufinden ist, müssen die zur Probe dienenden Bestandtheile und Größen dem ganzen Bestande berichtigend angepaßt werden. Vornehmlich muß die Stammgrundfläche im Ganzen und in ihren Theilen dem Bestande genau entsprechen. Stand, Gruppirung und Verbreitung der Stämme sind daher scharf in's Auge zu fassen. Größere Lücken und Blößen innerhalb des Bestandes überschlägt man und rechnet sie von der einbezirkten Ortsfläche gänzlich ab, damit nicht ein verhältnißmäßiger Theil davon auch in die Probe gezogen werden muß.

Enthält eine eben abgesonderte Bestandsabtheilung in sich noch verschiedene Gruppen, oder wollte man sogleich für den ganzen Bestand eine durchschnittliche Probe ausmitteln: so muß die Probe genau das Flächenverhältniß der Bestandesverschiedenheiten in sich fassen. Hätte z. B. der Bestand a) 60 Mg. zu 1200 c', b) 20 Mg. zu 1800 c', c) 10 Mg. zu 2700 c': so müßten die Theile der Probefläche von a, b und c sich verhalten, wie 6, 2 und 1; denn die mittlere Massenhaltigkeit ist

$$\frac{(60 \times 1200) + (20 \times 1800) + (10 \times 2700)}{90}$$

$= (\frac{6}{9} \times 1200) + (\frac{2}{9} \times 1800) + (\frac{1}{9} \times 2700) = 1500$ c'. Wollte man hier drei gleiche Theile zur Probefläche nehmen, wo die Bestandesverschiedenheiten nicht gleiche Ausdehnung haben: so erhielte man für den Morgen $\frac{1200 + 1800 + 2700}{3} = 1900$ c', eine ganz unrichtige Durchschnittsgröße.

Solche verhältnißmäßigen Proben kann man eben sowohl in verschiedenen Stücken, als an einem Stücke nehmen. Je größer die Probestücke sind, und je mehr man die Proben in dem Holzbestande vertheilt, um so größere Genauigkeit ist davon zu erwarten. Erstrecken sich die Bestandesverschiedenheiten mehr gleichlaufend, wie öfters an Bergwänden, oder liegen sie ganz zerstreut durcheinander, wie nicht selten in der Ebene: so erfaßt man sie am sichersten mittels durchgreifender schmaler Probestriche.

Zur Probefläche nimmt man vorzugsweise ein Rechteck, aus dessen Größe sich die der Flächeneinheit zukommende Massenhaltigkeit des Bestandes leicht herleiten läßt, als $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 . . Acker oder Morgen, und bestimmt dazu die Länge beider Seiten, z. B. 10 × 7, oder 35 × 2 zu $\frac{1}{2}$ weimarischen Acker, oder 9 × 5, oder 15 × 3 zu $\frac{1}{4}$ preußischen Morgen. Zuerst steckt man eine der langen Seiten ab und setzt dann die Breiten rechtwinkelig an (§. 265.).

Die Gehaltsermittelung der Bestandesprobe geschieht durch Auszählung oder Fällung. Das stärkere Holz zählt man gewöhnlich aus (n. §. 368. 369. 370.) mit besonders genauer Bestimmung der Stammgrundfläche; die übrigen Gehaltsfaktoren

nämlich die Scheitelhöhe, die Stammform und den Zuwachs, nimmt man oft sicherer aus dem ganzen Bestande. Selten findet sich ein Grund, hierbei die ungefähre Auszählung nach dem Stammgehalte (§. 371.) anzuwenden. Das schwache, weniger zählbare Holz wird gefällt und in die geeigneten Maße gebracht. Dazu dient öfters wieder eine kleinere Probe. In manchen Fällen kann ein Bestandtheil, wie einzelne Oberbäume, durch gänzliche Auszählung und ein anderer, wie das Unterholz, bloß durch Probenschätzung ermittelt werden. Die gefundenen Ergebnisse der Bestandesprobe berechnet man für die Größe der Forstflächeneinheit, des Ackers oder Morgens, zum wirklichen Massengehalt- und Zuwachsmaße. Daraus und aus der Bestandesfläche ergiebt sich endlich der gesuchte Massengehalt und Zuwachs des ganzen Bestandes.

Enthielte z. B. eine Bestandesabtheilung 78 Mg. und man hätte darin 2,5 Mg. als holzleere Fläche gefunden und für die wirklich bestandenen 75,5 Mg. eine Probe von 2 Mg. mit 8000 c′ Holzbestand und 96 c′ Holzzuwachs genommen: so ergäbe dies 4000 c′ Massenhaltigkeit mit 48 c′ Zuwachs. Hiermit würde die eigentliche Bestandesfläche von 75,5 Mg. multiplizirt, und man bekäme im Ganzen 302000 c′ Bestandesmasse und 3624 c′ Zuwachs.

Die Probenschätzung ist zwar wegen der eben nicht leichten Auswahl, besonders bei unkundiger Ausführung, weniger genau, als die Auszählung des ganzen Bestandes; sie geht aber viel schneller von Statten und macht sich bei großen, gleichmäßigen Beständen, bei schwächeren Holzwüchsen, wo gefällt werden muß, bei Ausmittelung gewisser Bestandtheile, als zu Überhalt, Durchforstung u. s. w. ganz vorzüglich brauchbar. Läßt man sich dabei nicht auf unbedingte Auswahl einer bloßen Massenprobe ein, hält man sich streng an unsere Gehaltsfaktoren G, H, f, und sucht man vor Allem nur die Stammgrundfläche genau zu erproben, die Bestandeshöhe und Stammform aber mehr durchschnittlich aus dem Ganzen zu nehmen, im Fall eben nicht gefällt wird: so gewährt diese oft verkannte Bestandesschätzung eine ganz vorzügliche Genauigkeit und Anwendbarkeit.

§. 373. Waldmassen-Tafeln zum Behufe der Massenschätzung.

Die Zusammenstellung der Massenhaltigkeit aller gewöhnlich vorkommenden Waldbestände nach den drei ermittelten und erprobten Gehaltsfaktoren G × H × f gewährt ein ganz unvergleichliches Hülfsmittel zur Schätzung der Waldbestände. Hierzu wären von jeder Waldgattung die Mittelhöhen, Stammformen und Stammgrundflächen folgendermaßen aufzureihen.

1) Die Mittelhöhen H setzt man durchgängig in fünffüßigen Abstufungen an; auf nähere Höhenbestimmung braucht sich wenigstens die Massenschätzung nicht einzulassen. Damit nun die Aufstellung nicht zu weitläufig wird, sind den angenommenen Höhen gleich mittlere Formzahlen f anzureihen. Hierzu eignen sich die der mäßig geschlossenen Waldbestände am besten. Bekanntlich sinken alle Formzahlen mit steigender Stammhöhe.

2) Die Stammgrundfläche G, welche dagegen mit zunehmender Bestandeshöhe steigt, wird von einer jeden Höhenstufe gleich für zwölf Schlußverschiedenheiten angesetzt. Man nimmt einerseits die von dem dichtesten Vollbestande, als den höchsten, andrerseits die von dem dünnesten Lichtbestande, als den niedrigsten Stammgrundflächensatz, und ordnet zu beiden auf jeder Höhenstufe die zehn arithmetischen Zwischenglieder so ein, daß alle zwölf Ansätze von G eine Reihe bilden, deren Differenz $\frac{1}{18}$ und deren niedrigstes Glied $\frac{7}{18}$ des höchsten Stammgrundflächensatzes ist. Dies Verhältniß entspricht den angenommenen Schlußverschiedenheiten und begründet eine eben so natürliche, als stete Aufreihung der Massengehalte jeder Höhenstufe.

3) Zur Entzifferung des Massengehaltes berechnet man hiernächst, nach den drei festgestellten Faktoren G × H × f, den dichtesten Vollbestand jeder Höhenstufe und zieht dann von diesem Ergebnisse $\frac{1}{18}$ für jedes folgende Glied ab, bis zum dünnesten Lichtbestande, welchem der Betrag von $\frac{7}{18}$ verbleiben muß. Endlich wird noch zu jeder Massenzahl, anstatt der Stammgrundfläche, die zum Gebrauchszeiger mit dienende Abstandszahl gesetzt.

4) Hiermit wären die Materialien fertig zu solchen Tafeln, die den Massengehalt aller eigentlichen Waldbestände zu geeigneter Auswahl darlegen. Wir haben auf diese Weise fünf allgemeine Waldmassen-Tafeln nach preußischem Maße zusammengesetzt, welche von

A. den Buchen- und Eichen-Beständen,
B. den Fichten- und Tannen-Beständen,
C. den Kiefern- und Lärchen-Beständen,
D. den Erlen- und andern, mehr weichen Laubholz-Beständen, so auch
E. von den Birken-Beständen

zu jedem Waldschlusse und zu jeder Bestandeshöhe und eben entsprechenden Stammform den Massengehalt erfahrungsmäßig darstellen; man findet sie auf Seite 107 bis 116 der beigegebenen Hülfstafeln.

Die voran stehende Bestandeshöhe ist die eigentlich mittlere (§. 347. 366. 2.) und steigt von 5 zu 5 Fuß. Die hinten angesetzte Formzahl (§. 348. 366. 3.) entspricht der Stammbildung in ziemlich vollen Waldbeständen und schließt gleich den gewöhnlichen Hauabfall und Nutzungsverlust aus. Höhe und Form gelten für alle Ansätze derselben Zeile. Anstatt der Stammgrundfläche steht vor jeder Massenzahl die zur leichten Schlußbestimmung geeignetere Abstandszahl (§. 360.); überdies sind der mehr praktischen Anwendung wegen die zwölf Schlußverschiedenheiten unter vier Schlußklassen, jede zu drei Klassenabtheilungen, geordnet und noch mit bekannten einweisenden Ausdrücken bezeichnet. Für die Birkenbestände schien es zureichend, von den vier Schlußklassen nur die Mittelstufen aufzustellen.

Voran stehen die Lichtbestände. Was noch weniger enthält, als die Massenzahlen unter I, a angeben, bildet keinen Waldschluß mehr und gilt als Raumbestand. Hinten in der IV. Schlußklasse sind die dichtesten Waldbestände zusammengefaßt. Ganz ausgesuchte Bestandesstücke können jedoch an 10 pCt. mehr enthalten, als die unter IV, c befindlichen Angaben; man hat sogar außerordentliche Probestücke gefunden von 15 bis 20 pCt. über-

maß. Die Klassengehalte steigen auf einer und derselben Höhenstufe hinterwärts in ganz gleichen Differenzen, nämlich um $\frac{1}{7}$ des niedrigsten oder um $\frac{1}{18}$ des höchsten Massengehaltes. Die Klassen wurden steigend angesetzt, dem fortschreitenden Wachsthume gemäß und weil jede vom Kleinern zum Größern gehende Vergleichung weniger zu Überschätzungen verleitet.

5) *Bemerkungen für den Gebrauch.* Um diese Tafeln der Praxis mehr anzueignen, wurden den *Junghölzern*, weil diese meist von Anfang weniger dicht stehen, bei der etwaigen Fällung geringern Holzwerth haben und größern Nutzungsverlust erleiden, ein *etwas weiterer Abstand* angerechnet, als ausgesuchte Proben gewöhnlich ergeben. Diese Abweichung verschwindet jedoch mit zunehmender Höhe und Nutzbarkeit. — Der Ausdruck *gedrängt* ist einmal angenommen; doch dürfte dessen eigentliche Bedeutung hier nicht unbedingt gelten. Gar oft befinden sich gesunde Bestände auf kräftigem Boden in dieser IV. Schlußklasse, ohne eben an Drängung zu leiden; wohl eher gewahrt man auf dürftigem Boden hier und da kümmernde Bestände, denen es schon in der III. Schlußklasse an Ernährungsraum mangelt. — *Alle gleichwüchsigen Vollbestände*, welche weder durch Stockverkrüppelung und naturwidrige Anbauweise, noch durch irgend einen Leidenszustand zurückgekommen, auch nicht verhauen sind und Nahrung genug finden, *halten sich stets in den zwei hintern Schlußklassen.* — Die *ungleichwüchsigen*, besonders die *Plänter- und Mittelwaldbestände fallen dagegen in die zwei vordern Klassen*; und erwachsen diese auch später noch zu scheinbar vollen Beständen, so übersteigen sie doch äußerst selten die III. Klasse. — Man pflegt allen *Beständen mit Unterwuchs*, besonders wenn derselbe mehr aus sperrigen Stockausschlägen besteht und die Oberbäume das Ganze mit breiten Kronen decken, einen weit *reichlichern Massengehalt beizumessen*, als sie wirklich haben. — Einmal, um dieser Täuschung gleich mittels der Tafeln abzuhelfen; zweitens, um auch für den Massengehalt der Buchenschläge einen Maßstab mit zu geben; hauptsächlich aber, um das mißliche Schätzen der oft überall vertheilten kleinen Be-

standslücken zu umgehen: ist hier die I. Schlußklasse mit ihren drei Unterstufen noch angefügt worden, was nach dem gewöhnlichen Begriffe von Waldschluß eben nicht nöthig schien.

6) Wollte man diese Tafeln zu einem andern Maße einrichten, so blieben die Abstands- und Formzahlen als absolute, die Höhenzahlen aber als acceptirte unverändert, und nur die Massenzahlen der höchsten Klassenabtheilung IV, c wären eigentlich umzurechnen. Dies erforderte ein doppeltes Verhältniß, nämlich: das des Massenbetrags nach den beiderseitigen Maßen an sich und zudem noch das der verschiedenen Fußgrößen in den beizubehaltenden Höhenzahlen, welche man beide auf Taf. 120 findet.

Sollte z. B. der in preußischem Maße angegebene Massengehalt M umgerechnet werden in badensches Maß: so setzte man:

$$\left.\begin{array}{l}1 \text{ preuß. Massenbetrag} : 1{,}614 \text{ bad. Massenbetrag} \\ 1 \text{ preuß. Fuß} \quad : 0{,}956 \text{ bad. Fuß}\end{array}\right\} = M : x.$$

Daraus ergäbe sich der allgemeine Umrechnungsfaktor 1,543. Mit diesem würde jede preußische Massenzahl der Klasse IV, c multiplizirt. Dann zöge man zur weitern Ausführung von einer jeden dieser neuen Massenzahlen $\frac{1}{18}$ eilf mal nach einander ab bis zur Klassenabtheilung I, a, für welche $\frac{7}{18}$ übrig bleiben muß, was zur Probe dienen kann.

Für den 40 Fuß hohen Buchenbestand ergäbe sich in badenschem Maße zur Klasse IV, c: 1878 × 1,543 = 2898, und als Differenz 2898 : 18 = 161; folglich

zu IV, b : 2898 — 161 = 2737;
zu IV, a : 2737 — 161 = 2576;
zu III, c : 2576 — 161 = 2415 u. s. w.

7) Wir geben hier einige Umrechnungsfaktoren zu unsern in preußischem Maße aufgestellten Waldmassenzahlen, nämlich für die Maße von

Preußen	1,	H. Darmstadt	1,543,
Baden	1,543,	Mecklenburg	1,02,
Baiern	1,543,	Österreich	2,222,
Braunschweig	1,580,	Sachsen, Kgr.	2,662,
Hannover	1,581,	S. Weimar	1,382,
H. Kassel	1,112,	Württemberg	1,482.

Dabei ist noch zu bemerken, daß die angenommenen Formzahlen eigentlich einem absoluten Höhenmaße angehören, nämlich dem bei den Versuchen gebrauchten Fuße zu 125 par. Linien; daß also beim unmittelbaren Übertragen derselben auf ein anderes Fußmaß in der Theorie kleine Abweichungen entstehen. Diese verschwinden jedoch in der Praxis unter den weit größern Schätzungsmängeln, so daß man obige Umrechnungsfaktoren gar wohl als genügend annehmen kann.

§. 374. Begründete Massenschätzung.

Um der Massenschätzung, welche seither die Massenhaltigkeit der Waldbestände ohne allen sichern Anhalt nur auf's Ungefähr hin bestimmte, einen festern Grund zu geben, empfehlen wir die Waldmassentafeln. Will man diese aber sicher und leicht gebrauchen, so muß man das Augenmaß fleißig üben, sowohl im Beurtheilen des Waldschlusses überhaupt, als auch im Ansprechen der Abstandszahl, der Höhe und Form im Besondern; zudem muß man die Bestandesfläche kennen, und es versteht sich von selbst, daß hierzu, wie bei der Probenschätzung, die etwa vorfindliche, erhebliche Lückenfläche zu überschlagen und von der ganzen Ortsfläche abzuziehen ist. Unsere somit mehr begründete Massenschätzung erstreckt sich auf gleichwüchsige, ungleichwüchsige und ungleichartige Bestände und könnte dabei auch auf Zuwachsbestimmungen mit eingehen.

1) Gleichwüchsige Bestände von einerlei Art.

a) Man schätzt oder mißt die Mittelhöhe, bestimmt die Schlußklasse, gewöhnlich bloß nach dem Augenmaße, jedoch stets mit Erwägung des Abstandes, und nimmt hierzu die Massengehalts-Angabe. Ein 75 Fuß hoher, zur Klasse II, b gehöriger, mehr räumlich stehender Buchenbestand enthielte pr. Mg. 2600 Körperfuß Holzmasse.

b) Stellte sich die Höhe zwischen zwei Höhenstufen, so müßte der verhältnißmäßige Zwischengehalt näher berechnet werden. Ein 102 Fuß hoher Fichtenbestand Klasse IV, a hätte pr. Mg.

$$7284 + \frac{7702 - 7284}{5} \times 2 = 7451 \text{ Kfuß.}$$

c) Eben so verfährt man, wenn der Abstand zwischen zwei Schlußklassen fällt. Einem 80fußigen, mitten zwischen die Klassen III, c und IV, a fallenden Kiefernbestande kämen zu:

$$\frac{4490 + 4209}{2} = 4349 \text{ Kfuß.}$$

d) Wiche die Stammform des Bestandes erheblich ab, so bestimmte man dieselbe auch besonders und berichtigte danach den bezüglichen Massengehalt. Fände sich z. B. an dem obigen Buchenbestande von 75′ H und II, b Klasse als mittlere Formzahl nicht 0,57, sondern 0,62, so änderte dies den Massengehalt in Verhältniß dieser beiden Faktoren, nämlich:

$$0{,}57 : 0{,}62 = 2600 : 2828 \text{ Kfuß.}$$

Man hätte dieses Übermaß der Stammform auch der Höhe aufrechnen und nach 0,57 : 0,62 = 75 : 80 mittels 0,57 f und 80 H ziemlich denselben Massengehalt finden können (§. 348. Anmerk.).

e) Fiele endlich der ermittelte Abstand noch unter die I., oder über die IV. Schlußklasse hinaus, oder stimmte derselbe überhaupt mit keinem der bezüglichen Ansätze überein: so quadrirte man die wirklich gefundene Abstandszahl und dazu noch eine eben paßliche von derselben Höhenstufe der Tafel und bildete aus beiden umgekehrt anzusetzenden Quadraten ein Hülfsverhältniß, das zur Berechnung des gesuchten Massengehaltes nach der, durch das Quadrat ihres Abstandes mit zur Vergleichung gezogenen Massenzahl diente (§. 362. 4.). Stände z. B. ein Eichenschlag mit 95 Fuß Mittelhöhe in 10fachem Abstande, und knüpfte man seine Berechnung gleich an die Klasse IV, c mit dem Abstande 4,41: so ergäbe das Verhältniß $10^2 : 4{,}41^2$ an Massengehalt pr. Mg.

$$\frac{4{,}41^2}{10^2} \times 5605 = 1090 \text{ Kfuß.}$$

Findet sich gerade die Hälfte der Abstandszahl in derselben Höhenstufe vor und mithin das leichte Hülfsverhältniß $2^2 : 1^2$: so brauchte man nur den vierten Theil des bezüglichen Klassen-

gehaltes zu nehmen. Der 95füßige Eichenbestand Klasse III, b mit 5fachem Abstande enthält 4359 Kfuß und der gleichhohe mit dem 10fachen Abstande hat wie oben

$$\frac{4359}{4} = 1090 \text{ Kfuß.}$$

2) Ungleichwüchsige Bestände von einerlei Art. Man spricht zuerst die Schlußklasse im Ganzen an, sondert sich dann eigene Höhenklassen ab und bestimmt von jeder den ihr zukommenden Antheil an der Bestandsfläche. Hiernach nimmt man für eine Höhenklasse nach der andern, in Gemäßheit ihrer besondern Mittelhöhe, aus der gemeinschaftlichen Schlußklasse den verhältnißmäßigen Massentheil. Gesetzt, in einem mehr geschlossenen Buchenbestande, Klasse III, b, nähme das 50fußige Unterholz 0,8 und das 80fußige Oberholz 0,2 der Bestandsfläche ein: so hätte

das Unterholz 1939 × 0,8 = 1551 Kfuß,
das Oberholz 3592 × 0,2 = 718 »
beides zusammen: 2269 Kfuß.

Wiche der Abstand, oder die Höhe, oder die Stammform von den Ansätzen in der Tafel ab, und man wollte die Abweichung nicht mittels der Faktoren gegenseitig ausgleichen: so wären noch die, oben unter 1, b, c, d gegebenen Regeln anzuwenden. Meist ist es jedoch am rathsamsten, die Oberbäume nach ihrem besondern Abstande ganz für sich zu schätzen und eben so auch das Unterholz.

3) Ungleichartige Bestände. Wenn verschiedene Holzgattungen durch einander stehen, so bestimmt man die gemeinschaftliche Schlußklasse und zudem von jeder Holzgattung das Verhältniß ihres Antheiles an der Bestandsfläche nebst ihrer besondern Mittelhöhe und nimmt den Massengehalt aus der, jeder Holzgattung eignen Tafel. Fänden sich z. B. in einem gemischten Bestande 0,7 Kiefern von 70 Fuß und 0,3 Eichen von 60 Fuß Höhe und jede in ihrem Antheile zur Klasse III, c gehörig: so betrüge der Massengehalt von

Kiefern 3572 × 0,7 = 2500 Kfuß,
Eichen 2633 × 0,3 = 790 »
Zusammen: 3290 Kfuß.

Genauer, obschon mehr gesucht, wäre das Verfahren, wenn man den Abstand vom Ganzen und etwa auch die Stammform jeder Holzgattung schätzte und dann nach 1, d, e rechnete.

4) Massenzuwachs. Man bestimmt nach dem wirklichen Höhen- und Stärkenzuwachse (§. 346. 347.), in welcher Zeit der Bestand die nächste Höhenstufe erreichen und wie sich während deß der Abstand und Massengehalt stellen würde, dividirt dann den Unterschied des gegenwärtigen Massengehaltes von dem ermittelten künftigen durch die Zahl der Zwischenjahre: so ergiebt sich der zeitliche Jahreszuwachs. Gesetzt, in einem Buchenbestande mit 60′ H, 5,86 Abstand und 2107 Massengehalt verspräche der Probestamm von 60′ H und 2,8′ U jährlich 0,5′ Höhenzuwachs und 0,02′ Umfangszuwachs; dann würde der Bestand nach 10 Jahren die nächste Höhenstufe von 65 Fuß und während deß die Mittelstärke von 3 Fuß erreichen, sich also (n. §. 362. 5.) auf den $\frac{2,8}{3} \times 5,86 = 5,47$fachen Abstand stellen. Dafür fände sich die zu erwartende Bestandsmasse zwischen den Klassenabtheilungen III, a und b,

$$\frac{2536 + 2732}{2} = 2634 \text{ Kfuß},$$

und als Jahreszuwachs der Zwischenzeit

$$\frac{2634 - 2107}{10} = 52,7 \text{ Kfuß}.$$

Dies Verfahren wäre eben auch anwendbar auf gesonderte Höhenklassen und Holzgattungen mit verschiedenen Stammformen; es kann aber keineswegs die Leichtigkeit und Sicherheit unserer Massenzuwachs-Ermittelungen nach Prozentsätzen (§. 356.) gewähren.

Die Waldmassen-Tafeln sollen eigentlich nur als überall bereitwilliger Rechenknecht die fertigen Produkte G × H × f darbieten. Zu deren sicherm Dienste muß man sich aber erst an Ort und Stelle durch geeignete Proben die eben anzuwendenden Schlußklassen ausmitteln und das Augenmaß recht einüben. Wer in seinem Schätzungsbereiche die höhern Massengehalte dieser Tafeln nicht

findet, die niedrigern sind leider weniger selten, der verurtheile ihre Dienste deßhalb doch ja nicht, bevor er die Natur seiner Waldgattung auch anderwärts beobachtet hat. Man vergleiche nur die Kiefernwälder der norddeutschen Sandebenen mit denen der mitteldeutschen untern Keuperlagen.

§. 375. Ungefähre Massenschätzung.

1) Um Bestandsmassen noch flüchtiger zu schätzen, gebraucht man auch anderwärts gewonnene, paßliche Massenergebnisse, theils von wirklich erfolgten Hauungen, theils von Bestandesauszählungen, theils von sonst wo genommenen Proben. Solche zur unmittelbaren Vergleichung brauchbaren Massenhaltigkeiten sammelt man sich mit Bemerkung der Holzart, des Abstandes und der Stärke, der Höhe und der Form, des Alters und der übrigen Wachsthumsverhältnisse, und reiht die zusammengehörigen wohl auch von jeder Waldgattung nach Bestandsklassen auf, um sie für den zu schätzenden Bestand sogleich auswählen zu können. Wo der Holzbestand in seiner Ausdehnung zu verschieden ist, werden darin ebenfalls gleichmäßigere Bestandesstücke abgetheilt und nach ihrer Flächenausdehnung bemessen; auch überschlägt man die etwa vorfindliche Lückenfläche und scheidet sie gleich von der Schätzung aus.

Diese Massenschätzung geht am leichtesten von Statten; sie ist bei zureichender Sammlung vergleichbarer, zumal aus der Nähe genommener Massenergebnisse am thulichsten und in den Händen eines geübten Schätzers, der seine Vergleichungsgrößen selbst gesammelt hat und immer seine Gehaltsfaktoren G, H, f mit als Maßstab gebraucht, am vorzüglichsten. Die Ergebnisse wirklicher Hauungen desselben Forstes beseitigen überdies viele Abweichungen, die bei Ermittelung mancher Bestandtheile, so wie der örtlichen Sortenverhältnisse und Nutzungsverluste sonst unvermeidlich sind. Jeder Forstwirthschafter sollte sich von allen seinen Hauungen den pr. Morgen durchschnittlich erfolgten Gesammt- und Sortenertrag auswerfen. Wo eben ein gänzlicher Abtrieb nicht Statt gefunden hat, wird zu dem gewonnenen Ertrage noch der zurückgebliebene Bestandtheil geschätzt. Auf solche Weise

verschafft man sich, bei fortgesetzter Übung des Augenmaßes, den bewährtesten Anhalt zur Schätzung aller vorhandenen Bestände.

2) In der Theorie schätzt man wohl auch die Massenhaltigkeit schon erwachsener Bestände mittels eines sehr räthselhaften Verfahrens. Man nimmt nämlich ideale Vollbestände für alle vorkommenden Standortgüten in voraus an und bestimmt dann nur die Güteklasse des Ortes und dazu den ungewissen Theil $\frac{n}{m}$, der dem Schätzungsbestande M an dem eingebildeten Vollbestande VB fehlt. Bei dieser Fehlschätzung im eigentlichen Sinne des Wortes spricht man also $VB - VB \times \frac{n}{m} = M$ an, und bemißt das vor Augen stehende Holz nach den allerverborgensten und nur in der Einbildung schwebenden Größen. Offenbar liegt die Schätzung der Standortgüte, des ihr zukommenden Vollbestandes und des Fehltheiles außer allen Grenzen der wahrscheinlichen Erreichbarkeit; bei weitem leichter und sicherer ist die Schätzung der Gehaltsfaktoren, oder der Massenhaltigkeit selbst. — Solche voraussetzenden Vergleichungen auf dem Grunde angenommener Normalbestände sind nur statthaft bei Bestimmung der einstigen Erträge von Junghölzern, deren weiterer Massenzuwachs bis zur Abtriebszeit dem vorhandenen Holzbestande noch nicht besonders aufgerechnet werden kann.

§. 376. Beiläufige Zuwachsschätzungen an Holzbeständen.

Ist von einem Holzbestande bloß der Massengehalt bekannt und will man den laufenden Jahreszuwachs eben nicht durch nähere Untersuchungen genau ermitteln, sondern nur im Ganzen ungefähr bestimmen: so geschieht dies entweder nach dem Alters-Durchschnittszuwachse, oder bloß nach dem Höhenzuwachse, oder nach dem Stärkenzuwachse ohne oder mit bestimmtem Höhenzuwachse.

1) Den Alters-Durchschnittszuwachs oder eigentlich die Durchschnittsmehrung findet man von dem ganzen Bestande, wie von dem einzelnen Baume (§. 344. 2.), durch Thei-

lung des eben vorhandenen Massengehaltes mit der Alterszahl. Wo in dem Bestande verschiedene Altersklassen unter einander vorkommen, wird jede durch ihr Alter besonders getheilt. — Da jedoch der laufende Bestandeszuwachs nach ganz andern Gesetzen fortschreitet; da zudem auch das mittlere Bestandsalter, so wie der inzwischen entkommene Holzabfall und Vorertrag nie ganz genau zu erforschen sind: so kann das dem Bestande unmittelbar entnommene durchschnittliche Mehrungs-Ergebniß weder mit dem wirklichen Jahreszuwachse übereinstimmen, noch sonst einen sichern Schluß auf den weitern Wachsthumsgang begründen.

Anders gestaltet sich die Sache, wenn man bloß den einstigen Hauptertrag eines Bestandes nach dem wirklich erfolgten Durchschnittserwachse schlagbarer Hölzer erfahrungsmäßig anspricht. Hierbei ist aber wohl zu erwägen, ob auch der Schätzungsbestand die Vollkommenheit des Musterbestandes erreichen werde. Meist rechnet man zu sicher auf das Gedeihen seiner Junghölzer. Zudem ist bei diesem Verfahren nicht unberücksichtigt zu lassen, daß das Alter der Baumholzbestände aus früherer Zeit selten auf 10 bis 15 Jahre genau bestimmt werden kann, und daß der Schätzer zu oft geneigt ist, von jedem Musterbestande das beste Stück als Probe zu wählen. Nimmt nun derselbe z. B. für 140 Jahre nur 125, für 100 Masse aber 110, was beides gar leicht geschehen kann: so rechnet er $\frac{110}{125}$ heraus anstatt $\frac{100}{140}$, und der Fehler läuft der Ertragsentnehmung mit 24 pCt. in die Hände.

2) Nach dem Höhenzuwachse allein. Veränderte sich an einem Holzbestande die Stammgrundflächensumme G und die Formzahl f während der fraglichen Zuwachszeit nicht, sondern wüchse nur die Scheitelhöhe H zu, etwa um s: so stiege die Bestandsmasse von $G \times f \times H$ zu $G \times f \times (H + s)$, in dem Verhältnisse $H : H + s$, und der Holzgehalt verhielte sich zu dem fraglichen Holzzuwachse wie $H : s$, wie die erstere Scheitelhöhe zu dem Höhenzuwachse.

Bei dieser Voraussetzung ließe man freilich denjenigen Massenzuwachs fallen, welchen die ebensowohl zunehmende Stamm-

grundfläche begründet. Derselbe ist jedoch in ganz vollen Wüchsen weniger beträchtlich und entgeht dem Bestande meist wieder durch den ausgeschiedenen Borertrag. Überhaupt verhält sich die bleibende Mehrung des Hauptertrags gleichmäßig gehaltener Bestände sehr nahe wie die Bestandeshöhe.

3) Nach dem Stärkenzuwachse. Behält ein Baum dieselbe Form, so verhält sich dessen fortschreitender Massengehalt bei vollem Höhenzuwachse wie $d^3 : D^3$; bei fehlendem Höhenzuwachse wie $d^2 : D^2$ (§. 357.). Zwischen diese zwei Grenzen fällt auch der Massenzuwachs mehrer Bäume zusammen oder ganzer Holzbestände.

Gesetzt nun, der Mittelstamm eines Bestandes hätte jetzt 12″ und nach 10 Jahren 13″ im Durchmesser: so verhielte sich die Bestandsmasse zu dem gesammten Massenzuwachse aller 10 Jahre,

bei vollem Höhenzuwachse, wie $12^3 : (13^3 - 12^3) = 1 : 0{,}27 \ldots$
bei fehlendem Höhenzuw., wie $12^2 : (13^2 - 12^2) = 1 : 0{,}17 \ldots$

Hierbei fiele der einjährige Zuwachs zwischen 2,7 und 1,7 pCt. Mit einem solchen Zuwachsverhältnisse dürfte also nur der bekannte Massengehalt multiplizirt werden.

Erfolgte derselbe Stärkenzuwachs an sechszolligen Stämmen, so hätte man die Verhältnisse:

$$6^3 : (7^3 - 6^3) = 1 : 0{,}58 \ldots$$
$$6^2 : (7^2 - 6^2) = 1 : 0{,}36 \ldots,$$

also jährlich zwischen 5,8 und 3,6 pCt., woraus abermals ersichtlich ist, daß jüngere, schwächere Holzbestände weit besser zuwachsen, als ältere, stärkere.

4) Man könnte den Stärkenzuwachs auch mit einem bestimmten Höhenzuwachse verbinden. In gleichbleibender Form verhält sich die Bestandsmasse zweier Altersstufen

$$= d \times d \times h \ : \ D \times D \times H,$$
$$= \quad 1 \quad : \ \frac{D}{d} \times \frac{D}{d} \times \frac{H}{h}.$$

Wäre nun wieder $d = 6''$, $D = 7''$, dazu $h = 45'$ und $H = 50'$: so verhielten sich die Massen

$$= 1 : \frac{7}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{50}{45},$$
$$= 1 : 1{,}5,$$

und man fände für einen 10jährigen Zwischenraum 5 pCt. jährlichen Massenzuwachs. Diese Art der Zuwachsberechnung wäre in Ermangelung der Holzzuwachstafeln besonders empfehlenswerth.

§. 377. Abtheilung bestimmter Massen von einem Holzbestande.

Um für die laufenden Hauungen oder zur Erfüllung einer weitern Eintheilung bestimmte Hiebsmassen von einem Holzbestande abzutheilen, nimmt man in der gegebenen Bestandsfläche zuvörderst eine vorläufige Abschnittslinie an und schätzt nun den vorgenommenen Theil vermittelst gänzlicher Auszählung, oder nach Proben, oder gleich nach der Masse. Hierbei ergiebt sich ein Überschuß oder Mangel; jener wird wieder abgeschnitten, dieser wird noch hinzugenommen, wie bei der Flächentheilung (§. 218.). Durchschneidet die in der Regel gerade und folgerecht zu legende Hiebslinie eben Bestandesstücke von ungleicher Massen- oder Werthhaltigkeit, so ist das Verfahren, wie bei Theilung der Flächen von verschiedenem Grundwerthe (§. 219.).

Soll von dem Holzbestande nur ein gewisser Bestandtheil ausgehauen werden, so schätzt man gewöhnlich den ganzen Massengehalt, bestimmt den Überhalt und nimmt den Unterschied als Hiebsmasse an. Was ein dabei verlangtes Sortenverhältniß betrifft, so kann dasselbe kein anderes sein, als es derselbe Bestand zu geben vermag. Man erlangt ein solches nur durch zweckmäßige Vertheilung des Hiebes in verschiedene Bestände. Wie man sich übrigens bei der Hauung hilft, wenn hier oder da der Ertrag nicht zutrifft, lehrt die Forstbenutzung.

§. 378. Abweichungen der Holzbestandesschätzungen.

Von den Schätzungsergebnissen weichen die nachherigen Nutzungsergebnisse mehr oder minder ab. Diese oft nicht unbeträchtlichen Abweichungen erscheinen um so unver-

meidlicher, je weniger einerseits die Schätzungsgrößen zu bemessen und sicher zu bestimmen sind, und je mehr andrerseits die vorausgesetzte Mehrung und Nutzung unvorhergesehenen Zufällen unterliegen; sie entspringen theils aus dem angewendeten Schätzungsverfahren, theils aus der inzwischen erfolgenden Bestandesmehrung, theils und hauptsächlich mit aus der nachherigen Nutzungsweise.

1) Die anzuwendenden Schätzungsverfahren leisten verschiedene Genauigkeitsgrade.

a) Die Bestandesauszählung erhebt ihre Gegenstände einzeln und am sichersten; sie wird vorzugsweise angewendet, wo eine ganz genaue Bestandsaufnahme erforderlich ist, oder wo ein leichteres Verfahren eben nicht zureicht, wie etwa bei ganz ungleichem Bestande mit zerstreuten Baumhölzern. Die ihr eigenthümlichen Abweichungen sind nur in den dabei anzuwendenden Höhen und Formen der Stämme zu suchen.

b) Die Probenschätzung ersetzt die gänzliche Bestandesauszahlung in größern, mehr gleichförmigen Waldmassen. Ihre Leichtigkeit zieht freilich den besondern Mangel nach sich, daß die gesammte Stammgrundfläche nur nach einem kleinen Theile des Ganzen bestimmt wird. Die Höhen und Formen sollte man stets von dem ganzen Bestande abnehmen.

c) Die Massenschätzung stützt sich auf Beurtheilung der verschiedenen Gehaltsfaktoren und auf Vergleichung mit wirklichen Schätzungsergebnissen; sie kann wenigstens im gleichwüchsigen Bestande die Genauigkeit der Probenschätzung ziemlich erreichen, dabei durch Maßnehmung von wirklichen Hauungsergebnissen der örtlichen Nutzungsweise mehr entsprechen.

d) Die Zuwachsermittelung ist von keinem Schätzungs-Verfahren abhängig; bei jedem kann sie genau, oder nur beiläufig angewendet werden. Sofern sie sich der Prozente vom Massengehalte bedient, gehen die Fehler der Massenzahlen auch in die Zuwachszahlen über. Wie schon bekannt, gewährt der laufende Jahreszuwachs mehr Sicherheit als der periodische, und dieser wieder mehr, als der altersdurchschnittliche.

2) Die vorausgesetzte Bestandesmehrung kann bedeutenden Abweichungen unterliegen, theils durch anders erfolgenden Zuwachs, theils durch natürliche Unfälle, so wie durch Entwendungen und sonstige Mehrungsverluste; auch kann die Durchforstung anders betrieben werden und die gänzliche Abnutzung früher oder später eintreten.

3) Die Statt findende Nutzungsweise ist gar oft eine andere, als die vorausgesetzte. Die Hauabfälle und Nutzungsverluste in den Holzhieben fallen abweichend aus; die äußern Baumtheile, wie das Wurzel- und Reisholz, werden weniger oder mehr ausgenutzt; die bestimmten Holzmaße werden völliger oder knapper eingehalten u. d. m. So verursacht es in dem Massenertrage einen großen Unterschied, wenn die Klaftern mehr mit Unterlagen versehen, dichter gefüllt, in halbe oder ganze Höhen gesetzt, oder wenn die nach dem Umfange geschätzten Hölzer nach dem Durchmesser abgegeben werden.

Mindestens betragen die nicht nachzuweisenden Abweichungen der wirklichen Bestandesmehrung und Nutzung die Hälfte von dem Unterschiede zwischen den Schätzungs- und Nutzungsergebnissen, wofern nicht fehlerhaft geschätzt worden ist.

III. Waldertrags-Schätzung.

1. Mittel und Wege zur Ertragsschätzung.

§. 379. Vom Ertragvermögen der Waldung überhaupt.

Der gesammte Reichthum eines Waldes, woraus dessen Ertrag hervorgeht, besteht in der Ertragfähigkeit des Standortes und in der Ertragsamkeit des Waldwuchses. Die Ertragfähigkeit, oder die Beschaffenheit des Standortes in Boden und Lage, wodurch derselbe befähigt ist, gewisse

Holzwüchse aufzunehmen, mehr oder minder zu nähren und im Wachsthum zu fördern, erachten wir gleichsam als die Quelle des ganzen Waldreichthums, deren Ergüsse der gute Forstwirth so viel als möglich gangbar erhält, mehrt und sammelt. Des Waldes Ertragsamkeit beruht in der eben vorhandenen Ansammlung von ältern und jüngern, mehr oder minder angemessenen und vollkommenen, reifen und ertraggebenden Holzwüchsen, die das natürliche Betriebskapital bilden, womit der Forstwirth die Kräfte des Standortes zur Ertrags-Hervorbringung nutzt. Ohne Ertragfähigkeit würde keine Ertragsamkeit erzeugt, und ohne diese würde jene nicht wirken können; beide zusammen sind der Inbegriff des Ertragvermögens.

§. 380. Ortsertragfähigkeit.

Um des Standortes schaffende Wirksamkeit auf das Holzwachsthum, diesen hauptsächlichen Mittler des Waldertrags, näher zu bemessen, muß man das Maß der absoluten Ortsgüte arithmetisch abtheilen; aber nicht etwa in einer bloß örtlichen Beziehung, sondern unbedingt für den ganzen Verbreitungs-Umfang jeder fraglichen Waldgattung. Wir nehmen hierzu zehn Standortklassen an und bezeichnen davon die ausgesucht beste mit 1 und die neun niedrern mit Zehnteln, so daß diese Zahlen zugleich die absoluten Verhältnisse des Grundwerthes aller Orte ausdrücken. Somit gilt 0,1 für die niedrigste Güte, dem geringsten Standorte eigen, der kaum noch Holzbestand tragen kann; dagegen 1 für die in der Waldung selten und nur stückweise vorkommende höchste Güte, dem ausgesucht besten Standorte eigen, der unter allen den reichhaltigsten Waldbestand trüge. Weitere Zwischenstufen könnten beliebig durch Hunderttheile ausgedrückt werden.

Diese allgemeinen Bezeichnungs- und Werthzahlen gehen auch auf jede besondere Ortsertragfähigkeit über und stehen in gleichem Verhältnisse mit der Reichhaltigkeit und Ergiebigkeit des von einem jeden Standorte erzeugten Vollbestandes der angemessenen Waldgattung. So würde ein Standort mit 0,7 der besten Ertragfähigkeit einen ihm angemessenen Holzwuchs von 0,7 der

reichsten Ertragsamkeit hervorbringen können. Eine solche Allgemeinheit und Übereinstimmigkeit im Ansprechen der Standort-, Bestandes- und Ertragsgüte ist ganz unentbehrlich; ohne sie könnten uns die fremden Beobachtungen und Erfahrungen über der Wälder Verhalten, Bestand und Ertrag durchaus nichts nützen.

Mittels dieser allgemeinen Standortgüte- und besondern Ertragfähigkeits-Bezeichnung ist man auch im Stande, jede Durchschnittsgüte zu bestimmen.

Hätte z. B. ein 48 Mg. großer Waldort
auf 8 Mg. die Güte 0,6,
» 8 » » » 0,7,
» 32 » » » 0,8:
so wäre die durchschnittliche Ortsgüte, oder der mittlere Grundwerth, pr. Mg.

$$\frac{8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8}{48} = 0{,}75.$$

Aber nicht nur für einzelne Orte, selbst für ganze Forste läßt sich die mittlere Ertragfähigkeit auf diese Weise eben so leicht, als nützlich berechnen und danach des Waldes Umtriebszeit und Behandlung, Massenvorrath und Ertrag vergleichen und bestimmen. Zudem können wir damit jede Ortsfläche nach der gegebenen Ortsgüte auf den vollen Grundwerth leicht umrechnen. Obige 48 Mg. haben an gesammtem Grundwerth $8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8 = 48 \times 0{,}75 = 36$ Vollwerthmorgen.

Hierin findet man wohl Grund genug für unsere Abweichung von dem so unarithmetischen Gebrauche, das Beste durch die kleinste und das Geringste durch die größte Verhältnißzahl umgekehrt zu bezeichnen, was ganz unvereinbar ist mit der Anwendung durchschnittlicher Ortsgüten, allgemeiner Grundwerthe und einstiger Vollerträge. Das oft geäußerte Bedenken gegen unsere größere Anzahl Standortklassen ist leicht gehoben, wenn man erwägen will, daß in einem und demselben Forste von allen zehn Ortsgüten nur einige, öfters nur 3, selten über 5 vorkommen. Diese wenigen könnte man nun auch von Forst zu Forst wie gewöhnlich mit I. bis V. bezeichnen; doch müßten solche örtli-

chen Bodenklassen den bezüglichen allgemeinen Standortklassen pünktlich angepaßt werden, sollten die Befangenheiten im Örtlichen nicht weiter bestehen.

Man findet übrigens viel Schwierigkeiten im Ansprechen der Ertragfähigkeit wegen der oft unerforschlichen Miteinflüsse verschiedener Mittler der Ortsgüte, was die forstliche Standortkunde näher nachweiset. Der Meßkunst bietet sich hierzu nur ein einziger, ohne Weiteres anwendbarer Maßstab, nämlich die Mittelhöhe des angemessenen, mittelmäßig gerathenen Waldbestandes. Diese dient meist als untrüglicher Zeiger der Standorts- und Bestandesgüte. So könnte man etwa für den erwachsenen Buchenhochwald zu folgenden

Ortsgüten: 1. 0,9. 0,8. 0,7. 0,6. 0,5, die
Mittelhöhen: 100. 90. 80. 70. 60. 50 Fuß

annehmen und die Anwendbarkeit dieses neuen Maßstabes gleich an den seitherigen Ertragstafeln versuchen. In denselben findet sich der Buchenhochwald bis auf die geringste Ortsgüte hinausgereihet; derselbe kann aber mit einer geringern Höhe als obige nicht wohl bestehen; daher können auch diese Buchenhochwald-Tafeln nicht der Natur im Allgemeinen entnommen sein.

§. 381. Waldertragsamkeit.

In den wachsenden Massen eines Wirthschaftswaldes reifen fort und fort Erträge, theils bestandweise zum verjüngenden Niederschlagen, theils stammweise zum vorläufigen Aushauen. Diese Ertragsamkeit wird hauptsächlich bedingt durch die Waldgattung und Waldbehandlung.

1) Jede Waldgattung, zusammengesetzt aus besondern Holzarten in gewisse Waldformen, wächst durch alle Altersstufen nach eignen Mehrungs- und Ertragsgesetzen. Ihre Ergiebigkeit entspricht jedoch nur auf angemessenem Standorte der allgemeinen Ortsgüte. Kein einziger Holzwuchs vermag in einem, ihm unangemessenen Standorte den bezüglichen Vollertrag zu gewähren. Manche Baumart wächst nur in den bessern, manche gedeiht mehr in den mittlern, manche begnügt sich auch

mit den geringern Standorten, und jede liebt besondere Gebirgs- und Bodenarten und Ortsbeschaffenheiten.

2) Die Behandlung des Waldes wirkt unglaublich verschieden auf dessen Ertragsamkeit; insonderheit sind die forstmäßige Erzeugung, Stellung und Haltung des Bestandes, dessen Abtriebsalter, der gleiche oder ungleiche Wuchs in Alter und Größe, vor Allem auch der gute Zustand von Lage und Boden noch lange nicht genug erkannte Mehrer und Minderer des Waldertrags. Die Schätzung unterscheidet wesentlich zwischen des Waldes wirklichem und normalem Ergiebigkeitszustande. Letzterer ist das, der Walderziehung zum Ziele hingestellte, mehr ideale Bild des Vollbestandes.

3) Die Ertragsamkeit beruht hauptsächlich in dem Massenvorrathe nebst Massenzuwachse und begründet die daraus hervorgehende Ertragsgüte; sie wird eben auch vermittelst der Stammgrundfläche, Bestandshöhe und Stammform bemessen. Es ist nämlich jede Veränderung, welche an dem wachsenden Waldbestande im Ganzen, oder theilweise vorgeht, oder gedacht werden kann, bestimmbar durch unsere drei Gehaltsfaktoren $G \times H \times f$, die nun auch als Ertragsfaktoren weiter zu Diensten stehen. Durch dieses treffliche Mittel befreien wir zudem die Waldertrags-Schätzung von dem gar unbehülflichen Gebrauche der Stämmezahl.

§. 382. Massenvorrath.

Da jeder Wirthschaftswald alle Jahre schlagbare Wüchse darbieten muß und jeder Waldwuchs erst nach mehrjährigem Alter zur Ernte reif wird: so kann auch kein Waldertrag nachhaltig Statt finden, ohne einen stufenweisen Nachwuchs von reifenden Beständen. Den dadurch gebildeten Massenvorrath beurtheilt man nach dem normalen Waldzustande, hauptsächlich bedingt von Standort, Waldgattung und Bestandsalter. Der wirkliche Massenvorrath eines Waldes findet sich bald größer bald kleiner, als der normale, meist höchst verschieden, je nachdem die Vergangenheit den Wald hier ärmer gemacht, dort in seinem natürlichen Reichthume noch einigermaßen gelassen hat.

Er ist der hauptsächliche Gegenstand jeder Waldschätzung; denn je reicher eines Waldes Holzvorräthe sind, um so mehr vermag derselbe abzuwerfen.

Wo von dem Massenvorrathe auf den Ertrag geschlossen wird, hat man den unvermeidlichen Holzabfall und den örtlichen Nutzungsverlust wohl zu berücksichtigen. Der unvermeidliche Holzabfall umfaßt theils den natürlichen Selbstabfall verdrängter Zweige, Äste und Unterstämmchen, die noch kein Gegenstand wirthschaftlicher Benutzung sind und den Leseholzsammlern, oder dem Boden anheim fallen, theils den Hauabfall an Spänen und nicht benutzbaren Brocken. Der örtliche Nutzungsverlust geht hervor durch Entwendung, Absatzmangel und Wirthschaftsfehler; er ist sehr verschieden, mitunter bedeutend, betrifft jedoch meist nur geringe Holzsorten von den Extremitäten der Bäume.

§. 383. Massen- oder Holz-Zuwachs.

Der Massenzuwachs einer Wirthschaftswaldung sollte den entnommenen Ertrag von Jahr zu Jahr in der Regel wieder ersetzen; ist er größer als dieser, so mehrt sich der ertraggebende Massenvorrath; im Gegensatze sinkt derselbe und mit ihm der weitere Ertrag, äußersten Falles auf Nichts herunter. Der Zuwachs spielt mithin, als ersetzender Mittler, bei der Forstschätzung eine bedeutende Rolle und zwar in mancherlei Gestalt. Seine Grundform in wirthschaftlicher Beziehung ist der von allen Natur- und Nutzungs-Abfällen freie, eigentliche Massenerwachs. Dieser tritt in unsern Betrachtungen unter mehreren Abänderungen auf, bald in seinem wirklichen Bestehen, bald in bloß muthmaßlichen Voraussetzungen, bald in Bezug auf wesentliche, oder minder wesentliche Theile des Ertrags.

1) Der wirkliche oder Realzuwachs wird an den Waldbeständen gleich mit Ausschluß der unvermeidlichen Holzabfälle wirklich ermittelt, wie unser laufender Jahreszuwachs, und als eine der sichersten Grundlagen zur Ertragsabschätzung gebraucht. Er findet sich nach der Bestandsgüte mehr oder minder vollkommen, verliert auch mitunter durch Zufälligkeiten noch

bedeutende Massen. Was davon der Nutzung zu Theil wird, nennen wir wohl auch Nutzungszuwachs, im Gegensatze von Naturzuwachs, der alle Holzausscheidungen mit umfaßt und daher in der Wirklichkeit nie gewinnbar ist (§. 344.).

2) Der normale Vollzuwachs ist in jedem Betracht vollkommen und daher, außer dem unvermeidlichen Holzabfall, ganz frei von allem Nutzungsverluste; aus ihm entsteht der unbedingte oder normale Vollertrag.

3) Der lokale Vollzuwachs ist nur bis auf die mancherlei örtlichen Nutzungsverluste vollkommen; so auch der aus ihm hervorgehende bedingte oder lokale Vollertrag.

4) Mehrungszuwachs oder Bestandesmehrung. Hiermit bezeichnet man, um Begriffsverwirrungen vorzubeugen, recht treffend denjenigen Theil des Massenzuwachses, welcher die Bestandsmasse eines jeden fraglichen Zeitpunktes und endlich auch den Hauptertrag bildet. Dieser Zuwachstheil kann als reale, normale, lokale und wieder als altersdurchschnittliche, periodische und laufende Mehrung in Betracht kommen.

5) Gesammtzuwachs: Fallen vor dem Abtriebe nutzbare Vorerträge von der Bestandsmasse ab, so reihet sich an diesen Mehrungszuwachs noch ein Zwischenzuwachs und bildet mit diesem den gesammten Nutzungszuwachs, welcher sich somit in Hauptertrags- und Vorertrags-Zuwachs theilt. Man nennt diesen Gesammtzuwachs im Gegensatze zur bloßen Mehrung oft auch nur Zuwachs schlechthin, umfaßt wohl auch diese verschiedenen Bedeutungen in Bezug auf wirklichen Ertrag mit dem Worte Erwachs.

§. 384. Ertragsgüte. Ertragsklassen.

Ertragsgüte nennen wir das Maß der geschätzten oder gewährten Ergiebigkeit eines Wirthschaftswaldes an Masse und Werth, ausgedrückt mittels des jährlichen Durchschnittsertrags von der Flächenmaßeinheit im ergiebigsten Schlagbarkeitsalter. Sie kann normal oder real sein. Die normale Ertragsgüte theilt, bestimmt und bezeichnet man im Allgemeinen ganz wie die Ertragfähigkeit, mit der sie stets in gleichem Verhältnisse steht.

Der ausgesucht beste Ertrag gehört zu 1 und jede der neun folgenden, eigentlichen Ertragsklassen bekommt ihren Theil davon nach der Bezeichnungszahl. Wäre z. B. der höchste Ertrag vom Buchenhochwalde 65, so ergäbe sich zur Differenz aller zehn Ertragsklassen und zugleich als niedrigstes Glied 6,5, also für jede der folgenden

Standortklassen: 1. 0,9. 0,8. 0,7. 0,6. 0,5, die
Ertragsklassen: 65. 58,5. 52. 45,5. 39. 32,5 Kfuß.

Nach der normalen Ertragsgüte läßt sich der Vollertrag eines Forstortes oder Waldverbandes gar leicht berechnen, wenn dessen durchschnittliche Ertragfähigkeit dazu bekannt ist. Oben §. 380. dienten 48 Mg. zu 0,75 durchschnittlicher Ortsgüte als Beispiel. Davon betrüge nun die Ertragsgüte:

$$\frac{45{,}5 + 52}{2} = 48{,}75 \text{ Kfuß,}$$

und der jährliche Vollertrag vom Ganzen:

$$48{,}75 \times 48 = 2340 \text{ Kfuß.}$$

Ebendasselbe hätte sich ergeben, wenn die Berechnung nach jenen gesonderten Ortsgüten angelegt worden wäre, oder auch nach dem vollen Grundwerthe. Die obigen 48 Mg. betragen nämlich: $8 \times 0{,}6 + 8 \times 0{,}7 + 32 \times 0{,}8 = 36$ Vollwerthmorgen und geben also: $36 \times 65 = 2340$ Kfuß Vollertrag.

§. 385. Forstmäßige Stammgrundfläche*).

Die Stammgrundfläche oder Dichtheit forstmäßig zu erziehender Waldbestände darf zwei, von Standort, Holzart und Erziehungszweck bedingte Grenzen nicht überschreiten, ohne Verlust an der Ertragsamkeit. Den heranwachsenden, vollen Baumwald hält man allezeit zwischen einem forstmäßigen Schlusse und jenem, die Unterdrückung förderndem Drängen, das den Bestand durchforstbar macht. Wird die Stellung mehr geöffnet, so können die Stämme ihren Standraum nicht ganz durchwurzeln und einander nicht genug beistehen. Dagegen macht eine Überfüllung den Bestand krankhaft.

*) Zum Ersatz der ungeeigneten Stämmezahl.

Je besser der Standort ist, um so voller wächst der Holzbestand und um so weniger schadet eine etwas dichtere oder dünnere Stellung. Je geringer der Standort, um so kleiner erscheint darauf die forstmäßige Stammgrundflächensumme, um so enger sind jene Grenzen des haltbaren Abstandes, und desto nachtheiliger wird jede Überschreitung des zu dünnen und des zu dichten Standes. Die eine Holzart hält sich in ihrem natürlichen Schlusse merklich voller, als die andere; am dichtesten wachsen gemischte Bestände. Mit zunehmendem Alter gewinnt auch die Stammgrundfläche des Waldbestandes, und zwar so lange, als die Scheitelhöhe oder doch die Kronenwölbung noch zunimmt. Daran hat der am Stamme mehr und mehr heraufsteigende Wurzelanlauf beträchtlichen Antheil; sehr wahrscheinlich auch die im Innern alter Stämme sich ansammelnde unthätige Holzmasse. Holzwüchse, die früher eine zu starke Seitenverbreitung hatten, oder von Stockausschlag erwachsen sind, so auch die von ungleicher Größe, schließen sich niemals vollkommen dicht; ihre Stammgrundfläche ist allezeit eine niedrigere. Über ein gewisses Maß der Stammgrundfläche kann kein Bestand sich verdichten (§. 366.).

§. 386. Forstmäßige Bestandeshöhe.

Die Mittelhöhe eines gleichwüchsigen Waldbestandes steht der längsten Stammhöhe näher, als der kürzesten und gleicht meist der zweiten Höhenklasse; sie findet sich bei gleichem Alter um so größer, je besser der Standort und je forstmäßiger die Erziehung ist. Das Höhenwachsthum fängt mit kleinen Fortschritten an, nimmt dann mehr und mehr zu, bleibt darauf längere Zeit von Jahr zu Jahr gleich, läßt späterhin wieder allmählich nach und verliert sich vor der natürlichen Haubarkeit mit kaum merklichen Höhentrieben. Der lebhaftere Höhenzuwachs beginnt und endet bei einer Holzart früher, bei der andern später, bei Wiederausschlägen am frühesten. In manchen Verhältnissen ist das Höhenwachsthum dauernder und gleichmäßiger. Seitwärts schützende Gegenstände, als Bergwände, Felsen und Bäume, treiben in gewisser Ferne den Höhenwuchs auf's äußerste; Beschränkung der nöthigen Seitenfreiheit hält ihn zurück; Über-

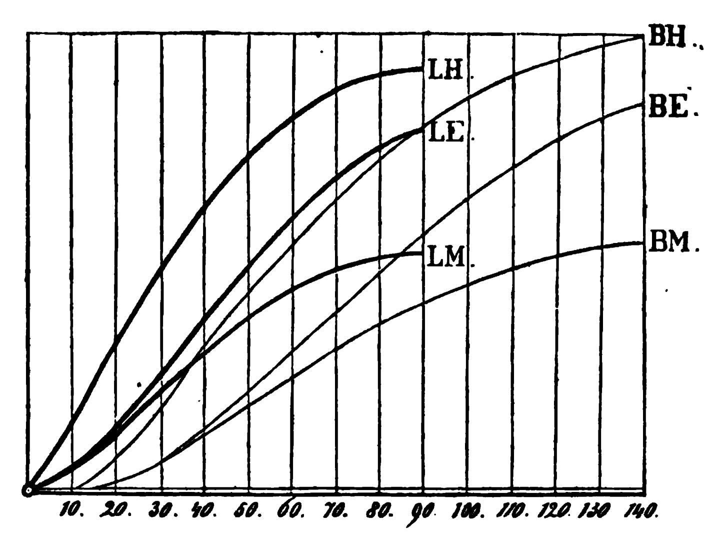
schirmung unterdrückt ihn gänzlich. Ein Mangel an Schluß verursacht stärkern Seitentrieb; ein übermäßiges Drängen schwächt die Kronen und Wurzeln, beides auch zum Nachtheil des Höhenwachsthums.

§. 387. Forstmäßige Stammform.

Die mittlere Stammform eines Waldbestandes findet sich bei jeder Holzart eigenthümlich, und zwar um so holzvoller, je besser der Standort, je freier der Stand, je niedriger die Stammhöhe bei voller Beastung und je kürzer und flacher der Wurzelanlauf eben ist. Unterdrückte, gipfellose Stämme des Bestandes haben eine größere Formzahl als die daneben spindelig in die Höhe getriebenen. Stockausschläge stehen später in Höhe und Form den Samenaufwüchsen beträchtlich nach. Bei gleichmäßiger Stellung verliert die Formzahl desselben Bestandes mit zunehmender Scheitelhöhe einigermaßen und gewinnt dann wieder, wenn sich, nach eingestelltem Höhenzuwachse, der Gipfel mehr wölbt.

§. 388. Ertrags-Kurven.

Die fortschreitende Zunahme der Bestandes-Höhen, Massen und Erträge läßt sich auf sehr einfache Weise mittels bloßer Linien recht anschaulich darstellen. Wenn man auf einer zur Grundlinie dienenden Scala die Theilpunkte als Altersstufen des Holzwuchses annimmt und auf einen jeden das gleichzeitige Maß des Erwachses mittels irgend eines Maßstabes als senkrechte Linie errichtet, dann von dem Nullpunkte ausgehend alle Werthpunkte der periodischen Zustände mit einer krummen Linie verbindet: so giebt diese Kurve ein solches Bild der Steigung. Die weiter unten §. 413. dargestellten Wachsthumsgänge der starken und schwachen Entstehung, entnommen von den Lärchen L und Buchen B, bildeten im Höhenwuchse LH und BH, in der Massenmehrung LM und BM und im Gesammtertrage LE und BE die hier folgenden Ertrags-Kurven.



Diese Kurvenschnitte braucht man hauptsächlich zur Prüfung und Ergänzung entworfener Ertragsreihen. Denn durch die Zügigkeit solcher Linien giebt sich ohne Weiteres zu erkennen, wenn der Steigung einer angesetzten Reihe irgendwo die erforderliche Stetigkeit mangelt. Fehlen aber, etwa wegen unzureichender Beobachtungen, Glieder solcher Reihen, oder stimmen die für eine und dieselbe Altersstufe gefundenen Maße nicht recht überein: so zieht man die Kurve in Gemäßheit der eben mehr entscheidenden Richtpunkte und greift dann die andern dadurch mit geschnittenen Werthpunkte ohne Weiteres ab, zur Ergänzung und Berichtigung seiner Reihe, deren Differenzen nachher auf arithmetischem Wege schärfer auszugleichen sind.

Hat man eine zahlreiche und zuverlässigere Sammlung solcher Reihenglieder, so ist es freilich geeigneter, dieselben nach Zeit und Größe unmittelbar in ein Quadratnetz zu ordnen und dann rein arithmetisch einzureihen; überhaupt behilft sich der im Interpoliren geübtere Schätzer weniger mit solch einem mechanischen Liniengestell.

§. 389. Ertragsentwickelung der gleichwüchsigen Bestände.

Um die lebenslängliche Ergiebigkeit eines im Alter und Wuchse gleichen Waldbestandes allgemein zu bestimmen, ermittelt man für jedes Alter, das irgend einer Hauung wegen zur Frage kommt, die Stammgrundflächensumme G, die mittlere Scheitelhöhe H und die mittlere Formzahl f. Die Produkte davon ergeben zunächst den Massengehalt und Hauptertrag (§. 366.).

Wegen der abfallenden Vorerträge ist Folgendes in Betracht zu ziehen. Der heranwachsende, volle Holzbestand verdichtet und überfüllt sich allmählich, und man muß darin von Zeit zu Zeit, mittels geeigneter Durchforstung, die nöthige Wachsthumsfreiheit wieder herstellen. Bezeichnen wir die gefüllte Stammgrundfläche des durchforstbaren Bestandes mit G und den eben davon abkömmlichen Durchforstantheil mit g: so ist die Stammgrundfläche des forstmäßig geöffneten Schlusses G — g. Hätten G und g immer wieder dasselbe Verhältniß: so wäre auch allezeit $g \times H \times f$, die abfallende Durchforstung, und $(G-g) \times H \times f$, der eben verbleibende Bestand, aus $G \times H \times f$ zu finden. Von Altersstufe zu Altersstufe wird aber die durchforstbar gefüllte Stammgrundfläche G größer und der davon abfallende Durchforstantheil g in gewissem Verhältnisse kleiner. Für alle Durchforstzeiten kann nun G erfahrungsmäßig festgestellt und g nach folgenden Grundsätzen bestimmt werden.

Die Stammgrundflächensumme eines forstmäßig gehaltenen Holzbestandes wächst von einer Durchforstung zu der andern, etwa alle zehn Jahre, in demselben Verhältnisse zu, wie die einzelne Stammgrundfläche des Mittelstammes. Nun findet man, daß der Mittelstamm des forstmäßig gehaltenen Hochwaldbestandes, von einem gewissen Zeitpunkte bis über jedes wirthschaftliche Haubarkeitsalter hinaus, alljährlich mindestens einen gleichen Stammgrundflächen-Zuwachs anlegt. Den Eintritt dieses Zeitpunktes setzen wir in das Alter, worin jene Stammgrundfläche eben ihrem nachherigen zehnjährigen Zuwachse gleich-

steht. Fände dies etwa im 30. Jahre Statt, und setzten wir des Mittelstammes derzeitige Stammgrundfläche zu 1: so wäre dieselbe im 40. Jahre 2, im 50. Jahre 3 u. s. w., und das Verhältniß der Stammgrundflächen von dem 40. und 50. Jahre wäre 2 : 3, von dem 50. und 60. Jahre 3 : 4 u. s. w. Nach solchen Verhältnissen berechnet man nun, wie viel bei jeder Durchforstung von der eben vorhandenen Stammgrundflächensumme abfallen dürfte.

Müßte z. B. die durchforstbar gefüllte Stammgrundfläche im 50. Jahre G und im 60. Jahre G′ sein: so hätte man von der vorgefundenen Stammgrundfläche G so viel stehen zu lassen, daß daraus G′ in 10 Jahren wieder erwachsen könnte. Wüchse nun der Mittelstamm von dem 50. bis zu dem 60. Jahre in seiner Stammgrundfläche von 3 zu 4, oder in jedem angenommenen Falle von v zu w: so fände man die im 50. Jahre verbleibende Stammgrundfläche durch die Proportion

$$4 : 3 = G' : \tfrac{3}{4}\,G' \text{ oder allgemein } \frac{v}{w}\,G'.$$

Die von G abfallende Stammgrundfläche wäre daher

$$G - \frac{v}{w}\,G'.$$

Was nun die Höhe der eben auszuforstenden überwachsenen Stämme betrifft, so steht dieselbe unter der derzeitigen Bestandshöhe; sie gleicht mehr der Mittelhöhe des vorigen Jahrzehndes. Nennen wir die Höhenzunahme der letztern 10 Jahre s, so ist die Höhe des Durchforstholzes H — s. Die Formzahl f mag unverändert bleiben, obwohl dieselbe an den kürzern, unterdrückten Stämmen meist etwas größer ist, als die mittlere.

Danach wäre nun die allgemeine Formel zur Berechnung des Vorertrags von jeder Altersstufe:

$$\left(G - \frac{v}{w}\,G'\right) \times (H - s) \times f.$$

Hierin bedeutete:

G, die gefüllte Stammgrundfläche des eben zu durchforstenden Vollbestandes;

G', die nach 10 Jahren abermals durchforstbare Stammgrundfläche desselben Bestandes;

$\frac{v}{w}$, das Zunahme-Verhältniß der Stammgrundflächensumme in der Zwischenzeit;

$H - s$, die Bestandshöhe, 10 Jahre vor der Durchforstung;

f, die derzeitige Formzahl.

§. 390. Ertragsentwickelung der ungleichwüchsigen Bestände.

Der ungleichwüchsige Waldbestand hat entweder gleichwüchsige Hauptbestandtheile, oder ist ganz ungleichwüchsig. In keinem der beiden Fälle wird der Bestand auf ein Mal ganz abgeschlagen, sondern nur ein gewisser Theil desselben.

1) Bei an sich gleichwüchsigen Bestandtheilen, wie in dem Mittelwalde, bestimmt man eines jeden besondern Antheil an der Stammgrundflächensumme, welcher für das Unterholz $\frac{u}{G}$, für das Oberholz $\frac{o}{G}$, $\frac{O}{G}$ betragen mag, nebst der eigenen Mittelhöhe und Mittelform zu jeder Abtriebszeit, z. B.

für das Unterholz $\frac{u}{G} \times H \times f$,

für das jüngere Oberholz $\frac{o}{G} \times H' \times f'$,

für das ältere Oberholz $\frac{O}{G} \times H'' \times f''$.

Die Produkte dieser Ertragsfaktoren ergeben zusammen den ganzen Massengehalt. Von demselben bleibt jedoch wieder ein gewisser Theil als Überhalt stehen. Diesen ermißt man auf dieselbe Weise und zieht dessen Holzgehalt von dem Ganzen ab; in dem Unterschiede ergiebt sich der Holzertrag jeder Schlaghauung. Eigentliche Vorerträge finden hierbei nicht Statt.

2) Bei gänzlicher Ungleichheit des Wuchses, wie im Plänterwalde, wo nur die größten Stämme einzeln ausgehauen werden, bestimmt man den jährlichen Zuwachs g von

der Stammgrundflächensumme des verbleibenden Bestandes und dazu die Scheitelhöhe H und Formzahl f der ältesten, zum Aushiebe kommenden Stämme. Der jährliche Holzertrag ergiebt sich dann aus $g \times H \times f$. Um auch den bleibenden Holzbestand, nach dessen Massengehalt aber weniger Frage ist, näher zu ermessen, zerfällt man denselben in ziemlich gleichwüchsige Bestandtheile.

§. 391. Waldertragstafeln.

Zur Schätzung und Beurtheilung des einstigen Ertrags forstmäßig erzogener und gehaltener Wälder bedürfen wir geeigneter Vollertragstafeln, welche von jeder Waldgattung und Standortklasse und von jedem Haubarkeitsalter die Bestandshöhe und Bestandsmasse mit dem Hauptertrage, so wie den etwaigen Vorertrag nebst dem Durchschnittsertrage unter allen Wachsthumsverhältnissen in möglich genauen Mittelzahlen naturgemäß angeben. Die Ertragsfaktoren G, H, f zu diesen Angaben erforscht man an ausgesuchten mittelmäßig gerathenen Musterbeständen und reiht sie zu weiterm Gebrauche natürlich mathematisch auf. Auch prüft und bewährt man die Ergebnisse, so gut als thulich, durch wirkliche Hauungserträge.

Die Auffindung solcher Musterbestände, deren Wachsthumsverhältnisse man bestimmt genug nachweisen kann; die Beurtheilung ihres normalen Zustandes und Desjenigen, was an dem vermeintlich Vollkommenen einem außerordentlichen Gerathen zuzurechnen ist; die zuverlässige Verwendung des als normal Erkannten für die entsprechenden Standortgüten und Behandlungsweisen; die vergleichende Musterung und berichtigende Zusammenordnung aller Ergebnisse in die Ertragsreihen: das Alles ist mit unglaublichen Schwierigkeiten und Zweifeln verknüpft, die um so bedeutender hervortreten, je genauer man den Gegenstand behandelt.

Unsere Ertragsfaktoren H, G und f sind die einzigen Maße und Mittel zur Ermessung und Aufreihung der gefundenen Ertragsgrößen. Nie ist man im Stande, aus wirklichen Hauungserträgen allein genaue Ertragstafeln zusammen zu setzen, weil

ihnen die Anhaltpunkte zur sichern Aufreihung und Verwendung gänzlich abgehen. Wir unterscheiden (n. §. 383. z. 3.):

1) Normalertrags-Tafeln, welche die Vollerträge der normalen Waldzustände ganz allgemein und unbedingt, nur mit Ausschluß des allerwärts unvermeidlichen Selbst- und Hauabfalles aufstellen.

2) Lokalertrags-Tafeln. Diese geben den Ertrag des normalen Waldzustandes in Gemäßheit der besondern Forstverhältnisse und ausschließlich aller örtlichen Nutzungsverluste an.

§. 392. Normalertrags-Tafeln für Hochwald.

Die unbedingten Vollerträge von dem Hochwalde könnten in sechs Tafeln aufgestellt werden, nämlich:

I. Für den Buchenwald, zugleich auch für Eichenbestände unmittelbar, und für Ahorn-, Eschen- und Ulmenbestände mittelbar.

II. Für den Fichtenwald, mittelbar auch für den Tannenwald.

III. Für den Kiefernwald, mittelbar auch für die Lärchenbestände.

IV. Für gemischten Hochwald von Nadel- und Laubholz.

V. Für Erlen- und Aspenbestände.

VI. Für Birkenbestände.

In diesen Ertragstafeln ist zu jeder Standortklasse und zu jedem fraglichen Bestandsalter anzugeben: die mittlere Bestandshöhe und die volle Bestandsmasse, welche zu ihrer Zeit als Hauptertrag eintritt, der abkömmliche Vorertrag und der Durchschnittsertrag.

1) Die 10 allgemeinen, ganz gleich abgestuften Standortklassen können nicht unbedingt auch von einer jeden Waldgattung den ebenmäßigen Ertrag hervorbringen. Auf den geringern Standorten kann der Buchenhochwald gar nicht wachsen; auf den bessern steigt die Ertragsgüte der Nadelhölzer sehr bedingt; die Erlenbestände sind an ganz eigene Standorte gebunden u. s. w.

2) Das Bestandsalter, für welches der Ertrag aufgestellt wird, braucht man eigentlich nur von dem Zeitpunkte an, wo der Bestand in eine mehr ausgeformte nutzbare Stärke tritt, bis zu dem äußersten Schlagbarkeitsalter hinaus. Die Ansätze machen wir in den kürzesten Altersstufen, die besonders zur Frage kommen könnten, etwa in Jahrfünften. Eine weitere Ausführung verursachte zu viele Weitläufigkeit und erschwerte den Gebrauch. Die Bestandsverhältnisse der früheren Jugend und des späteren Alters finden sich zu abweichend von den Gesetzen der eigentlichen Wachsthumszeit und zu sehr dem Zufalle unterworfen. Den Buchenhochwaldertrag stellt man etwa von dem 40. bis zu dem 140. Jahre auf.

3) Die mittlere Bestandshöhe wird für jede Altersstufe angesetzt und dient hier als unentbehrlicher Anhalt, nicht nur zur Anwendung der Tafeln selbst, sondern auch zur Beurtheilung der Ertragfähigkeit und Ertragsamkeit. In dem forstmäßig gehaltenen ältern Hochwaldbestande findet sich die Mittelhöhe etwa 5 bis 10 Fuß niedriger, als die der höchsten Stämme, meist an den Stämmen zweiten Ranges.

Ein sehr guter Standort (zu 0,8) erzeugt in dem Buchenhochwalde, bei dem Alter von 40. 50. 60. . . . . 140 Jahren, etwa folgende Mittelhöhen: 25. 35. 44. 52. 59. 65. 70. 74. 77. 79. 81 preußische Fuße.

4) Die volle Bestandsmasse jeder Altersstufe erfolgt aus dem Produkte $H \times G \times f$. Davon ist die mittlere Bestandshöhe H für sich schon angesetzt. Was nun $G \times f$ betrifft, so muß zuvörderst die Stammgrundfläche des durchforstbar gefüllten Bestandes jeder Altersstufe der vollkommenen Hochwaldstellung entsprechen. Am sichersten ist es, sie erfahrungsmäßig so zu stellen, daß sich $\frac{1}{10}$ von ihr noch eindrängen könnte, im überfülltesten Stande gegen die Schlagbarkeit hin selbst $\frac{2}{10}$. Diese Ermäßigung ist natürlich und erprobt. Da nun die Stammgrundfläche des gleichwüchsigen Hochwaldbestandes bis in ein gewisses Alter mit immer kleinern Differenzen zunimmt und sich späterhin mehr gleich hält, die Formzahl dagegen anfänglich sich mindert, dann mehr gleich bleibt und späterhin mit eintretender Kronenwölbung

ebenmäßig zunimmt: so ergänzen sich die Faktoren G und f durch alle Altersstufen ziemlichermaßen, und man reiht sie daher gleich im Produkte zusammen auf. Zu obigen 60=, 70= und 80jährigen Mittelhöhen im Buchenhochwalde von 44, 52 und 59 Fuß gehören z. B. folgende Produkte von G × f auf 1 preuß. Morgen: 45,45. 47,69. 49,49.

Danach wäre auf 1 Morgen der volle Massengehalt des 70. Jahres, wo H = 52 und G × f = 47,69 ist: 52 × 47,69 = 2480 c'. Das Produkt G × f kommt nicht besonders in die Tafel, wäre aber leicht zu finden durch Division der Bestandsmasse mit der Höhe.

5) Der am Ende jedes Jahrzehndes von dem gefüllten Holzbestande abfallende Vorertrag wird nach §. 389. mittels des derzeitigen Verhältnisses $\frac{v}{w}$ im Stammgrundflächenzuwachse des Mittelstammes berechnet. Wäre dessen Stammgrundfläche z. B. in dem 30. Jahre 1, im 40. Jahre 2, im 50. Jahre 3 . . . ., im 130. Jahre 11 und im 140. Jahre 12: so brauchte man zu der eben verbleibenden Stammgrundflächensumme im 30. Jahre ½ von der im 40., im 40. Jahre ⅔ von der im 50., im 50. Jahre ¾ von der im 60. . . . ., im 130. Jahre 11/12 von der im 140., nach Maßgabe der Verhältnisse 1 : 2 : 3 : 4 . . . 11 : 12. Verbinden wir nun in obiger Vorertragsformel $\left(G - \frac{v}{w} G'\right) \times (H - s) \times f$ die Stammgrundfläche G mit der Formzahl f zu $(Gf - \frac{v}{w} G' f) \times (H - s)$ und setzen dafür unsere eben angenommenen Buchenhochwald=Faktoren, so entziffert sich z. B. als Vorertrag nach dem 70. Jahre: $(47,69 - \frac{7}{8} \times 49,49) \times (52 - 8) = 283$ Kfuß. Gegen diesen scheinbar hohen Betrag könnte sich vielleicht ein oder der andere Zweifel erheben, dem wir im Voraus begegnen müssen.

Wollte man zum ersten den Eintritt des gleichen Stammgrundflächenzuwachses später annehmen, was der gewöhnlichen Buchenhochwalderziehung wohl angemessener wäre: dann rückte obige Stärkenzuwachsreihe 1 : 2 : 3 : 4 . . . weiter hinter. Oder setzte man das größte Steigen des Stammgrundflächenzuwachses voraus, nämlich: $1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2$ . . . , das sich mit

gleichbleibender Jahrringstärke in licht erwachsenen Baumhölzern ausnahmsweise wohl findet, das auch durch übernommene Durchforstungen gewissermaßen ermöglicht werden könnte: dann stiegen die Glieder der Zuwachsreihe mit größeren Differenzen. Mithin minderten beide Voraussetzungen alle gleichzeitigen Werthe von $\frac{v}{w}$. Dadurch würde aber die jedes Mal zu belassende Stammgrundfläche $\frac{v}{w}$ G′ kleiner, also die abfallende Durchforstungs-Stammgrundfläche $G - \frac{v}{w} G'$ alle Mal größer.

Zum andern ist nicht abzusprechen, daß jeder voll geschätzte Vorertrag, besonders in den jüngern Jahren, bedeutenden Verlust erleiden kann, durch Mangelhaftigkeit in Bestand und Wachsthum, durch Verwahrlosung, Frevel u. d. m. Darauf hin ist aber auch schon von vorn herein das Stärkenzuwachsverhältniß sehr gering angenommen worden; denn der Stärkenzuwachs beträgt, zumal in dem kräftigen Jugend- und Mittelalter, gerade zur Zeit, wo die Möglichkeit jener Verluste am größten ist, weit mehr, meist das Doppelte. Ohnehin liegen außerordentliche Nutzungsverluste ganz außer dem Bereiche einer Formel für naturgemäße Normalerträge.

Es giebt also kein Verhältniß in dem Wachsthumsgange des forstmäßig gehaltenen Hochwaldes, für welches der aus unserer Formel hervorgehende normale Vollertrag zu groß ausfiele. Auch stimmen ihre Ergebnisse mit gut geführten Durchforstungen der Vollbestände ganz befriedigend überein. Nur im spätern Baumalter weicht diese Formel von der Praxis ab und bietet eine stärkere Ertragsentnehmung, als die gewöhnliche; weil man dann die Durchforstungen in der Regel aussetzt zu Gunsten des Hauptertrags.

Hierzu wird noch bemerkt: Jeder dieser Vorerträge ist erst zu Ende seines Jahrzehndes fällig und in der gleichzeitig angesetzten vollen Bestandsmasse mit inbegriffen. Keine Durchforstung dürfte mehr nehmen, als ein Zehntel des vorhandenen Vollbestandes, und betrüge der Ansatz in den Tafeln eben mehr, so müßte man öfter durchforsten. Längere Zwischenräume,

als 10 bis 15 Jahre von einer Durchforstung zur andern, sind nur in höherm Alter zulässig. Von den letzten Durchforstungen kann man einen gewissen Theil bis zur Haupthauung verschieben und in der Bestandsmasse mit stehen lassen. Dieser Verbleib kann aber zwei Zehntel des eben angesetzten Massengehaltes vom Hauptbestande nicht übersteigen und darf höchstens nur die letzten zwei Jahrzehnde Statt finden. Ein solches Verschieben der letzten Vorerträge bis zum Eintritte des Vorbereitungshiebes ist oftmals vortheilhaft. Ohnedies zeigt sich im erwachsenen stärkern Waldbestande das Durchforsten nicht mehr von so allgemeiner Wirkung auf den Zuwachs, indem die bleibenden Stämme die eben erledigten, mehr vereinzelten, größern Öffnungen nicht so theilen und alsbald durchwurzeln können: ein mathematischer Grund, warum der eigentliche Hochwald weder ein höheres Alter mit Nutzen erreichen, noch zur Erziehung außerordentlich starker Bäume vortheilhaft dienen kann. Überhaupt befindet sich jeder alte Baumholzbestand in ganz andern, viel zufälligeren Wachsthums-Verhältnissen, die durchaus nicht mehr in allgemeine Formeln passen.

6) Der jährliche Durchschnittsertrag kommt entweder als bloße Mehrung ohne die Vorerträge, oder mit denselben in Betracht, und ergiebt sich durch Theilung des Massenerwachses in die eben erlebten Altersjahre.

Die Alters-Durchschnittsmehrung von der jederzeit vorhandenen Bestandsmasse erscheint größer, wenn dem Bestande die letztern Vorerträge noch nicht entnommen sind. Das Unterlassen früherer Durchforstungen hat dagegen eine Schwächung des Wuchses und gar leicht eine Minderung des Hauptertrags zur Folge.

Den eigentlichen Durchschnittsertrag findet man aus der eben vorhandenen Bestandsmasse als Hauptertrag und der Summe aller schon ausgeschiedenen Vorerträge.

Der obige Buchenbestand hatte im 70. Jahre auf dem Morgen an jährlichem Durchschnittsertrage:

35,42 c′ Mehrung zu dem vorhandenen Hauptertrage und
45,42 c′ von dem Haupt- und Vorertrage zusammen.

Sein höchster Durchschnittsertrag fiele ohne Durchforstung mit 36,88 c' in das 90. Jahr, sammt der Durchforstung mit 52,45 c' in das 110. Jahr. Begreiflich muß der höchste Gesammt-Durchschnittsertrag später eintreten, weil die Abnahme der laufenden Mehrung durch das Hinzurechnen der Vorerträge weiter hinaus übertragen wird.

§. 393. Normalertrags-Tafeln für Mittelwald.

Der eigentliche Mittelwaldbetrieb ist nur statthaft in Buchenwaldung und in gemischter Waldung, worin die Eiche mehr vorherrscht. Die Ertragstafeln umfassen also

I. den Buchenmittelwald und

II. den gemischten Mittelwald.

Jede hat die Überschriften: Standortklasse, Umtriebszeit, Mittelhöhe, Hiebsmasse, Überhaltmasse, Durschnittsertrag.

Der Mittelwaldbestand erscheint bei näherer Untersuchung sehr veränderlich und von vielen Zufälligkeiten abhängig. Es ist kaum möglich, noch weniger aber wirthschaftlich, denselben mehre Umtriebszeiten hindurch gleichmäßig zu erhalten. Nur selten glückt es, seine verwickelten Wachsthums- und Ertragsverhältnisse recht aufzufassen und sicher zu handhaben. Daher findet die Aufstellung von allgemeinen Ertragstafeln des Mittelwaldes bei weitem größere Schwierigkeiten, als die des Hochwaldes, und es ist dabei um so nöthiger, die Ergebnisse wirklicher Hauungen neben den Ertragsfaktoren H, G und f vorsichtig mit zu gebrauchen. Indessen bleibt man auch bei der Anwendung wirklicher Erträge ungewiß, weil dieselben aus Ansammlungen von frühern Umtrieben mit bestehen, wo ein ganz anderer Überhalt Statt gefunden haben kann. Man kommt dabei nie zu einer reinen Abrechnung.

1) Die Standortklassen können alle 10 von dem Mittelwalde eingenommen werden; naturgemäß geben die niedern gegen Hochwald ihren verhältnißmäßigen Ertrag reichlicher, als die höhern, jedoch mehr an Unterholz.

2) Umtriebszeit. Den Erwachs des Mittelwaldes in fortschreitenden Altersstufen aufzustellen, ist unzweckmäßig, weil

Vorerträge darin nicht in Anschlag kommen und jedes Abtriebsalter seine eignen Oberholz- und Wachsthumsverhältnisse hat. Die Umtriebszeiten können zwischen 15 bis 45 Jahre fallen, und es ist hinreichend, sie von 5 zu 5 Jahren anzusetzen.

3) Die Mittelhöhe des schlagbaren Bestandes ist von dem Unter- und Oberholze besonders anzugeben. Die Unterholzhöhe erhebt sich um so mehr, je mehr dasselbe aus Weichholz und aus frischem Stockausschlage besteht und Freiheit hat; die des Oberholzes, um so mehr, je länger die Umtriebszeit, je voller der Stand und je gesunder der Wurzelstock ist. Der Kürze wegen setzt man von dem Unter- und Oberholze wohl nur eine gemeinschaftliche Mittelhöhe an.

Bei etwas lichter Stellung des Oberholzes könnte z. B. der Buchenmittelwald auf sehr gutem Standorte (0,8), in 30jähriger Umtriebszeit, die Mittelhöhen 25 und 52 preußische Fuß erreichen, und dann wäre die verhältnißmäßige Mittelhöhe zur Berechnung der Hiebsmasse etwa 40′.

4) Die Hiebsmasse ergäbe sich aus den beiden Produkten $G \times f \times H$ von dem eben abkömmlichen Unter- und Oberholze. Wegen des sehr unbeständigen Verhältnisses zwischen dem Unter- und Oberholze vereinigt man jedoch gleich das Produkt $G \times f$ für beides und nimmt dazu die gemeinschaftliche Mittelhöhe.

Die Stammgrundflächensumme des erwachsenen Mittelwaldbestandes hält sich im Ganzen geringer, als die des Hochwaldes, wegen des ungleichen, verästeten, verwurzelten und sonst mangelhaften Wuchses. Nur in den geringern Standortgüten, besonders an starken Berghängen, gewinnt sie beträchtlich durch Vermischung der Holzarten und nähere Bodenbeschirmung mit minderm Kronenschlusse. Die Stammgrundfläche der Hiebsmasse bleibt übrig, wenn von der gesammten die des Überhaltes abgezogen wird. Die Formzahl ist im ältern Oberholze eine hohe, in dem Unterholze eine niedere. Die mittlere Form erscheint etwas voller, als die im Hochwalde.

Übrigens haben die Veränderlichkeit der Mittelwaldverhältnisse und die Schwierigkeit des Betriebs eine sehr verschiedene

Ertragsamkeit zur Folge. Daher ist es nöthig, für jede Hauung zwei mögliche, äußerste Ertragsgüten anzusetzen, zur geeigneten Auswahl. So nähme man z. B. für obigen Buchenmittelwald auf dem preußischen Morgen G × f zu 24 bis 28,5 und H zu 40 an, was zur Hiebsmasse 40 × 24 = 960 bis 40 × 28,5 = 1140 c′ ergäbe.

5) Der Überhalt besteht aus den wachsbarsten Stämmen von dem Unter- und Oberholze in mittler Größe; er ergiebt sich ebenfalls aus Gf × H. Seine Stammgrundfläche stellt man um so kleiner, je länger die Umtriebszeit dauert, je wachsbarer das Holz ist und je mehr der Unterwuchs Freiheit bedarf; sie steht in einem gewissen Verhältnisse zur gesammten Stammgrundfläche. Die Formzahl gleicht der mittlern von dem ganzen Bestande, weil der Überhalt mehr aus den mittlern Stammklassen besteht. Gleiche Bewandtniß hat es mit der Höhe. Die Überhaltmasse ist ebenfalls zweifach anzusetzen.

In obigem Mittelwalde wäre vom Überhalte G × f = 10 bis 15 und H = 45, folglich die Überhaltmasse:

$$45 \times 10 = 450 \text{ bis } 45 \times 15 = 675 \text{ c}'.$$

6) Den jährlichen Durchschnittsertrag ergiebt die Theilung der Hiebsmasse durch die Umtriebszeit; derselbe wäre zu dem obigen Beispiele etwa

$$\frac{960}{30} = 32 \text{ bis } \frac{1140}{30} = 38 \text{ c}'.$$

In der Wirklichkeit finden sich übrigens alle Mittelwälder weit weniger ergiebig, als sie der Theorie nach es zu sein scheinen.

§. 394. Normalertrags-Tafeln für Niederwald.

Die Vollerträge der Niederwälder können nach den eben vorherrschenden Holzarten in fünf Tafeln aufgestellt werden, nämlich:

I. Gemischter Niederwald von Buchen mit Ahornen Eschen, Salweiden u. dergl.

II. Eichenniederwald mit Birken, Aspen u. dergl.

III. Birkenniederwald.

IV. Erlenniederwald.

V. Buschholz.

In diesen Tafeln ist zu jeder Standortklasse und Umtriebszeit die mittlere Bestandshöhe, der Holzertrag und der Durchschnittsertrag anzusetzen.

Selten eignet sich der Niederwaldbestand recht zur Auszählung. Seine Ertragsgüte wird daher viel sicherer durch Hauungen erforscht. Die Ertragsfaktoren H, G und f dienen dabei mehr zur regelrechten Aufreihung.

1) Standortklasse. Für Erlen, Haseln und Weiden sind die drei allgemeinen Standortgüten gut, mittelmäßig und gering schon zureichend.

2) Die Umtriebszeiten werden zu 10 bis 40 Jahren angenommen, von 5 zu 5 steigend.

3) Die mittlere Bestandshöhe steht in Verhältniß mit der Ausschlagfähigkeit und weitern Wachsbarkeit jeder Niederwaldgattung. Diesen Hauptfaktor des Niederwaldertrags muß man für alle Standortklassen und Umtriebszeiten an Musterbeständen sorgfältig ausmitteln und aufreihen.

4) Die Ertragsansätze werden, wo zumal die Stammgrundfläche nicht meßbar ist, auf einzelne bewährte Hauungserträge gegründet. Man dividirt jeden gefundenen Ertrag durch die dazu gehörige mittlere Bestandshöhe H, setzt den so erhaltenen Quotienten $G \times f$ einstweilen an, ergänzt und berichtigt dann diese vorläufigen Glieder für jede fragliche Ertragsklasse und multiplizirt endlich alle wieder mit der entsprechenden Höhe H.

Ein gemischter Niederwald in 25jährigem Umtriebe und sehr gutem Standorte (0,8) könnte auf dem preuß. Morgen an Holzertrag etwa abwerfen, wenn $H = 26$ und $G \times f = 30$ ist:

$$26 \times 30 = 780 \text{ c}'.$$

5) Die Division des Holzertrages durch die Umtriebszeit ergiebt den jährlichen Durchschnittsertrag; in diesem Beispiele:

$$\frac{780}{25} = 31{,}2 \text{ c}'.$$

Werden von einem Umtriebe zu dem andern Standreitel übergehalten, so ändert dies den Holzertrag eben nicht, wofern nur dieselben das ersetzen, was am Ausschlage unterdrückt wird.

§. 395. Normalertrags-Tafeln für Plänterwald.

Der Plänterwaldbetrieb kann nur bei solchen Holzarten Statt finden, die länger Beschirmung ertragen. Daher giebt es eigentlich keinen andern, als

I. Buchenplänterwald.

II. Tannen- und Fichtenplänterwald.

Die Ertragstafeln dafür brauchen zu jeder Standortklasse bloß die mittlere Höhe der haubaren Stämme und den jährlichen Holzertrag zu enthalten.

1) Die Standortklassen müßten für den Plänterwald eben nicht alle aufgestellt werden.

2) Die Mittelhöhen der größern, haubaren Stämme sind als hauptsächliche Ertragsfaktoren genau zu bestimmen. In dem eigentlichen Plänterwalde finden sich selten die Stammhöhen und Stärken beträchtlich.

3) Der jährliche Ertrag oder Massenzuwachs des Plänterwaldes läßt sich nicht nach wirklich erfolgten Hauungen bestimmen. Man muß in gut ausgewählten Musterbeständen außer H und f, der Höhen- und Formzahl von den ältesten Stämmen, die sich meist den Oberbäumen in dem Mittelwalde gleichstellen, auch g, den jährlichen Zuwachs an der normalen Stammgrundflächensumme, ermitteln. Das Produkt $H \times f \times g$ giebt dann den jährlichen Holzertrag. Denn man haut allezeit so viele der ältesten Bäume, als der Stammgrundflächenzuwachs gestattet. Da indeß der Zustand und die Ergiebigkeit des Plänterwaldes von vielen Zufällen und manchen Nebenzwecken abhängt; da auch eine vollkommene Behandlung desselben selten Statt findet: so müssen eben so, wie bei dem Mittelwalde, die Erträge zweifach aufgestellt werden, um für jeden Fall eine geeignete Auswahl zu verstatten.

Hätte ein Buchenplänterwald auf sehr gutem Standorte (0,8) zur Mittelhöhe der haubaren Stämme H = 65′ und

pr. Mg. zum Produkte des Stammgrundflächenzuwachses mit der Formzahl $g \times f = 0{,}44$ bis $0{,}54$: so wäre sein jährlicher Holzertrag

$$65 \times 0{,}44 = 28{,}6 \text{ bis } 65 \times 0{,}54 = 35{,}1 \text{ c}'.$$

§. 396. Lokalertrags=Tafeln.

Unsere allgemeinen Normalertragstafeln können eigentlich nur die aus dem Großen gegriffenen unbedingten Grundgesetze der Wachsbarkeit und Ergiebigkeit darstellen, keineswegs aber auf jene örtlichen Verhältnisse näher eingehen, die sich in den Forsten so mannigfach vereinbaren. So wächst das Holz auf manchen Standorten späterhin stärker, auf andern früher und mit weniger Ausdauer; hier ist man genöthigt, eine Holzart in nicht ganz angemessenem Boden zu erziehen, dort, durch räumlichere Stellung die Schlagbarkeit zu befördern; anderwärts entziehen Aufbereitung und Frevel bedeutende Massen, oder es fehlt an Absatz für geringere Sorten; ja selbst die Geschicklichkeit und Thätigkeit der Forstwirthschafter hat auf das Gerathen und Ausnutzen der Waldbestände großen dauernden Einfluß. Fast jeder Forst hat seine eignen Ertragsabweichungen von den Normalzuständen.

Man entwirft sich daher zum besondern Gebrauche der Forstabschätzung noch eigene **Lokalertragstafeln**, nimmt dazu die eben zur Frage kommenden allgemeinen Grundgrößen, paßt sie den vorliegenden Forstverhältnissen an und ordnet sie (n. §. 89.) in mehr arithmetische, mit den Ortsgüten ganz gleichmäßig fortschreitende Reihen, was die wenigeren Glieder leicht gestatten.

Bei Aufstellung der **Lokalertragstafeln für Hochwald** ist zunächst die sehr verschiedene Anwachszeit zu berücksichtigen und das darauf folgende Verhalten des Höhenwachsthums und der Dichtheit. Demnächst sind die den Vorertrag bedingenden Umstände näher zu erörtern und zu erwägen mit ihren Beziehungen auf den Hauptertrag. Mangel an Absatz kann noch eine weitere Ermäßigung der erstern Durchforstungen erfordern; ein rascherer Durchforstbetrieb kann dagegen den allgemeinen Ansatz noch überwähren. Müßten die Durchforstungen übernommen

werden, so beförderte dies den Stärkenwuchs auf Kosten des Höhenwuchses, so wie des Nahrungsvorrathes und machte die Bestände früher schlagbar. Wo ganz und gar nicht durchforstet wird, da findet man beim Eintritte des Abtriebs oft kaum den normalen Hauptertrag. Der Gebrauch von Vorbereitungshieben verschiebt eben auch die Ertragsgrößen in etwas; länger stehende Samenbäume vermehren den Holzzuwachs für die Gegenwart mitunter wohl auf Kosten des Nachwuchses. Wo ein ganz gleiches Abtriebsalter durchgängig eingehalten werden kann, ist es geeigneter, in der Lokalertragstafel wenigstens die zwei letztern Durchforsterträge dem Hauptertrage mit einzuverleiben. In der Normalertragstafel dürfte dies der unbeschränkten Weiterreihung wegen nicht geschehen.

Der Entwurf genauer Lokalertragstafeln für Mittelwald führt zu unendlichen Verschiedenheiten und Zweifeln, je nachdem man diese oder jene Zwischenholzart begünstigt, stärkeres oder schwächeres, mehr oder weniger Oberholz hält, je nachdem Strauchwuchs, Stockveralterung oder Bodenverwilderung überhand nehmen und überhaupt der Mittelwald aus den rechten Mittelverhältnissen heraus kommt, oder nicht, u. s. w.

Die Lokalertragstafeln für Niederwald sind am leichtesten und sichersten nach wirklichen Erträgen zu fertigen. Aber die für Plänterwald allen Ortsverhältnissen gemäß zu stellen, ist noch schwieriger, als bei dem Mittelwalde. Diese beiden Betriebsarten lassen sich nun einmal nicht in ständige Formen passen; darum eben ist es so schwer, ihrer recht Meister zu werden.

Alle Lokalertragstafeln sind vor dem weitern Gebrauche wohl zu prüfen, nicht nur mittels der in Wirklichkeit an Musterbeständen sich darbietenden Massenhaltigkeit, sondern auch hauptsächlich nach den Ertragsfaktoren $(G \times f) \times H$. Bestimmt man nämlich für jeden Fall $G \times f$ so sicher als möglich, und dividirt damit in die angesetzte Bestandsmasse: so muß die natürliche Bestandshöhe in geordneter Reihe hervorgehen. Diese Prüfung besteht keine der aus bloßen Massengrößen aufsummirten Ertragstafeln.

§. 397. Waldmehrungstafeln.

1) Die seither mitgetheilten Ertragstafeln sind eigentlich nur Mehrungstafeln. Um eine solche aufzustellen, ermittelte man von der fraglichen Waldgattung die Massenhaltigkeit der reichsten Bestände aller eben vorzufindenden Altersklassen, reihete diese Ergebnisse auf, entweder für alle Altersjahre, oder für zehnjährige Altersstufen, und berechnete hierzu noch 4 oder 9 Reihen, je nachdem fünf oder zehn solcher Ertragsklassen gebraucht werden sollten, so daß die niedrigste Klasse $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{10}$ der höchsten enthielt und zugleich die Seitendifferenz abgab, in welcher alle Klassen neben einander fortschritten. Zu jedem so aufgestellten Massengehalte setzte man noch die zeitliche und die durchschnittliche Mehrung. Erstere ergiebt sich mittels Abziehung der jedesmaligen Vorbestandsmasse, letztere mittels Theilung des Massenansatzes durch die Alterszahl.

2) Bei dem Zusammenbau dieser Mehrungstafeln fehlt es indeß gar sehr an einem recht sichern Grunde; die Mitanreihung der Vorerträge hat keinen Halt; den Wendepunkt im Mehrungszuwachse weiß man nicht zu treffen; die durch Nichts begrenzte Aufreihung versteigt sich in viel zu hohe Alter und mehrt dabei Massen auf, die kein Bestand wohl fassen kann. — Daher ist ihr Gebrauch eben so unsicher als mangelhaft. Vergeblich fragt man nach der Bestandshöhe, wo eben die so täuschende Ortsgüte zweifelhaft ist; vergeblich sucht man die Vorerträge und eigentlichen Durchschnittserträge zu genauern Bestimmungen und befindet sich nicht einmal im Stande, aus solchen Reihen die rechte Abnutzungszeit zu entziffern. Dennoch soll mittels dieser anhaltlosen Aufstellungen der Forste ganzes Ertragsvermögen herausgeformelt werden.

3) Prüft der Laie solche Zahlenwerke nach bloßen Massenaufnahmen, so muß er in den Reihen zwischen den höchsten und niedrigsten Massengehalten sein Ergebniß allemal irgendwo wiederfinden; daher der gute Glaube, den diese Tafeln bis jetzt gewonnen haben. Unterwirft sie aber der Kundige einer schärfern

Prüfung und dividirt ihre Massenzahlen $M \doteq Gf \times H$ mit dem aus der Wirklichkeit entnommenen Produkte Gf: so treten mitunter gar wunderliche Höhenversteigungen hervor. Indessen ist der vorsichtige Gebrauch dieser Mehrungstafeln in Ermangelung eigentlicher Ertragstafeln doch so verwerflich nicht, und hat man dieselben mittels eigner Aufnahmen selbst gefertigt: so mögen sie auch in den meisten Fällen zur Bestimmung künftiger Ertragsmassen genügen. Für diesen Gebrauch geben wir hier noch eine kurze Anweisung, wie die mangelnden Vorertragszahlen durch eine ganz leichte Nebenrechnung mit angereihet werden können.

4) Vorertragsschätzung mittels der Mehrungstafeln. Es läßt sich ziemlich genügend darthun, daß die von den normalen Vollbestandsmassen naturgemäß abfallenden Durchforstungs-Erträge mindestens 0,5, höchstens 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung betragen. Dieser Durchforstungssatz beruht auf folgenden Gründen:

Man darf voraussetzen, daß die wachsende Stammgrundfläche des Vollbestandes von Jahr zu Jahr so viel an sich ausscheide, als der Durchschnittsantheil des laufenden Altersjahres eben beträgt, nämlich im 40. Jahre $\frac{1}{40}$, im 41. $\frac{1}{41}$, überhaupt im n. Jahre $\frac{1}{n}$. So viel erübrigt der Vollbestand bei forstmäßiger Stellung und Haltung ganz sicher, indem dessen Mittelstärke (n. §. 389 und 392. 5.), außer der wirklich verbleibenden Stammgrundflächenzunahme, in der Regel noch mehr zuwächst, als dies $\frac{1}{n}$ seiner Stammgrundfläche. Hiernach ist der Stammgrundflächen-Abfall in jedem Altersjahre $G \times \frac{1}{n} = \frac{G}{n}$ und mithin die darauf befindliche Vorertragsmasse $\frac{G}{n} \times h$, wenn h die Gehaltshöhe der eben abkömmlichen überwachsenen Stämme bezeichnet (§. 338.). Nehmen wir diese nun erfahrungsmäßig zu 0,5 bis 0,8 der mittlern Gehaltshöhe vom ganzen Bestande an, also zu $(0{,}5 \text{ bis } 0{,}8) \times H \times f$: so ergiebt sich für den laufenden Vorertrag im Vollbestande

$\frac{G}{n} \times (0{,}5 \text{ bis } 0{,}8) \times H \times f = \frac{G \times H \times f}{n} \times (0{,}5 \text{ bis } 0{,}8)$.

In $\frac{G \times H \times f}{n}$ finden wir aber die Durchschnittsmehrung des Vollbestandes; diese müßte also bloß mit 0,5 bis 0,8 multiplizirt werden, je nachdem die Zuwachs- und Abkömmlichkeits-Verhältnisse eben mehr oder weniger versprechen.

Die Ergebnisse dieser Durchforstungs-Faktoren passen für alle eigentlichen Durchforstungszeiten der Normalbestände unerwartet genau. Bei deren Anwendung hat man nur zu beobachten, daß 0,5 bis 0,6 der starken Entstehung, 0,7 bis 0,8 aber der schwachen Entstehung (§. 416.) mehr angehören; ferner, daß den jüngern Beständen, vor gänzlich erfolgter Füllung, und den alten Beständen, worin der vorausgesetzte Stärkenzuwachs nicht mehr so sicher erfolgt, stets die mindere Zahl zukommt. Den etwa abzurechnenden örtlichen Nutzungsverlust drückt man am füglichsten mittels eines Verhältnißtheiles vom Ganzen aus und mindert gleich unsere normalen Durchforstungs-Faktoren danach, etwa zu 0,6 — 0,5 — 0,4 — 0,3. Diese örtlichen Durchforstungs-Faktoren können auch solchen Altersklassen, deren Nutzungs-Verlust eben ein anderer ist, besonders angepaßt werden.

§. 398. Durchschnitts-Ertragstafeln.

Die zuverlässige Aufstellung, so wie die sichere Anwendung allgemeiner Waldertrags-Tafeln, welche den Naturgesetzen und Forstverhältnissen in allen Beziehungen vollkommen entsprechen, wird wohl Wenigen recht gelingen. Ehe man sich aber unzuverlässiger Werke aus unbekannten Gegenden und Händen bedient, ist es weit rathsamer, einfachere Hülfsmittel zu gebrauchen, die sicherer beurtheilt und verwendet werden können. Jede Schätzung künftiger Walderträge fragt wesentlich nach der Bestandesmehrung zum Hauptertrage und nach den nebenher etwa nutzbaren Vorerträgen. Beide Ertragsgrößen sind auf Tafel 118 und 119 für alle Waldgattungen zu den ergiebigsten Schlagbarkeitsaltern und angemessensten Standorten

durchschnittlich aufgestellt, und zwar pr. Morgen und Jahr in Körperfußen des preußischen Maßes *).

1) Einrichtung der Durchschnitts-Ertrags-tafeln. Man findet vorn die Waldgattungen, hinten die Grenzen der ergiebigsten Schlagbarkeitsalter, im Innern unter den zehn Ertragfähigkeits- und Ertragsgüte-Bestimmungen die auf jedes Jahr des Abtriebsalters kommenden normalen Durchschnitts-Erträge, und zwar mit zweifachem Ansatze, als Grenze des Mindesten und Meisten. Diese Doppelansätze haben bei Hochwald noch eine weitere Bedeutung. Der erstere bezieht sich bloß auf einen mäßigen Hauptertrag, der andere umfaßt die Vorerträge gewissermaßen mit.

Hierzu bemerken wir noch, daß nicht jede Waldgattung in allen zehn Standortklassen verhältnißmäßige Vollerträge geben kann; denn die eine wächst auf dem geringern Boden nicht, die andere hält sich auf dem bessern weniger ergiebig. Dies verursacht die unbesetzten Plätze dieser Tafel. Jede Ertragsreihe steigt, wie die obenan stehenden absoluten Ertragfähigkeitszahlen. Die höchste, zu 1 gehörige Ertragsgüte jeder Waldgattung ist das Ergebniß ganz ausgesuchter Bestandesstücke; sie kann daher für ausgedehnte Waldbestände nur höchst selten als Mittelgröße gelten. Zum Gebrauche dieser Tafel ist es vor Allem erforderlich, daß man die Ortsgüten des Forstes bestimmt. Ge-

*) Diese Durchschnitts-Ertragsgrößen habe ich der Natur durch vielfältige Proben eigenhändig entnommen. Findet man sie zu abweichend von andern, oder zu wenig scharf bestimmt: so wolle man doch berücksichtigen, welche Grundlagen alle diese Zahlenwerke haben, und daß es ganz unmöglich ist, das so verborgene, unendlich mannigfaltige Wirken der Natur zu erforschen und in Zahlengesetze zu passen. Viele Hunderte der genauesten Bestandesaufnahmen liegen vor mir; ich befinde mich nicht im Stande, sie zu einen; wer seinen Scharfsinn etwa daran versuchen wollte, dem stehen sie zu Diensten. Mir haben sie weiter nichts genützt, als tiefere Blicke in das Wachsthum der Wälder zu thun, und einzusehen, daß jeder nähere Gebrauch der Ertragstafeln auf höchst unsichern Gründen beruht.

schieht dies durch örtliche Bodenklassen, so müßten dieselben unsern allgemeinen Standortklassen bestimmt angepaßt werden*).

2) Kurze Aufstellung der Hauptertråge für bestimmte Abtriebsalter. Man wählt nach Maßgabe der Waldgattung und Standortgüte die eben geeignete durchschnittliche Hauptertragszahl und multiplizirt dieselbe mit der Zahl des bestimmten Abtriebsalters. Weicht dieses nicht aus den nebenan bezeichneten Umtriebsgrenzen, so bedarf das Ergebniß einer weitern Berichtigung nicht. Ebenso lassen sich die Erträge verschiedener Alter zusammenreihen, ganz wie in der Mehrungstafel. Wäre z. B. der Durchschnittsertrag eines Mittelwaldes 32 Kfuß, und es kämen bei 30=jähriger Umtriebszeit 25= bis 35=jährige Bestände zum Hiebe: so stellte sich die Ertragsreihe auf 25 × 32 — 26 × 32 — 27 × 32..... 35 × 32.

3) Weitere Aufreihung der Bestandsmassen und Hauptertråge. Wollte man, etwa bei Hochwald, die Bestandsmassen jüngerer Hölzer mit aufreihen, so wäre zunächst für die fragliche jüngste Altersstufe die Vollbestandsmasse durch wirkliche Aufnahmen festzustellen, dann der Hauptertrag für das angenommene Abtriebsalter nach der Durchschnittsertrags = Tafel auszuwerfen, und nun die Differenz von beiden in die Zwischenjahre geeignet zu vertheilen. Hätte man zur Aufstellung des sehr guten (0,8) Buchenhochwalderträgs für das 100=jährige Abtriebsalter 40 als durchschnittlichen Hauptertrag, also 4000 als Abtriebsertrag, für den 40=jährigen Vorbestand aber 1000 als Vollbestandsmasse angenommen: so trüge es jedem der folgenden 6 Jahr=

*) In dieser neuen Bearbeitung habe ich die Ertragsgüte der Edeltannen etwas höher gestellt, auf dem Grunde weiterer Studien in südlichern Länderstrichen; dagegen die der Kiefern etwas niedriger, weil das Selbstauslichten ihrer Bestände den Meisten als wesentlich erscheinen muß; denn nur Wenige haben Gelegenheit, diese Holzart in ihrer reichsten Ertragsamkeit vergleichend zu beobachten. Die Eiche und Kiefer werden immer verkannt, weil sie sich zu weit über ihren natürlichen Standort hinaus verbreiten und da ihre Schwächen viel mehr zur Schau tragen.

zehnde an durchschnittlicher Mehrung $\frac{4000 - 1000}{6} = 500$; man bekäme also

für	das	50.	Jahr	1500,
»	»	60.	»	2000,
»	»	70.	»	2500,
»	»	80.	»	3000,
»	»	90.	»	3500,
»	»	100.	»	4000,

und zwar einschließlich der letztern Vorerträge.

4) Vorertragsschätzung mittels der Durchschnitts-Ertragstafeln. In den Ertragszahlen sind die normalen Vorerträge von den Hochwaldungen mit begriffen; sie ergeben sich zunächst durch Abziehung der vordern Hauptertragszahl von der hintern Gesammtertragszahl. Findet man z. B. für obigen Buchenhochwald unter 0,8 die Ertragsgüte 40 bis 52: so ist der durchschnittliche Vorertrag 52 — 40 = 12. Nach Umständen kann aber auch mehr oder weniger angenommen werden, was dann dem Hauptertrage abgeht, oder zu Gute kommt. Die Vorerträge der letzten Altersstufe sind dem Hauptertrage in voraus schon zugerechnet, weil kurz vor dem Abtrieb in der Regel nicht mehr durchforstet wird. Dadurch entsteht auch hier jene Abweichung von den ausgeführten Normalertrags-Tafeln, welche sich nicht auf eine besondere Abtriebszeit einlassen können und also die Vorerträge durch alle Zeiten fortlaufend aufstellen müssen.

Die im Laufe der Zeit von der Vollbestandsmasse abfallenden Vorerträge dürften bis gegen das angehende Schlagbarkeitsalter mit gleichen Differenzen steigend angereiht werden. Ergäbe von dem angenommenen Buchenbestande das 100-jährige Abtriebsalter 52 — 40 = 12 zum durchschnittlichen, also 100 × 12 = 1200 zum gesammten Vorertrage, könnte man zudem die Durchforstung im 40. Jahre beginnen, etwa mit 0,8 ihres Durchschnittsantheiles, und von 10 zu 10 Jahren bis zum 80. Jahre steigend fortsetzen: so trüge es von den 5 Durchforstungen der ersten

im 40. Jahre $\frac{1200}{5} \times 0{,}8 = 192$ und der letzten im 80. Jahre $\frac{1200}{5} \times 1{,}2 = 288$ (nach $S : \frac{n}{2} - a = t$, §. 87. 6.). Mittels der hierzwischen befindlichen Differenz der Vorertragsreihe $\frac{288 - 192}{4} = 24$ würden nun die Zwischenglieder noch berechnet. Man bekäme somit für das

40.	50.	60.	70.	80. Jahr:
192 +	216 +	240 +	264 +	288 = 1200.

5) Verörtlichung der Normalerträge. Unsere Durchschnitts-Ertragstafel kann in ihrer Allgemeinheit begreiflich nur unbedingt normale Ertragsätze darstellen, ohne allen nähern Bezug auf örtliche Wachsthums-, Erziehungs- und Nutzungs-Verhältnisse. Der Schätzer muß diese idealen Zahlen zu jedem weitern Gebrauche noch nach Maßgabe der vorfindlichen Forstverhältnisse besonders einrichten. Dies kann beim Hauptertrage gleich überhaupt, bei den weit mehr von Ort und Zeit bedingten Vorerträgen aber erst in der Aufreihung für die verschiedenen Durchforstungsalter theilweise geschehen. Nimmt man bei Anwendung dieser Normalsätze wirkliche Lokalerträge und gut gewählte Bestandesaufnahmen zum Anhalt: so hat man Mittel genug zu der eben erforderlichen Lokalertrags-Tafel, die zum eignen Gebrauche weit mehr genügt, als alle fremden Ertragsauftafelungen. Wer aber nicht im Stande ist, für jede Örtlichkeit die besondere Ertragstafel selbst zu entwerfen, der enthalte sich lieber aller Forsttaxation.

§. 399. Gebrauch der Waldmassen-Tafeln zur Ertragsbestimmung.

1) Hauptertrags-Schätzung mittels der Waldmassen-Tafeln. Diese Tafeln mit ihren Gehaltsfaktoren sind ein sehr einfaches und sicheres Hülfsmittel zur Schätzung künftiger Walderträge. Man bestimmt an Ort und Stelle für jede fragliche Abnutzungszeit den Waldschluß

und die Bestandshöhe mit der Stammform und nimmt dann aus der Tafel den zu diesen Ertragsfaktoren gehörigen Massengehalt ohne Weiteres als Hauptertrag an. Nach dem gegenwärtigen Zustande und den künftigen Wachsthumsverhältnissen eines Bestandes läßt sich gar wohl beurtheilen, wie derselbe in seinem Massengehalte von Periode zu Periode mit den Schluß- und Höhenklassen fortschreiten werde.

2) Vorertrags-Schätzung mittels der Waldmassen-Tafeln. Man bestimmt nach dem erwartbaren Stärkenzuwachse zuerst den Eintritt des angehenden Vollbestandes, wie ihn die Durchforstung hinterläßt, dann den Zeitpunkt, in welchem der Bestand die nächste durchforstbare Schlußklasse erreicht, und nimmt von dieser Zwischenzeit den halben Unterschied des frühern und des spätern, auf gleicher Höhenstufe befindlichen Massengehaltes als Vorertrag an. Es ist dies der halbe Massenzuwachs ohne weitere Höhenzunahme (§. 357. 376. 3.). Die Gründe hierzu ergeben sich aus folgenden Betrachtungen.

Der Stammgrundflächen-Zuwachs eines Vollbestandes kann und darf der Durchforstung nur zum Theil anheim fallen. Einen gewissen Theil davon verbraucht die natürliche Steigung der verbleibenden Stammgrundfläche; einen andern nehmen die hier und da noch vorfindlichen Bestandeslücken auf; öfters ist auch zur Erhaltung eines bessern Bodenzustandes und selbst zur Förderung des Waldschlusses, so wie der Bestandshöhe und Holzgüte eine dichtere Haltung erforderlich; zudem müßte den Begegnissen der Holzerziehung und Nutzung noch ein Antheil zu Gute gerechnet werden. Unter diesen Berücksichtigungen erscheint es am geeignetsten, von dem Stammgrundflächen-Zuwachse im Vollbestande nur die Hälfte für den abkömmlichen Vorertrag anzunehmen, und zwar mit Beibehaltung der eben vorhandenen Bestandshöhe, also $\frac{1}{2}\, g \times H \times f$. Diese annähernde Schätzung der Vorerträge ist zwar weniger leicht, als jene nach der Durchschnittsmehrung (§. 397. 4.), doch

für Diejenigen, welche die Waldmassen-Tafeln gebrauchen, oder den laufenden Zuwachs gleich mit schätzen, keineswegs schwer und selten ungenügend. Viele Ergebnisse guter Durchforstungen stimmten damit ganz befriedigend überein.

3) Die Waldmassen-Tafeln dienen übrigens in Ermangelung zuverlässiger Normalertrags-Tafeln recht gut auch zur Aufreihung besonderer Lokalertrags-Tafeln. Man stellt sich mit Hülfe der allgemeinen Durchschnittsertrags-Tafel und nach örtlichen Aufnahmen und Erfahrungen die Bestandsmassen und Höhen der fraglichen Waldgattungen, Nutzbarkeitsalter und Standortklassen so gut als eben thulich auf, ergänzt und berichtigt dann diese vorläufigen Ansätze nach den entsprechenden Schlußklassen unserer Waldmassen-Tafeln und wirft dazu noch die Vorerträge, die Durchschnitts-Mehrung zum Hauptertrag und den Durchschnitts-Zuwachs zum Gesammtertrag aus, wofern diese Ertragsgegenstände mit zur Frage kommen. Für die Schätzung des später zu erziehenden Walderwachses lassen solche Ertragstafeln nichts zu wünschen übrig.

§. 400. Ertragsbestimmung nach gegebener Vorbestands- und Zuwachsmasse.

Wenn der künftige Ertrag von einem Holzbestande nach dem gegenwärtigen Massengehalte und laufenden Jahreszuwachse bestimmt werden soll: so rechnet man in der Regel auf jedes weitere Lebensjahr des Bestandes den eben gefundenen Jahreserwachs. Diese Zuwachsaufrechnung hat jedoch ihre Grenzen; denn der laufende Zuwachs bleibt sich selten längere Zeit gleich; in jüngern Wüchsen sehen wir ihn steigen, während er in erwachsenen Hölzern mehr und mehr fällt und nur in mitteljährigen und ungleichwüchsigen Beständen etwas steter fortschreitet. Ohnehin führen solche anhaltlosen Zuwachsaufrechnungen, erstreckt man sie in ferne Zeiten, gar leicht zu unnatürlichen Massenanhäufungen. Wo hierbei also nur irgend ein Zweifel

obwaltet und besonders die Abtriebszeit später hinaus fällt, muß der künftige Zuwachs nach Maßgabe der zu erwartenden Wachsthums- und Nutzungs-Verhältnisse noch näher bestimmt werden. Dies erfordert aber besondere Hülfsmittel sowohl bei regelmäßigen, als bei unregelmäßigen Beständen.

1) Regelmäßige Bestände. Um den spätern Ertrag regelmäßiger Jung- und Mittelhölzer nach der Vorbestands- und Zuwachsmasse zu bestimmen, ist nichts geeigneter, als eine recht angemessene Lokalertrags-Tafel (§. 391. 397.). In dieser sucht man nach Maßgabe des Alters und der Höhe, des Massengehaltes und Zuwachses, mit Berücksichtigung der Ortsgüte, nur den Anknüpfungspunkt für den geschätzten Vorbestand und findet dann von hier aus in der fortschreitenden Altersfolge, was an Vor- und Haupt-Ertrag von demselben zu erwarten ist. Mitunter sind freilich berichtigende Seitengriffe in die nächsten Ertragsklassen erforderlich, wenn zumal ein oder der andere Ertragsfaktor dem Anknüpfungspunkte nicht ganz entspricht. In Ermangelung einer genügenden Ertragstafel braucht man wohl auch eine bloße Mehrungstafel, oder neben Aufrechnung des Zuwachses wenigstens eins der folgenden Sicherungsmittel.

2) Unregelmäßige Bestände. Diese sind entweder nur vor der Hand unregelmäßig, werden aber mit der Zeit noch vollständig und regelmäßig, oder sie sind und bleiben im Ganzen unregelmäßig, lassen sich jedoch durch Sonderung der Lücken und Zwischenbestände theilweise als regelmäßig ansehen, oder sie sind und bleiben durchaus unregelmäßig. Davon gehört hierher nur das eigentlich Unregelmäßige. Bei allen unregelmäßigen Beständen muß sich die Bestimmung des künftigen Ertrags mehr an den eben vorgefundenen wirklichen Zuwachs halten, wenn auch der Abtrieb nicht so bald erfolgt. Daneben können folgende drei Mittel noch als berichtigender Anhalt dienen.

a) Vergleichung mit den Ergebnissen älterer Bestände derselben Form. Diese Vergleichungsbestände ge-

ben ohne Zweifel das sicherste Vorbild; selten mangelt es in einem Forste an solchen ältern Hölzern, von denen man den Massengehalt, den laufenden Zuwachs und die Durchschnitts-Mehrung für gewisse Nutzungsalter sicher abnehmen kann.

b) Vergleichung des durch Zuwachsaufreihung geschätzten Zukunftsertrags mit vorhandenen Ertrags- oder bloßen Mehrungs-Tafeln. Diese können nebenher recht gut als ungefährer Anhalt dienen. Bestimmt man den von Zeit zu Zeit sich ändernden Zuwachs näher und vergleicht dann die darauf basirten Schätzungsergebnisse mit jenen Tafeln: so ist man wenigstens völlig gesichert, daß sich die Zuwachsaufrechnung nicht in unmäßige Ertragsmassen versteigt.

c) Die Waldmassen-Tafeln. In den meisten Fällen ist es am geeignetsten, bloß die fortschreitende Zunahme der Ertragsfaktoren zu bestimmen und danach den Vor- und Hauptertrag mittels der Waldmassen-Tafeln (§. 399.) anzusprechen. Kommen zumal in diesen unregelmäßigen Beständen mittlerweile abweichende Übergangshauungen vor, so bleibt kein anderes Mittel übrig, als den jederzeitigen Vorbestand mit Zuwachs und Ertrag nach Waldschluß, Höhe und Form eines jeden Momentes näher zu beurtheilen. Dieses Verfahren, für welches sich durchaus keine festen Regeln geben lassen, ist übrigens leichter, als es scheint, und um so sicherer, je mehr man andere Schätzungsmittel mit gebraucht.

§. 401. Ertragsbestimmung nach der Durchschnittsmehrung.

Die Durchschnittsmehrung eines noch unerwachsenen Waldbestandes, berechnet nach der geschätzten Bestandsmasse und dem ungefähren Bestandsalter, kann durchaus keinen sichern Grund zur Bestimmung des spätern Ertrags gewähren, wäre sie auch an sich selbst weniger unzuverlässig. Um sie dem Vorbestande anstatt der wirklichen Jahresmehrung aufzurechnen, weichen ihre Reihenglieder im Laufe der

Wachsthumszeit unter sich und von dem laufenden Zuwachse viel zu sehr ab. Will man sie aber mittels einer Waldmehrungstafel bis zur eintretenden Abnutzung weiter fortreihen, so wird die dazu erforderliche Auswahl des rechten Anknüpfungspunktes stets großen Zweifeln unterliegen.

Ganz anders ist es aber mit der Durchschnittsmehrung schon erwachsener Bestände; diese darf in der Ertragsberechnung für die kurze Zwischenzeit bis zum Abtrieb recht füglich als laufender Jahreszuwachs gelten, wofern man denselben nicht näher ermitteln will.

Übrigens gewährt die vergleichbare Durchschnittsmehrung von schlagbaren Musterbeständen ohne Zweifel den sichersten Anhalt zur Schätzung künftiger Haupterträge anderer jüngerer Bestände von gleicher Form und Güte. Doch bedarf auch dieser erfahrungsmäßige Bestandes-Durchschnittsertrag vom Morgen und Jahr noch mancher Berichtigung, hauptsächlich in Bezug auf das ganz entschiedene Bessergerathen und dabei sehr zweifelhafte Mittelalter aller aus früherer Zeit noch vorhandenen Musterbestände (§. 376, 1.).

2. Ertragsverhältnisse.

a. Ertragsverhältnisse der Holzbestände.

§. 402. Vorläufige Darstellung des Holzmassen- und Werth-Erwachses.

In dem aufwachsenden Holzbestande schreiten Massenzuwachs und Werthzunahme von Jahr zu Jahr nach gewissen Verhältnissen fort. Diesen Gang des Walderwachses stellt man zur leichtern Übersicht auf kurze Altersstufen und nimmt im Laufe jeder Zwischenzeit ein gleiches Verhalten an, wo nicht eben genauere Zwischengrößen erforderlich sind. Eine solche Darstellung enthält den Stoff zu wichtigen Betrachtungen über die einträglichste Walderziehung, ist sie auch aus den ersten besten Zahlen zusammengesetzt, wie folgende

Übersicht des Massen- und Werth-Erwachses in einem Holzbestande.

Findet sich in		so beträgt davon			Gilt hierzu		so ergiebt sich an			
dem Alters-Jahre A.	die Bestands-Masse M.	die Durchschnitts-Mehrung $\frac{M}{A}$	die period. Jahres-Mehrung $\frac{M'-M}{10}$	das Bestands-Mehrungs-pCt.	der Holzpreis w.	mit dem Preiszunahme-pCt.	gleichz. Bestands-Werthe Mw.	durchschn. Werth-zunahme $\frac{Mw}{A}$	Jahres-Werthzunahme $\frac{M'w'-Mw}{10}$	an Werth-zunahme-Prozent
10	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
			10	—					10	—
20	100	5			1	—	100	5		
			20	20		5			35	35
30	300	10			1½		450	15		
			30	10		3,33			75	16,66
40	600	15			2		1200	30		
			40	6,66		2,5			130	10,33
50	1000	20			2½		2500	50		
			50	5		2			200	8
60	1500	25			3		4500	75		
			50	3,33		1,66			250	5,55
70	2000	28,57			3½		7000	100		
			40	2		1,42			260	3,71
80	2400	30			4		9600	120		
			30	1,25		0			120	1,25
90	2700	30			4		10800	120		
			20	0,74		0			80	0,74
100	2900	29			4		11600	116		

§. 403. Massenzuwachs-Verhältnisse im Holzbestande.

Aus dieser kurzen Übersicht, worin weder die im Laufe der Zeit abfallenden Vorerträge, noch die geringe Bestandsmasse des ersten Jahrzehnds mit aufgenommen sind, erheben wir nun folgende allgemeinen, für die Holzabnutzung wichtigen Ertragsverhältnisse.

1) Die Durchschnittsmehrung (§. 383.) geht hervor durch Theilung einer jeden Massengehaltstufe in ihre Altersjahre und tritt zur Abnutzungszeit als durchschnittlicher Hauptertrag auf. Sie steigt mit zunehmendem Alter ziemlich stete fort bis zu einem Wendepunkte, auf welchem ihr Betrag dem der Jahresmehrung gleichkommt; dann sinkt sie wieder in ziemlich gleichem Schritte. Dieser, vom Steigen und Fallen der Jahresmehrung abhängige Wendepunkt der Durchschnittsmehrung bezeichnet das Bestandsalter, welches den größten jährlichen Hauptertrag abwirft. Die Durchschnittsmehrung hat daher bei Auswahl des Umtriebsalters ein ganz hauptsächliches Gewicht.

2) Jahresmehrung (§. 383.). Der periodische Mehrungszuwachs ergiebt sich hier, wenn man die Vorbestandsmasse von der Nachbestandsmasse abzieht und den Rest in die 10 Zwischenjahre theilt. Dadurch stellt man den Zuwachs freilich in jeder Altersstufe jährlich gleich, was in der Wirklichkeit nur selten der Fall ist. Die mehr naturgemäße arithmetische Aufreihung (n. §. 89. 3.), auf alle einzelnen Jahre, würde hier aber nur zu überflüssiger Weitläufigkeit führen. Das dieser Reihe mehr oder minder eigene Steigen bis zu einem gewissen Wendepunkte, in welchem sie von der Durchschnittsmehrung überholt wird, und das nachherige Fallen giebt sich ohnedies schon genugsam zu erkennen. Die Jahresmehrung dient hauptsächlich zur Bestimmung des Mehrungs-Prozents.

3) Das Mehrungs-Prozent berechnen wir hier mehr

durchschnittlich aus dem Massengehalte am Schlusse eines jeden Jahrzehnds, als Kapital, und der von da ab weiter laufenden periodischen Jahreszumehrung, als Zinsen betrachtet. Dasselbe erscheint um so niedriger, je größer der Massengehalt und je kleiner die Mehrung eben ist; daher das so befremdende Fallen mit zunehmendem Alter. Durch förderliche Aushiebe wird der Massengehalt gemindert und der Zuwachs gemehrt, also das Mehrungs-Prozent von beiden Seiten gehoben. Dasselbe drückt das absolute Mehrungs-Verhältniß aus und dient dem Forstwirthe stets als Zeiger, wo in der Waldung eben mehr oder minder zu helfen, früher oder später zu nutzen ist.

§. 404. Werthzunahme-Verhältnisse im Holzbestande.

Um nun auch die verschiedenen Werthergebnisse von einem Holzbestande näher beurtheilen zu können, stellten wir der Holzmasse zuvörderst geeignete, mit zunehmender Nutzbarkeit steigende mittlere Preise unter. Daß in der Wirklichkeit oft eine ganz andere Preissteigung Statt findet, ändert nichts an unsern Betrachtungen; denn hier ist es nur um ein zum Beispiel dienendes Werthverhältniß zu thun. Aus dieser Preisreihe entzifferten wir noch die jährlichen Preiszunahme-Prozente*), welche sehr angelegentlich zur Frage kommen, aber von dem Zeitpunkte an verschwinden, wo das Holz im Preise nicht mehr steigt. Der Holzpreis müßte übrigens rein von allen Bereitungskosten angesetzt sein, sollte er zur Grundlage näherer Werthbestimmungen dienen. Mittels dieser Preisansätze berechneten sich nun folgende Holzbestandswerthe:

1) Der am Ende jedes Jahrzehndes vorfindliche Betrag

---

*) Steht der Holzpreis von der Masseneinheit im 20. Jahre zu 1 und im 30. zu $1\frac{1}{2}$: so beträgt inzwischen die gesammte Preiszunahme $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ und die jährliche $\frac{1}{2} : 10 = \frac{1}{20} = \frac{5}{100}$ von 1, also 5 pCt.

des Bestandswerthes, das Produkt des derzeitigen Massengehaltes mit dem reinen Holzpreise.

2) Die Durchschnitts-Werthzunahme, oder der gleichgestellte Antheil eines jeden Altersjahres an dem Bestandswerthe; es ist dies zugleich das Produkt der Durchschnittsmehrung mit dem Holzpreise; daher das stärkere Ansteigen. Ihr Wendepunkt fällt über den der Durchschnittsmehrung hinaus, wenn das Steigen des Holzpreises diesen überschreitet, und giebt das Benutzungsalter an, welches den größten jährlichen Geldertrag durchschnittlich abwirft.

3) Die Jahres-Werthzunahme geht ebenso aus dem Bestandswerthe hervor, wie oben die Jahresmehrung aus der Bestandsmasse. Wo das Steigen der Werthzunahme mit von der Preiszunahme gehoben wird, liegt deren Wendepunkt hinter dem der Jahresmehrung.

4) Das Werthzunahme-Prozent, berechnet aus dem eben vorhandenen Bestandswerthe und der weiter laufenden Werthzunahme, steht bei steigendem Holzpreise höher, als das Massenmehrungs-Prozent und weicht im spätern Alter ebenfalls sehr bedeutend, sofern es nicht von zunehmenden Holzpreisen gehalten wird. Stehen die alten starken Hölzer nicht viel höher im Preise, als die schwachen, oder hebt die Zeit nicht etwa den Holzpreis: so sinkt ihr Werthzunahme-Prozent mit unglaublich starken Schritten. Dasselbe giebt stets zu erkennen, in welchem Zinsfuße der Bestand eben an seinem Werthe zunimmt. Wer die Waldzucht treibt, mehr des Geldgewinnes wegen, darf diesen Leiter der Spekulation nie aus dem Blicke verlieren.

§. 405. Zeitpunkte der größten Ergiebigkeit und Einträglichkeit im Holzbestande.

Obige Verhältnisse des Massen- und Wertherwachses dienen zum allgemeinen Wegweiser beim Aufsuchen des vortheilhaftesten Zeitpunktes forstlicher Benutzungen.

1) Verlangt man von einem Holzbestande den größten jährlichen Hauptertrag an Holzmasse, so haut man denselben im Wendepunkte seiner Durchschnittsmehrung. Dieser träte in dem obigen Beispiele mit dem 85. Jahre ein, zur Zeit, wo in den beiden noch zu ergänzenden Mehrungsreihen die Gliedergleichheit Statt finden würde.

2) Den größten jährlichen Hauptertrag an Geldwerth giebt das Alter, in welchem die Durchschnitts-Werthzunahme ihren Wendepunkt erreicht. Das obige Beispiel bezeichnete dazu ebenfalls die Zeit zwischen dem 80. und 90. Jahre.

3) Den größten Geldgewinn bietet der Zeitpunkt, in welchem das Werthzunahme-Prozent eben unter den gewerblichen Zinsfuß sinkt. Wäre dieser etwa 4 pCt., so würde in unserm Beispiele das 68. Jahr am einträglichsten sein. Mit dessen Schlusse wäre das Holz zu verwerthen und der Erlös wieder von neuem werbend anzulegen. Bei einer frühern Abnutzung, so lange die Werthzunahme den erforderlichen Zinsfuß übersteigt, büßte man den höhern Zinsengewinn ein, welchen das Holz noch bietet; bei einer spätern, wo das Werthzunahme-Prozent immer tiefer sinkt, gingen dagegen weiter gewinnbare Geldzinsen verloren.

§. 406. Ermittelung des einträglichsten Benutzungsalters eines jeden Holzbestandes an sich.

Um den Zeitpunkt zu bestimmen, in welchem ein Holzbestand an sich, nämlich ohne alle Beziehung auf Erzeugungskosten, am einträglichsten genutzt werden kann, müssen die Bestandswerthe der zur Frage kommenden Zeiten gegeben sein; dann macht sich folgende Regel geltend: Man führe die gegebenen Bestandswerthe mittels der erforderlichen Zinseszinsen auf einen beliebigen gleichen Zeitpunkt vor oder zurück; derjenige da-

von, welcher hier alle andern überbietet, bezeichnet das werthvolleste Benutzungsalter.

Bei einer vollständigen Ertragsaufreihung wäre nur der nächste diskontirte Nachwerth jeder fraglichen Alterstufe mit dem gleichzeitigen wirklichen Bestandswerthe zu vergleichen. Wo beide übereinstimmen, steht die Einträglichkeit auf ihrem höchsten Punkte. So steigen obige Bestandswerthe des 50., 60. und 70. Jahres auf folgende 4=prozentigen Nachwerthe:

Vom 50. zum 60. Jahr: 2500 × 1,48 = 3700, wirklich 4500;
» 60. » 70. » : 4500 × 1,48 = 6660, » 7000;
» 70. » 80. » : 7000 × 1,48 = 10360, » 9600.
Hiernach fiele die größte Einträglichkeit an das 70. Altersjahr.

In diesem, wie in jedem andern Falle könnte man auch alle gegebenen Erwartungswerthe auf den Nullpunkt der Ertragsreihe vorführen; dann giebt sich derjenige davon als der einträglichste zu erkennen, welcher den höchsten Vorwerth hat. Mit 4 pCt. wäre zum obigen Beispiele

der 60jährige Vorwerth 4500 × 0,09506 = 427,77;
» 70 » » 7000 × 0,06422 = 449,54;
» 80 » » 9600 × 0,04338 = 416,45;
mithin das 70. Jahr am einträglichsten.

§. 407. Ermittelung des rohen Werthzunahme=Prozents vom Holzbestande.

Beim Anlegen der Holzhiebe und beim Anweisen der Bäume trifft der denkende Forstwirth seine Auswahl nicht ohne vergleichende Berücksichtigung der Werthzunahme, in welcher das fragliche Holz eben steht. Um diese wichtige Wirthschaftsfrage gleich an Ort und Stelle auf die leichteste Weise entscheiden zu können, geben wir für gewöhnliche Fälle die kurze Regel: Man nehme von dem Holzzuwachs= und dem Preiszu=

30*

nahme-Prozente ohne Weiteres die Summe als Werthzunahme-Prozent des laufenden Jahres an.

1) Das Holzzuwachs-Prozent läßt sich nach §. 356. oder 376. leicht an Probestämmen ermitteln; das Preiszunahme-Prozent ergiebt sich schon ziemlich aus den Preisen der gegenwärtigen und der nach 10 Jahren zu erwartenden Stammstärke und Brauchbarkeit. Hätte z. B. ein Fichtenbestand von 50jährigem Stangenholze die nächsten 10 Jahre hinter einander jährlich 5 pCt. Holzzuwachs, und stiege inzwischen der Preis eines Körperfußes von $2\frac{1}{2}$ auf 3 Xr., was nach dem Ansatze.

$$2\tfrac{1}{2} : \frac{3 - 2\frac{1}{2}}{10} = 100 : p$$

auf jedes Jahr 2 pCt. Preiszunahme beträgt: so rechneten wir kurzweg für die jährliche Werthzunahme

$$5 + 2 = 7 \text{ pCt.}$$

2) Um die Genauigkeit unserer Annäherungsregel zu prüfen, wende man dieselbe nur auf eine Werthsteigung der obigen Übersicht (§. 402.), etwa auf das 50. Altersjahr an. Dort ist zu der Bestandsmasse von 1000 c′ und dem Preise von $2\frac{1}{2}$ Xr. der Bestandswerth 2500 Xr., das nächste Prozent des Massenzuwachses 5 und der Preiszunahme 2. Wir nehmen mithin 5 + 2 pCt. = 0,05 + 0,02 für die 1jährige, also 0,5 + 0,2 für die 10jährige Werthzunahme an. Danach würde der vorhandene Bestandswerth vom 1. bis zum 60. Jahre auf 1 + 0,5 + 0,2 steigen, und der von 2500 auf

$$2500 \times (1 + 0{,}5 + 0{,}2) = 4250 \text{ Xr.}$$

Eigentlich ist aber die Steigung von dem 50. zum 60. Jahre:

$$\begin{array}{llll} \text{in der Masse} & = 1000 \times & (1 + 0{,}05 \times 10) & = 1500 \text{ c}', \\ \text{in dem Preise} & = 2\tfrac{1}{2} \times & (1 + 0{,}02 \times 10) & = 3 \text{ Xr.}, \\ \hline \text{im Werthe} & = 2500 \times & (1 + 0{,}5) \times (1 + 0{,}2) & = 4500 \text{ Xr.} \end{array}$$

Die Lösung beider Parenthesen dieses Produktes ergiebt:

$$2500 \times (1 + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}5 \times 0{,}2),$$

also gegen die Faktoren unserer Formel noch einen Zusatz von 0,5 × 0,2. Dieser kleine, oben unbeachtete 10 jährige Werthzunahme-Antheil $0{,}5 \times 0{,}2 = \frac{5 \times 2}{100} = 5 \times 2$ pCt. beträgt für jedes der 10 Jahre $\frac{5 \times 2}{10}$ pCt. oder das durch 10 getheilte Produkt beider Prozentzahlen.

Demgemäß würde man, zur genauen Bestimmung des jährlichen Werthzunahme-Prozentes, von dem Holzzuwachs- und dem Preiszunahme-Prozente nicht nur die Summe, sondern auch noch ein Zehntel des Produktes nehmen müssen. Mittels dieser Korrektion ergäbe die Berechnung für den obigen Fall

von dem 50. Jahre ab: $5 + 2 + \frac{5 \times 2}{10} = 8$ pCt.*)

Dies führte genau zu dem wirklichen Bestandswerthe im 60. Jahre, nämlich:

$$2500 \times [1 + (0{,}08 \times 10)] = 4500 \text{ Fr.}$$

Jenes Zehntel des Produktes lassen wir aber in der Regel fallen, wo eine größere Schärfe eben nicht erforderlich ist, wie etwa bei vergleichender Auswahl der zur Fällung bereit stehenden Bäume und Bestände; auch wohl um der reinen Werthzunahme gleich etwas näher zu kommen.

§. 408. Ermittelung des bodenrentefreien Werthzunahme-Prozents vom Holzbestande.

Der Ertrag eines bestandenen Waldortes umfaßt die Rente zweier ganz verschiedenen Kapitalwerthe, nämlich die des Bodenwerthes und des Bestandswerthes. So weit die Bodenrente von der Nebennutzung nicht gedeckt werden kann, ist sie von dem Holzbestande mit zu übertragen. Trägt der Wald gar keine Nebennutzung, so muß sich sein Bodenwerth ganz allein durch den

*) In der Darstellung §. 402. läßt sich diese Probe auf jedes Werthzunahme-Prozent anwenden.

Holzbestand mit verzinsen, und dann ist nur das, was die Bodenrente von der rohen Werthzunahme des Bestandes übrig läßt, als eigentlicher Abwurf des Bestandswerthes anzusehen. Will man also wissen, ob die von der Bodenrente freie Werthzunahme eines Waldbestandes noch einträglich genug ist: so muß die Bodenrente von der ganzen Werthzunahme der Waldung abgezogen werden. Dies geht gegen alle Erwartung leicht, wenn man den Bestandswerth allemal zu 100 Wertheinheiten anrechnet, dann die vom Bodenwerthe nach dem angemessenen Zinsfuße ausgeworfene Bodenrente gleich in solchen Werththeilen w ausdrückt, und von der gesammten Werthzunahme abzieht.

Betrüge z. B. der Bodenwerth 20 solcher Hunderttheile des Bestandswerthes oder 20 w, und stände der erforderliche Zinsfuß zu 4 pCt.: so käme von der gesammten Werthzunahme auf die abgehende Bodenrente $20 \times \frac{4}{100} = 0{,}8$ w. Wäre nun von dem zu 100 w angenommenen Bestande die rohe Werthzunahme 5 w, so verbliebe als bodenrentefreie Werthzunahme $5 - 0{,}8 = 4{,}2$ pCt.

Nicht selten stellt sich dies von der Bodenrente befreiete Werthzunahme-Prozent eines Holzbestandes tief unter den gewerblichen Zinsfuß; ja es giebt Fälle, wo dasselbe ganz verschwindet, wo selbst die Bestandswerthzunahme nicht einmal mehr im Stande ist, die Bodenrente zu übertragen. Je niedriger der Bodenwerth und der Zinsfuß stehen, um so weniger entziehen beide dem Bestande an seiner Werthzunahme. — Der Bodenwerth kann auch den zeitigen Bestandswerth übersteigen. Unsere Rechnung bleibt in diesem, wie in jedem andern Falle anwendbar. Fände man z. B. in einem jungen Kiefernorte zu der allgemeinen Annahme von

100 w Bestandswerth etwa 30 w oder pCt. rohe Werthzun. und
500 w Bodenwerth mit 20 w als 4-prozentige Bodenrente:

so verblieben 10 pCt. als bodenrentefreie Werthzunahme des Bestandes.

Die unerwartete Einfachheit dieser sonst so verwickelten Werthverhältnisse gestattet uns ein kleiner, nicht zu übersehender Kunstgriff, nämlich die feste Annahme des Bestandswerthes zu 100 w, wodurch Renten und Prozente in gleichen Zahlen auftreten.

§. 409. Ermittelung des ganz reinen Werthzunahme-Prozentes vom Holzbestande.

Um das reine Werthzunahme-Prozent eines Holzbestandes zu bestimmen, muß man außer der Bodenrente auch alle Waldnutzungskosten, welche an ständigen Entrichtungen, so wie für Verwaltung, Unterhaltung u. A. m. im Durchschnitt jährlich aufgehen, von der Bestandswerth-Zunahme abrechnen. Dies kann sehr leicht geschehen. Man drückt nur jene Kosten, welche beim einzelnen Bestande wie beim ganzen Waldverbande in jährlich gleichem Betrage fortlaufen (die mit eingeschlossenen Anbaukosten bis zu einer gewissen Abnutzungszeit als jährlich gleiche Rente dargestellt), ganz wie die Bodenrente in Hunderttheilen des Bestandswerthes aus.

Betrügen zu den obigen zwei Beispielen mit der

rohen Werthzunahme	1) 5 w	und 2)	30	w
und der Bodenrente	» 0,8 w	» »	20	w
die jährl. Nutzungskosten	» 0,7 w	» »	2,1	w:
so blieben übrig im	1) 3,5 w	und 2)	7,9	w

als reines Werthzunahme-Prozent des Bestandes.

§. 410. Ermittelung der rohen und reinen Werthzunahme-Prozente, so wie der Bodenrente von Waldgrundstücken.

Die Frage nach dem rohen und reinen Werthzunahme-Prozent von einem einzelnen Waldgrundstücke ist leicht zu erledigen, wenn der Werth vom Boden und Bestande und die gesammte Werthzunahme nebst den Waldnutzungskosten in gleichen Wertheinheiten gegeben sind.

1) **Rohe Werthzunahme vom Boden und Bestande zusammen.** In dem ersten der vorigen Beispiele war der Werth vom Boden und Bestande oder das Waldkapital 20 w + 100 w und davon die jährliche rohe Werthzunahme 5 w. Diese berechnete sich also vom Ganzen zu 4,166 pCt., nach der Proportion:

$$(20\ w + 100\ w) : 5\ w = 100 : p.$$

In dem andern Beispiele war das Waldkapital 100 w + 500 w und die Werthzunahme 30 w, also das rohe Werthzunahme-Prozent vom Ganzen 5, nach:

$$(100\ w + 500\ w) : 30\ w = 100 : p.$$

Dieses gesammte Werthzunahme-Prozent vom Boden und Bestande eines Waldgrundstückes stellt sich um so mehr unter das rohe Werthzunahme-Prozent des bloßen Bestandes, je größer der Bodenwerth gegen den Bestandswerth ist. Hat dagegen ein Waldboden gar keinen andern Nutzungswerth, so dürfte das rohe Werthzunahme-Prozent des Bestandes auch zugleich für das ganze Waldgrundstück überhaupt gelten.

2) **Reine Werthzunahme vom Boden und Bestande zusammen.** Diese ergiebt sich, wenn man von der rohen Bestandswerth-Zunahme ohne Weiteres die Waldnutzungskosten abzieht und den Rest als Kapitalabwurf des gesammten Boden- und Bestandswerthes anrechnet.

Im 1. Beispiele ist das Waldkapital (20 + 100) w und dessen reine Werthzunahme, die abgehenden Waldnutzungskosten zu 0,7 w angenommen, 5 — 0,7 = 4,3 w, also das **reine Zunahme-Prozent vom Waldwerthe** 3,58, nach:

$$120\ w : 4{,}3\ w = 100 : p.$$

Im 2. Beispiele ergeben sich dafür 4,65 pCt. nach:

$$600\ w : (30 - 2{,}1)\ w = 100 : p.$$

3) Um die **Waldbodenrente** zu berechnen und die Einträglichkeit der Holzzucht zu beurtheilen, hätte man nur von

der Bestandswerth=Zunahme die erforderlichen Kapitalzinsen des Bestandswerthes nebst den Waldnutzungskosten abzuziehen. Der Überschuß ist die reine forstliche Bodenrente. Betrüge z. B. eine Bestandswerthzunahme, oder Waldnutzung jährlich 18 w; berechneten sich zudem die 3proz. Zinsen des Bestandswerthes von etwa 300 w auf 9 w und alle beziehlichen Waldnutzungskosten auf 4 w: so bliebe als Bodenrente 18 — (9 + 4) = 5 w. Dies gäbe dem Boden zu 3 pCt. einen Kapitalwerth von $\frac{100}{3} \times 5 = 166{,}66$ w.

§. 411. Zwei Einträglichkeitsfragen in Betreff einzelner Waldstücke.

1) Es kann leicht den Anschein gewinnen, als sei es vortheilhafter, ein Waldstück fort und fort wieder abzuholzen, bevor dessen Werthzunahme=Prozent bis zu dem gewerblichen Zinsfuße niedersinkt, um dadurch einen höhern Zinsenbezug fortwährend zu erzielen. Aber nicht eben auf das Prozent an sich, sondern vielmehr auf den wirklichen Wertherwachs kommt es hier an. Der jüngere werthlosere Bestand mit seinem höhern Werthzunahme=Prozent nimmt an wirklichem Werthe weit weniger zu, als der ältere werthvollere, wenn dessen Werthzunahme=Verhältniß auch viel niedriger steht. So trüge der Bestandswerth von 20 w mit 10 pCt. Zunahme nur 2 w, der von 100 w mit nur 4 pCt. aber 4 w jährlich ein. In dieser Frage entscheidet ganz allein die wirklich höchste Einträglichkeit; welche nach Abzug des Erzeugungs=Aufwandes mittels der gleichzeitigen Vorwerthe gefunden wird (§. 406.). **Das Werthzunahme=Prozent soll bloß die absolute Werthsteigung darlegen, damit wir uns vor Zinsenverlust in Acht nehmen.** Wird ein Waldstück abgenutzt, wenn dessen Werthzunahme=Prozent sich so eben dem gewerblichen Zinssatze gleich stellt: so sammelt die Waldwirthschaft alle im heranwachsenden Bestande bis dahin Statt gehabten zinsreichern Werthzunahmen, und es würde dem Einkommen offenbaren Verlust zuziehen, gäbe man diesen Gewinn durch frühere Abnutzung, wenn auch nur theilweise, auf (§. 405. 3.).

2) Von wirklicher Bedeutung ist aber eine andere Frage, nämlich die nach der größern Abkömmlichkeit unter mehren schlagbaren Beständen eines und desselben Waldverbandes, so weit eben die Walderziehung freie Wahl gestattet und der Unterschied des Werthzunahme-Prozentes nicht ganz bestimmt entscheidet. Zwei solche schlagbaren Waldstücke können eben noch in ganz gleichem Werthzunahme-Prozent stehen, und dennoch kann die Abnutzung des einen vortheilhafter sein, als die des andern. Den Ausschlag giebt hierbei der weiter zu erwartende Nutzungswerth, welcher sich einstellt, so wie der Boden durch den Abtrieb frei wird. Hätte z. B. bei ganz gleichem Abnutzungsbestande das eine Stück a) 50 Mg. zu 6 w und das andere b) 30 Mg. zu 8 w Bodenwerth: so verhielten sich die zu befreienden Werthbeträge wie 50 × 6 w : 30 × 8 w = 30 : 24 und die Abtriebsfrage entschiede für a, wobei die Zukunft an Waldverbesserung gegen b um $\frac{1}{4}$ gewänne.

Alle diese Ermittelungen und Anwendungen der Werthzunahme geben der wirthschaftlichen Holzerziehung eine ungemeine Sicherheit und befreien sie von gar manchem Irrthume. Möchte die Leichtigkeit unseres Verfahrens diesen denkwürdigen, seither so wenig beachteten Gegenstand der Forstwissenschaft nun auch gemeinnütziger machen, so daß ferner kein Holz gezogen, kein Hieb geführt, kein Baum gefällt würde, ohne Berücksichtigung der rechten Einträglichkeit. Wann werden wir dies Ziel erreichen?

§. 412. Verschiedenheit des Wachsthumsganges normaler Holzbestände.

Oben stellten wir nur vorläufig eine leicht übersehbare Fortschreitung der Holzbestandsmassen und Werthe auf, bloß um den Gegenstand erst überhaupt kennen und anwenden zu lernen. Nach dieser Vorbereitung untersuchen wir nun den wirklichen Wachsthumsgang, wie er den Zuständen normaler Wirthschaftswälder eigen ist, mehr um daraus die Erträge ganzer Waldverbände zu entwickeln. Es versteht sich von selbst,

daß nur schlagweis erzogene Holzbestände hier zur Frage kommen können, und unter diesen sind es die gleichwüchsigen, welche uns zunächst und hauptsächlich beschäftigen.

Die Wachsthumsgänge verschiedenartiger Holzbestände finden sich in ihrer Entstehung und Fortschreitung bedeutend verschieden. Hinsichtlich dieser Verschiedenheit giebt es eine starke, und eine schwache Entstehung. Die starke Entstehung ist diejenige, wo der junge Bestand am raschesten aufwächst und seine Masse sich vom ersten Anfange mit ziemlich gleichem Zuwachs mehrt, wie dies in Niederwaldungen, auch in angepflanzten Erlen-, Birken- und Lärchenbeständen am meisten Statt findet. Bei der schwachen Entstehung hebt sich dagegen die Holzmasse anfänglich ganz unbedeutend, schreitet aber weit andauernder mit steigendem Zuwachs fort. Besonders verlieh die Natur den Buchen-, Eichen- und Tannenwäldern ein solches, zwar schwach beginnendes, aber sehr aushaltendes Wachsthum. Beide Wachsbarkeiten unterscheiden sich jedoch nicht nur in der Entstehung, sondern auch später noch durch die stärkere, oder schwächere Zuwachsabnahme und den Eintritt ihrer Wendepunkte. Die stärkste Entstehung hat stets das früheste und schroffeste Fallen zur Folge; denn Alles, was schnell entsteht, geht auch schnell wieder zurück.

Wir stellen nun die beiden äußersten Gegensätze dieser verschiedenen Wachsthumsgänge gleichsam als die Normalgrenzen aller Massen- und Wertherwachs-Verhältnisse in zwei Übersichten. Zu der ersten I, mit starker Entstehung, dient ein normaler Lärchenbestand und die andere II, mit schwacher Entstehung, ist das Muster eines normalen Buchenhochwald-Bestandes.

§. 413. Gegensätze des Massenerwachses normaler Holzbestände.

A. Bestandsalter.	H. Bestandshöhe.	M. Bestandsmasse.	a. Bestandsabfälle.	$\frac{M}{A}$ Dchschn.-Mehr.	$\frac{M+Sa}{A}$ Durchschn.-Zuw.	$\frac{M'-M}{10}$ Jahresmehrung.	$\frac{M'-(M-a)}{10}$ Jahreszuwachs.	M o/o Mehrungs-pCt.	G o/o Zuwachs-pCt.
I. Starke Entstehung.									
Lärchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	12	400	80	40	40	64	72	16	22,5
20	26	1040	220	52	56	70	92	6,73	11,22
30	39	1740	320	58	68	68	100	3,90	7,04
40	50	2420	360	60,5	76	62	98	2,56	4,75
50	59	3040	360	60,8	80,4	52	88	1,71	3,28
60	66	3560	340	59,33	81,66	38	72	1,06	2,23
70	71	3940	300	56,28	80,28	20	50	0,50	1,37
80	74	4140	—	51,7	76,5				
II. Schwache Entstehung.									
Buchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	1	10	—	1	1	15	15	150	150
20	6	160	20	8	8	36	38	22,5	27,14
30	15	520	90	17,33	18	48	57	9,23	13,25
40	25	1000	150	25	27,75	50	65	5	7,64
50	35	1500	200	30	35,2	50	70	3,33	5,38
60	44	2000	240	33,33	41	48	72	2,4	4,09
70	52	2480	270	35,42	45,42	44	71	1,77	3,21
80	59	2920	290	36,5	48,62	40	69	1,36	2,62
90	65	3320	300	36,88	50,88	34	64	1,02	2,11
100	70	3660	270	36,6	52,2	28	55	0,76	1,62
110	74	3940	240	35,82	52,45	22	46	0,55	1,24
120	77	4160	210	34,66	51,91	16	37	0,38	0,93
130	79	4320	180	33,23	50,76	12	30	0,27	0,72
140	81	4440	—	31,71	49,28				

§. 414. Gegensätze des Wertherwachses normaler Holzbestände.

A. Bestandsalter.	w. Preissteigung.	Mw. Bestandswerth.	aw. Abfallwerth.	$\frac{Mw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw + \Sigma aw}{A}$ Dchschn.-Werthzun. vom Gesammtertrag.	$\frac{Mw' - Mw}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Hauptertrag.	$\frac{Mw' - (Mw - aw)}{10}$ Jahres-Werthzun. vom Gesammtertrag.	Mw 0/0 Werthzunahme-pCt. vom Hauptertrag.	Gw 0/0 Werthzunahme-pCt. vom Gesammtertrag.
I. Starke Entstehung.									
Lärchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	3	1200	240	120	120	296	320	24,66	33,33
20	4	4160	880	208	220	454	542	10,91	16,52
30	5	8700	1600	290	327,3	582	742	6,69	10,45
40	6	14520	2160	363	431	676	892	4,65	7,21
50	7	21280	2520	425,6	523,2	720	972	3,38	5,18
60	8	28480	2720	474,6	598	698	970	2,45	3,76
70	9	35460	2700	506,5	651,1	180	450	0,50	1,37
80	9	37260	—	465,7	626	—	—	—	—
II. Schwache Entstehung.									
Buchenbestand mit 0,8 Ertragsgüte.									
10	5	50	—	5	5	91	91	182	182
20	6	960	120	48	48	268	280	27,91	33,33
30	7	3640	630	121,3	126,3	436	499	11,97	16,57
40	8	8000	1200	200	218,7	550	670	6,87	9,85
50	9	13500	1800	270	309	650	830	4,81	7,09
60	10	20000	2400	333,3	395,8	728	968	3,64	5,50
70	11	27280	2970	389,7	477,5	776	1073	2,84	4,41
80	12	35040	3480	438	552	812	1160	2,31	3,67
90	13	43160	3900	479,5	619,5	808	1198	1,87	3,05
100	14	51240	3780	512,4	677,4	786	1164	1,53	2,45
110	15	59100	3600	537,2	721,6	330	690	0,55	1,24
120	15	62400	3150	520	719	240	555	0,38	0,93
130	15	64800	2700	498,4	706,3	180	450	0,27	0,72
140	15	66600	—	475,7	688	—	—	—	—

§. 415. Erläuterungen zu der Massenerwachs-Darstellung.

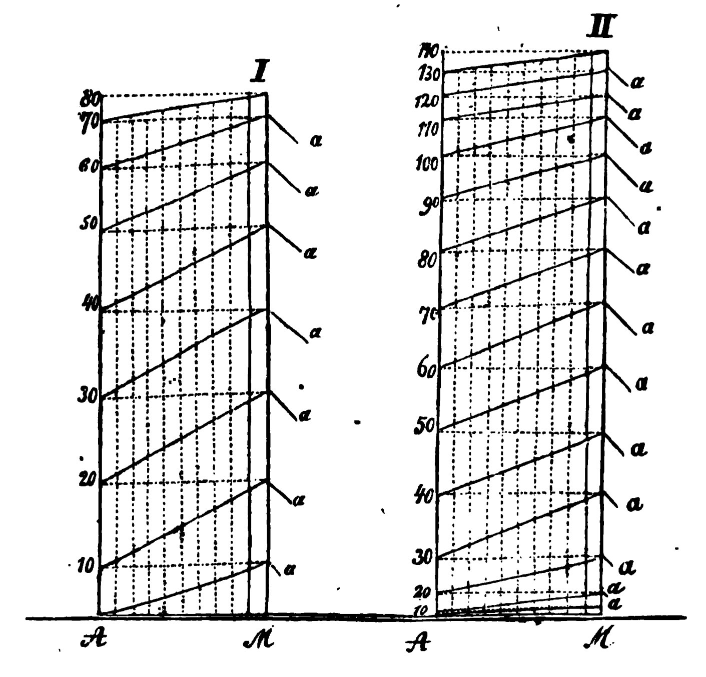
Figürliche Darstellung des Massenerwachses normaler Holzbestände.

AM, die Basis der Bestandsmassen, welche sich von Jahr zu Jahr durch die neben einander stehenden Trapeze darstellen.

Aa — 10 „a — 20 „a . ., die Altersstufen mit der je 1., 2., 3., ... 10. Steigungsgröße.

MI, MII, der Massengehalt des je 10. Jahres.

a, die Bestandsabfälle am Schlusse jeder Altersstufe.



Die oben (§. 413.) dargestellten Massensteigungen, welche alle Wachsthumsgänge normaler Waldbestände von gleichem Alter begrenzen, sind zudem Muster der **Lärchenbestände** auf mildem Lehmboden und der **Buchenbestände** auf Kalk- und

Trappboden Mitteldeutschlands; ihre Massenzahlen bezeichnen 0,8 des ganz ausgesuchten Vollertrags in Körperfußen auf 1 Morgen preußischen Maßes. Die Überschriften des Massenerwachses umfassen folgende, meist schon aus §. 402. und 403. bekannten, auch zum Theil noch durch obige Figuren mehr versinnlichten Fortschreitungsgrößen:

1) A, das eben zurückgelegte Schlußjahr einer jeden 10-jährigen Altersstufe.

2) H, die mittlere Bestandshöhe desselben Alters.

3) M, der Betrag an Bestandsmasse im voran bezeichneten Schlußjahre, zu irgend einer frühern oder spätern, einmaligen Abnutzung als Hauptertrag. Die Bestandsmasse des je nächsten Schlußjahres wird mit M′ bezeichnet.

4) a, der Bestandsabfall jeder Altersstufe zum Vorertrag, am Schlusse derselben fällig. Dessen Nutzung hinterläßt als verbleibende Bestandsmasse M — a.

5) $\frac{M}{A}$, die Durchschnittsmehrung zum Hauptertrage; für I im 50. Jahre z. B. $\frac{3040}{50} = 60{,}8$ c′.

6) $\frac{M + Sa}{A}$, der Durchschnittszuwachs zum Gesammtertrage, nämlich: die Bestandsmasse M sammt allen bis dahin wirklich Statt gehabten Bestandsabfällen Sa, getheilt durch die Alterszahl A. (Der eben fällig werdende Bestandsabfall befindet sich noch in M.). I hat im 50. Jahre:

$$\frac{3040 + 80 + 220 + 320 + 360}{50} = 80{,}4 \text{ c}'.$$

7) $\frac{M' - M}{10}$, die Jahresmehrung während jeder laufenden Altersstufe. In I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560 - 3040}{10} = 52 \text{ c}' \text{ *)}.$$

---

*) Um diese Jahresmehrung ganz ausführlich aufzureihen, stellt man (n. §. 89. 3.) folgende Grundscala unter:

8) $\frac{M' - (M - a)}{10}$, der Jahreszuwachs im Laufe jeder Altersstufe, z. B. in I vom 50. zum 60. Jahre:

$$\frac{3560 - (3040 - 360)}{10} = 88\ c'.$$

Durch den Abgang von 360 Vorertrag im 50. Jahre bleiben nur 2680 Vorbestand, welche jährlich 88 zuwachsen müssen, um bis zum 60. Jahre auf 3560 Nachbestand zu steigen*).

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	64	—	70	—	68	—	62	—	52	—	38	—	20	—
w:	22	—	58	—	70	—	70	—	66	—	58	—	46	—	30	—	10.

Hierin bezeichnen:

A, die Altersstufen und deren Mitteljahre;

m, die Hauptglieder der Jahresmehrung als Mittelzahlen jeder Altersstufe;

w, die Zwischenglieder als Wechselzahlen an jeder Altersstufe, zur Formirung der Mehrungsreihe.

Die Zahlen zu A und m sind gegeben, die zu w werden zwischen die Mittelzahlen so eingereiht, daß sie mit diesen auf jeder Altersstufe in beiderseits gleichen Differenzen und wo möglich unter sich in geeigneter Reihe stehen. Bezeichnet w die je vordere und w′ die je hintere Wechselzahl, m die Mittelzahl und d die Differenz zu den 10 Gliedern einer Altersstufe: so ist w — m — w′; $\frac{w + w'}{2} = m$; $(w + w') \times 5 = 10\,m$; je nachdem die Reihe steigt, $\frac{w' - w}{10} = + d$, oder fällt, $\frac{w - w'}{10} = - d$; das 1. Glied, $w \pm \frac{1}{2}\,d$; das 2., $w \pm 1\frac{1}{2}\,d$; das 3., $w \pm 2\frac{1}{2}\,d$; .... das 10., $w \pm 9\frac{1}{2}\,d$; die Summe aller 10 Glieder zu $10\,m = (w \pm \frac{1}{2}\,d + w \pm 9\frac{1}{2}\,d) \times 5$.

Hiernach reihete man z. B. vom 50. bis zum 60. Jahre, mittels der Differenz $\frac{58 - 46}{10} = 1{,}2$, für das 51. Jahr $58 - \frac{1{,}2}{2}$, für das 52., $58 - 1\frac{1}{2} \times 1{,}2$ u. s. w. auf, wie folgt:

50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56	—	57	—	58	—	59	—	60
(58)	57,4	—	56,2	—	55	—	53,8	—	52,6	(52)	51,4	—	50,2	—	49	—	47,8	—	46,6.	(46).

Enthält die Altersstufe eine gerade Anzahl von Jahren, wie hier, so können weder m noch w oder w′ eigentliche Glieder bilden. Bei jedem Wechsel der Altersstufe tritt in der Regel eine neue Differenz ein.

*) Zur Berechnung der Jahreszuwachs-Glieder diente folgende Grundscala:

A:	0.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.	75.	80.
m:	—	40	—	72	—	92	—	100	—	98	—	88	—	72	—	50	—
w:	22	—	58	—	86	—	98	—	102	—	94	—	82	—	62	—	38

9) M$\mathfrak{z}$, das **Mehrungs-Prozent** zum Hauptertrage für alle Jahre der laufenden Alterstufe ergiebt sich im Durchschnitt aus

$$M : \frac{M' - M}{10} = 100 : M\mathfrak{z};$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$3040 : 52 = 100 : 1{,}71\ ^{*}).$$

10) G$\mathfrak{z}$, das gleichzeitige **Zuwachs-Prozent** zum Gesammtertrage, wird ebenso berechnet, nach:

$$(M - a) : \frac{M' - (M - a)}{10} = 100 : G\mathfrak{z};$$

z. B. in I vom 50. Jahre ab bis zum 60.:

$$(3040 - 360) : 88 = 100 : 3{,}28\ ^{**}).$$

Daraus ergeben sich z. B. für

die Jahre	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
die Glieder	(94) 93,4	92,2	91	89,8	88,6	(88) 87,4	86,2	85	83,8	82,6	(82)

*) Das Mehrungs-Prozent eines jeden Jahres berechnet man nach der von Jahr zu Jahr aufsummirten Bestandsmasse und der je nächsten Jahresmehrung. Z. B.

für die Jahre:	50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56
Bestandsmasse:	3040	—	3097,4	—	3153,6	—	3208,6	—	3262,4	—	3315	—	
Jahresmehrung:	—	57,4	—	56,2	—	55	—	53,8	—	52,6	—	51,4	
Jahresmehr.-pCt.:	—	1,88	—	1,82	—	1,74	—	1,67	—	1,61	—	1,55.	

Dieses, nach den einzelnen Jahren berechnete Mehrungs-Prozent weicht von dem durchschnittlichen mehr oder minder ab; es ist zu Anfang der Alterstufe kleiner, wenn die Jahresmehrung steigt, größer, wenn dieselbe fällt, zu Ende der Alterstufe aber allemal kleiner.

**) Das Zuwachs-Prozent der einzelnen Jahre wird nach der jedes Mal verbleibenden Bestandsmasse und dem je nächsten Jahreszuwachse berechnet. Beträgt z. B. die verbleibende Bestandsmasse vom 50. Jahre 3040 — 360 = 2680, vom 51., 2680 + (93,4 vollem Jahreszuwachs — $\frac{340}{10}$ jährl. Abfall) = 2739,4; vom 52., 2739,4 + (92,2 — 34) = 2797,6 u. s. w.: so ergeben sich

für die Jahre:	50	—	51	—	52	—	53	—	54	—	55	—	56
Verbl. Best.-M.:	2680	—	2739,4	—	2797,6	—	2854,6	—	2910,4	—	2965	—	
Jahreszuwachs:	—	93,4	—	92,2	—	91	—	89,8	—	88,6	—	87,4	
Jahreszuw.-pCt.:	—	3,48	—	3,36	—	3,25	—	3,14	—	3,04	—	2,94.	

Beide Berechnungen des Zuwachs-Prozentes weichen unter einander ebenso ab, wie die des Mehrungs-Prozentes.

§. 416. Allgemeines Verhalten des Massenerwachses normaler Holzbestände.

Der Massenerwachs im Hochwalde stellt sich uns als Hauptertrag und als Gesammtertrag dar.

1) Der Hauptertrag erfolgt von der zur Abnutzungszeit eben vorhandenen ganzen Bestandsmasse M, welche durch die Jahresmehrung entsteht und mittels der Durchschnittsmehrung beurtheilt wird (§. 405.).

a) Die Jahresmehrung $\left(\frac{M' - M}{10}\right)$, durch welche die fortschreitende Bestandsmasse entsteht, ist bei der starken Entstehung I, zwischen dem 20. und 30., bei der schwachen II, zwischen dem 40. und 60. Jahre am größten.

b) Die Durchschnittsmehrung $\left(\frac{M}{A}\right)$ oder die jährliche Hauptergiebigkeit des normalen Wirthschaftswaldes erreicht ihre höchste Größe, einschließlich des letztern Vorertrags, welcher in der Regel dem fraglichen Hauptertrage verbleibt, unter

$$\text{I, im 40. Jahre mit } 60{,}5 + \frac{320}{40} = 68{,}5\ c' \text{ *)},$$

$$\text{II, im 90. Jahre mit } 36{,}88 + \frac{290}{90} = 40{,}1\ c'.$$

Begreiflich muß die höchste Durchschnittsmehrung bei der starken Entstehung weit früher erfolgen, als bei der schwachen, deren Wachsthumsgang ganz allmählich vorschreitet, nachher aber um so stärker anhält. Über das 90. Jahr hinaus versteigt sich der Wendepunkt einer Durchschnittsmehrung nur in sehr seltenen Ausnahmen.

2) Der Gesammtertrag besteht in der ganzen Ansammlung von nutzbarem Jahreszuwachs; er entspringt nicht nur aus der eben erwachsenen Bestandsmasse M, als Hauptertrag, sondern auch aus der Summe aller frühern Bestandesabfälle Sa, als

*) Das 50. Jahr giebt nur $60{,}8 + \frac{360}{50} = 68\ c'$, obgleich die eigentliche Durchschnittsmehrung größer ist.

Vorertrag, tritt also nur da mit auf, wo Durchforstungen zur Frage kommen. Die §. 413. unter a dargestellten Durchforsterträge sind ganz mäßig gehalten und in allen normalen Beständen sicher zu finden. Beachtungswerth erscheinen folgende, dem Gesammtertrag eigenthümlichen Verhältnisse.

a) Die Vorerträge der starken Entstehung stellen sich nach Zeit und Maß bedeutend anders, als die der schwachen. Der stärker heranwachsende Bestand unterdrückt früher und mehr, kann dabei einen dichtern Schluß weit weniger einhalten und muß daher früher und öfter durchforstet werden. Die dadurch begründete, anfänglich größere Vorergiebigkeit mindert sich jedoch wieder um so früher, je rascher die Selbstauslichtung überhand nimmt und somit der Bestand seiner natürlichen Haubarkeit entgegen eilt. Wenn (§. 397. 4.) die laufenden Bestandesabfälle der starken Entstehung ungefähr zu 0,5 bis 0,6, die der schwachen aber zu 0,7 bis 0,8 der gleichzeitigen Durchschnittsmehrung anzunehmen sind: so liegt der Grund hiervon mehr in dem sehr verschiedenen Ansteigen beider Durchschnittsmehrungen, als in dem allerdings auch von Natur sparsamern Vorergiebigkeits-Verhältnisse der rasch entstehenden Bestände. Konnten sich übrigens in der Praxis die Durchforstungen der Nadelhölzer mit starker Entstehung minder geltend machen, als die der Laubhölzer mit schwacher Entstehung: so ist dies auch darin zu suchen, daß die Nadelwälder überhaupt einer größern Sterblichkeit unterliegen, unregelmäßiger verdrängen, fortwährend ausscheiden, ihre Abgänge weniger lang halten, dabei aber von jeder vorgreifenden Durchforstung mehr leiden, sich also in die gewöhnliche Durchforstungsweise weniger fügen.

b) Der Jahreszuwachs $\left(\frac{M' - (M - a)}{10}\right)$, aus welchem der Gesammtertrag entsteht, und wonach man die fortschreitende Ergiebigkeit des Bestandes überhaupt bestimmt, ist unter

I zwischen dem 30. und 50.,
II zwischen dem 50. und 80. Jahre am stärksten.

c) Der Durchschnittszuwachs $\left(\frac{M + Sa}{A}\right)$, woraus

die Gesammtergiebigkeit des normalen Wirthschaftswaldes erwächst, gewinnt seinen höchsten Stand, wenn gehörig durchforstet wird, unter

I im 60. Jahre mit 81,66 c',
II im 110. Jahre mit 52,45 c',

nie später. Wir nennen dieses Alter das Massen-Schlagbarkeitsalter. Je ergiebiger die Vorerträge sind, um so längere Zeit übertragen sie den sinkenden Jahreszuwachs, und um so höher steigt der Wendepunkt des Durchschnittszuwachses über den der Durchschnittsmehrung.

§. 417. Allgemeines Verhalten der Massenerwachs-Prozente normaler Holzbestände.

1) Das Mehrungs-Prozent zum bloßen Hauptertrage (M%), entziffert mittels der Bestandsmasse und Jahresmehrung, sinkt in Folge der starken Entstehung begreiflich weit früher, als in Folge der schwachen. Scala I stellt die 4prozentige Mehrung in das 30. und die 3prozentige in das 38. Jahr; Scala II bietet die gleichen Prozente erst im 45. und 54. Jahre. Daß die schwache Entstehung ihr Mehrungs-Prozent später und allmählicher sinken läßt, liegt in der ständigeren Jahresmehrung und giebt schon vorläufig zu erkennen, warum dieser Wachsthumsgang überhaupt ein höheres Nutzungsalter darbietet.

2) Das aus der eben durchforsteten Bestandsmasse und dem Jahreszuwachse berechnete Zuwachs-Prozent zum Gesammtertrage (G%) hält sich auffallend besser, als das der bloßen Bestandesmehrung, wegen des vom Vorbestande wieder abgefallenen Vorertrags. So stellen sich obige 4 und 3 pCt. bei der starken Entstehung erst an das 46. und 55., bei der schwachen aber erst an das 62. und 74. Jahr. Die höchsten Zuwachs-Prozente werden also gewonnen durch die fleißigste Ausnutzung der Bestandesabfälle, und nur dadurch macht sich ein bedeutend höheres Abnutzungsalter geltend.

§. 418. Erläuterungen zu der Wertherwachs-Darstellung.

Die in §. 402. und 404. schon vorläufig erörterten und unter §. 414. in ihren äußersten Gegensätzen dargestellten Wertherwachs-Verhältnisse normaler Holzbestände entstehen aus dem Massenerwachse unter folgenden Überschriften:

1) A, das Bestandesalter des Massenerwachses.

2) w, die angenommene Preissteigung des Holzes; deren Zahlen könnten etwa für Xr. gelten.

3) Mw, der Bestandswerth zum Hauptertrage, das Produkt der Bestandsmasse mit dem gleichzeitigen Holzpreise; I im 50. Jahre: $3040 \times 7 = 21280$.

4) aw, der eben so berechnete Abfallwerth zum Vorertrage; I im 50. Jahre $360 \times 7 = 2520$.

5) $\frac{Mw}{A}$, die Durchschnitts-Werthzunahme vom Hauptertrage oder das Produkt der Durchschnittsmehrung mit dem gleichzeitigen Preise; I im 50. Jahre:

$$\frac{3040 \times 7}{50} = \frac{3040}{50} \times 7 = 60{,}8 \times 7 = 425{,}6.$$

6) $\frac{Mw + Saw}{A}$, die Durchschnitts-Werthzunahme vom Gesammtertrage, nämlich: von dem Bestandswerthe Mw und von der Summe aller inzwischen eingegangenen Abfallwerthe Saw, getheilt durch die Alterszahl A, z. B. I im 50. Jahre:

$$\frac{21280 + 2160 + 1600 + 880 + 240}{50} = 523{,}2.$$

7) $\frac{Mw' - Mw}{10}$, die Jahres-Werthzunahme vom Hauptertrage jeder Alterstufe, bestehend aus der Differenz des Nach- und Vorbestandswerthes, getheilt in die einzelnen Jahre. Für I vom 50. zum 60. Jahre jährlich

$$\frac{28480 - 21280}{10} = 720.$$

8) $\frac{Mw' - (Mw - aw)}{10}$, die Jahres-Werthzunahme vom Gesammtertrage jeder Altersstufe. Wird von dem Nachbestandswerthe Mw' der Vorbestandswerth Mw, ausschließlich des eben abkömmlichen Abfallwerthes aw, abgezogen und der Rest in alle Jahre der Altersstufe vertheilt: so ergiebt sich die zeitliche Gesammtwerthzunahme. In I vom 50. bis zum 60. Jahre jährlich:

$$\frac{28480 - (21280 - 2520)}{10} = 972.$$

9) Mw%, das Werthzunahme-Prozent vom Hauptertrage jeder Altersstufe, berechnet man nach der Proportion

$$Mw : \frac{Mw' - Mw}{10} = 100 : Mw\%;$$

es ist für I vom 50. Jahre ab bis zum 60. im Durchschnitt:

$$21280 : 720 = 100 : 3{,}38.$$

10) Gw%, das Werthzunahme-Prozent vom Gesammtertrage jeder Altersstufe, wird entziffert nach

$$(Mw - aw) : \frac{Mw' - (Mw - aw)}{10} = 100 : Gw\%$$

und ist für I vom 50. Jahre ab bis zum 60. durchschnittlich:

$$(21280 - 2520) : 972 = 100 : 5{,}18.$$

§. 419. Allgemeines Verhalten des Werthzuwachses normaler Holzbestände.

Um die Holzerträge nach ihrem Werthe vergleichen zu können, war es zuvörderst nöthig, für alle Altersstufen durchschnittliche Preise so gut als thulich anzunehmen. Die (§. 414.) unter w aufgereiheten Verhältnißzahlen eines mit zunehmendem Alter steigenden Holzpreises, worin das schwächste Reisholz zu ein Drittel vom ausgewachsenen Baumholze und das Lärchenholz zu drei Fünftel vom Buchenholze angesetzt ist, dürfte wohl eben nicht übertrieben erscheinen. Werden hiernach alle Erträge in gleichen Wertheinheiten ausgeworfen, so ergiebt sich:

1) **Von dem Werthe des Hauptertrages (Mw):**

a) Die **Jahres-Werthzunahme** $\left(\frac{Mw'-Mw}{10}\right)$ ist bei der starken Entstehung zwischen dem 50. und 60., bei der schwachen aber, zwischen dem 80. und 90. Jahre am stärksten.

b) Die **Durchschnitts-Werthzunahme** $\left(\frac{Mw}{A}\right)$ erreicht ihre größte Höhe unter

I im 70. Jahre mit 506,5,
II im 110. Jahre mit 537,2,

in beiden Fällen zur Zeit, wo die Preissteigung aufhört. Je weiter hinaus die Preise steigen, um so weiter stellen sich die Wendepunkte der Werthzunahme hinter die der bloßen Massenmehrung, und um so vortheilhafter erscheint die spätere Abnutzung des Bestandes. Dieses Steigen ist meist begrenzt vom Eintritte der begehrtesten Stammstärke.

2) Der **Gesammtertrag** (Mw + Saw) bietet folgende Werthzunahme-Verhältnisse:

a) Dessen **Jahres-Werthzunahme** $\left(\frac{Mw'-(Mw-aw)}{10}\right)$ erreicht ihre größte Höhe unter I zwischen dem 50. und 60., und unter II zwischen dem 90. und 100. Jahre.

b) Am größten ist die **Durchschnitts-Werthzunahme** $\left(\frac{Mw+Saw}{A}\right)$ unter

I im 70. Jahre mit 651,1,
II im 110. Jahre mit 721,6;

sehr begreiflich wieder am Ende beider Preissteigungen. Zwischen das 70. und 110. Jahr fielen also bei den angenommenen Preisverhältnissen die äußersten Abnutzungszeiten, oder die **Werth-Schlagbarkeitsalter**, welche von einem normalen Hochwald-Bestande den höchsten jährlichen Werthertrag darbieten.

§. 420. Allgemeines Verhalten der Wertherwachs-Prozente normaler Holzbestände.

1) Das **Werthzunahme-Prozent vom Hauptertrage** (Mwg) sinkt wegen des steigenden Preises viel weniger,

als das von der Massenmehrung. Die starke Entstehung fällt nämlich erst nach dem 44. und 56. Jahre, die schwache aber erst nach dem 55. und 67. Jahre unter die oben angenommenen 4 und 3 pCt. Würde bloß auf den Hauptertrag und das roh Werthzunahme-Prozent gesehen: so erschiene bei der vorausgesetzten Preissteigung, zur 4prozentigen Nutzung, das 45- bis 55-jährige, und zur 3prozentigen, das 55- bis 70-jährige Abnutzungsalter (§. 405. 3.) am einträglichsten.

Berechnet man hierneben die Vorwerthe aller Hauptertäge im Beginn der Entstehung mittels des eben in Anspruch zu nehmenden Nutzungs-Prozents, so muß sich derjenige Hauptertrag, welcher das gleiche Werthzunahme-Prozent darbietet, über alle die andern erheben und nicht minder als der einträglichste zu erkennen geben (§. 406.).

2) Das Werthzunahme-Prozent vom Gesammtertrage (Gw$\mathfrak{g}$) zu 4 und 3 erscheint bei der starken Entstehung im 60. und 69., bei der schwachen aber erst im 74. und 91. Jahre. Dies wären die Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter zur höchsten Kapitalnutzung von den Holzbeständen an sich, wofern eben der in Anspruch zu nehmende Zinsfuß und die Preissteigung nicht günstiger stehen.

Mittels der vergleichenden Vorwerthberechnung aller in Aussicht gestellten Gesammterträge (n. §. 406.) findet man den Eintritt des verlangten Nutzungs-Prozentes nicht ganz genau, weil die inbegriffenen Vorerträge mit den Hauptertägen nicht gleiche Zeit halten. Die Abweichung erscheint jedoch meist unbedeutend und läßt sich vermeiden durch abgesonderte Berechnung der Vorertragswerthe.

b. Ertragsverhältnisse der normalen Wirthschaftswälder.

§. 421. Regelrechter Waldzustand.

Bis hierher betrachteten wir bloß den Massen- und Werthserwachs einzelner Holzbestände an sich. Jetzt beschäftigen uns ganze Waldbetriebsverbände, folgerecht zusammengesetzt aus gleichartigen Normalbeständen nach den Bedingungen des

schlagweisen Nachhaltbetriebs. Um deren Ertragsverhältnisse kurz und leicht zu entwickeln, nehmen wir hier insbesondere an: daß jede gedachte Normalwaldung bei ganz gleicher Standort- und Ertragsgüte aus so viel gleichen Schlägen bestehe, als das Umtriebsalter Jahre zählt; daß von diesen in jedem Jahre einer als schlagbar eintrete; daß somit alle Schläge in einer geregelten, von Jahr zu Jahr fortschreitenden Altersfolge sich befinden; daß endlich die Größe jedes Schlages 1 Morgen betrage, mithin die Zahl der Flächenausdehnung der des Umtriebsalters gleich stehe.

Zur Grundlage unserer Betrachtungen dienen die schon dargestellten, von den Lärchen- und Buchenbeständen entnommenen äußersten Gegensätze der starken und der schwachen Bestandes-Entstehung; denn auch die Ertragsverhältnisse der normalen Wirthschaftswälder liegen alle zwischen diesen zwei Grenzen, welche dem denkenden Forstordner zur leitenden Richtschnur dienen. Wir entziffern zunächst aus den Wachsthumsgängen obiger Musterbestände (§. 413. und 414.) zwei ausführliche Waldertrags-Tafeln, deren Zahlen sich auf 0,8 Ertragsgüte und preußische Körperfuße beziehen.

§. 424. Erläuterungen zu der Massenertrags-Darstellung.

Figürliche Darstellung des Massenertrags normaler Waldverbände der starken Entstehung, zusammengesetzt aus dem voranstehenden Bestandsmuster AMI:

AMM.., die Basis des Massenvorrathes und der Altersklassen, wie sie sich aus den Altersstufen des Musterbestandes zusammenstellen lassen.

10—20—30.., die anzunehmenden Perioden und Umtriebszeiten.

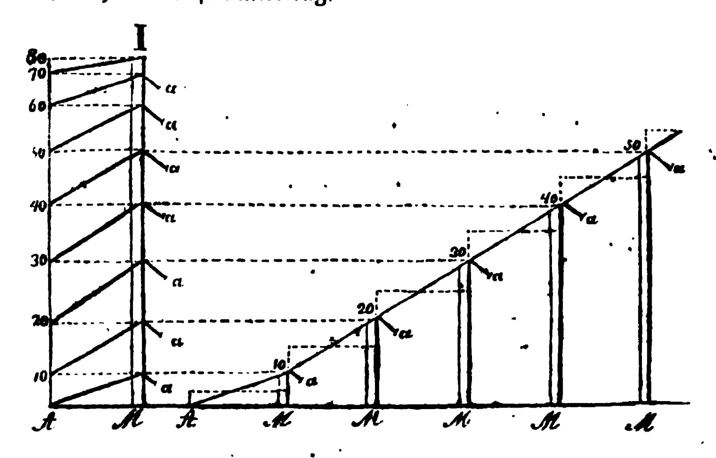
A50M, der Massenvorrath (Mv) des 50jährigen Waldverbandes.

A—10, 10—20, 20—30.., die aus je 10 Jahresschlägen zu 1 Mg. bestehenden Altersklassen.

M10—M20—M30.., der je älteste Schlag, welcher eben in der höchsten Altersklasse den Hauptertrag und in jeder der jüngern einen Vorertrag abwirft.

a, die Bestandesabfälle oder Vorerträge; neben dem Hauptertrage M50, vom 10-, 20-, 30- und 40jährigen Schlage abfallend; zusammen Sa.

M + Sa, der Gesammtertrag.



Vor Allem wäre nun darzulegen, wie die Massengrößen und Erträge aller Altersklassen unserer normalen Waldverbände aus den Altersstufen des entsprechenden Musterbestandes ohne Weiteres zu entwickeln sind. Wir nehmen dazu die leichtern Beispiele von den beiden kürzern Scalen der starken Entstehung §. 413. und 422. I zu Hülfe und versinnlichen unsere Auseinandersetzung durch die hier beigegebene Figur.

1) A, das Umtriebsalter, bezeichnet:

a) das Alter, worin der je älteste Schlag zur Abnutzung kommt;

b) die Anzahl der 1 Mg. großen Jahresschläge, welche den fraglichen Waldverband bilden sollen; mithin auch

c) die Morgenzahl eines jeden der gedachten Waldverbände.

2) Mv, der Massenvorrath jeder Altersklasse, wird nach den gleichen Altersstufen des Musterbestandes berechnet; denn für jeden Jahresschlag gilt der Musterbestand desselben Alters. Unsere Voraussetzung, daß auf jeder Altersstufe ein jährlich gleicher Zuwachs Statt finde, bedingt zugleich, daß auch die Bestände aller Schläge derselben Altersklasse in gleicher Massenabstufung stehen und zusammen eine arithmetische Reihe bilden, deren Summirung ganz leicht ist.

Hat in der jüngsten Altersklasse der 1jährige Schlag 1 z, der zweijährige 2 z . . . . und der 10jährige 10 z oder M′: so beträgt die Summe aller 10 Schläge von 1- bis 10jährigem Alter (1 + 10) z × 5 (§. 87.). Von jeder folgenden Altersklasse haben die Schläge M + 1 z, M + 2 z . . . . . M + 10 z oder M′, zusammen also (M + z + M′) × 5. Hiervon bezeichnet M den Vorbestand und z die Jahresmehrung. $\frac{M' - M}{10} = z$.

Unter §. 422. I berechnete sich somit der Massenvorrath für den 50jährigen Umtrieb von der

I. Klasse,	1-	bis	10jähr.	(40 + 400) × 5 =	2200 c′,
II.	»	11	»	20 »	(400 + 64 + 1040) × 5 =	7520 c′,
III.	»	21	»	30 »	(1040 + 70 + 1740) × 5 =	14250 c′,
IV.	»	31	»	40 »	(1740 + 68 + 2420) × 5 =	21140 c′,
V.	»	41	»	50 »	(2420 + 62 + 3040) × 5 =	27610 c′
					Zusammen:	72720 c′.

3) $\frac{Mv}{A}$, Massenvorrath pr. Morgen: Der ganze Holzvorrath, getheilt durch die Flächenzahl, welche dem Umtriebsalter gleich steht. Obiger 50jährige Umtrieb umfaßte pr. Mg. im Durchschnitt $\frac{72720}{50} = 1454{,}4$ c′.

4) M, die jährliche Hauptertrags-Masse, findet sich unmittelbar in der Bestandsmasse des eben zur Abnutzung kommenden ältesten Schlages oder des eben so alten Musterbestandes. §. 413. I, im 50jährigen Alter 3040 c′.

5) $\frac{M}{A}$, die jährliche Hauptertrags-Masse pr. Morgen, muß der Durchschnittsmehrung vom Musterbestande gleich sein, weil die Flächenzahl mit der Alterszahl übereinstimmt; zu §. 413. I 50 ist sie: $\frac{3040}{50} = 60{,}8$ c′.

6) M+Sa, die jährliche Gesammtertrags-Masse, besteht aus dem Hauptertrage von dem je ältesten Schlage mit allen Vorerträgen der eben zur Durchforstung gelangenden jüngern Schläge, ganz wie der Musterbestand sie an sich zusammen darstellt; z. B. §. 413. I im 50jährigen Umtrieb:

Hauptertrag	vom	50jährigen	Schlage:	3040 c′.
Vorertrag	»	40	»	» 360 »
»	»	30	»	» 320 »
»	»	20	»	» 220 »
»	»	10	»	» 80 »
			Zusammen:	4020 c′.

7) $\frac{M+Sa}{A}$, die jährliche Gesammtertrags-Masse pr. Morgen, ist leicht begreiflich dem Durchschnitts-Zuwachs vom Musterbestande gleich; in obigem Beispiele:

$$\frac{3040+360+320+220+80}{50} = \frac{4020}{50} = 80{,}4 \text{ c}'.$$

8) Hnz, das Holznutzungs-Prozent vom Hauptertrage, ergiebt sich nach dem Verhältnisse des Massenvorrathes zu dem jährlichen Hauptertrage

$Mv : M = 100 : Hn\%$;

es ist §. 422. für den 50jährigen Umtrieb von I:

$$\frac{3040 \times 100}{72720} = 4{,}18\%.$$

9) $Gn\%$, das Holznutzungs-Prozent vom Gesammtertrage, wird berechnet nach dem Massenvorrathe und dem davon abfallenden Gesammtertrage, mittels der Proportion:

$Mv : (M + Sa) = 100 : Gn\%$.

Für den 50jährigen Lärchenwald §. 422. fände man:

$$\frac{4020 \times 100}{72720} = 5{,}52\%.$$

Auf alle diese Verhältnisse hat der Nachhaurückstand im Besamungswalde einen ändernden Einfluß, wie §. 434. nachweis't.

§. 425. Allgemeines Verhalten des Massenertrags im normalen Wirthschaftswalde.

Unsere Darstellungen des normalen Waldertrags von der starken und der schwachen Entstehung geben nun den Grund zu folgenden Aufschlüssen, welche wir an die mehr vergleichbaren Durchschnittsbeträge der Forstflächeneinheit knüpfen.

1) Der Massenvorrath pr. Mg. $\left(\frac{Mv}{A}\right)$ steigt mit zunehmendem Umtriebsalter. Alle Waldbetriebsverbände der starken Entstehung umfassen wegen ihrer frühern Schlagbarkeit minder große Holzvorräthe. Die Größe dieser Massenhaltigkeit ist überdies noch bedingt von den nach Ortsgüte und Waldgattung erreichbaren Gehaltsfaktoren $G \times H \times f$.

2) Die jährliche Hauptertragsmasse pr. Mg. $\left(\frac{M}{A}\right)$ gleicht bekanntlich der Altersdurchschnittsmehrung vom Musterbestande (§. 416. 1.); denn der in jedem Jahre zur Abnutzung kommende, als Musterbestand geltende älteste Schlag M wird durch die, dem Alter gleiche Morgenzahl A getheilt. — Dieser älteste, eben schlagbare Bestand stellt

in der Reihe seiner Jahresmehrung die laufende Mehrung aller Jahresschläge des Waldverbandes zusammen dar. So hat z. B. der 50jährige Waldverband, in Gemäßheit des Musterbestandes §. 413. I unter $\frac{M'-M}{10}$, zur Jahresmehrung für die sammtlichen Schläge

von	1	bis	10	Jahren:	40 × 10 = 400 c',
»	11	»	20	»	64 × 10 = 640 »
»	21	»	30	»	70 × 10 = 700 »
»	31	»	40	»	68 × 10 = 680 »
»	41	»	50	»	62 × 10 = 620 »
					Zusammen: 3040 c';

also pr. Mg. $\frac{3040}{50} = 60{,}8$ c'.

Die laufende Massenmehrung sämmtlicher Jahresschläge im Normalwalde ist mithin dem jährlichen Hauptertrage gleich und berechnet sich ebenso, wie die Massenmehrung aller Jahre im Musterbestande. Dieser Durchschnitts-Hauptertrag erscheint also ebenfalls bei der starken Entstehung im 40. bis 50. und bei der schwachen im 90. Jahre am ergiebigsten.

3) Die jährliche Gesammtertrags-Masse pr. Mg. $\left(\frac{M+Sa}{A}\right)$ ist zugleich der Durchschnittszuwachs von dem eben schlagbaren Musterbestande (§. 416. 2.), indem dessen Gesammtertrag dort in eben so viel Jahre zerfällt, als hier in Morgen. Ganz dieselbe Größe giebt auch der laufende Zuwachs sämmtlicher Jahresschläge, getheilt durch die Morgenzahl. So findet man in §. 413. I unter $\frac{M'-(M-a)}{10}$ folgenden Jahreszuwachs für die Schläge

von	1	bis	10	Jahren:	40 × 10 = 400 c',
»	11	»	20	»	72 × 10 = 720 »
»	21	»	30	»	92 × 10 = 920 »
»	31	»	40	»	100 × 10 = 1000 »
»	41	»	50	»	98 × 10 = 980 »
					Zusammen: 4020 c';

also pr. Mg. $\frac{4020}{50} = 80{,}4$ c'.

Dieser **Durchschnitts-Gesammtertrag** stellt sich bei der starken Entstehung im 60. und bei der schwachen im 110. Jahre am höchsten, bedeutend später, als der Durchschnitts-Hauptertrag allein. Die an Gesammtmasse ergiebigsten Umtriebsalter der Hochwälder fielen daher zwischen das 60. und 110. Jahr, ganz in Übereinstimmung mit dem Massen-Schlagbarkeitsalter ihrer Musterbestände.

§. 426. Vergleichung des Altersdurchschnittserwachses mit dem laufenden Jahreserwachse im Wirthschaftswalde.

Wir haben so eben gesehen, daß in einem normalen Waldverbande von Jahr zu Jahr der **Hauptertrag** M mit der **laufenden Jahresmehrung** und der **Gesammtertrag** M + Sa mit dem **laufenden Jahreszuwachse** aller Schläge übereinstimmen muß, und wie sich diese Ertragsgrößen ohne Weiteres aus dem **Durchschnittserwachse** $\frac{M}{A}$ und $\frac{M+Sa}{A}$ des **schlagbaren Musterbestandes** herleiten lassen. Keinesweges kann aber für einen **solchen Jahreserwachs** der **Altersdurchschnittserwachs aller einzelnen Bestände einer ganzen Waldung** stellvertretend gebraucht werden; denn dies ist eine ganz andere Größe, was die summarische Vergleichung der Durchschnittsmehrungen $\frac{M}{A}$ mit den Jahresmehrungen $\frac{M'-M}{10}$, so wie der Durchschnittszuwachsbeträge $\frac{M+Sa}{A}$ mit den Jahreszuwachsbeträgen $\frac{M'-(M-a)}{10}$ im Musterbestande (§. 413.) schon genugsam zu erkennen giebt, wenn dort auch die Reihen des Durchschnitts- und Jahreserwachses eben nicht ausgeführt sind.

Um aber näher zu untersuchen, auf welche Abwege diese Stellvertretung führt, theile man nur den Massengehalt jeder Altersklasse durch das entsprechende Mittelalter: so ergiebt sich z. B. für den Lärchenwald mit 50jähriger Umtriebszeit (§. 413. I) als **Durchschnittsmehrung**:

1. Kl. 10 Mg., 1- bis 10-jährig, $\frac{(40+400)\times 5}{5{,}5} = 400\,c'$,*)

2. » 10 » 11 » 20 » $\frac{(400+64+1040)\times 5}{15{,}5} = 485$ »

3. » 10 » 21 » 30 » $\frac{(1040+70+1740)\times 5}{25{,}5} = 558$ »

4. » 10 » 31 » 40 » $\frac{(1740+68+2420)\times 5}{35{,}5} = 595$ »

5. » 10 » 41 » 50 » $\frac{(2420+62+3040)\times 5}{45{,}5} = 607$ »

Auf 50 Mg. Altersdurchschnittsmehrung: 2645 c′;

also pr. Mg. $\frac{2645}{50} = 52{,}9\ c'$.

Die auf alle Jahre einzeln berechnete Durchschnittsmehrung fällt noch niedriger aus. Dennoch beträgt die der gleichen Umtriebszeit entsprechende **Jahresmehrung** aller Altersklassen des ganzen Waldverbandes bedeutend mehr, nämlich

$$400 + 640 + 700 + 680 + 620 = 3040\ c',$$

also pr. Mg. $\frac{3040}{50} = 60{,}8\ c'$.

Der Grund dieses Unterschiedes liegt in der mindern Mehrung der jedes Mal mit zum Durchschnitt gezogenen Entstehungsjahre; man erkennt ihn bei der klassenweisen Vergleichung am leichtesten. So trüge die 21- bis 30-jährige Altersklasse ihrerseits an Durchschnittsmehrung nur 558 c′ bei, obschon ihr Antheil an der gesammten Jahresmehrung 700 c′ ist. Bei der schwachen Entstehung treten diese Abweichungen noch viel stärker hervor, wegen ihrer größern Anzahl minder ergiebiger Entstehungsjahre. Solche Abweichungen finden sich auch zwischen dem **Durchschnitts-** und **Jahreszuwachse**, und noch weit größer sind die zwischen der **Durchschnittsmehrung** und dem **Jahreszuwachse** einer jeden Waldung. Nimmt man die wirkliche Durchschnitts-

*) Das zur Summirung dienende Mittelalter

vom 1. bis 10. Jahre ist . . $\frac{1+10}{2} = 5{,}5$;

» 11. » 20. » » . . $\frac{11+20}{2} = 15{,}5$ u. s. w.

mehrung eines vorgefundenen Massenvorrathes anstatt des wirklichen Jahreszuwachses an: so kann der Fehler mitunter bis zu 50 pCt. steigen.

Der Durchschnittserwachs einer Normalwaldung könnte sich dem Jahreserwachse nur dann gleich stellen, wenn dieser durch alle Lebensjahre ganz gleich wäre, oder aber in einem kaum erreichbaren Überständigkeitsalter sich befände; ersteres ist jedoch nicht natürlich und letzteres nicht wirthschaftlich.

§. 427. Vergleichung der Vorerträge mit dem Hauptertrage im normalen Wirthschaftswalde.

Oben §. 416. 2. haben wir schon mittels der beiden Musterbestände gezeigt, daß die laufenden Bestandsabfälle der starken Entstehung sich anders verhalten, als die der schwachen. Bei dem ganzen Waldverbande fragt man nun mehr nach der Summe gewinnbarer Vorerträge in Verhältniß zum Hauptertrage. Hierbei tritt das Umtriebsalter als wesentlicher Entscheidungsgrund hervor. Je höher dieses steigt, um so mehr Vorerträge sammeln sich auf, und um so besser stellt sich das Verhältniß ihrer Summe zum Hauptertrage. Weniger Unterschied bieten hierin die Gegensätze der Entstehung, indem der Bestandesabfall beiderseits während der gleichnamigen (kürzern oder längern) Lebensperioden ziemlich gleiches Verhältniß zu dem Bestandesverbleib einhält, was aus den obigen Wachsthumsscalen (§. 413. I. II.) leicht zu entnehmen ist. Diese geben in

$$\frac{M}{A} : \left(\frac{M + Sa}{A} - \frac{M}{A}\right)$$

das Vorertrags-Verhältniß einer jeden Umtriebszeit, und hiernach darf man annehmen, daß die mehr zur Frage kommende Masse aller Vorerträge zusammen sich auf ¼ bis ½ der Hauptertragsmasse belaufe, und daß sich mithin der Hauptertrag zum Gesammtertrag verhalte nahe wie

1 zu 1,25 bis 1,5,

je nachdem die Umtriebszeit eine niedrige oder hohe ist und die Walderziehung regelrecht betrieben wird.

§. 428. Allgemeines Verhalten der Holznutzungs-Prozente im normalen Wirthschaftswalde.

Im normalen Waldverbande finden sich die Prozente der vom Massenvorrathe jährlich zu erwartenden Holzabnutzung nicht nur bedeutend anders, als die Zuwachs-Prozente des Musterbestandes, sondern unter sich auch sehr verschieden nach Maßgabe der Entstehung, des Umtriebsalters, des Haupt- und Gesammtertrags.

1) Die Holznutzungs-Prozente des normalen Waldverbandes im Ganzen müssen stets viel höher stehen, als die Zuwachs-Prozente des Musterbestandes im Einzelnen, wenn Umtriebs- und Bestandesalter beiderseits gleich sind: weil der Normalwald in der ganzen Reihe seiner jüngern Klassen weit reichlicher zuwächst, mithin auch im Ganzen mehr Nutzungs-Prozente darbieten kann, als der schlagbare Musterbestand an sich allein. Bei Bestimmung der normalen Umtriebszeit darf man dies nicht unberücksichtigt lassen.

2) Alle Holznutzungs-Prozente sinken mit zunehmendem Alter und Massenvorrathe in jedem Verhältnisse mehr und mehr; sie stellen sich in gleichem Alter bei der schwachen Entstehung, wo der Massenvorrath minder rasch ansteigt und daher der Zuwachs überwiegender auftritt, bedeutend höher, als bei der starken.

3) Das Holznutzungs-Prozent vom Hauptertrage (Hn%) sinkt in Folge der starken Entstehung rascher, findet sich aber im Zeitpunkte des höchsten Durchschnitts-Hauptertrags $\left(\frac{M}{A}\right)$ dennoch weit besser, hier zu 5,36%, als in Folge der schwachen Entstehung, die ihren höchsten Durchschnitts-Hauptertrag nur bei 2,67% erreicht (§. 416. 1. b.). In der Lärchenwaldung stellt sich die 4prozentige Hauptnutzung an das 52. und die 3prozentige an das 65. Jahr; in der Buchenwaldung fallen dieselben Prozente an das 67. und 83. Jahr.

4) Das Holznutzungs-Prozent vom Gesammtertrage (Gn%) hält sich bekanntlich besser, als das vom bloßen

Haupterträge. Bei der starken Entstehung bietet es zur Zeit des höchsten durchschnittlichen Gesammtertrags noch eine ganz annehmliche Höhe, sofern eben der herrschende Zinsfuß entscheidet, nämlich 4,62 %, wogegen die schwache Entstehung in demselben Zeitpunkte nur 2,92 % erreicht. Die 4- und 3prozentigen Gesammtnutzungen fallen unter I an das 68. und 85., unter II aber an das 84. und 108. Jahr.

Man kann wohl annehmen, daß die Holznutzungs-Prozente in den normalen Hochwaldungen meist zwischen 3 und 6 schwanken; in unregelmäßigen Waldungen können sie auch durch die feinsten Kunstgriffe auf nachhaltige Weise nicht so hoch gehoben werden. Wer dürfte diesen dringenden Beruf zur regelmäßigen Walderziehung verkennen?

§. 429. Erläuterungen zu der Werthertrags-Darstellung.

Wir gehen nun auch zu den Werthertrags-Verhältnissen unserer äußersten Gegensätze normaler Wirthschaftswälder über und erläutern zuvörderst die obige Darstellung (§. 423.) ebenfalls mit Beziehung auf Scala I und ein 50jähriges Umtriebsalter.

1) A, das Umtriebsalter, wie schon bekannt, zugleich die Schläge- und Morgenzahl.

2) w, die Preissteigung, wie in §. 419.

3) Mwv, der ganze Werthvorrath. Dieser ergiebt sich, indem man den Massenvorrath jeder Altersklasse mit der entsprechenden Werthzahl multiplizirt und die Produkte addirt. Der 50-jährige Umtrieb zu I umfaßt in den Schlägen

von	1	bis	10	Jahren	2200 × 3 =	6600 w,
»	11	»	20	»	7520 × 4 =	30080 »
»	21	»	30	»	14250 × 5 =	71250 »
»	31	»	40	»	21140 × 6 =	126840 »
»	41	»	50	»	27610 × 7 =	193270 »
					Zusammen:	428040 w.

§. 431. Allgemeines Verhalten der Werthnutzungs-Prozente im normalen Wirthschaftswalde.

Am bedeutungsvollesten für die wirthschaftliche Benutzung der Wälder sind endlich die aus dem Werthvorrathe und dem Werthertrage entwickelten Prozent-Verhältnisse. Die normalen Werthnutzungs-Prozente stellen sich für die Walderziehung weit günstiger, als man bisher gemeint hat. Hier können wir uns jedoch nur erst mit Vergleichung der rohen Werthverhältnisse unter sich beschäftigen, ohne alle weitere Abrechnung der Bodenrente und Nutzungskosten.

1) Das Werthnutzungs-Prozent vom Hauptertrage (Hwn %) sinkt ebenfalls in Folge der starken Entstehung rascher, und steht zur Zeit der größten Haupt-Werthnutzung bei dieser auf 3,43 und bei der schwachen auf 2,42. Die 4- und 3prozentigen Werthnutzungen vom Hauptertrag schließen sich in der Lärchenwaldung an das 61. und 76., in der Buchenwaldung an das 74. und 94. Jahr.

2) Werthnutzungs-Prozent vom Gesammtertrage (Gwn %). Wie überhaupt, läßt die starke Entstehung das Gesammtwerth-Nutzungsprozent weit rascher fallen, als die schwache; dennoch stellt sich dasselbe im Zeitpunkte ihres früher eintretenden höchsten Gesammtwerth-Ertrages bedeutend höher, nämlich zu 4,41 %, wogegen die schwache Entstehung im gleichen Falle nur 3,26 % bietet. Die 4- und 3prozentigen Gesammtwerth-Nutzungen schließen sich in dem Lärchenwalde an das 75. und 90., im Buchenhochwalde an das 91. und 116. Jahr, nämlich bei der vorausgesetzten Preissteigung. Hierin liegen schon Andeutungen genug, daß auch die Hochwaldzucht recht gut im Stande ist, eine sehr annehmliche Kapitalnutzung zu gewähren, indem deren rohe Werthnutzungs-Prozente sich auf 4 bis 7 stellen können.

Hieraus entspringen wichtige Andeutungen für den Waldangriff. Derjenige Forstbetrieb, welcher den höchsten durchschnittlichen Werthertrag gewinnt, ist nicht immer im Stande, auch das Waldkapital gehörig zu verzinsen. Dazu dient das kürzere Umtriebsalter weit mehr, als das längere. Der fleißige Durch-

forstungsbetrieb ist das Hauptmittel, den Werthertrag und die Kapitalnutzung des Waldes zu heben und eine höhere Umtriebszeit vortheilhaft zu machen.

§. 432. Ertragsverhältnisse ungleichwüchsiger Waldungen.

Die aus Ober= und Unterbestand zusammengesetzten Waldungen fügen sich wegen der Mannigfaltigkeit ihrer Formen und Zustände weniger unter allgemeine Erwachs= und Ertragsgesetze. Dagegen erleichtern sie unsere Untersuchungen durch die kürzere Umtriebszeit A, die ziemlich gleiche Jahresmehrung und die einfachere Abnutzung. Indessen spielen diese Waldformen stets eine minder bedeutende Rolle. Wir haben hier bloß die Mittelwaldung und die Plänterwaldung zu betrachten, so lange sie noch bestehen.

1) In dem Mittelwalde müßte der Taxator den Unterwuchs von dem Oberholze sondern. Der Unterwuchs wäre am kürzesten als ein ganz für sich bestehender, gleichwüchsiger Waldtheil anzusehen, dem ein angemessener Flächentheil des Bestandes allein angehörte, und der stets mit ziemlich gleicher Jahresmehrung a erwüchse. Das kleinere und größere Oberholz, den andern Flächentheil einnehmend, bestände aus der, bei jeder Schlaghauung zurückbleibenden Überhaltmasse B und der eben auch ziemlich gleichen Jahresmehrung b.

a) Hiernach stiege der einzelne Musterbestand

im 1. Jahre auf $B + (a + b) \times 1$,
» 2. » » $B + (a + b) \times 2$,
. . . .
» A. » » $B + (a + b) \times A$.

Die ganze Jahresmehrung betrüge $a + b$, und das Mehrungs=Prozent p im A-jährigen Alter ergäbe sich aus der Proportion:

$$\left(B + (a + b) \times A\right) : a + b = 100 : p.$$

b) Der normale Waldverband enthielte an Massenvorrath (Mv) die Summe aller von 1 zum A-jährigen Umtriebsalter aufsteigenden Schläge, nämlich:

$$\left(B + (a + b) \times 1, + B + (a + b) \times A\right) \times \frac{A}{2} = Mv.$$

Dessen jährlicher Holzertrag wäre:

$$(a + b) \times A,$$

und das Holznutzungs-Prozent p ergäbe sich mittels der Proportion:

$$Mv : (a + b) \times A = 100 : p.$$

Begreiflich sinkt dies Nutzungs-Prozent um so mehr, je größer der ständige Überhalt B und die Stärke der darin befindlichen Bäume ist. — Mittels gegebener Preise läßt sich der Werthvorrath und Werthertrag nebst dem Werthnutzungs-Prozente leicht ermitteln. Letzteres erhebt sich wohl selten über das Holznutzungs-Prozent, weil eine erhebliche Preissteigung wegen der mehr beständigen Stammstärken und der kurzen Umtriebszeit nicht leicht Statt findet. Bei diesen Untersuchungen erscheint überhaupt der gewöhnliche Mittelwald nicht sonderlich zinstragend, indem dessen Bestandskapital mehr aus werthvollerm Oberholze und dessen Abnutzung mehr aus werthloserm Unterholze besteht.

2) Im Plänterwalde ist die Umtriebszeit A = 1, die ständige Überhaltmasse B = M = Mv, und die alsbald wieder zur Abnutzung kommende Jahresmehrung b, also das Holznutzungs-Prozent $\frac{100\,b}{B}$. Dieses wird von dem Werthnutzungs-Prozente bedeutend übertroffen, weil man von dem ganzen Massenvorrathe in der Regel nur die werthvollesten Oberbäume ausnutzt.

§. 433. Normale Ertragsverhältnisse, angewendet auf unregelmäßige Waldungen.

Wollte man die Ertragsverhältnisse unregelmäßiger Waldungen nach Maßgabe normaler Sätze regeln, so wäre vor Allem

die Bestandsgüte im Einzelnen und das Altersklassen-Verhältniß im Ganzen vergleichend zu beurtheilen. Hierbei ergiebt sich aber, daß die wirklich vorhandenen, mehr oder minder vom Zufall gebildeten Bestände solcher Waldungen keineswegs in dem Maße zuwachsen und ertragen können, wie wir es den normalen Vollbeständen zumuthen; gewöhnlich ist ihre Erziehung vernachlässigt, ihre Bestandsform ungeeignet, ihr Schluß minder voll und ihr Wachsthum minder gut. Noch größer ist aber die Ertragsabweichung, welche aus dem mangelhaften Altersklassen-Verhältnisse entspringt. Hier fehlt es an schlagbarem Holze, dort an den erforderlichen Junghölzern; meist aber macht der Mangel an tüchtigen Mittelhölzern die fühlbarste Lücke. Daher hat auch eine jede Waldung ihr ganz eigenes Verhältniß des Vorrathes, Erwachses und Ertrags; und daher schwebt auch jeder allgemeine Schluß von den Ertragsverhältnissen idealer Wirthschaftswälder auf die Erträge unserer heutigen Waldungen ohne allen zureichenden Grund im bloßen Ungefähr. Nur durch ganz besondere Aufnahmen können und müssen diese abnormen Ertragsverhältnisse ermittelt und geordnet werden; und dabei darf das Normale nur als Ziel, nie als Maß dienen. Eine ganz gemeine Unkunde, sowohl im wirklichen Wälderzustande, als in der Größenlehre, würde es verrathen, wollten wir für so höchst unbestimmte Aufgaben allgemeine Formeln ersinnen und unbedingt anwenden.

§. 434. Normaler Nachhaurückstand im Besamungswalde.

Wo verjüngende Besamungschläge Statt finden, wird der ausgehaltene Schlagbestand mit einigem Zuwachsgewinne allmählich nachgehauen. Diesen Nachhaubestand, welcher sich stets hinter der vorausgehenden Anhiebslinie befindet, nennen wir Nachhaurückstand. Dessen Betrag kommt bei der Waldschätzung dreifach zur Frage, einmal wegen Bestimmung der wirklichen Nachhauerträge, zweitens wegen Einrichtung der normalen Angriffslinie und drittens wegen Ermittelung des normalen Massenvorraths und Ertrags.

1) **Nachhauerträge von den Besamungschlägen:** Der volle Ertrag vom Nachhaurückstande eines Musterbestandes nach erfolgter Schlaghauung ist abhängig von der **Holzhaltigkeit** B und dem **Jahreszuwachse** z in dem **vollen Schlagbestande**, dann von der **Nachhauzeit** n und von dem **Nachhaubetrieb** in dieser Zeit. B und z werden an Ort und Stelle geschätzt. Der Nachhaubetrieb wird nach Maßgabe der Forstverhältnisse bestimmt, und zwar so, daß die Nachhauungen während der Nachhauzeit, wie gewöhnlich, in gleichen Zwischenräumen und gleichen Theilen erfolgen. Der fragliche **Nachhautheil** läßt sich folgendermaßen berechnen.

Fänden z. B. in einem Buchenwalde drei solche Nachhauungen Statt, so wäre der sämmtliche Zuwachs:

in der ersten Zwischenzeit an $B = \frac{1}{3}n \times z$,
in der zweiten Zwischenzeit an $\frac{2}{3}B = \frac{1}{3}n \times \frac{2}{3}z$,
in der dritten Zwischenzeit an $\frac{1}{3}B = \frac{1}{3}n \times \frac{1}{3}z$.

Es betrüge mithin die ganze Nachhaumasse: $B + \frac{1}{3}n \times 2z$,

$$= B + \tfrac{2}{3}nz,$$

und davon jeder Nachhautheil: $\frac{B + \frac{2}{3}nz}{3}$,

$$= \tfrac{1}{3}B + \tfrac{2}{9}nz.$$

Ließe man nun in einem Schlage auf dem Morgen etwa 1500 Kfß. Bestand mit 30 Kfß. Zuwachs stehen und dauerte die Nachhauzeit 15 Jahre: so gewährte ein jeder der drei Nachhautheile

$\frac{1}{3}B$ = 500 Kfß. von dem anfänglichen Schlagbestande,
$\frac{2}{9}nz$ = 100 Kfß. von dem Zuwachse,
600 Kfß. zusammen.

Der gesammte Schlagbestands-Zuwachs ist $\frac{2}{3}nz$ = 300 Kfß.

Zum Behuf der besondern Ertragsabschätzung können die eben erforderlichen Schlagbestände, Nachhauzeiten und Nachhautheile voraus bestimmt und der Lokalertrags-Tafel in geeigneten Abstufungen unmittelbar angefügt werden *).

*) Ist der Schlagbestands-Zuwachs von Anfang jährlich z und während der ganzen Nachhauzeit (n) zusammen $\frac{2}{3}nz$; beträgt z von

2) **Einrichtung der normalen Angriffslinie im Besamungswalde:** Betrüge die jährliche Schlagfläche S Morgen, so müßten in dem ganzen Waldverbande eigentlich zu jeder Zeit nS Morgen mit Samen= und Schirmbäumen bestanden sein, und zwar bei dem oben vorausgesetzten Nachhaubetrieb dermaßen, daß der einjährige Schlag (B + z) S, der n jährige aber eben noch ($\frac{1}{3}$ B + $\frac{2}{3}$ nz) S enthielt. Die Bestände aller dazwischen befindlichen Schläge dürften füglich als Zwischenglieder einer arithmetischen Reihe angenommen werden. Die Summe des normalen Nachhaurückstandes betrüge also (n. §. 87. 4.):

$$[(B+z)S+(\tfrac{1}{3}B+\tfrac{2}{3}nz)S]\times\frac{n}{2}=(B+z+\tfrac{1}{3}B+\tfrac{2}{3}nz)\times\frac{n}{2}S.$$

Man brauchte also nur die Summe der Holzhaltigkeit und des Jahreszuwachses im vollen Schlagbestande und noch eines Nachhautheiles mit der halben Nachhaufläche zu multiplizieren. Bezeichnen wir den Nachhautheil mit N, so ist die allgemeine Formel

$$(B + z + N) \times \frac{n}{2} S.$$

Andere Nachhaubetriebe bedingen auch andere Sätze, die indeß auf gleiche Weise zu entwickeln sind. So ergeben sich folgende allgemeinen Werthe für die Nachhautheile N

bei 2 gleichen Nachhauungen: $\frac{1}{2}$ B + $\frac{3}{8}$ nz;
» 3 » » » $\frac{1}{3}$ B + $\frac{2}{9}$ nz;
» 4 » » » $\frac{1}{4}$ B + $\frac{5}{3[illegible]}$ nz;
» 5 » » » $\frac{1}{5}$ B + $\frac{3}{25}$ nz.

Hätte ein Buchenwald=Verband 800 Mg. Flächengehalt mit einer 100jährigen Umtriebszeit, wäre also S = 8 Mg., zudem B = 1500 Kfß., z = 30 Kfß., n = 15 Jahre und erfolgte

---

dem Vorbestands=Zuwachse Z einen gewissen Theil, etwa 0,6: so ist $\frac{2}{3}$ nz = ($\frac{2}{3}$ × $\frac{6}{10}$) n × Z, oder der gesammte Schlagbestands=Zuwachs stellt sich dem Vorbestands=Zuwachse von $\frac{4}{10}$ = $\frac{2}{5}$ der Nachhauzeit gleich. Hiernach könnte man den vom Schlagbestande noch erfolgenden Zuwachs auch gleich als Vorbestands=Zuwachs mit veranschlagen; ein bedeutender Gewinn für die Fachwerksabschätzung.

die Nachhauung auf 3 Mal: so enthielte dessen normale Nachhaufläche nS = 120 Mg. und dessen normale Nachhaumasse

$$(B + z + N) \times \frac{n}{2} S = (1530 + 600) \times 60 = 127800 \text{ Kfß.}$$

Eine Vergleichung dieser normalen Nachhaufläche und Nachhaumasse mit dem wirklichen Befunde hinter der Anhiebslinie würde nun ergeben, wiefern der Nachhaurückstand etwa berichtigt werden müßte, entweder durch einstweiliges Einstellen der Besamungschläge mit stärkerm Betrieb der Nachhauungen, oder durch angemessenes Vorrücken des Anhiebs. Dieser gar wichtige Gegenstand der Forstbetriebs-Regelung wurde bis jetzt noch sehr wenig beachtet. Man richtete Besamungswälder ein und fragte nicht nach dem Besamungstande.

3) Normaler Vorrath und Ertrag im Besamungswalde: Um für einen Besamungswald den normalen Massenvorrath zu bestimmen, muß dem klassenweise ermittelten Massenvorrathe Mv (§. 424. 2.) die normale Nachhaumasse $(B + z + N) \times \frac{n}{2} S$ noch zugerechnet werden. Diese ist als zufälliger Bestandtheil der jüngsten Altersklasse anzusehen.

Die aus den Altersklassen ermittelten jährlichen Massenerträge M, oder M + Sa (§. 424. 4. 6.) ergänzt man zu gleichem Behuf durch den gesammten Schlagbestands-Zuwachs; in obigem Beispiele durch $\frac{2}{3}$ nz.

Für die Umtriebszeit A ist also:

a) der ständige Massenvorrath pr. Morgen (§. 424. 3.)

$$\frac{Mv + (B + z + N) \times \frac{n}{2} S}{A};$$

b) der jährliche Hauptertrag pr. Mg. (§. 424. 5.)

$$\frac{M + \frac{2}{3} nz}{A};$$

c) der jährliche Gesammtertrag pr. Mg. (§. 424. 7.)

$$\frac{M + Sa + \frac{2}{3} nz}{A}.$$

§. 435. Regeln zur Einhaltung der normalen Angriffslinie im Besamungswalde.

Es ist gar nicht leicht, in einem Besamungswalde den Anhieb mit Benutzung aller zufälligen Umstände zu leiten und dabei die normale Angriffslinie gehörig einzuhalten. Diejenigen, welche meinen, man brauche die jährliche Verjüngungsfläche S nur von Jahr zu Jahr in Besamungschlag zu stellen, irren nicht minder, als Diejenigen, welche die Flächenfortschritte gar nicht berücksichtigen und sich beim bloßen Massenangriff nur nach einem normalen Anhiebsbestande richten wollen. Der gute Forstwirth sucht sich hier stets in geregelten Verjüngungsgrenzen zu bewegen. Diese bestimmt man nach der Ruhezeit r von einer Besamung zur andern, nach der erforderlichen Vorbereitungszeit v und der Nachhauzeit n. Alle drei Zeitmaße sind zwar örtlich; sie stehen aber unter sich in übereinstimmigem Verhältnisse. Denn was die Fruchtbarkeit und Bodenempfänglichkeit fördert, begünstigt auch den Anwuchs und kürzt somit die Nachhauzeit. Hält man die, wenn auch nur mittels des Betriebsplanes gegebene, von Jahr zu Jahr als Richtschnur fortschreitend gedachte, normale Angriffslinie der Besamungschläge nicht zeitig ein, so wird bald zu viel, bald zu wenig besamt und die Ertragsentnehmung kommt in Verlegenheiten. Schreiten die Vorbereitungen nicht verhältnißmäßig vor, so sind die Besamungen unwirksam, oder sie breiten sich hülflos und störend aus u. s. w. Jede eintretende Besamung sollte rS empfängliche Schlagfläche vorfinden, und diese müßte stets v Jahre früher zur Vorbereitung gezogen worden sein.

Die Besamschlaghauung geht der Besamung voraus; sie dürfte aber in der Regel nicht über $\frac{1}{2}$rS von der normalen Angriffslinie weichen und müßte dabei so geleitet werden, daß sich bei eintretendem Sämenjahre wo möglich $\frac{1}{2}$rS hinter und $\frac{1}{2}$rS vor derselben besamen könnte, man also diese Richtlinie ziemlich in der Mitte seiner Besamung hätte. Nach weiterm Verlauf von $\frac{1}{2}$r Jahren erreichte die normale Angriffslinie wieder den indeß nicht fortgesetzten Anhieb, und nun wäre während der

nächsten $\frac{1}{2}$r Jahre abermals rS Fläche zu schlagen u. s. w. Die eigentlichen Schlaghauungen fielen somit am geeignetsten in die zweite Hälfte der Ruhezeit.

Die Vorbereitungshiebe dürften höchstens v + $\frac{1}{2}$r Jahre mit (v + $\frac{1}{2}$r) S Fläche vor der normalen Angriffslinie vorausgehen, im Fall v nicht kleiner ist als r, so daß die Schlaghauung in ihrem größten Vorausschreiten einen hinlänglich vorbereiteten Zustand findet. Man erweitert sie am geeignetsten kurz nach der Besamung.

Die ersten Nachhauungen gehören der zweiten Hälfte der Ruhezeit mehr an, wofern nicht der eben erfolgte Anwuchs einer alsbaldigen Lüftung bedarf; die weitern Nachhauungen in hinlänglich befestigtem Anwuchse werden beian betrieben und dienen nebst den Durchforstungen zur einstweiligen Übertragung der in Folge ausbleibender Besamung eben ruhenden Hiebsarten. Zur normalen Nachhauzeit n könnte füglich die zwei- bis dreifache Ruhezeit 2r bis 3r angenommen werden. Bei gleich gutem Gedeihen des Anwuchses ist die längere Nachhauzeit entschieden vortheilhafter, als die kürzere. Sie ist naturgemäßer, sichert mehr vor Widerwärtigkeiten aller Art, gewährt der Gegenwart mehr Zuwachs und werthvolleres Starkholz, wenn auch auf Kosten der spätern Zukunft, und bietet mehr Rückhalt in Verlegenheiten, die ein Mangel an gedeihlicher Besamung herbeiführt. Die rasche Räumung dient dagegen nur zum eitlen Ruhme beklagenswerther Umsichtslosigkeit.

§. 436. Anwendung des Waldwerth-Nutzungs-Prozents, dem Bestandswerth-Zunahme-Prozente gegenüber.

Vor Allem müssen wir hier auf den leicht zu übersehenden Unterschied aufmerksam machen zwischen dem Werthzunahme-Prozente vom einzelnen Holzbestande (§. 414.) und dem Werthnutzungs-Prozente vom ganzen Waldverbande (§. 423.). Das Bestandswerth-Zunahme-Prozent dient uns bekanntlich zur Bestimmung des werthvollesten Schlagbarkeitsalters eines jeden Holzbestandes an sich, daneben

zur Beurtheilung der vortheilhafteren Abkömmlichkeit eines oder des Andern Bestandes derselben Waldung. Das Waldwerth-Nutzungs-Prozent wird dagegen bei Regelung des allgemeinen Umtriebsalters ganzer Waldbetriebs-Verbände mit gebraucht. Wir betrachteten dasselbe bis daher nur in seinen rohen Verhältnissen, entnommen von dem Werthe der Waldmassen, ohne alle wirthschaftlichen Beziehungen. Bei der Umtriebsfrage in Bezug auf das Einkommen muß man es aber ganz rein von allem weitern Erzeugungs-Aufwande darstellen. Dies geschieht am kürzesten, wenn man ohne Weiteres die Waldnutzungskosten nebst der Bodenrente in Geld anschlägt, den jährlichen Betrag davon gleich als Theil der gegebenen Roheinnahme auswirft und diesen Antheil unmittelbar von dem rohen Waldwerth-Nutzungs-Prozente abzieht. Ertrüge z. B. eine Waldung 10000 und erforderte die Erzeugung an gleichzeitigem Kostenaufwande 2000, also $\frac{1}{5}$ von der ganzen Roheinnahme; stellte sich zudem das rohe Werthnutzungs-Prozent der Waldmasse auf 4: so rechnete man auch hiervon, wegen jener abfallenden Erzeugungskosten, nur das $\frac{1}{5}$ ab und behielt $4 - 4 \times \frac{1}{5} = 3\frac{1}{5}$ pCt. als reine Werthnutzung.

Wollte man die Umtriebszeit nach dem Waldwerth-Nutzungs-Prozente allein bestimmen, so entsteht die wichtige Gegenfrage: Soll und muß nicht vielmehr das Werthzunahme-Prozent des je ältesten, als schlagbar zu erachtenden Bestandes über das Umtriebsalter entscheiden? Wir wollen diese Frage nach unsern obigen Waldertrags-Darstellungen I und II näher erörtern und dabei voraussetzen: der Eigenthümer verlange einen 4prozentigen Rohertrag von dem Werthe seines stehenden Holzvorrathes. Diese 4prozentige Waldwerthnutzung an Gesammtertrag (§. 431. 2.) böte der Lärchenwald im 75. und der Buchenwald im 91. Jahre. Ein solches Umtriebsalter würde also jene Anforderung im Ganzen wohl erfüllen, könnte aber keineswegs die höchste Kapitalnutzung gewähren, indem die zum Abtrieb gelangenden Jahresschläge, nach der Wertherwachs-Darstellung (§. 414. 420. 2.), ihr Bestandswerth-Zunahme-Prozent schon von dem 60. und

74. Jahre an unter 4 hinunter sinken ließen, und zwar der Lärchenwald bis zu 1½, der Buchenwald zu 3 pCt.

Somit befänden sich in dem Lärchenwalde 15, in dem Buchenwalde 17 Jahresschläge vom ältesten Bestande offenbar in überständigem Werthzunahme-Prozent. Dies verursachte aber im Ganzen, besonders bei den stark entstehenden Waldungen, einen gar bedeutenden, von Jahr zu Jahr wiederkehrenden Zinsenverlust, welcher auf keine Weise anders gehoben werden könnte, als durch die Gleichstellung des Umtriebsalters mit dem Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, nämlich demjenigen Bestandsalter, dessen Werthzunahme das verlangte Prozent eben noch gewährt. Nehmen wir im vorliegenden Falle für den Lärchenwald das 60. und für den Buchenwald, hier nur einigermaßen nachgebend, das 80. Jahr an: so hebt sich dadurch die Werthnutzung im Ganzen von jenem auf 5,17 und von diesem auf 4,59 pCt. Das Waldwerth-Nutzungs-Prozent kann uns also weniger zur Bestimmung des einträglichsten Umtriebsalters dienen, als zur Beurtheilung des Prozentsatzes, auf den sich die angenommene Umtriebszeit im Ganzen stellt, so wie zur Bezeichnung der Grenze, über welche hinaus die Umtriebszeit ohne summarischen Zinsenverlust nicht steigen dürfte. Jedes kürzere Umtriebsalter, als das vom entsprechenden Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter bedingte, böte zwar höhere Prozente, minderte aber (n. §. 411. 1.) in der Wirklichkeit das Bestands-Kapital selbst und somit auch das Einkommen.

Hierin finden wir gar wichtige Gründe, die Umtriebsalter dem Zeitpunkte des wirthschaftlichen Werthzunahme-Prozentes vom Musterbestande so viel als möglich anzuschließen und dabei durch rasche Walderziehung die Nutzbarkeit der Hölzer einträglich zu fördern. Wir überzeugen uns daneben auch mehr und mehr, daß die schwach entstehenden, aber an Masse und Werth reicheren Waldgattungen, mit höhern Umtriebszeiten, sich für die Versorgungszwecke des Staates, der Gemeinden und Stiftungen, so wie für große Waldkörper besser eignen, daß dagegen die stark entstehenden Waldgattungen mit höherem Zinsenabwurf besonders für kleinere Privatbesitzungen weit zweckmäßiger und einträglicher

sind. Der stark entstehende, aber an Bestands-Kapital arme Niederwald macht hiervon öfter eine Ausnahme, obschon er an sich die höchsten Rohnutzungs-Prozente bietet; denn sein minder werthvoller Ertrag wird von der Bodenrente und den Waldnutzungskosten meist wieder erschöpft. Daher ist diese Waldgattung im Ganzen wohl eher ein Behelf für den Unbemittelten, der nicht vermag, zinstragendes Kapital im Hochwald anzulegen. Indessen finden vielfältig Ausnahmen Statt, welche auch diese Waldgattung einträglicher, oder doch nutzbarer machen, wie die Lohnutzung, der Zwischenfruchtbau u. A. m.

§. 437. Normale Umtriebszeit.

1) Wie wir eben gesehen, sollte das Umtriebsalter eines im Normalzustande befindlichen Wirthschaftswaldes in der Regel nicht unter dem Bestandsalter stehen, in welchem das Werthzunahme-Prozent des eben schlagbaren Bestandes von dem erforderlichen Zinsfuße abfällt; aber wo möglich auch nicht über dem Umtriebsalter mit gleichem Werthnutzungs-Prozente vom ganzen Waldverbande (§. 431.). Zwischen diesen beiden Grenzen, nämlich dem Verzinsungs-Schlagbarkeits- und äußersten Umtriebs-Alter, machen sich folgende Bedingungen mehr oder minder geltend: Erziehung eines größern, werthvollern Holzertrags zu allgemeinen Versorgungszwecken; besondere Verbindlichkeiten, Anforderungen und Bedürfnisse; Gefahren der Holzvorräthe durch Entwendung und Unglücksfälle; sichere und leichte Wiederverjüngung mit Erhaltung eines kräftigen Bodenzustandes u. A. m. Dabei kommen noch manche Nebenzwecke und Nebennutzungen mit zur Frage. Sind letztere von erheblichem Werthe, z. B. Lohe, Harz, Streu, Weide, Fruchtbau: so können sie das Umtriebsalter ebensowohl wesentlich mit bedingen. Ja es können auch noch andere Verhältnisse obwalten, welche selbst außerhalb obiger Grenzen entweder einen größern Massen- und Werthertrag nachhaltig fordern, oder einen kleinern nur in Anspruch nehmen. Nach allen diesen maßgebenden Umständen bestimmt man das wirthschaftliche Schlagbarkeitsalter und weiter die normale Umtriebszeit.

2) Bei den allgemeinen Darstellungen der Erwachs- und Ertrags-Verhältnisse mußten wir der Kürze wegen voraussetzen, daß in jedem Waldverbande nicht nur eine gleiche Ertragsgüte, sondern auch ein durchgängig gleiches Schlagbarkeitsalter Statt finde. In der Wirklichkeit ist dies aber keinesweges der Fall. Die Güteverschiedenheit der mit einander verbundenen Forstorte bedingt in einer und derselben Waldung hier ein früheres, dort ein späteres Alter der höchsten Nutzbarkeit und Einträglichkeit und daher zur normalen Umtriebszeit die geometrische Durchschnittszahl aller örtlichen Schlagbarkeitsalter.

Wäre z. B. ein Waldbetriebsverband von 2000 Mg. mit folgenden Standort-Verschiedenheiten gegeben:

a) 210 Mg. zu 70jährigem Schlagbarkeitsalter,
b) 480 » » 80 » » »
c) 680 » » 85 » » »
d) 630 » » 90 » » »

berechnete sich somit die jährliche Abtriebsfläche von

a) 210 : 70 = 3 Mg.,
b) 480 : 80 = 6 »
c) 680 : 85 = 8 »
d) 630 : 90 = 7 »
im Ganzen auf 24 Mg.:

so wäre das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter oder die normale Umtriebszeit

$$\frac{2000}{24} = 83\tfrac{1}{3} \text{ Jahr.}$$

Schlüge man nun, der Theorie nach, alle Jahre in einer jeden Gütenabtheilung ganz für sich nach dem örtlichen Schlagbarkeitsalter: so wären zu Ende des ersten $83\frac{1}{3}$jährigen Umtriebs von a) $83\frac{1}{3} - 70 = 13\frac{1}{3}$ Schläge, und von b) $83\frac{1}{3} - 80 = 3\frac{1}{3}$ Schläge auf's neue genommen; dagegen aber von c) $85 - 83\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ Schläge und von d) $90 - 83\frac{1}{3} = 6\frac{2}{3}$ Schläge noch rückständig für den zweiten Umtrieb.

3) Hieraus wird klar, daß die Umtriebszeit nur ausnahmsweise einen Flächenraum umfassen kann, der während ihrer Dauer in allen seinen Theilen mit ganz gleichem Umlauf abgetrieben und wieder verjüngt würde. Ihre Bestimmung ist vielmehr, als durchschnittliches Schlagbarkeitsalter und gemeinschaftlicher Theiler des Waldverbandes, einen nachhaltigen Angriff zu sichern. In obigem Beispiele ergäbe die Theilung der ganzen Waldfläche durch die normale Umtriebszeit

$$\frac{2000}{83\frac{1}{3}} = 24 \text{ Mg.}$$

zur jährlichen Abtriebsfläche. Dazu würden wir jedem der vier ersten Jahrzwanzigte 24 × 20 = 480 Mg., dem 5. aber die übrigen 80 Mg. vom ersten und noch 400 Mg. vom zweiten Umtrieb zutheilen u. s. w., ohne diesen Abtriebs-Divisor als solchen weiter zu berücksichtigen.

4) Man zwängte die Forstbewirthschaftung mit den aus großen Periodenzahlen willkürlich zusammengesetzten Umtriebszeiten in ganz unnöthig beschwerliche und nicht selten sehr nachtheilige Fachwerke. So lange 30jährige Perioden üblich waren, herrschten 150-, 120- und 90jährige Umtriebszeiten; nachher führten die 20jährigen Perioden zu 120, 100 und 80. Alles wurde und wird noch jetzt über solche Periodenleisten geschlagen. Wer kann aber beweisen, daß es außer jenen Umtriebsaltern von 30 × n und 20 × n keine zweckmäßigern giebt? Dieser Umtriebszwang wurde auch auf verschiedene, neben einander bestehende Waldgattungen ausgedehnt; man verband z. B. 120jährigen Buchenwald mit 90jährigem Nadelwald und 30jährigem Ausschlagwald; und noch dürfte es als Räthsel gelten, die Umtriebszeiten 110, 75 und 24 zusammen einzurichten. Diese Unbehülflichkeiten sind leicht zu vermeiden, wenn man für jeden Waldverband geeignete Betriebs-Perioden annimmt, einer jeden ihren Abtriebsantheil zuschreibt und, wie schon gesagt, die Umtriebszeiten daran hinlaufen läßt, ohne ein weiter gesuchtes Einhalten ihrer Wechsel mit einer oder der andern Periode.

5) Leicht begreiflich kann die normale Umtriebszeit, als das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter, nur für den vollkommenen

Waldzustand passen, der durch seine geregelte Altersabstufung auch im Stande ist, unausgesetzt die schlagbaren Bestände ebenmäßig zu bieten. Keineswegs läßt sich aber jener Begriff auf unregelmäßige Waldungen anwenden. Wie könnte man z. B. dem zur Umwandlung bestimmten Mittelwalde sogleich ein Hochwaldalter anpassen? Wird diesem eine solche Umtriebszeit beigelegt, so ist das bloß eine Maßregel für die Zukunft, zur Herstellung des normalen Altersklassen-Verhältnisses und zur nachhaltigen Eintheilung der vorhandenen Waldvorräthe. Ja es kann selbst im Normalzustande eines Waldes die Umtriebszeit alle Bedeutung verlieren, wie z. B. in einem Waldverbande, der wegen seiner ganz verschiedenartigen Ortsbeschaffenheit die unvereinbarsten Holzgattungen mit 40- bis 100jährigen Schlagbarkeitsaltern nahe bei einander in sich fassen muß. Wir werden uns der rationellen Forstbewirthschaftung viel mehr nähern, wenn von Umtriebszeit viel weniger die Rede ist.

§. 438. Waldreserven.

Beim Waldbetrieb sucht man gewisse Holzvorräthe in Rückhalt zu stellen für unvorhergesehene Wechselfälle. Der Waldeigenthümer kann wohl ein im Walde zu Rathe gehaltenes Kapital weiter und besser brauchen; strenge Winter, Brände, Krieg können das Holzbedürfniß ungewöhnlich steigern, oder es ist Mangel an starken Hölzern zu befürchten; Fehler der Ertragsabschätzung, so wie der Wirthschaftsführung können das Waldvermögen unversehens schwächen; die eben zum Abtrieb gezogenen Bestände können minder ergiebig ausfallen, oder Mangel an Besamung kann den Betrieb der Hauptbauung hemmen; man hat wohl auch guten Grund, auf ein allgemeines Steigen der Holzpreise oder Sinken des herrschenden Zinsfußes zu rechnen u. s. w. Zwar bieten alle Waldgattungen schon in ihren Massenvorräthen eine gewisse Nothhülfe; der Hochwald die meiste, der Niederwald die geringste; allein dies Stammkapital ist minder entbehrlich. Um nun nicht das Unentbehrliche dem Zufall anheim zu geben, legt der sorgsame Forstwirth ganz besondere Waldreserven an.

1) Als vorzügliche Mittel und Wege zur Bildung der erforderlichen Rückhaltmassen machen sich geltend:

a) Eigene Aushülfbestände von vollkommenerem Wuchse und einträglicherer Werthzunahme, vorzugsweise um Starkholz zu erziehen. Diese kann man während ihres Bestehens als selbständige, von jedem Wirthschaftsverbande ausgeschlossene Reserven behandeln.

b) Angemessene Erhöhung des Umtriebsalters, so daß im Nothfall einige Jahresschläge ohne Nachtheil des Ganzen zu Hülfe genommen werden können. Dies Mittel erscheint um so rathsamer, als Niemand im Stande ist, die einträglichste Umtriebszeit mit gänzlicher Gewißheit zu bestimmen, auch meist ein Steigen der Holzpreise und Sinken des Zinsfußes vorauszusehen ist.

c) Gemäßigte Schätzung des Waldvermögens und Ertragsatzes.

d) Geeigneter Überhalt werthvoller seltener Bäume, besonders an Waldrändern, Wegen u. s. w.

e) Größere Nachhaurückstände, selbst in den Mittelwaldungen.

f) Kluge Sparsamkeit durch mäßigern Angriff des Massenvorrathes, mindere Überfüllung der Verkaufsmaße, fleißige Nutzung der geringen unbeachteten Holzmassen, umsichtige Ausnutzung der werthvollern Hölzer, höhere Verwerthung jeder Sorte, sorgfältige Verhütung der vermeidlichen Nutzungsverluste und ganz hauptsächlich, durch Steuerung des Holzdiebstahls. Die Übung solcher Sparmittel hebt das Waldvermögen und bezeichnet den tüchtigen Forstwirth vor Allem, gedeiht aber selten auf dem gelockerten Boden der Forstgelehrsamkeit.

2) Bei Auswahl dieser Rückhaltmittel ist hauptsächlich zu berücksichtigen:

a) Die Größe der bestimmten Reserveanlage muß dem zu befürchtenden Nothfalle, oder zu erwartenden Vortheile angemessen sein; nicht minder muß die Art derselben dem Zwecke entsprechen.

b) Die Rückhaltmasse muß zu jeder Zeit leicht entnehmbar sein.

c) Die Walderziehung darf dadurch nicht gehemmt, oder gar gestört werden.

d) Der Zinsenverlust wegen zurückgestellter Nutzung muß sich in mäßigen Grenzen halten, damit das Opfer nicht größer ist, als der beabsichtigte Nutzen.

Die neuere Zeit hat durch Erfindung, Transporterleichterung und freiern Holzhandel der Waldreserven Dringlichkeit um Vieles gemindert und dem ganzen Waldbetrieb zu einem mehr gewerblichen Charakter verholfen; dennoch behält dieser Gegenstand stets eine wichtige Bedeutung in der Forsttaxation.

---

3. Ertragsabschätzung.

§. 439. Zwecke der Ertragsabschätzung.

Die Abschätzung der Massen- und Werthbeträge, welche man von einer Waldung für jetzt und künftig erwarten kann, dient entweder zur **Einrichtung des Forstbetriebs mit Regelung des nachhaltigen Ertrags**, oder zur weitern **Bestimmung des Werthes von ganzen Waldkörpern, einzelnen Waldstücken und besondern Nutzungen.** Beide Zwecke erfordern ganz gleiche Mittel, sowohl in der Erforschung des Waldvermögens, als in der Anordnung des Wirthschaftsbetriebs und in der Schätzung des Ertrags aller Orte und Zeiten. Denn auch zur bloßen Forsteinrichtung muß jedes nutzbare Erzeugniß des Waldes nach seiner Abkömmlichkeit beurtheilt, nach seinem Werthgehalte erwogen und nach dem Werthzunahme-Prozente erhoben und eingestellt werden in die Summe des höchsten Einkommens. Anders ist es gar nicht möglich, den Forstbetrieb nach den Bedingungen eines guten Forsthaushaltes einzurichten.

Man hat zwar den Wäldern bald nach der vorgefundenen Altersklassen-Ausdehnung, bald nach ihrem gesammten Massenvorrathe bestimmte Ertragsätze auferlegt, dabei das unerforschliche Leben, Wachsen und Gedeihen derselben hier in starre Formen landüblicher Umtriebszeiten und fester Periodenstallungen eingezwängt, dort nach trüglichen Ertragstafeln und Etatsformeln gleichsam gesetzlos verurtheilt. Doch ist dadurch im Ganzen kaum mehr geschehen, als daß den Forsten hier diese, dort jene naturwidrige Landesuniform angelegt wurde. Wer hieran zweifelt, der rechtfertige das Gegentheil. Wie läßt es sich aber entschuldigen, daß man noch in ganzen Ländern einerlei Umtriebszeit festhält, z. B. hier 80, dort 120, während es längst entschieden ist, daß nicht einmal in einem und demselben Forste das Schlagbarkeitsalter durchgängig gleich sein darf; und warum werden noch heute ausgedehnte Waldungen in großen Umtriebsvierteln künftigen Jahrhunderten vorgeschnitten und dadurch alle sinnigen Bestrebungen im bessern Baue der Wälder so handwerksmäßig gefesselt?

§. 440. Vorerörterungen zur Ertragsabschätzung.

Der Waldschätzer ermißt und untersucht zuvörderst alle, zum Behuf des eigentlichen Schätzungsgeschäftes erforderlichen Grundlagen und Forstverhältnisse. Dies geschieht hauptsächlich durch folgende Vorerörterungen:

1) Forstvermessung. Um des Waldes Ertragsvermögen sicher zu schätzen, muß zuvor dessen Flächenausdehnung fest begrenzt, dann gemessen, abgetheilt und kartirt sein.

2) Vorläufige Waldbesichtigung. Deren Zweck ist: des Waldes Standort- und Bestandsverhältnisse und äußern Beziehungen erst im Allgemeinen kennen zu lernen, dessen Behandlung und Benutzung vorläufig zu beurtheilen und wegen des Schätzungs-Verfahrens Maßregeln zu nehmen.

3) Bestimmung, ob und wiefern eine genaue Schätzung erforderlich ist; ob diese mehr ausführlich sein muß, oder durch ungefähre Aufnahmen ersetzt werden kann. Maß-

gebende Umstände sind hierbei hauptsächlich: einerseits die Zwecke und Mittel der Schätzung, andrerseits der Waldzustand.

4) Vorfragen, besonders an den Forstinhaber zu richten: nach Besitzstand, äußern Gerechtsamen, innern Dienstbarkeiten und sonstigen Belastungen; nach Absetzbarkeit, Maßen und Preisen, forstlicher Betriebsamkeit und Sicherheit der stehenden Holzvorräthe; nach den Eigenthümlichkeiten der natürlichen Lage, des Bodens und der Standortgüte, der Holzarten und Waldgattungen, wie sich dieselben in der Erfahrung ergaben; nach dem Waldzustande und der Altersabstufung, den seitherigen Betriebsweisen und Abtriebsaltern, den etwa nöthigen Umformungen oder Umwandlungen; welche Betriebsarten, Wirthschaftsverbände und Hiebsfolgen einzurichten, welche Holzgattungen, Sorten und sonstigen Nutzungen zu sondern sein würden?

5) Auswahl und Aufbereitung der etwaigen Probehauungen zur Untersuchung der Wachsthumsgänge, Gehaltsfaktoren u. A. m., so wie zur Aufnahme der erforderlichen Ertrags- und Nutzungsproben u. s. w. Meist können die eben in Arbeit begriffenen Hauungen hierzu dienen.

6) Aufstellung der letztern Forsterträge aus den Rechnungen; eine höchst wichtige Sammlung zur Beurtheilung des seitherigen Angriffs in Massen und Sorten, so wie der Einträglichkeit an Holz und Geld, der Preise und Löhne, des äußern Bedürfnisses und Verbrauchs.

§. 441. Allgemeine Vorschätzungen.

Nach jenen Vorerörterungen beginnt die Schätzung folgende allgemeinen Vorermittelungen:

1) Erprobung der Holzhaltigkeit von den vorkommenden Stämmen und gebräuchlichen Maßen, zur Vorausbestimmung der anzunehmenden Formzahlen und Klassen, Zuwachs- und Sortenverhältnisse mit Nutzungsverlusten; so auch zur Umrechnung der geschätzten Massen in Verkaufsmaße u. s. w.

2) Aufnahme der nachher als Richtgrößen dienenden Bestandsgüten. Diese Vorschätzung, welche von

jeder im Forste vorkommenden Bestandsform die eigenen Holzhaltigkeits- und Zuwachsgrößen aus dem Ganzen, meist durch angemessene Richtproben, wo möglich auch mit Zuziehung der wirklichen Hauungsergebnisse heraushebt und in Bestandsgüteklassen aufstellt, gewährt nicht nur einen gar sichern Maßstab zum besondern Einschätzen, forstmäßigen Stellen und Halten der vorhandenen Bestände, sondern giebt auch die erforliche Übung zum Gebrauche der Waldmassentafeln mit den sichersten Grundlagen zu den Lokalertragstafeln.

3) Vorläufige Bestimmung der im Ganzen vorkommenden Ortsgüteklassen, wenigstens der höchsten und niedrigsten, nach Maßgabe der Ortsbeschaffenheit, des Bodenzustandes und der erreichbaren Bestandeshöhe.

4) Aufstellung der Lokalertragstafeln für die vorhandenen Waldgattungen und Standortgüten, auf dem Grunde der allgemeinen Bestandesaufnahme und mit Gebrauch der Durchschnittsertrags- und Waldmassen-Tafeln.

§. 442. Besondere Einschätzungen.

Sind die allgemeinen Ermittelungen in den erforderlichen Übersichten gesammelt, so nimmt man von Ort zu Ort gehend die besondere Schätzung der Standorte, der Bestände und der etwaigen Nebennutzungen vor.

1) Standortschätzung. Diese begreift von jeder Abtheilung mit besonderer Örtlichkeit: die Beschreibung der Lage und des Bodens nebst eigentlicher Schätzung der Ortsgüte und besondern Ertragsfähigkeit in Bezug auf angemessene Holzart und Waldgattung.

2) Holzbestandesschätzung, oder vielmehr die geeignete Aufnahme aller Bestandesverhältnisse einer jeden Abtheilung, nämlich: Bezeichnung und Bestandesfläche nebst Lückenfläche; Form, Alter, Stammgröße, Stellung, Wachsthum und Güte des Bestandes; allgemeine Vorschläge zu dessen Behandlung und Benutzung. Hieran reihet man noch besondere Vorbemerkungen wegen des einstigen Ortbetriebs, hauptsächlich in Betracht der nutzbarsten Holz- und

Betriebsart mit dem örtlichen Schlagbarkeitsalter, der künftigen Alters- und Hiebsfolge, der Mittel zum Ausgleichen folgewidriger Alterabstufungen und Zwischenbestände, zum Herstellen sturmfester Hiebsanwände u. dgl. m.

Die Bestandsgüte ist eigentlich von allen vorkommenden Altersklassen einzuschätzen, nur mehr oder minder genau, je älter oder jünger das Holz ist und je früher oder später der Abtrieb eintritt. In der Regel schätzt man die örtliche Massenhaltigkeit mit ihrem Zuwachse bloß nach den mittels der Vorschätzung im Ganzen gefundenen und in Massengehaltsklassen abgetheilten Bestandsgüten (§. 441. 2.) und den allgemeinen Waldmassen-Tafeln mit erwägender Vergleichung der paßlichen Richtproben und vorfindlichen Gehaltsfaktoren. Reichen diese Mittel eben nicht zu, so nimmt man noch besondere Nachproben; und wo die Ungleichmäßigkeit des Bestandes unübersehbar ist, oder werthvolles Starkholz zerstreut vorkommt, bedient man sich der stammweisen Auszählung.

3) Nebenschätzung. Diese umfaßt nicht nur jede, sowohl an einem bestimmten Orte, als auch von mehren Forstorten zusammen aufbringbare Nutzung an Nebenerzeugnissen, sondern auch jede, etwa thuliche, anderartige Benutzung des Waldbodens.

§. 443. Musterung der eingeschätzten Orts- und Bestandsgüten.

Die Schätzungsergebnisse aller Ortsgüten, Massengehalte und Zuwachsbeträge sind je unter sich vergleichend zu berichtigen, ehe sie weiter verwendet werden dürfen; denn bei der von Ort zu Ort fortschreitenden Einschätzung verliert nicht selten das Auge sein Maß und das Urtheil seine Schärfe. In einer geeigneten Übersicht, worin alles Gleichgeschätzte unter den angenommenen Güteklassen und hinter den Ortbezeichnungen zusammengestellt ist, giebt sich dem von Reihe zu Reihe musternden Blicke fast jede, nur irgend erhebliche Ungleichheit von selbst zu erkennen. Hat man mit Zuziehung des ortskundigen Forstinhabers alle Reihen auf- und abwärts prüfend durchgangen und aus jeder

das Größere, oder Kleinere geschieden und der angemessenern Klasse überwiesen; hat man sich dann noch mit Hülfe der frischen Rückerinnerung die gefundenen Gütegrößen von der höchsten zur niedrigsten und wieder von der niedrigsten zur höchsten in Gedanken nochmals aus der Gesammtheit ausgehoben, mit deren Einreihung verglichen und die etwa gebliebenen Zweifel an Ort und Stelle durch Nachschätzung erledigt: so kann man sich auf die Verhältnißmäßigkeit der Gütenaufstellung aller Orte und Bestände sicher verlassen. Diese vergleichende Musterung berichtigt die genaueste, wie die ungefähre, selbst die mangelhafte Schätzung ganz ausnehmend; sie ist ein vortreffliches Mittel, die eingewohnte Bestandskenntniß und das treffende Augenmaß der Forstdienerschaft für die Taxation nach Möglichkeit zu nützen.

§. 444. Berechnung des vorgefundenen Stammvermögens.

Die vollendete Musterung der Orts- und Bestandsgüten dient nun hiernächst als Mittel zur sichern Berechnung des gesammten Grundwerthes, wirklichen und normalen Massenvorrathes und Massenzuwachses, indem man die Flächensumme einer jeden Güteklasse auswirft und mit der ihr angehörigen Gütezahl multiplizirt, dann die Beträge addirt.

1) Gefundener Grundwerth (§. 380.). Von den nach Zehnteln, oder Hunderteln abgestuften Ortsgüten, z. B. 0,a — 0,b — 0,c . . ., wirft man nun noch die Flächensummen D, E, F . . . aus und multiplizirt eine jede mit ihrer Gütezahl. Diese Grundwerthzahlen aller Ortsgüteabtheilungen zusammen 0,aD +. 0,bE + 0,cF . . . geben den gesammten Grundwerth, oder die Anzahl von Vollwerthmorgen. Wird diese wieder mit der ganzen Flächensumme S dividirt: so ergiebt sich die durchschnittliche Ortsgüte vom Ganzen, $\frac{0{,}aD + 0.bE + 0{,}cF\ .\ .\ .}{S}$ jene Zahl, an welche sich so manche Ertrags- und Werthüberschläge knüpfen lassen.

2) Gefundener Massenvorrath (§. 382.). Die Massenhaltigkeit der Bestände g — h — i . . . stuft man zu 100 oder

200 Kfß. ab. Das Produkt der Fläche K — L — M . . . einer jeden dieser Abtheilungen mit ihrer Massenhaltigkeit giebt nun den Massengehalt derselben, und die Massenbeträge aller Stufen zusammen geben den gesammten Massenvorrath gK + hL + iM . . . Dividirt man diesen mit der ganzen Flächensumme S, so geht der wirkliche Durchschnitts-Massenvorrath $\frac{gK + hL + iM \ldots}{S}$ pr. Morgen hervor. Diese Einordnung der Massenhaltigkeitszahlen unter abgerundete Gehaltsklassen gewährt zugleich den nicht unerheblichen Rechnungsvortheil, daß dadurch die unmittelbaren Ertragsfaktoren bedeutend abgekürzt werden.

3) Gefundener Massenzuwachs (§. 383.). Die zu 1 oder 2 Kfß. abgestuften Zuwachsgrößen n — o — p . . . lassen sich auf gleiche Weise nach der, einer jeden Abtheilung zukommenden Fläche Q, R, T . . . berechnen und zum gesammten Massenzuwachs aufsummiren, aus welchem sich wieder der wirkliche Durchschnitts-Massenzuwachs pr. Morgen $\frac{nQ + oR + pT \ldots}{S}$ ergiebt. Das wirkliche Massenzuwachs-Prozent ist danach leicht auszuwerfen.

4) Der normale Massenvorrath im vollkommenen Waldzustande ergiebt sich am kürzesten durch das Produkt der gefundenen Vollwerth-Morgenzahl 0,aD + 0,bE + 0,cF . . . mit dem aus der Lokalertragstafel (n. §. 424. 2. 3.) zu entziffernden normalen Massenvorrathe vom Morgen $\left(\frac{Mv}{A}\right)$ der ausgesucht besten Ertragsgüte. Man könnte denselben auch nach den besondern Flächen der eben vorkommenden Standortklassen theilweise berechnen. Theilt man den normalen Massenvorrath vom Ganzen durch die wirkliche Flächensumme, so ergiebt sich der normale Durchschnitts-Massenvorrath vom Morgen.

5) Den normalen Massenzuwachs findet man zusammen in dem Produkte der Vollwerth-Morgenzahl mit der Durchschnittsmehrung $\left(\frac{M}{A}\right)$, oder mit dem Durchschnittszuwachse

$\left(\frac{M + Sa}{A}\right)$ von der ausgesucht besten Ertragsklasse (§. 424. 5. 7.). Die Theilung desselben mittels der wirklichen Flächensumme ergiebt den normalen Durchschnitts-Massenerwachs vom Morgen. Wo die Lokalertragstafel nicht bis zur höchsten Ertragsklasse hinaufreicht, läßt sich die höchste Ertragsgüte leicht nachberechnen. Wären z. B., wie oben, nur 0,8 aufgestellt, so würden jeder Zahl noch $\frac{2}{8}$ zugesetzt. Zu §. 422. I betrüge der höchste Durchschnittserwachs pr. Mg. im 50jährigen Umtrieb 75 und 100 Kfß. Übrigens könnte man auch den normalen Massenzuwachs theilweise berechnen, nach der Flächenausdehnung jeder Standortklasse, wie den normalen Massenvorrath. Nach beiden wird noch das normale Massenzuwachs-Prozent ausgeworfen.

6) Zu allen diesen Massengrößen berechnet man in der Regel noch die summarischen Werthbeträge von den verschiedenen Holzgattungen und Altersklassen nach geeigneten Durchschnittspreisen, nämlich: den Werthvorrath im Ganzen und pr. Morgen, die gesammte Werthzunahme mit dem Werthzunahme-Prozente.

§. 445. Allgemeine Betriebsanordnungen.

Auf dem Grunde der gesammelten nähern Kenntniß von den äußern und innern Forstverhältnissen, so wie von dem gesammten Betrage des wirklich vorhandenen und des annehmbar normalen Massenvorrathes und Zuwachses, nebst den fraglichen Werthen, schreitet der Schätzer nun weiter zu den allgemeinen Betriebsanordnungen. Denn die Art und Weise, durch welche der Waldung eine gewisse höchste Nutzbarkeit verschafft und abgewonnen werden kann, ist durchaus erst festzustellen, bevor man über die Massen- und Wertherträge ein bestimmtes Urtheil fällen darf. Diese Anordnungen können aber in der Regel jetzt nur noch bedingt getroffen werden, indem die periodische Ertragsberechnung und vergleichende Zusammenstellung erst über ihre Haltbarkeit entscheiden müssen.

1) Vor Allem trifft man Bestimmungen über die künftigen Waldbetriebsarten und die zu sondernden Betriebsverbände, über die zu erzielende Bestandesordnung und die erforderliche Betriebsführung, jedoch vor der Hand bloß nach allgemein forstwirthschaftlichen Grundsätzen. Sicherer läßt sich jetzt schon die Zeiteintheilung anordnen, mit folgenden Zeitmaßen.

2) Die normale Umtriebszeit oder das durchschnittliche Schlagbarkeitsalter (§. 437.).

3) Das örtliche Schlagbarkeitsalter, in welchem jeder normale Waldbestand seiner Ortsverhältnisse gemäß einen gewissen höchsten Ertrag abwirft, und zwar:

a) in dem Massen-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Durchschnitts-Massenertrag (§. 416. 2. c.);

b) in dem Werth-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Durchschnitts-Werthertrag (§. 419. 2.);

c) in dem Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, den höchsten Zinsengewinn (§. 420. 2.).

4) Das Abtriebsalter, oder dasjenige Haubarkeitsalter, in welchem ein vorgefundener Waldbestand, nach Maßgabe der vorwaltenden Bestandsverhältnisse, bald zur Herstellung einer geregelten Bestandsfolge, bald wegen eines besondern Wohlgerathens oder Übelbefindens, bald wegen Überfluß oder Mangel an schlagbaren Beständen u. s. w. wirklich zum Abtrieb gezogen werden muß, früher oder später, als das örtliche Schlagbarkeitsalter es bedingt*).

5) Der Einrichtungs-Zeitraum erstreckt sich bis zur erzielten Herstellung eines ziemlich normalen Altersklassen-Verhältnisses, von welchem Zeitpunkte erst die normale Umtriebszeit in Wirkung tritt. Diesen Zeitraum muß der aufzustellende Betriebsplan durchaus umfassen.

*) Haubarkeit bezeichnet bloß im Allgemeinen den Zeitpunkt, wenn ein Baum, oder Bestand für die Walderziehung am abkömmlichsten, für die Nutzung am ergiebigsten und nach den zufälligen Umständen am verwerthbarsten ist. Schlagbarkeits-, Umtriebs- und Abtriebsalter verbinden daher mehr untergeordnete, aber schärfer bestimmende Begriffe von Haubarkeitsalter.

6) Der Abschätzungs-Zeitraum, so weit man die Massen- und Wertherträge nach Maßgabe des vorgefundenen Waldstandes und der äußern Nutzungsverhältnisse näher bestimmt.

7) Betriebs-Perioden. Diese bekommt jeder Betriebsverband ganz für sich; ihre Größe wird gewöhnlich auf 5, 10 oder 20 Jahre gesetzt, so daß die Umtriebszeit deren 3 bis 5 (etwas mehr oder weniger) beiläufig umfaßt. Erleichternd ist es, besonders für die Ertragszusammenstellung, wenn die Betriebs-Perioden der verschiedenen Betriebsverbände eines Forstes in einander aufgehen.

8) Die Etats- oder Finanz-Perioden beziehen sich bloß auf das Einkommen und dessen Verwendung; man sollte sie mit dem Forstbetrieb nie vermischen. Mittels einer ganz leichten Rechnung können die ihnen aus den Betriebs-Perioden zukommenden Beträge ausgeworfen und etatisirt werden.

9) Zudem ist noch eine geregelte Ortabtheilung unerläßlich, die nicht nur jeder Betriebseinrichtung und Nachberichtigung, sondern auch dem Betriebe aller Zeiten zum festen Rahmen dient, in welchem der Waldstand nach und nach gleichsam von selbst geordnet, die Hiebe folgerecht und sicher geleitet und die Größen aller Nutzungsflächen leicht abgegriffen werden können. Es ist bedauerlich, daß dies Fachwerk, ohne welches ein geregelter Betrieb nie bestehen kann, noch so wenig beachtet wurde. Die kostbarsten Vermessungen sind darüber unbrauchbar geworden.

§. 446. Aufstellung des Betriebsplanes.

Wollte man bei den gar sehr verschiedenen, oft ganz unregelmäßigen Waldzuständen und bei den noch weit verschiedenern, oft ganz irrigen Wirthschaftsmeinungen den Forstbetrieb einer Ertragsabschätzung ohne alle nähere Andeutung von Ort und Zeit, von Maß und Ziel der Ertrags-Erzeugung und Entnehmung unterwerfen: so wäre das ein unverantwortlicher Fehlgriff. Jede Waldbehandlungsweise versetzt das Waldvermögen in ganz eigene Wuchsverhältnisse und hat somit auch einen eigenen Ertrag zur Folge. Jede Ertragsabschätzung muß daher auch eine gewisse Art und Weise der Behandlung voraussetzen, einen

Betriebsplan unterstellen, wenn ihre Ergebnisse sichern Grund fassen und guten Glauben finden sollen. Keine Abschätzungs-Methode kann und darf sich hiervon freisprechen, und jeder Taxator ist es sich selbst schuldig, genügend darzulegen, auf welche vorausgesetzten Mittel und Wege sein Schätzungsergebniß gegründet ist.

Ein solcher Betriebsplan braucht keinesweges umständlich und streng bindend zu sein, sich auch als solcher nicht eben mit Ertragsgrößen zu befassen; er muß vielmehr den eingerichteten Betriebsgang einfach, klar und übersichtlich darlegen und dem Wirthschafter als rathender und belehrender Leitfaden dienen. Freilich ist eine nicht gemeine Meisterschaft erforderlich, in demselben alle Anforderungen der verschiedenen Interessen, so wie der Wirthschaft und Wissenschaft für Gegenwart und Zukunft zu erfüllen. Unser Betriebsplan stellt in Übereinstimmung mit der Bestandskarte jeden Betriebsverband für sich auf und ordnet theils mit Zahlen, theils mit kurzen Worten, von jeder Orts- und Bestandes-Abtheilung folgende Gegenstände ein:

A. Linke Seite.

1) Grund und Boden: Voran die Ortsbezeichnung, dann der gesammte Flächengehalt und die besondere Ertragfähigkeit.

2) Vorgefundener Waldbestand: Die abgetheilten Alters- oder Wuchsklassen des Hauptbestandes, die Zwischenbestände und unbestockten Waldflächen.

B. Rechte Seite.

3) Getroffene Betriebsanordnung: Den Betrieb jeder Periode auf den ganzen Einrichtungs-Zeitraum erstreckt, nur für die eigentliche Abschätzungszeit ausführlicher gehalten. Hiervon werden die Schritte der verjüngenden Haupthauungen zur künftigen Bestandesordnung und die des neuen Waldanbaues mit Flächenzahlen, die Zwischenhauungen, so wie der laufende Wiederanbau, aber nur wörtlich bezeichnet.

4) Nebenbestimmungen: Wegen Abweichung des Schlagbarkeitsalters, Herstellung der Bestandsfolgen, Berücksichtigung der Nachbarbestände, Vertheilung seltener Hölzer; auch

wegen örtlicher Berechtigungen und Ansprüche, Zugänglichkeit in die hutbaren Theile u. s. w.

So eingerichtet ersetzt der Betriebsplan zugleich das Vermessungs-Register und die Altersklassentabelle und giebt dabei eine klare Übersicht, wie und wann des Waldes Normalzustand erzielt wird. Denn alle Verjüngungsflächen der Betriebs-Perioden rücken ihrer Zeitfolge gemäß vollkommen bestanden in den folgenden Umtrieb über, zur Begründung einer ganz geregelten Altersabstufung wohlgeordneter Bestände. Diesen Betriebsplan erkennen wir als den Kern aller Forstbetriebs-Einrichtungen und Abschätzungen und als das Meisterstück aller forstlichen Kunst und Wissenschaft. Kein Wunder also, wenn Forstgelehrte, denen die tiefere Einsicht in das Wesen der Wälder zu fern vom Schreibtische liegt, sich davon lossagen und mit den Etatsformeln behelfen, oder wenn sogenannte Forstmeister in ihrer Befangenheit meinen, dem Forstwirthe dürften die Hände nicht gebunden werden! — Eine solche Entzügelung der Unkunde und Verwahrlosung würde die Wälder immer tiefer in's Verderben führen.

§. 447. Abschätzungs-Methoden.

Bis hierher beschäftigten wir uns bloß mit den Vorarbeiten zur Begründung und Regelung des Waldbetriebs und der Ertragsentnehmung, welche in jedem gegebenen Falle und zu jedem weitern Behufe mehr oder minder erforderlich sind. Jetzt handelt es sich nun um die verschiedene Art und Weise, wie die ermittelten Massen- und Werthgehalte zur wirklichen Ertragsabschätzung verwendet werden können. Zunächst bieten sich uns zwei wesentliche Verschiedenheiten des Verfahrens dar, je nachdem die Forsterträge von einem ganzen Waldverbande zusammen, oder von jedem einzelnen Waldbestande besonders abgeschätzt werden. Von beiden Hauptverfahren können wir das erstere die summarische Abschätzung nennen; für das andere, mehr das Einzelne in Ort- und Zeitfache ordnende, hat sich Fachwerksabschätzung geltend gemacht.

Die summarische Abschätzung bestimmt den, von jedem Waldverbande überhaupt zu entnehmenden Massenertrag nach gewissen Rechnungsformeln, welche den vorgefundenen Massenvorrath auf eine oder die andere Weise zum Grund legen. Von diesem kann man den Massenzuwachs, oder einen Prozentabfall, oder auch gleich einen Durchschnittstheil abnutzen. Dies begründet drei verschiedene Verfahrungsarten der summarischen Abschätzung, nämlich: nach dem Nutzungszuwachse, dem Nutzungs-Prozente und der Durchschnittsnutzung.

Die Fachwerksabschätzung erhebt ihre nach Ort und Zeit aufzustellenden Nutzungsgrößen entweder kurzweg mittels besonderer Durchschnittserträge und gemeinschaftlicher Ertragsberechnung, oder ganz ausführlich aus dem gesondert abgeschätzten Ertragsvermögen eines jeden Bestandes an sich.

Hiernach ergäben sich folgende fünf Abschätzungs-Methoden:

1) Die summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

2) Die summarische Abschätzung nach dem Nutzungs-Prozente.

3) Die summarische Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen.

4) Die Fachwerks-Abschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

5) Die Fachwerks-Abschätzung nach Sondererträgen.

Von diesen fünf verschiedenen Verfahrungsarten kann jede nicht nur für sich, sondern auch zur Aushülfe einer andern, und alle können in demselben Forste recht füglich neben und hinter einander gebraucht werden. Wer durchaus nur eine einzige bevorzugt und die andern verwirft, beweist damit seine Kurzsichtigkeit, etwa wie jener Geometer, der mit Kette und Stab die ganze Meßkunst üben wollte.

§. 448. Summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

Diese Abschätzungs-Methode bestimmt den Waldmassen-Ertrag bloß nach dem vorgefundenen wirklichen Massenzuwachse, von dem Grundsatze ausgehend: daß eine jede Waldung, sei sie in vollkommenem Zustande oder nicht, von Jahr zu Jahr gerade so viel Masse nachhaltig abgeben kann, als ihr Jahreszuwachs eben beträgt, ohne an ihrem Stammkapitale zu verlieren. Man schätzt zu ihrer Anwendung den stehenden Massenvorrath und den laufenden Massenzuwachs und beurtheilt nach beiden die weitern Ertragsverhältnisse.

1) Die Zuwachsschätzung ist hierbei der hauptsächliche Gegenstand; sie wird auf dreierlei Weise bewirkt:

a) Mittels der vorgefundenen Durchschnittsmehrung anstatt des laufenden Jahreszuwachses. Wir haben schon oben (§. 376. 426.) dargethan, daß und warum die Summe jener Quotienten der Bestandsmassen durch ihre Altersjahre bis zu 50 pCt. von dem wirklichen Jahreszuwachse abweichen kann und also zu diesem Behufe ganz unbrauchbar ist, wenn es auch möglich wäre, von jedem Bestande Mittelalter und Massengehalt durchgängig genau zu erforschen. Diese fehlerhafte Stellvertretung führt übrigens stets zu einem kleinern Ergebnisse, was einigermaßen noch zu ihrer Duldung gereichen dürfte.

b) Anderwärts hat man, um diesen offenbaren Fehler zu umgehen, den fraglichen Zuwachs nach der Bestände Massengehalt und Alter mittels der Prozente einer Normal-Ertragstafel berechnet und sich dabei auf drei Abwege begeben. Einmal ist, wie bekannt, die Bestimmung des Bestandsalters höchst unsicher; zweitens, mangelt allen Ertragstafeln die hierzu erforderliche Zuverlässigkeit; endlich, drittens, kann der wirkliche Zuwachs doch wohl nur zufällig mit einem idealen übereinstimmen, sonst müßten ja auch in der Wirklichkeit alle an Masse und Alter gleichen Bestände derselben Waldgattung in ganz gleichem Zuwachse stehen, was offenbar widersinnig ist.

c) Der laufende Zuwachs selbst, welchen man nach unserm Verfahren, von Ort zu Ort gehend, mit der Bestandsmasse wirklich ermittelt, ist unbedingt die sicherste Grundlage dieser Abschätzungs-Methode und legt nebenher auch die Unbrauchbarkeit jener beiden Verfahren an den Tag. Nur hält man eine solche Schätzung für weit schwieriger und umständlicher, als sie es wirklich ist, indem dabei das Augenmaß mittels vergleichbarer Proben sehr thätig sein kann.

2) Diese Abschätzungs-Methode, obschon sie unter allen summarischen in der theoretischen Prüfung am besten besteht, nimmt gerade denjenigen Ertragsfaktor zur Grundlage, dessen Ermittelung am unzuverlässigsten ist, und dem deßhalb der kundige Schätzer nie eine Entscheidung über das Vorhandene wesentlich einräumt. Zudem bleibt sich diese Größe keinesweges auf längere Zeit gleich; denn jede Hauung, jeder neue Nachwuchs ändert den summarischen Massenzuwachs, besonders in einem noch unvollkommen bestandenen Walde. Durch geeigneten Abtrieb der zuwachsarmen Hölzer, durch fleißige Lüftung der gedrängten Wüchse und durch rasche Nachzucht läßt sich derselbe ebenso heben, als durch Verwahrlosungen herunterbringen. Wenn nun auch diese Methode ein gewisses Auf- und Absteigen des Massenzuwachses mit in Rechnung nimmt, so geschieht dies doch nur muthmaßlich und ganz im Allgemeinen. Sie läßt sich nicht darauf ein, die Mittel und Wege nach Ort und Zeit zu würdigen, durch welche der Waldzustand gebessert, der Zuwachs gehoben und darauf hin auch sogleich der Ertrag gesteigert werden kann, was die Fachwerksabschätzung so geflissentlich leistet.

3) Erwägt man, daß diese Zuwachsabschätzung mit dem Fachwerk ganz gleiche Vorarbeiten bedarf, jene genauen Aufnahmen aber, die dem örtlichen Betrieb zu so nützlichem Anhalt dienen können, zu weiter nichts gebraucht, als einen summarischen Ertragsatz herauszurechnen, anstatt mit Anwendung einer gar kleinen Mühe noch den ausführlichen Wirthschaftsplan zu entwerfen, und daß dabei dennoch von einer öftern Wiederholung die Rede ist: so muß es ganz befremdend erscheinen, wenn auf diese Abschätzungsart ein so hoher Werth gelegt wird. Ist hier nicht die

Scheu vor einer meisterhaften Aufstellung des Wirthschaftsplanes mit im Spiele? Zur selbständigen Abschätzung dürfte sich diese Methode nur in dem seltenen Falle eignen, wo man entweder jetzt noch nicht, oder ganz und gar nicht im Stande ist, einen geregelten Schlagbetrieb einzurichten, wie in dem Plänterwalde, so wie in einem Waldgemenge von ganz unvereinbaren Holzwüchsen, das sich zuweilen wohl auf den grellesten Standortverschiedenheiten vorfindet. Hauptsächlich empfehlen wir dies Verfahren als ein vorzügliches Hülfs- und Bewährungs-Mittel der Fachwerks-Abschätzung, welcher es zum großen Vorwurfe gereicht, daß sie sich dessen nicht längst bediente. — Soll jedoch diese Ertragsregelung mehr Sicherheit und Brauchbarkeit gewinnen: so müssen die zur allgemeinen Vergleichung geeigneten Durchschnittsnutzungen und Massennutzungs-Prozente mit ausgeworfen werden, und es müßte ihr das Werthnutzungs-Prozent durchaus zur wirthschaftlichen Richtschnur dienen.

§. 449. Summarische Abschätzung nach dem Nutzungs-Prozente.

Die Ertragsabschätzung nach dem Massennutzungs-Prozente stützt sich zwar auch auf den Jahreszuwachs; sie legt aber nicht den im gegebenen Walde eben Statt findenden Nutzungserwachs zum Grund, sondern ein fremdes, wegen des leichtern Gebrauchs in Prozenten des Massenvorrathes ausgedrücktes Zuwachsverhältniß. Dieses Zuwachs- oder Nutzungs-Prozent nimmt man entweder als ein reales von anderwärts wirklich gefundenen Zuwachsverhältnissen, oder als normales, unmittelbar aus einer Normalertrags-Tafel und wendet dasselbe auf den vorgefundenen Massenvorrath an.

1) Anwendung eines realen Nutzungs-Prozents. Sammelt man sich die bei ausführlichen Ertragsabschätzungen gefundenen und in Prozenten ausgedrückten Verhältnisse des Massenvorrathes zum Nutzungsbetrag: so gewinnt man wohl ein, aus der Wirklichkeit gegriffenes Vergleichungsmittel zur kurzen Ertragsabschätzung anderer in Standort und Waldgattung, Altersverhältniß und Bestandsgüte, Behandlung und Be-

nutzung ganz gleicher Waldungen, von denen hierzu weiter nichts, als der Massenvorrath bekannt zu sein braucht. Freilich sind solche Vergleichungsgrößen nicht leicht zu gewinnen; noch unsicherer ist aber ihre Anwendung, weil die Vergleichungs-Gegenstände dem Auge zu entfernt liegen und die Prozentsätze gewöhnlich in zu kurzen Zahlen gegeben und genommen werden. Der Unterschied von 2 und 2½ pCt. scheint z. B. ganz unbedeutend, läßt aber doch die Wahl zwischen sehr erheblichen Ertragsunterschieden, so z. B. zwischen 4000 und 5000 Klftr. Dies Abschätzungsmittel kann also eigentlich nur zu ungefähren Überschlägen dienen, theils wo eine genauere Erhebung des Ertragvermögens eben nicht thulich ist und man den vorhandenen Massenvorrath nur flüchtig überrechnet, theils zur Vergleichung der auf andere Weise ermittelten Abschätzungsergebnisse.

2) Das normale Nutzungs-Prozent soll von einer Normalertrags-Tafel ausgehoben werden, welche den Standortverhältnissen, der Waldgattung, Behandlung und Benutzung genau entspricht, und zwar ohne Berücksichtigung des abnormen Waldzustandes. Diese Auswahl bleibt stets eine mißliche Aufgabe, wäre man auch wirklich im Besitze recht zuverlässiger Ertragstafeln. Denn wer will und kann dabei so auf's Allgemeine hin bestimmen: in welchem Maße die Verjüngung beeilt, oder versäumt, die Wachsthumskraft gehoben, oder geschwächt wird; welche Einmischungen fremdartiger Hölzer zugelassen, oder befördert werden; ob man früher oder später, stärker oder gelinder, oder gar nicht durchforstet; wie viel die Vorbereitungshiebe und die Nachhaurückstände auf das Nutzungs-Prozent einwirken dürften u. s. w.? Wäre nun auch die Auswahl der angemessenen Normalertrags-Tafel hinsichtlich des Betriebs gelungen, wer will und kann nun solche idealen Zuwachsverhältnisse treffend übertragen auf jene abnormen Waldzustände, worin sich hier überwiegende Althölzer mit den allerniedrigsten, dort überwiegende Junghölzer mit den allerhöchsten Zuwachs-Prozenten in den abweichendsten Bestandsgüten finden? Die Theorie klügelte sich das normale Nutzungs-Prozent heraus, um die ihr stets unbequeme Praxis kurz zu umgehen, und gewann für die darauf

gegründete Abschätzungsweise manche eifrigen Anhänger, die sich zu schwach fühlten, in die innern Wachsthumsverhältnisse der Wälder mit erfahrungskundigem Blicke einzudringen und der künftigen Bewirthschaftung in voraus geeignete Rathschläge zu geben. Es ist nicht schwer, zu beweisen, daß es dieser Methode ebensowohl an theoretischem Grunde, als an praktischer Anwendbarkeit mangelt.

3) Um zunächst die Theorie der Prozent-Abschätzung zu beurtheilen, darf man nur Folgendes erwägen:

a) Alle oben dargelegten Mängel der summarischen Abschätzung nach dem Zuwachse wohnen ihr in weit größerm Maße bei, weil sie den Zuwachs nicht selbst erhebt, sondern bloß nach fremden Sätzen anspricht.

b) Solchen, von Normalertrags-Tafeln entnommenen Nutzungssätzen mangelt es durchaus an der erforderlichen Gründlichkeit. Wer fähig ist, die Ertragsverhältnisse mit sicherer Hand in der Natur aufzugreifen, der erkennt auch die Trüglichkeit aller Normirungen des Nutzungs-Prozents und fällt ab von dieser irrigen Lehre. Warum theilte selbst deren Meister keine vollständigen Ertragstafeln mit? *)

c) Das normale Nutzungs-Prozent schwankt in den verschiedenen Umtriebsaltern (§. 422.) so bedeutend, daß nur wenige Jahrzehnde eine Abweichung von mehren Prozenten zur Folge haben können. Wie höchst verschieden sind aber die Benutzungsalter in unsern Wirthschaftswäldern, und wie dürfte auf dieselben ein gleiches Nutzungs-Prozent allgemein angewendet werden, das zumal nach einem idealen Umtriebs-Alter normirt ist, über dessen sicherm Grunde den Etatsformlern noch ein so undurchdringliches Dunkel vorschwebt?

d) Dieses normale Nutzungs-Prozent kann auch schon wegen des stets zweifelhaften Ausfalles der Vorerträge zu einer sichern Richtschnur nicht wohl dienen. Man will zwar nur den Hauptertrag festsetzen. Keineswegs läßt sich aber im Laufe der Wirth-

*) Den Ursprung der von ihm gelieferten Bruchstücke könnte d. Vf. am besten nachweisen.

schaft scheiden, was dem Vorertrage und was dem Hauptertrage eigentlich angehört. Die in der letztern Vergangenheit nicht ausgeforsteten Unterstämme mehren z. B. den Hauptertrag, so wie die Vorbereitungshiebe denselben bedeutend mindern. Jede summarische Abschätzung, die eine solche Sonderung des Hauptertrags vom Vorertrage eingeht, verirrt sich offenbar in unhaltbare Bestimmungen.

e) Endlich dürfte es doch wohl weit zweckmäßiger und sicherer sein, gleich die vorfindlichen Holzvorräthe an sich den Abtriebszeiten zuzutheilen, als den von ihnen im Allgemeinen zu entnehmenden Ertragstheil nach solchen, bloß in der Einbildung schwebenden Verhältnissen summarisch zu bestimmen.

4) Der Praxis empfiehlt sich dieses normale Nutzungs-Prozent ebenso wenig. Denn

a) Alle Vergleichungen, die man mittels der sondernden Abschätzung angestellt hat und anstellen wird, ergeben, daß in einer jeden Waldung der wirkliche Jahreszuwachs, das wirthschaftliche Nutzungs-Prozent und das normale Nutzungs-Prozent gar bedeutend von einander abweichen.

b) Diese, dem Ungefähr zu sehr anheim gegebene Prozentschätzung bietet durchaus nicht genug Sicherheit und Brauchbarkeit; Niemand kann dieselbe den wechselnden Verhältnissen der Zukunft recht anpassen. Wollte man aber von Zeit zu Zeit nachtariren, wie sich die Bestands- und Wachsthums-Verhältnisse des Waldes und die Meinungen der Wirthschafter nur irgend ändern: so nähme das Tariren kein Ende, und dennoch fände man nie, wo und wiefern gefehlt worden ist, weil sich die ganze Schätzung immer nur um die Stämme dreht. Dies, und daß sich der Wirthschafter auf die verheißene Nachschätzung verläßt, ohne einen wohl geordneten Betriebsplan einhalten zu müssen, gefährdet das Waldvermögen weit mehr, als man glaubt.

c) Übrigens wäre auch die genaue Bestandesaufnahme zum bloßen Gebrauche des Nutzungs-Prozentes offenbar eine unzweckmäßige Taxations-Verschwendung. Muß man zum Behuf dieser Abschätzung den Massenvorrath aufnehmen, so ist es ein Leichtes, an Ort und Stelle auch alsbald den Massenzuwachs zu ermitteln,

und sich dadurch wenigstens eine minder zweifelhafte Grundlage zu verschaffen, im Fall die Bearbeitung eines ausführlichen Wirthschaftsplanes nicht den Vorzug gewänne.

Sollen wir nun die Ertrags-Abschätzung nach dem Holznutzungs-Prozente in die Grenzen ihrer Brauchbarkeit weisen: so dürfte dieselbe nur zur Vergleichung der Ergebnisse späterer Normalzustände und als bedauerliches Beispiel dienen, wie weit die unpraktische Theorie Herr über das heutige Forstwesen geworden ist.

§. 450. Summarische Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen.

Die Waldabschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen nimmt weder den wirklichen, noch einen fremden Zuwachs als unmittelbare Grundlage, sondern bedient sich bloß eines Durchschnittstheiles von dem Massenvorrathe. Wir unterscheiden in dieser Beziehung dreierlei Durchschnittsnutzungen, nämlich: die progressionale, normale und reale, somit auch drei verschiedene Arten der Durchschnitts-Abschätzung.

1) Abschätzung der progressionalen Durchschnittsnutzung eines Waldverbandes. Man nimmt in allen Altersklassen eine von der ersten Entstehung bis zum Eintritte des Abtriebsalters jährlich ganz gleiche Massenmehrung an und berechnet, wie in §. 88. 2. (wo $S : \frac{n+1}{2} = nd$), nach dem geschätzten wirklichen Massenvorrathe wv (= S) und der ganzen Umtriebszeit u (= n) einen jährlichen Durchschnitts-Hauptertrag wd (= nd) mittels der schon bekannten Formel:

$$wv : \frac{u+1}{2} = wd;$$

oder kürzer und meist treffender nach:

$$wv : \frac{u}{2} = wd.$$

Die etwaigen Vorerträge könnten daneben nach §. 427. und dem besondern Waldzustande veranschlagt werden.

Da sich eine hierbei vorausgesetzte, ganz gleiche Massenmehrung in der Natur nicht findet, so kann diese längst bekannte und gebrauchte, neuerlich wieder aufgefrischte Formel auch nur für Waldungen von starker Entstehung annäherungsweise passen, und zwar ganz allein zur Berechnung des Hauptertrags für ein Umtriebsalter, das zwischen die Wendepunkte der Durchschnittsmehrung und des Durchschnittszuwachses fällt. Übrigens kann dieser Progressional-Durchschnitt eigentlich nur zu Überschlägen dienen und etwa als Beiläufer der mittels anderer Abschätzungs-Methoden gefundenen Ertragsätze.

2) Abschätzung der normalen Durchschnittsnutzung. Hierbei hat man keinen andern Zweck, als muthmaßliche Bestimmung des Vollertrags im einstigen Normalzustande des Waldes. Die Forstfläche jeder vorfindlichen Standortklasse wird summirt und mit dem ihr nach Waldgattung und Umtriebszeit zukommenden normalen Durchschnittsertrage vom Morgen multiplizirt; die Summe dieser Produkte ergiebt den normalen Vollertrag vom Ganzen (§. 444.). Es ist dies eine Berechnung, deren Gegenstand nur in der Idee beruht; dennoch gedenkt Mancher, den gegenwärtigen Waldangriff nach solchen höchst unsichern Ergebnissen reguliren zu können. Wir stellen diese idealen Durchschnittsnutzungen an den Schluß unserer Wirthschaftspläne, gleichsam als endliches Ziel der beabsichtigten Waldvervollkommnung.

3) Abschätzung nach realen Durchschnittsnutzungen. Man sammelt sich, aus den Ergebnissen gut geführter Waldwirthschaften und anderwärtiger Abschätzungen ganzer Waldkörper, nach der Gesammtfläche durchschnittlich vom Morgen und Jahr berechnete Massenerträge mit Bemerkung aller dazu beitragenden Forstverhältnisse und spricht danach die allgemeine Durchschnittsnutzung der fraglichen Waldungen in Gemäßheit ihres gegenwärtigen Zustandes ohne Weiteres an. Wurden in dem abzuschätzenden Forste während der letztern Jahre die erfolgten Abtriebe nach Schlagfläche und Holzertrag gehörig aufgezeichnet, finden sich auch die vorhandenen schlagbaren Bestände den eben abgetriebenen ziemlich gleich, und rücken die jüngern

Altersklassen mit der Zeit verhältnißmäßig nach: so dienen die seitherigen Abtriebsergebnisse zu einem sehr sichern Schätzungsgrunde der künftigen Durchschnittsnutzung. Oft findet der mehr auf seine Waldung, als auf die Etatisirungs-Künsteleien achtende Praktiker jede weitere Schätzung ganz überflüssig, wenn er mit einem wohldurchdachten Betriebsplane versehen ist, seinen Abtrieb auf die Fläche basirt und den vorläufig angenommenen Nutzungssatz durch den gewonnenen Ertrag nach und nach mehr berichtigt. Solche Durchschnittsschätzungen leisten in wenigen Tagen meist mehr Brauchbares, als die umständlichsten Bearbeitungen in mehren Monaten.

Übrigens könnte man hierbei den mittlern Durchschnittserwachs der vorhandenen schlagbaren Bestände mit zum Anhalt nehmen und die der nächsten Betriebsperiode zugewiesenen Hölzer fachwerksartig mit einschätzen.

§. 451. Fachwerksabschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

Diese Abschätzungs-Methode erhebt auf dem Grunde eines näher entworfenen Betriebsplanes die örtlichen und periodischen Abnutzungen bloß nach besondern, vom Morgen und Jahr ermittelten Durchschnittserträgen. Dabei leisten die Waldmassentafeln nebst einer angemessenen Mehrungstafel sehr wesentliche Dienste. Dies Einrichtungsgeschäft geht auf folgende Weise von Statten.

1) Zuvörderst entwirft man den Betriebsplan und theilt in diesem einer jeden Periode der Einrichtungszeit die passenden Abnutzungsbestände zu, nach Maßgabe der Fläche, des Alters, der Hiebsfolge und sonstiger Bestimmungsgründe.

2) Von den, der Abnutzung zunächst überwiesenen Beständen schätzt man den Hauptertrag nach der eben vorhandenen Bestandsmasse und dem darin befindlichen Durchschnittsertrage. Dieser wird dem Bestande anstatt des laufenden Jahreserwachses (n. §. 88. 1.) bis zur bestimmten Abtriebszeit noch aufgerechnet. Dabei findet wenigstens eine Über-

schätzung nicht leicht Statt, fehlte auch das Ansprechen des Alters um etliche Jahre (§. 401. 413.).

3) Zur Einschätzung des Hauptertrags von den, der spätern Abnutzung zugetheilten Beständen bedient man sich der schon vorgefundenen, oder auch fremder vergleichbarer Durchschnittserträge, die in einer kurzen Übersicht zusammengestellt werden können, je nach Waldgattung, Bestandsgüte und Schlagbarkeitsalter. Mittels dieser ist leicht zu bestimmen, wie viel jede der fraglichen Bestandesabtheilungen in dem angeordneten Abtriebsalter an Schlagbarkeitsertrag vom Morgen erwarten läßt, nimmt man zumal die schärfern Ertragsfaktoren mit zum Anhalt.

4) Die inzwischen nutzbaren Vorerträge können recht füglich von jeder durchforstbaren Altersklasse nach den maßgebenden Umständen durchschnittlich pr. Morgen angesprochen und summarisch ausgeworfen werden.

5) Zur kürzern und leichtern Ertragsberechnung stellt man die Abnutzungsflächen jeder näher zu schätzenden Betriebs-Periode je nach den pr. Morgen zu erwartenden Ertragsgüten in angemessenen Abstufungen klassenweise zusammen und multiplizirt die Flächensumme einer jeden dieser Ertragsklassen mit der überschriftlich angesetzten Ertragszahl. Diese Produkte ergeben zusammen den periodischen Hauptertrag, welcher, nach Hinzurechnung der gleichzeitigen Vorerträge, durch geeignete Vorziehung und Zurückstellung bereiter Ausgleichungsbestände von Periode zu Periode noch planmäßig gemehrt oder gemindert werden kann.

6) Was die Nutzung späterer Zeiten betrifft, so pflegt man dieselbe nach den Abtriebsflächen und Durchschnittserträgen nur erst ungefähr zu überschlagen und es der Zukunft zu überlassen, mit Ablauf einer jeden weitern Periode die genauere Ertragsabschätzung berichtigend fortzusetzen, gestützt auf die indeß gesammelten Erfahrungen. Die Nachhaltigkeit des Angriffs ist durch den Betriebsplan hinlänglich gesichert, wofern derselbe nur allen künftigen Zeiten die schlagbar bestandenen Abnutzungsflächen gleichmäßig zutheilt.

Diese Abschätzungsmethode *) hält sich streng an diejenigen Formen und Größen, mit welchen der ausübende Forstwirth am vertrautesten ist; sie räumt dem praktischen Blicke und dem ortskundigen Urtheile volle Wirksamkeit ein, kürzt die Ertragsberechnung bedeutend ab und kann zu jeder Zeit den veränderten Umständen leicht angepaßt werden. — Die gleichwüchsigen Waldgattungen mit reinem Abtrieb sind das Feld ihrer vorzüglichen Anwendbarkeit.

§. 452. Fachwerksabschätzung nach Sondererträgen.

Bei dieser eigentlichen Sonderabschätzung wird jede Bestandesabtheilung nach Ertragfähigkeit, Massengehalt und Zuwachs geschätzt und jeder davon abfallende Ertrag der Verfallzeit besonders aufsummirt. Man stellt sich in einem vorläufigen Betriebsplane den vorgefundenen Bestand und den beabsichtigten Betrieb aller Abtheilungen von Ort zu Ort unter die Betriebsverbände, bloß mittels der Fläche und kurzer Andeutungen zusammen, wirft dann einerseits den Massengehalt und Zuwachs, andrerseits den davon in jeder Periode zu erwartenden Holzertrag besonders aus und ergänzt mit diesen Ergebnissen und mit den weitern Bestimmungen über Nachzucht und Pflege den vorläufigen Betriebsplan zum ausführlichen Wirthschaftsplan. Dabei ist hauptsächlich Folgendes zu bemerken:

1) Der Schätzungszeitraum beginnt in der Regel mit dem ersten Jahre nach der Schätzung. Das Schätzungsjahr kann nicht wohl zum ersten Wirthschaftsjahre genommen werden. Letzteres aber, vielleicht der Finanzperioden wegen, mehre Jahre zurück in die Vergangenheit, oder weiter hinaus in die Zukunft zu verlegen, verursacht gar mühsame und unnöthige, die ganze Taxation gleich von vorn herein störende Zu- und Abrechnungen. Die von dem kürzern oder längern Umtriebsalter und der Regelmäßigkeit des Bestandes abhängige Dauer des Schätzungszeit-

*) Man dürfte sie die Baierische nennen.

raumes müßte sich zwar bis zum Eintritte des Waldnormal-Zustandes erstrecken; aber es ist eben nicht nöthig, daß auch die Sonderabschätzung so weit fortgeführt werde. So wie die Betriebs-Regelung auf eine einfachere Weise bewirkbar ist, bedient man sich auch einer leichtern Abschätzungsart. Übrigens kann in jedem Betriebsverbande desselben Forstes die Größe des Abschätzungszeitraums sowie die der Betriebsperioden eine andere sein.

2) Vorläufige Aufstellung summarischer Periodenerträge. Durch diese muß der besondern Ertragseinschätzung erst eine gewisse, von den allgemeinen Umständen bedingte Richtung gegeben werden.

a) Zuvörderst bestimmt man für den nächsten oder Ersterertrag eine vorläufige Größe. Diese ist zu bemessen: erstens, nach dem seitherigen Ertrage, dem Bedürfnisse und den allgemeinen Nutzungsverhältnissen; zweitens, nach dem vorgefundenen Waldstande, besonders in Ansehung der Altersklassen-Verhältnisse und der Werthzunahme an den erwachsenen Beständen; drittens, nach einer möglich genauen summarischen Abschätzung (§. 448. 449. 450. 3.).

b) Hiernächst bestimmt man nach Maßgabe des Betriebsplanes den Zeitpunkt, wenn mit den voll- und folgerecht bestandenen Altersklassen die Waldvollkommenheit und der bleibende Vollertrag eintreten könnte. Dieser ist nach §. 450. 2. zu berechnen.

c) Zu jenem Erstertrage und diesem Letztertrage des Abschätzungs-Zeitraums bestimmt man dann alle zwischenliegenden Periodenerträge wo möglich als arithmetische Zwischenglieder, nach §. 89. 2.

Eine solche vorläufige Ertragsbestimmung kann zwar selten ganz eingehalten werden; sie befreit aber doch die eigentliche Ertrags-Zusammenstellung einigermaßen von jenem anhaltlosen Einschätzen der Bestände auf's Gerathewohl.

3) Wegen der besondern Ertragsberechnung ist zu bemerken: Die Erträge von den schon ziemlich erwachsenen Beständen werden nach der gefundenen Vorbestandsmasse und dem

noch zu erwartenden Nutzungszuwachse berechnet; die einstigen Erträge von den Junghölzern setzt man nach der Lokalertragstafel an (§. 396—401.).

Da in eine und dieselbe Periode Erträge von mehren Bestandesabtheilungen zusammenfallen, und es während deß nicht thulich ist, an einem jeden Stücke alljährlich einzeln zu hauen; da es auch nicht voraus bestimmt werden kann, ob die Abnutzung den fraglichen Holzbestand mehr zu Anfang, oder mehr zu Ende dieser gemeinschaftlichen Abtriebszeit trifft: so berechnet man jeden Ertrag, als erfolgte derselbe zur Mitte der Periode auf ein Mal. Nachher wird die ganze Ertragsumme in die Zahl der Abtriebsjahre getheilt.

Wären z. B. folgende Bestände zur Abnutzung für das erste Jahrzehnd bestimmt:

1) 30,3 Mg. zu 4200 c' Holzhaltigkeit mit 50 c' Zuwachs,
2) 25,5 » » 7420 » » » » 70 » »
3) 28,2 » » 6230 » » » » 60 » »
4) 46 » » 8350 » » » » 65 » »

so wäre davon zu erwarten (n. §. 88.):

1) 30,3 × (4200 + 50 × 5) = 134835 c',
2) 25,5 × (7420 + 70 × 5) = 198135 c',
3) 28,2 × (6230 + 60 × 5) = 184146 c',
4) 46 × (8350 + 65 × 5) = 399050 c'.

Auf 130 Morgen zusammen 916166 c'.

Jährlich im Durchschnitte:

13 Mg. Abtriebsfläche und 91616,6 c' Abtriebsmasse.

Für das 2. Jahrzehnd käme ein 15jähriger, für das II. Jahrzwanzigt ein 30jähriger Zuwachs mit in Anrechnung.

Fällt von einem Holzbestande die schlagweise Abnutzung in verschiedene Zeiträume, so theilt man dieselbe nach der Abtriebsfläche und rechnet von jeder den geeigneten Zuwachs. Sollten z. B. von den letztern 46 Mg., zu 8350 c' Holzhaltigkeit mit 65 c' Zuwachs, 16 Mg. im 1. und 30 Mg. im 2. Jahrzehnd geschlagen werden: so trüge es davon

dem 1. Jahrzehnde 16 × (8350 + 65 × 5) = 138800 c′,
dem 2. Jahrzehnde 30 × (8350 + 65 × 15) = 279750 c′.

Ist aber ein Bestand stammweise auszuhauen und fällt der Aushieb zum Theil in einen spätern Zeitraum: so wird der Ertrag bloß nach Maßgabe der Aushiebszeit angesetzt. Fände sich z. B. in einem Schlage an Samenbäumen a. d. Mg. 2100 c′ Holzgehalt mit 40 c′ Zuwachs, und die Nachhauung erfolgte wahrscheinlich innerhalb der nächsten 30 Jahre ziemlich gleichmäßig: so rechnete man zum Holzgehalte den vollen Zuwachs auf die halbe Abtriebszeit, nämlich pr. Mg. $2100 + 40 \times \frac{30}{2} = 2700$ c′, und theilte davon jedem der ersten drei Jahrzehnde $\frac{2700}{3} = 900$ c′ zu (wofern nicht eben ein, nach §. 434. bestimmtes Zuwachs-Verhältniß gegeben ist).

Fiele das erste Wirthschaftsjahr mit dem Schätzungsjahre zusammen, so würde ein voller einjähriger Zuwachs weniger angesetzt. Überhaupt rechnet man den Zuwachs von dem Zeitpunkte der Schätzung an.

Beim Ertragsansatze spät erfolgender Abtriebe erwägt man nach Maßgabe der steigenden Stammgrundflächenzunahme, wiefern der Bestand den geschätzten Zuwachs noch als wirkliche Mehrung in sich aufnehmen kann, und ob nicht mittlerweile Zwischenaushiebe eintreten müssen. Zum Schlusse werden alle einzelnen Holzerträge jeder Periode summirt.

4) Der unregelmäßige Ausfall dieser Periodensummen, theils in den Verhältnissen unter sich, theils in Vergleich mit den vorläufig aufgestellten Periodenerträgen, macht noch eine geeignete Ertragsausgleichung nöthig (§. 89. 2.), welche sich wo möglich auf jeden Betriebsverband besonders erstrecken, stets den Nutzungsverhältnissen gehörig entsprechen und die Grenzen einer forstmäßigen Waldbehandlung einhalten muß. Man zeichnet sich dazu die versetzbaren Massen gleich bei der Ertragsberechnung aus. Diese Periodenausgleichung hat nicht nur den Massenertrag, sondern auch den Nutzungswerth zu umfassen. Zuletzt wirft man von jeder Betriebsperiode den jährlichen Haupt=

ertrag, Vorertrag und Nebenentfall nebst der Anbaufläche als Angriffsatz aus.

5) Die Einordnung der Jahreserträge aus den Betriebsperioden in die allgemeinen Etatsperioden ist übrigens ganz leicht. Gesetzt, das erste Wirthschaftsjahr wäre das sechste einer 12jährigen Etatsperiode, und die Schätzung ergäbe an Jahreserträgen:

a) von einem Niederwalde,

im 1. Jahrfünft	532	Massenklaftern,
» 2. »	560	»
» 3. »	576	»
dann fortwährend	600	»

b) von einem Hochwalde,

im I. Jahrzwanzigt	860	Massenklaftern,
» II. »	882	»

u. s. w.:

so würden die Etatsperioden folgende Durchschnittserträge zusammenfassen:

1. Per. zu 7 Jahren: $\frac{532 \times 5 + 560 \times 2 + 860 \times 7}{7} = 1400$ Mklft.

2. » » 12 » $\frac{560 \times 3 + 576 \times 5 + 600 \times 4 + 860 \times 12}{12} = 1440$ »

3. » » 12 » $\frac{600 \times 12 + 860 \times 1 + 882 \times 11}{12} = 1480$ »

Die Betriebsperioden könnten also recht füglich neben den Etats- oder Finanzperioden bestehen, und es wäre gar nicht nöthig, die ganzen Forsteinrichtungen auf Finanzabschlüsse zu stellen. Lassen sich doch auch die Domänenpachtungen, fruchtbare und unfruchtbare Jahre, gelinde und kalte Winter, wohlfeile und theure Zeiten, Krieg und Frieden keinesweges in die Finanzperioden einzwängen; warum will man gerade dem Forstordner so mühsame Versetzungen mit schwerfälligen Zeitmaßen aufbürden und der Forsteinrichtung an ihrer innern Paßlichkeit und Revision einen so beengenden Zwang anlegen, um ein so gar einfaches Rechnungs-Exempel zu umgehen?

dem 1. Jahrzehnde 16 × (8350 + 65 × 5) = 138800
dem 2. Jahrzehnde 30 × (8350 + 65 × 15) = 279750

Ist aber ein Bestand stammweise auszuhauen und fällt Aushieb zum Theil in einen spätern Zeitraum: so wird der trag bloß nach Maßgabe der Aushiebszeit angesetzt. Fände z. B. in einem Schlage an Samenbäumen a. d. Mg. 2100 Holzgehalt mit 40 c' Zuwachs, und die Nachhauung erfo wahrscheinlich innerhalb der nächsten 30 Jahre ziemlich gl mäßig: so rechnete man zum Holzgehalte den vollen Zuwa auf die halbe Abtriebszeit, nämlich pr. Mg. 2100 + 40 × = 2700 c', und theilte davon jedem der ersten drei Jahrzeh. $\frac{2700}{3}$ = 900 c' zu (wofern nicht eben ein, nach §. 434. bestim tes Zuwachs-Verhältniß gegeben ist).

Fiele das erste Wirthschaftsjahr mit dem Schätzungsja zusammen, so würde ein voller einjähriger Zuwachs weniger gesetzt. Überhaupt rechnet man den Zuwachs von dem Zeitpunkt der Schätzung an.

Beim Ertragsansatze spät erfolgender Abtriebe erwägt m nach Maßgabe der steigenden Stammgrundflächenzunahme, in fern der Bestand den geschätzten Zuwachs noch als wirklic Mehrung in sich aufnehmen kann, und ob nicht mittlerwe Zwischenaushiebe eintreten müssen. Zum Schlusse werden al einzelnen Holzerträge jeder Periode summirt.

4) Der unregelmäßige Ausfall dieser Periodensum men, theils in den Verhältnissen unter sich, theils im Vergle mit den vorläufig aufgestellten Periodenerträgen, macht eine geeignete Ertragsausgleichung nöthig (§. 89. 2), welche wo möglich auf jeden Betriebsverband besonders erstrecken, den Nutzungsverhältnissen gehörig entsprechen und die Gr einer forstmäßigen Waldbehandlung einhalten muß. Man net sich dazu die versetzbaren Massen gleich bei der Ertrag rechnung aus. Diese Periodenausgleichung hat nicht nur Massenertrag, sondern auch den Nutzungswerth zu ... letzt wirft man von jeder Betriebsperiode den jährlichen H

so zu
der nur
er herge=
handlung

er Ertrag
Berücksich=
verhältnisse
wirklich vor=
Tafelwerken:
Zukunft ohne
es bloß sum=

Betrieb bewegt
schätzte Ertrag
er entnommen
olirt der Forst=
pflanzt sich fort

aber die Män=
kund, so be=
e Vergleichung
jede von Zeit
s mittels der
; man darf
ke geeigneter
wie bei den

Alles, was
nn, wenn
unbedingte
mehr auf=
schaft im

6) Obgleich die Sonderabschätzung alle Erträge einzeln bestimmt und keinen passiren läßt, dessen Erhebbarkeit nicht geprüft ist: so sollte man dennoch ihre Gesammtergebnisse stets mittels summarischer Abschätzung vergleichend bewähren. Dies geht auch ganz leicht, indem der eben geschätzte Massenvorrath und Zuwachs aller Altersklassen, so wie die Durchschnittsnutzung jedes Betriebsverbandes und jeder Periode leicht ausgeworfen werden können. Den Ausfall dieser Vergleichungen und den Grund der erschienenen Abweichungen hätte jeder Fachwerkschätzer unbedingt nachzuweisen.

7) Zum Schlusse müßte jede ausführlichere Ertragsabschätzung, je nach dem ihr eben vorliegenden Zwecke, noch weiter genügende Auskunft ertheilen über den Waldbestands- und Bodenwerth und die Waldnutzungskosten, über den gegenwärtigen und künftigen Reinertrag und das zu erwartende Werthnutzungs-Prozent; erforderlichen Falls auch, wofern verschiedene Behandlungs- und Benutzungsweisen zur Frage kämen, über die Einträglichkeit einer jeden dieser Betriebsarten. Ohne Darlegung aller wirthschaftlichen Werthverhältnisse liefert der Schätzer nur halbe Arbeit.

§. 453. Vorzüge der Fachwerksabschätzung.

Vergleichen wir das Fachwerk mit dem summarischen Abschätzungsverfahren, so geben sich uns folgende, demselben ganz eigenthümlichen Vorzüge zu erkennen, die alle in der gesonderten Behandlung eines jeden Gegenstandes ihren Grund haben.

1) Vortheilhaftere Betriebseinrichtungen. Während die Etatsformel nur über das Gesammte ganz oberflächlich bestimmt, sucht die Fachwerksabschätzung alle Wirthschaftsvortheile im Einzelnen so viel als möglich heraus; sie stellt die ärmern Bestände früher zum Abtrieb, trifft Anordnungen zur Förderung der Werthzunahme, trägt Sorge wegen Vertheilung seltener Hölzer, wegen Deckung zeitlicher Ertragsausfälle, und leitet überhaupt allerwärts gewinnbringende Maßregeln ein.

2) Größere Waldordnung. Die Fachwerkseinrichtung macht es sich zur hauptsächlichen Aufgabe und gebraucht die

geeignetsten Mittel, den Betrieb aller Orte und Zeiten so zu ordnen und vorzuzeichnen, daß in dem ganzen Walde jeder nur irgend erreichbare Vollkommenheitszustand bald und sicher hergestellt werde. Das Alles überläßt die summarische Behandlung mehr dem Zufall.

3) Genauere Ertragschätzung. Wenn der Ertrag von jedem Waldstücke und jeder Zeit mit sorgfältiger Berücksichtigung der im Laufe des Betriebs geänderten Zuwachsverhältnisse besonders geschätzt wird, und zwar mehr nach den wirklich vorhandenen Massen und nicht bloß nach unsichern Tafelwerken: so müssen die Ergebnisse für die Gegenwart und Zukunft ohne Zweifel weit genauer sein, als wenn man das Alles bloß summarisch abthut.

4) Sichrere Anhaltung. Der ganze Betrieb bewegt sich in dem sichern Fachwerke. Der besonders geschätzte Ertrag eines jeden Stückes kann ebenso gesondert wieder entnommen werden; von Ort zu Ort, von Jahr zu Jahr kontrolirt der Forstwirth die Ertragschätzung; kein Schätzungsfehler pflanzt sich fort zur Gefährdung des Ganzen.

5) Leichtere Berichtigung. Geben sich aber die Mängel der Ertragschätzung an Ort und Stelle gleich kund, so berichtigt sich die Ertragsentnehmung durch eine leichte Vergleichung des örtlichen Soll und Hat von selbst. Zudem ist jede von Zeit und Umständen bedingte Abänderung des Betriebs mittels der Nachberichtigungen (Revisionen) leicht einzurichten; man darf nur die Ertragsgegenstände in dem festen Fachwerke geeigneter stellen. Ganz neue Abschätzungen sind nicht nöthig, wie bei den anhaltlosen Etatsformeln.

Gewährt nun überdies die Fachwerks-Abschätzung Alles, was von der summarischen nur irgend geleistet werden kann, wenn man ihr diese mit einverleibt: so dürfte wohl an die unbedingte Vorzüglichkeit dieser Methode bei Denen kein Zweifel mehr aufkommen, die frei von aller Befangenheit eine Meisterschaft im Anordnen des Forstbetriebs errungen haben.

6) Obgleich die Sonderabschätzung alle Erträge einzeln bestimmt und keinen passiren läßt, dessen Erhebbarkeit nicht geprüft ist: so sollte man dennoch ihre Gesammtergebnisse stets mittels summarischer Abschätzung vergleichend bewähren. Dies geht auch ganz leicht, indem der eben geschätzte Massenvorrath und Zuwachs aller Altersklassen, so wie die Durchschnittsnutzung jedes Betriebsverbandes und jeder Periode leicht ausgeworfen werden können. Den Ausfall dieser Vergleichungen und den Grund der erschienenen Abweichungen hätte jeder Fachwerkschätzer unbedingt nachzuweisen.

7) Zum Schlusse müßte jede ausführlichere Ertragsabschätzung, je nach dem ihr eben vorliegenden Zwecke, noch weiter genügende Auskunft ertheilen über den Waldbestands- und Bodenwerth und die Waldnutzungskosten, über den gegenwärtigen und künftigen Reinertrag und das zu erwartende Werthnutzungs-Prozent; erforderlichen Falls auch, wofern verschiedene Behandlungs- und Benutzungsweisen zur Frage kämen, über die Einträglichkeit einer jeden dieser Betriebsarten. Ohne Darlegung aller wirthschaftlichen Werthverhältnisse liefert der Schätzer nur halbe Arbeit.

§. 453. Vorzüge der Fachwerksabschätzung.

Vergleichen wir das Fachwerk mit dem summarischen Abschätzungsverfahren, so geben sich uns folgende, demselben ganz eigenthümlichen Vorzüge zu erkennen, die alle in der gesonderten Behandlung eines jeden Gegenstandes ihren Grund haben.

1) Vortheilhaftere Betriebseinrichtungen. Während die Etatsformel nur über das Gesammte ganz oberflächlich bestimmt, sucht die Fachwerksabschätzung alle Wirthschaftsvortheile im Einzelnen so viel als möglich heraus; sie stellt die ärmern Bestände früher zum Abtrieb, trifft Anordnungen zur Förderung der Werthzunahme, trägt Sorge wegen Vertheilung seltener Hölzer, wegen Deckung zeitlicher Ertragsausfälle, und leitet überhaupt allerwärts gewinnbringende Maßregeln ein.

2) Größere Waldordnung. Die Fachwerkseinrichtung macht es sich zur hauptsächlichen Aufgabe und gebraucht die

geeignetsten Mittel, den Betrieb aller Orte und Zeiten so zu ordnen und vorzuzeichnen, daß in dem ganzen Walde jeder nur irgend erreichbare Vollkommenheitszustand bald und sicher hergestellt werde. Das Alles überläßt die summarische Behandlung mehr dem Zufall.

3) Genauere Ertragschätzung. Wenn der Ertrag von jedem Waldstücke und jeder Zeit mit sorgfältiger Berücksichtigung der im Laufe des Betriebs geänderten Zuwachsverhältnisse besonders geschätzt wird, und zwar mehr nach den wirklich vorhandenen Massen und nicht bloß nach unsichern Tafelwerken: so müssen die Ergebnisse für die Gegenwart und Zukunft ohne Zweifel weit genauer sein, als wenn man das Alles bloß summarisch abthut.

4) Sichrere Anhaltung. Der ganze Betrieb bewegt sich in dem sichern Fachwerke. Der besonders geschätzte Ertrag eines jeden Stückes kann ebenso gesondert wieder entnommen werden; von Ort zu Ort, von Jahr zu Jahr kontrolirt der Forstwirth die Ertragschätzung; kein Schätzungsfehler pflanzt sich fort zur Gefährdung des Ganzen.

5) Leichtere Berichtigung. Geben sich aber die Mängel der Ertragschätzung an Ort und Stelle gleich kund, so berichtigt sich die Ertragsentnehmung durch eine leichte Vergleichung des örtlichen Soll und Hat von selbst. Zudem ist jede von Zeit und Umständen bedingte Abänderung des Betriebs mittels der Nachberichtigungen (Revisionen) leicht einzurichten; man darf nur die Ertragsgegenstände in dem festen Fachwerke geeigneter stellen. Ganz neue Abschätzungen sind nicht nöthig, wie bei den anhaltlosen Etatsformeln.

Gewährt nun überdies die Fachwerks-Abschätzung Alles, was von der summarischen nur irgend geleistet werden kann, wenn man ihr diese mit einverleibt: so dürfte wohl an die unbedingte Vorzüglichkeit dieser Methode bei Denen kein Zweifel mehr aufkommen, die frei von aller Befangenheit eine Meisterschaft im Anordnen des Forstbetriebs errungen haben.

§. 454. Mängel der Fachwerks-Abschätzung.

Wenn von Mängeln der Sonderabschätzung die Rede ist, so können dies nur solche sein, die in einem mangelhaften Vollzug, oder in einer befangenen Meinung ihren Grund haben, wie etwa folgende:

1) Man wirft dieser Methode den größern Aufwand an Zeit und Kosten vor. Jedes andere Schätzungsverfahren bedarf jedoch ebenderselben Aufnahmen. Wer dürfte aber die wenigen Tage, welche zur ausführlichen Ertragsberechnung und Aufstellung des Wirthschaftsplanes erforderlich sind, einem Geschäfte abspaten, das des Waldes beste Behandlung und höchste Benutzung auf viele Jahre hinaus einrichten soll? Auch ist es nicht zu übersehen, daß eine solche Taxation ganz besonders geeignet ist, die Forstbeamten zu einem feinern, planmäßigern Betrieb anzuregen.

2) Daß sich die Ertragsabschätzung in die dunkle Zukunft verlor, war allerdings ein Fehlgriff; nicht viel besser ist jetzt die kurze Abfertigung des je nächsten Jahrzehndes. Jede Waldschätzung müßte zwar in den völligen Normalzustand eingehen, aber nur anfänglich sondernd, später ganz summarisch.

3) Zu hohe Etatisirung, in Folge zu hoch gestellter Ansprüche. Dies ist ein Fehler, den fast alle Schätzungen theilten, und vor dem der Erfahrne nicht genug warnen kann. Er entspringt aus dem Vertrauen des Theoretikers in seine Kunst, das auch oft den Praktiker mit hinreißt, sich in Voraussetzungen zu versteigen, die weder der Waldbestand, noch die Walderziehung erfüllen können. Das Fachwerk hat jedoch überall Anker, um sich gegen diese Gefahren zu sichern, während die anhaltlosen Etatsformeln untergehen.

4) Zudem werden nicht selten einer ganz unnöthigen, oft sogar nachtheiligen Gleichmäßigkeit in Bestandsform und Alter große, unverantwortliche Opfer gebracht; ein Fehler der gehaltlosen Papierfachwerke aus den Händen umsichtsloser Theoretiker.

5) Schwierigkeit in Einhaltung des Wirthschaftsplanes. Dieser Vorwurf trifft einerseits die Anordnung und andrerseits die Ausführung des Betriebs. Ist der Forstordner ein Meister im Forstbetrieb, so erscheint ihm die schwierigste Wirthschafts-Aufgabe leicht; ist der Wirthschafter kein Meister, so fällt ihm auch das Leichteste schwer. Die besten Forsteinrichtungen scheitern oft an Ungeschicklichkeit; man taxire daher vor Allem sein Wirthschafts-Personale. Fehlt es freilich dem Taxator selbst an Wirthschafts-Praxis und forstlichem Scharfblick, so werden oft theoretische Anordnüngen getroffen, die auch der Geschickteste nicht ausführen kann.

6) Mangelhafte Betriebsanordnungen sind ein nur zu gewöhnlicher Fehler des Fachwerks, von dem sich die summarische Abschätzung ganz lossagt. Und wenn auch der geschickteste und erfahrenste Forstmann zur Gründung des Betriebsplanes berufen wird, so hält sich die weitere Vollführung der Taxation doch selten ganz frei von solchen Mißständen, besonders bei Einrichtung der kurzen Schutzhiebsfolgen, welche der gewöhnlichen Ertragsberechnung eine so gar mühsame Kleintheilung verursachen.

7) Keine Forstbetriebs-Einrichtung hat einen Halt, ohne das der Bodenform angepaßte, fest abgetheilte Fachwerk, das dem ganzen Betriebe zum leitenden Rahmen dienen muß. Nicht selten finden sich die frühern Anordnungen noch brauchbar, aber man ist nicht mehr im Stande, ihre Gegenstände im Walde sicher abzugreifen. Die Meisten haben leider von der Nothwendigkeit einer geregelten Ortsabtheilung im Forsthaushalte noch keinen rechten Begriff.

8) Aus der festen Abtheilung jener umfänglichen Periodenschläge entspringen dagegen vielfache Übel. Ein solch handwerksmäßiges Zusammenlegen ausgedehnter Abtriebsflächen führt zu großen Verlusten an der Holzausnutzung, Verwerthung und Abfuhre, zu schonungslosen Niederfällungen unreifer Hölzer, während man anderwärts die Überständigkeit einreißen läßt, so wie zu schutzlosen, höchst schwierigen und mißlichen Verjüngungen. Die dadurch verursachte große

Ausbreitung der künftigen Altersstufen setzt die Wälder unnöthig in Gefahr vor brechenden Stürmen, auszehrenden Winden und verheerenden Insekten und nimmt den Nachkommen die Möglichkeit, durch kurze Schutzhiebsfolgen den vielfältigen Widerwärtigkeiten zu begegnen, so daß dann stets neue Unordnungen im Waldbestande einreißen können. Überdies hemmen die, solchen Schablonenwerken anklebenden stabilen Umtriebe jeden feinen Betrieb, der den zufälligen Umständen so unglaublich viel abzugewinnen vermag; kein örtliches Schlagbarkeitsalter, kein Bessergerathen und kein Mißrathen der Bestände kann recht verwendet werden; die wirthschaftliche Leitung des Nutzungszuwachses, diese so wichtige Aufgabe für jeden Forstordner und Forstwirth, ist mittels solcher Periodenzwinger auf immer in Fesseln geschlagen. Was läßt sich denken, und was werden die Nachkommen urtheilen über diese stabilen Umtriebszeiten, womit man den Wäldern ganzer Länderstrecken einerlei Lebensziel setzt, so wie über die permanenten Periodenbefestigungen, womit man die Waldwirthschaften einpfercht, und über die Verhunzung der naturgemäßen Waldzustände auf Jahrhunderte? Nur das räumliche Fachwerk muß fest bestehen; das zeitliche muß der Zeit gemäß durchaus beweglich bleiben!

9) Übrigens fehlten auch alle Sonderabschätzungen mehr oder minder, daß sie ihre mühsam gewonnenen Aufnahmen nicht auch summarisch anwendeten zur bewährenden Vergleichung der Schätzungsergebnisse; daß sie ferner nur den Massenertrag und nicht die höchste Werthnutzung zum Ziele ihrer Einrichtung nahmen, dabei nicht einmal die Größe des Waldvermögens mit dem Werthnutzungs-Prozente darlegten, also bis jetzt selbstzufrieden auf dem halben Wege stehen blieben. In ihren sogenannten Hauungsplan-Karten wurden die Mängel des forstlichen Scharfblicks mit dem Pinsel gedeckt und ihre Wirthschaftsvorschriften führten die Wirthschaftsbeamten von einer Verlegenheit in die andere. Dies und nichts Anderes sind die Ursachen, warum die Fachwerksmethode, welche unbedingt der größten Vollkommenheit fähig und zu jeder genauen Werthbestimmung ganz unentbehrlich ist, in so gar übeln Ruf gerieth!

§. 455. Flächen-Kontrole.

Wenn man die Abnutzung und Wiederverjüngung des Waldes auf dessen Flächenausdehnung angemessen vertheilt und stets die Abtriebsfläche mit zur Richtschnur des Angriffs nimmt, ohne jedoch den Betrieb mittels fester Periodenschläge einzustallen: so ist die Nachhaltigkeit und Gleichmäßigkeit des Waldertrags und die Regelung des künftigen Waldzustandes auf das einfachste und vollkommenste gesichert und zugleich einer jeden Ertrags-Abschätzung und Entnehmung die haltbarste Grundlage gegeben. Zum Beweis diene nur Folgendes:

1) Die Waldbestandesfläche ist der Grundfaktor aller Forstertragsschätzungen. Bei jeder Ertragsberechnung multiplizirt man nämlich, mehr oder minder geradezu, die Bestandesfläche F mit der wahrscheinlichen Ertragsgüte e und theilt das Produkt in die fraglichen Abtriebsjahre i. Die Grundformel aller Holzertragsberechnungen ist mithin $\frac{F \times e}{i} = \frac{F}{i} \times e$ und beweis't schon an sich, daß *jede Schätzung des jährlichen Waldertrags* eine *Flächentheilung zum Mittler hat* und danach *kontrolirt* werden kann.

2) Nähme man die geschätzte Abtriebsmasse zum alleinigen Maßstab für den jährlichen Angriff: so befände man sich bis zum vollendeten Abtrieb eines jeden angehauenen Bestandes in gänzlicher Ungewißheit wegen des Erfolgs. Legt man aber die Schläge auch nach der Abtriebsfläche an und theilt sich von $\frac{F}{i} \times e$ den leicht meßbaren Faktor $\frac{F}{i}$ von Jahr zu Jahr erst ab: so werden dadurch sowohl die Schritte des Angriffs gesichert, als auch die Fehler der Ertragschätzung zeitig zur Kenntniß gebracht. Es ist gewiß weit sicherer, den Ertrag nach seinen Faktoren zu nehmen, als im Ganzen. *Folglich begründet die Flächentheilung auch die Ertragsentnehmung in jedem Bestande an sich.*

3) In jedem Waldverbande soll aber nicht nur jetzt ein ziemlich gleichmäßiger Ertrag gewonnen, sondern es soll auch für

die Zukunft ein völlig geordneter Waldzustand hergestellt werden. Dies bedingt, daß man für alle künftigen Zeiten jetzt schon verhältnißmäßige Waldflächen folgerecht verjüngt. Eine Flächentheilung ist also auch der künftigen Waldordnung wegen unerlaßlich.

4) Fände sich die Waldung in Alter und Folge durchgängig geregelt und in gleicher Güte: so triebe man alle Jahre den Flächentheil $\frac{F}{i}$ vom ältesten Bestande ab; gleiche Abtriebsflächen ergäben dann gleichen Ertrag. Hier begründete also die gleiche Flächeneintheilung ganz allein den gleichmäßigen Ertrag. Übrigens brauchte die Fläche nur für die Schlaghauungen eingetheilt zu werden; denn hiervon hängen auch alle Vor- und Nachhauungen ab. Diese sind im vorausgesetzten Normalzustande bei gleich geordneter Schlagfläche nicht minder gleich.

5) Ist der gegenwärtige Waldzustand noch unvollkommen, jedoch sogleich vereinbar mit der angenommenen Betriebsart: so kann und muß die Nachhaltigkeit und Gleichheit des Abtriebs ebenfalls mit gleicher Flächeneintheilung begründet werden, sobald es das Verhältniß der Altersklassen nur irgend gestattet, indem man hier ebenfalls den guten und schlechten Bestand gleichmäßig mit vertheilt und die Ertragsantheile aller Zeiten noch durch die Vor- und Nachhauungen ausgleicht. Nur die ersten Perioden können zuweilen wegen Mangel an schlagbarem Holzbestande noch nicht die volle Schlagfläche bekommen. Dem künftigen Umtrieb ersetzen dies jedoch die jetzigen, in solchem Falle mehr ausgedehnten Anwüchse, Schläge und Anbauflächen.

6) Selbst bei gänzlicher Unvollkommenheit und Unvereinbarkeit des vorhandenen Waldzustandes mit der neuen Betriebsart, müßte auch lange Zeit in dem ganzen Walde umher ausgehauen werden ohne eigentlichen Schlagbetrieb, wie bei Umformung des Plänterwaldes oder Mittelwaldes in Hochwald, ist die Flächeneintheilung als Basis des Betriebsplanes und zur Herstellung des vollkomme-

nen Waldzustandes unbedingt nöthig. Denn die bloße Ertragsaufstellung gewährt niemals einen Überblick über den Waldzustand einer jeden Zeit; zudem kann Niemand geregelte Anhiebe nach der bloßen Abtriebsmasse anordnen oder anlegen.

Überdies besteht die Nothwendigkeit eines jährlich ganz gleichen Holzertrags nur in der Einbildung; sie ist sogar ganz unvereinbar mit dem Bedürfnisse, das selbst von den verschiedenen Holzsorten in dem einen Jahre mehr, in dem andern weniger verlangt, und nur ein vorsichtiges Zurathhalten der nöthigen Holzvorräthe gebietet.

7) Hierdurch ist nun genugsam erwiesen: daß eine gut angelegte Forstflächen-Kontrole nicht nur allen Forstertragschätzungen, sondern auch jedem gleichmäßigen Abtriebe des vorhandenen Holzvorrathes und jeder künftigen Bestandesordnung zur Grundlage dienen muß; daß auch die Flächenantheile aller Zeiten, bei vollkommenem und unvollkommenem Waldzustande, wo möglich gleich sein müssen. Aber ungebunden muß sich diese Flächenkontrole innerhalb einer festen Ortabtheilung bewegen, geleitet nach dem zeitgemäßen Urtheile reiferer Erfahrung und besserer Einsicht. Sie muß dem ausübenden Forstwirthe stets zum öffenkundigen Sicherungsmittel dienen, womit er seinen Forst pflichtgetreu auch gegen die Mißgriffe der Taxation überwacht.

§. 456. Flächeneintheilung nach der Ortsertragfähigkeit für den einstigen Normalzustand.

Weil gleiche Bodenflächen von verschiedener Ertragfähigkeit dereinst nicht gleiche Erträge abwerfen können, so scheint es, als wäre mit der gleichen Flächeneintheilung überhaupt ein gleicher Zukunftsertrag nicht zu begründen, und man müsse zu diesem Behufe allen Betriebsperioden eine gleiche Summe von Ertragfähigkeit zutheilen. Fiele jedoch bei einer solchen Theilung in den einen Theil besserer, in den andern aber geringerer Standort mit verschiedener Abtriebsfläche: so

könnte dies ebenfalls keine Gleichheit im Ertrage gewähren. Denn die Holzarten und Sorten, die Holzpreise und Löhne, ja selbst die Anbaukosten ergäben sich ganz verschieden, wie es z. B. der Fall sein würde auf einem Schlage von 30 Mg. mit 0,8 e gegen einen andern von 60 Mg. mit 0,4 e. In der Theorie müßten also alle künftigen Perioden nicht nur gleiche Schlagflächen bekommen, sondern in diesen müßten sich auch ganz gleiche Theile von einer jeden der vorhandenen Standortklassen befinden.

Diese Eintheilung der verschiedenen Ortsgüten auf alle Perioden geschieht entweder genau, mittels Berechnung nach der geschätzten Ertragfähigkeit, oder nur ungefähr, mittels gutachtlicher Verlegung der Abtriebsfläche einer jeden Periode in Besseres und Geringeres zugleich. Das letztere Verfahren erkennt der umsichtige Praktiker stets für zureichend, weil es ihm ein Gewohntes und Leichtes ist, die Ausgleichung des wirklichen Ertrags von Jahr zu Jahr und von Periode zu Periode durch kleinere, oder größere Schläge und durch die Vor- und Nachhauungen zu bewirken. Die genaue Eintheilung nach der Ertragfähigkeit lassen wir dem Theoretiker. Denn in Erwägung, daß des Holzbestandes wirkliche Ergiebigkeit, schon wegen des mehr oder minder zufälligen Gerathens, mit dem geschätzten Normalertrage nie genau übereinstimmen kann; daß es zudem nicht möglich ist, den Normalertrag bloß mittels der „unserm Auge so verborgenen Ertragfähigkeit genau zu schätzen und auf alle Zeiten gleich zu vertheilen; daß endlich diese Eintheilung keinen nähern Zweck hat, als der spätern Zukunft eine eingebildete Normalität zu vererben: dürften wir recht füglich diese Flächeneintheilung nach der geschätzten Ertragfähigkeit, wo nicht sehr abweichende Standortverschiedenheiten zusammengefaßt sind, jenen überflüssigen Büchergrübeleien zuzählen, die zu weiter nichts nützen, als den Nachkommen einen Beweis unserer Untüchtigkeit in der Praxis und unseres Mißtrauens in ihre Geschicklichkeit zu überliefern.

§. 457. Summarische Regelung des Massenvorrathes.

Findet die summarische Ertragsabschätzung den wirklichen Massenvorrath (wv) wie gewöhnlich kleiner, wohl auch größer, als den normalen (nv), und gedenkt sie denselben in einem solchen Falle nach und nach auf den normalen Stand zu versetzen: so bestimmt der Taxator die dazu geeignete Ausgleichungszeit (a) und berechnet dann, um wie viel der eben gefundene Ertragsatz inzwischen zu ermäßigen, oder zu steigern wäre. Das hierzu dienende Rechnungs-Verfahren ändert sich nach den verschiedenen Abschätzungs-Methoden und scheidet die zwei Fälle:

wv ist entweder kleiner, oder größer als nv.

1) Regelungsweise der Zuwachsabschätzung (§. 448.). Hier seie der gefundene wirkliche Zuwachs als Ertragsatz wz und der normale Zuwachs nz.

Erster Fall: $wv < nv$; mithin $\frac{nv - wv}{a}$ der für den Massenvorrath jährlich erforderliche Mehrungstheil. Um diesen hätte man den geschätzten Ertragsatz wz zu mindern. Der Regelungsangriff e stellte sich also

$$= wz - \frac{nv - wv}{a}$$

$$= \frac{wz \times a}{a} - \frac{nv - wv}{a}$$

$$= \frac{wz \times a}{a} - \frac{nv}{a} + \frac{wv}{a} \text{ (§. 34. 2.)}$$

$$= \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a}.$$

Zweiter Fall: $wv > nv$; mithin $\frac{wv - nv}{a}$ der jährliche Minderungstheil des wirklichen Massenvorrathes; also der Regelungsangriff

$$e = wz + \frac{wv - nv}{a}$$
$$= \frac{wz \times a}{a} + \frac{wv}{a} - \frac{nv}{a}$$
$$= \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a}.$$

Der so ausgeworfene Regelungsertrag befaßt freilich die Zuwachstheile nicht mit, welche der Massenvorrath in der Zwischenzeit durch den schwächern Angriff gewinnt, oder durch den stärkern verliert. Man darf annehmen, daß dieselben sich wie die bezüglichen Massentheile verhalten, denen sie also entweder mit

$$+ \frac{nz - wz}{a}, \text{ oder mit } - \frac{wz - nz}{a}$$

noch zufallen, und zwar im 1. Jahre einfach, im 2. zweifach, im i., i fach. Der Regelungsangriff stellte sich mithin für jedes Jahr besonders, nämlich:

$$\text{I. Fall: } e = \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a} + \frac{nz - wz}{a} \times i;$$

$$\text{II. Fall: } e = \frac{(wv + wz \times a) - nv}{a} - \frac{wz - nz}{a} \times i.$$

Leicht begreiflich zieht die Minderung des Ertragsatzes einen Zuwachsgewinn und die Mehrung desselben einen Zuwachsverlust am Massenvorrathe nach sich; daher die entgegengesetzten Zeichen der Zuwachstheile.

Würde für jede Betriebsperiode anstatt der laufenden Wirthschaftsjahre i das Mitteljahr gesetzt, z. B.:

$$\text{für das 1. Jahrzehnd } i = \frac{(1 + 10) \times 5}{10},$$

$$\text{für das 2. Jahrzehnd } i = \frac{(11 + 20) \times 5}{10} \text{ u. s. w.:}$$

so ergäbe sich eine, die Rechnung erleichternde Gleichheit in den periodischen Jahresbeträgen. Diese Zuwachsausgleichungen haben jedoch zu unsichere und veränderliche Grundlagen, um die Zuverlässigkeit ihrer Ergebnisse sonderlich empfehlen zu dürfen. Meist ist zu den dabei beabsichtigten Überschlägen schon der bloße Mas-

sentheil genügend. Wäre der Angriffsatz (e) gegeben und die Ausgleichungszeit (a) zu suchen, so würden die Gleichungen leicht danach einzurichten sein.

2) Regelungsweise der Prozentabschätzung (§. 449.). Das Nutzungs-Prozent von dem vorhandenen Massenvorrathe seie als Ertragsatz np.

Erster Fall: $wv < nv$; mithin während der Ausgleichungszeit jährlich zu erübrigen $\frac{nv - wv}{a}$; dies beträgt an Prozenten von wv, nach dem Ansatze:

$$wv : \frac{nv - wv}{a} = 100 : p,$$
$$\frac{(nv - wv) \times 100}{a \times wv}.$$

Das Regelungs-Prozent wäre also:

$$np - \frac{(nv - wv) \times 100}{a \times wv}.$$

Zweiter Fall: $wv > nv$; mithin jährlich mehr zu nehmen $\frac{wv - nv}{a}$; dies gäbe zum Regelungs-Prozent

$$np + \frac{(wv - nv) \times 100}{a \times wv}.$$

Man könnte auch das Nutzungs-Prozent in den wirklichen Zuwachs verwandeln und dann wie oben verfahren, besonders wenn die Zuwachstheile mit anzurechnen wären.

3) Regelungsweise der Durchschnittsabschätzung (§. 450. I.). Es seie die wirkliche, nach wv berechnete Durchschnittsnutzung als Ertragsatz wd, der Normaldurchschnitt nd, das Umtriebsalter u und der normale Massenvorrath $nv = nd \times \frac{u}{2}$.

Erster Fall: $wv < nv$; mithin während der Ausgleichungszeit (a) jährlich weniger zu schlagen $\frac{nv - wv}{a}$; also der Regelungsangriff:

$$e = wd - \frac{nv - wv}{a}.$$

Zweiter Fall: wv > nv; mithin jährlich $\frac{wv - nv}{a}$ mehr zu schlagen; also der Regelungsangriff

$$e = wd + \frac{wv - nv}{a}.$$

In diesen Formeln findet sich viele Übereinstimmung. Ist der wirkliche Massenvorrath kleiner, als der normale: so wird der Ausgleichungstheil subtrahirt; im Gegensatze, addirt. Die Ausgleichungszeit will man gewöhnlich der Umtriebszeit gleich setzen; mehr haben jedoch die Werthnutzungs=Prozente und das Bedürfniß darüber zu entscheiden. Überhaupt möchte der Fall sehr selten sein, wo ein doch nur in der Idee beruhender Normalvorrath durch Schmälerung des Nachhaltertrags und mit Beeinträchtigung des gewohnten Einkommens aufgespart werden dürfte, und dann würde der Taxator viel sicherer gehen, dies vermeintliche Wiederaufforsten durch eine recht kluge Leitung des Zuwachses einzurichten, wozu aber nur das Fachwerk geeignete Mittel und Wege darbietet.

Die summarischen Regelungen des Massenvorrathes sind viel zu oberflächlich und durchaus nicht geeignet, den Normalzustand eines Waldes sicher zu umfassen. Einigen Vorzug verdient indeß doch die auf den wirklichen Zuwachs gegründete Formel wegen ihrer Brauchbarkeit bei der Fachwerksabschätzung; deßhalb haben wir sie auch etwas ausführlicher behandelt.

§. 458. Erzielung des Waldnormal=Zustandes.

Das weitere Ziel einer jeden Forstbetriebseinrichtung und Ertragsabschätzung ist die wirthschaftliche Herstellung des Waldnormal=Zustandes zum Nutzen der Zukunft, ohne Opfer der Gegenwart. Dieser Vollkommenheits=Zustand beruht theils in dem gesammten Waldvermögen, theils in dem geordneten Waldstande.

1) An dem gesammten Waldvermögen versuchten wir so eben die summarische Regelung, fanden jedoch, daß es derselben an zureichendem Grunde fehlt, und sich kein Waldeigenthümer auf das verlangte Zurücklegen vom gewohnten und

wirklich fälligen Ertrage ohne sichere Gewähr einläßt. Im Fachwerk ist es weit leichter, mittels kluger Anordnungen und gut berechneter Kunstgriffe, die Waldzustände aller Orte und Zeiten gleichsam durch sich selbst zu heben und der Zeitfolge nach ganz ausführlich darzulegen, wie sich das Waldvermögen seiner Vollkommenheit von Stufe zu Stufe nähert. Hierbei findet der Taxator auch manche Mittel, an dem vermeintlichen normalen Massenvorrathe noch Vieles zu ermäßigen, mit einem bedeutend kleinern Waldkapitale die vollkommenen Walderträge zu gewinnen und dadurch die Waldnutzungs-Prozente mehr und mehr zu heben.

2) Die forstmäßige Ordnung im Waldstande, welche der gute Forstwirth unerlaßlich fordert, der Etatsformler aber ganz mißachtet, läßt sich nur durch die Fachwerkseinrichtung ermöglichen, mittels eines gut angelegten Betriebsplanes, nach welchem von Periode zu Periode die verhältnißmäßige Waldfläche dermaßen verjüngt wird, daß der Zukunft alle Altersklassen an innerer Vollständigkeit, äußerer Ausdehnung und geregelter Reihefolge vollkommen überliefert werden.

3) Bis jetzt war freilich die Fachwerksabschätzung noch viel zu sehr in ihren Einzelheiten befangen, um nach den gegenwärtigen und künftigen Gesammtzuständen des Waldes recht zu fragen; sie begnügte sich meist mit ihren Periodenzwingern und legte nicht weiter dar, wie dereinst die Waldvollkommenheit erzielt werde, dachte auch eben so wenig daran, sich nebenbei, wenn nur versuchsweise, der summarischen Regelung ihrer Massenvorräthe zu bedienen, oder von der Nutzung des Waldkapitales Rechenschaft zu geben, obschon ihr alle dazu erforderlichen Materialien ganz offen in der Hand lagen.

§. 459. Anwendbarkeit der verschiedenen Abschätzungs-Methoden.

Von obigen fünf verschiedenen Abschätzungs-Methoden hat eine jede ihre besondere Anwendbarkeit, bedingt von dem Waldzustande, den Schätzungsmitteln und dem Schätzungszwecke. Lassen wir hier die Einrichtung des Wirthschaftsbetriebs

als Hauptzweck gelten und beziehen wir uns bloß nebenher auf die nur selten mangelnden Mittel: so dürften sich an die Waldzustände des schlagweisen Betriebs folgende Urtheile reihen.

1) Ziemlich geregelter Waldzustand; einfacher Abtrieb: Hier genügt der Betriebsplan mit summarischer Abschätzung nach allgemeinen Durchschnittsnutzungen. Der vorläufig aufgestellte Ertragsatz würde im Laufe der Zeit nach der wirklichen Ergiebigkeit aller nachgemessenen Abtriebsflächen berichtigt.

2) Minder regelmäßiger Waldzustand, bedeutende Lücken in den Altersklassen, jedoch ohne verwickelten Zwischen- und Umwandlungsbetrieb: Fachwerksabschätzung nach besondern Durchschnittserträgen.

3) Ganz unregelmäßiger Waldzustand mit verwickeltem Betrieb und künstlichen Aushülfsmitteln, aber noch zur planmäßigen Einrichtung geeignet: Fachwerksabschätzung nach Sondererträgen.

4) Höchst ordnungsloser Waldzustand, worin dermalen weder eine bestimmte Schlagführung, noch ein fester Betriebsplan Statt finden kann; nicht minder im bleibenden Plänterwalde: Summarische Abschätzung nach dem Nutzungszuwachse.

5) Zu bloßen Ertragsüberschlägen dient die reale oder auch progressionale Durchschnittsnutzung, wenn man nicht vorzieht, die Erträge der nächsten Abtriebe besonders zu schätzen.

Diese verschiedenen Methoden können in demselben Forste recht füglich neben und hinter einander angewendet werden, je nachdem der Betrieb eben mehr oder weniger Anhalt bedarf. Nur muß eine und dieselbe Übersichts- und Nachweisungs-Form die Ergebnisse von allen zusammen paßlich aufnehmen.

§. 460. Gelegentlicher Waldnutzungs-Betrieb.

Handelt es sich eben nicht um Regelung des künftigen Waldangriffs mit Herstellung eines forstmäßigen Altersklassen-Verhältnisses, und will man einem Waldgute, als Kapital betrachtet, nur die höchsten Zinsen abgewinnen, ohne eben ein jährlich gleiches Einkommen zu verlangen: so ist jeder ausführliche Betriebsplan und jede umfassende Ertragsabschätzung entbehrlich. Man führt in diesem Falle einen zeitgemäßen, freien Nutzungsbetrieb,

bloß und allein nach Maßgabe der sich darbietenden Verkaufsgelegenheiten und der von Zeit zu Zeit in den nutzbaren Hölzern zu untersuchenden Werthzunahme-Prozente. Nachfrage und Zinsfuß bestimmen dabei die Haubarkeit. Alle Bäume und Bestände, welche die erforderliche Werthzunahme nicht mehr gewähren, fallen der Nutzung anheim, so weit sich eben ein guter Käufer findet, wofern es die Nachzucht nur irgend gestattet.

Diese Nutzungsweise wird einerseits durch rasche Verjüngung, pflegliche Durchforstung und Erziehung der gesuchtesten Holzsorten mit Gewinnung aller Nebennutzungen, andrerseits durch Erzielung aller zeitlichen Verkaufsvortheile höchst einträglich. In den kleineren Privatwald-Wirthschaften kann man von diesem freien, in Zwischenzeiten auch auszusetzenden Nutzungsbetriebe den besten Gebrauch machen; die Ermittelung des Werthzunahme-Prozentes kann einem jeden Holzförster mechanisch angelernt werden.

§. 461. Unerläßliche Leistungen einer jeden Waldtaxation.

Eine jede Forstertrags-Abschätzung, hat sie zumal die Einrichtung des Betriebs zum hauptsächlichen Zwecke, sollte in ihren Leistungen durchaus folgende Anforderungen befriedigen:

1) Zureichende Aufnahme aller Ertragsquellen, welche entspringen aus der Größe und Beschaffenheit des Standortes und Bestandes und aus allen, das Einkommen weiter bedingenden äußern Besitz-, Absatz- und andern Nutzungs-Verhältnissen.

2) Aufstellung eines meisterhaften, den Forstverhältnissen durchaus entsprechenden Betriebsplanes zur Ertragserzeugung und Entnehmung an allen Orten und zu allen Zeiten.

3) Herbeiziehung aller thulichen Wirthschaftskunstgriffe, um für jede Zeit den werthvollesten Ertrag zu erzielen, ohne einen unnöthig großen, gefährdeten Massenvorrath.

4) Darlegung der Werthzunahme-Prozente jeder ältern Bestandsklasse und der Werthnutzungs-Prozente jedes Waldverbandes.

5) Rasche, sichere und gewinnbringende Vervollkommnung des vorgefundenen Waldzustandes, so daß während der gegebenen Einrichtungszeit allerwärts die angemessenste Waldgattung mit folgerechter Altersabstufung in wohlgeschlossenen kräftigen Wüchsen entstehe.

6) Auswahl der leichtesten Mittel und Wege zur Verbesserung und Unterhaltung des Waldes, so wie der geeignetsten Maßregeln zur Sparung aller unnöthigen Waldnutzungskosten.

§. 462. Hauptregeln für jede Waldtaxation an sich.

An sich selbst hätte jede Waldtaxation folgende allgemeinen Anforderungen zu erfüllen:

1) Das Verfahren, sowohl bei der Ermittelung, als bei der Regelung, muß nicht nur zweckmäßig, sondern auch einfach und leicht, hinlänglich genau und sicher sein.

2) Die Betriebseinrichtung soll nur Feststehendes zur Grundlage nehmen, und zwar nie etwas Anderes, als die stets verbleibende Abtheilung der Forstorte mit Bestimmung der Betriebsperioden, Betriebsarten, Waldverbände und einstigen Hiebsfolgen; in keinem Falle darf sie ungewisse oder veränderliche Dinge, wie die Umtriebszeiten und Periodenstallungen, Ertragstafeln und Etatsformeln, als Hauptfundamente gebrauchen.

3) Alle Anordnungen müssen den Forstverhältnissen, der örtlichen Erfahrung und der Wissenschaft entsprechen, ohne den künftigen Betrieb in zeitgemäßer Begegnung unerwarteter Ereignisse und in freier Benutzung besserer Einsicht nur irgend zu beschränken. Kein Versehen der Forsttaxation darf auf die Forstwirthschaft dauernden Einfluß haben können.

4) Die ertheilten Vorschriften müssen kurz und verständlich sein, sich nur auf das Nothwendige beschränken und für alle Betriebs- und Abschätzungsarten unbedingt einerlei Form haben. Alle dazu gehörigen Übersichten sind auf handliche Bogengröße zu beschränken.

5) Jede von der Zeit herbei geführte Abweichung des Betriebs muß durch die leichtesten Mittel wieder eingerichtet werden können, ohne daß die festen Grundlagen im Forste eine wesentliche Veränderung erleiden.

6) Die ganze Forsttaxation muß wenig kosten, wo möglich fortbauernd bestehen, eine wandernde Unterrichtsanstalt sein und die Wirthschaft aller Zeiten sinnig beleben.

Dies sind die Hauptbedingungen, welche man jeder Forsteinrichtung stellen sollte; wir haben uns stets bestrebt, sie in Theorie und Praxis nach Möglichkeit zu erfüllen, und nur wo die Verwaltung nicht in den Geist der Einrichtung eingehen konnte, waren wir es nicht im Stande.

IV. Waldwerth-Schätzung.

§. 463. Grundlagen der Waldwerthschätzung.

Der Geldwerth irgend eines Waldeigenthums kommt nicht nur wegen Kauf, Tausch, Erbschaft, Berechtigung, Entwendung oder anderer Enteignung zur Frage, sondern auch öfter bloß, um die Benutzung danach besser zu regeln. Diese ist überhaupt der wesentliche Gegenstand jeder Waldwerthschätzung; nach ihr basirt sich der Waldwerth, wie nach den Zinsen das Kapital. Die Waldnutzung entfällt zwar zunächst dem Waldvermögen; sie hängt jedoch nicht von diesem allein ab, öfters viel mehr von zufälligen Umständen und persönlichen Zwecken. Daher kann es auch in keinem Falle einen unbedingten Waldwerth geben.

Die zufälligen Umstände beherrschen den Werth des Geldes an sich, die Absetzbarkeit und den Preis der Walderzeugnisse, die Sicherheit des Holzvorrathes und aller andern Mittler des Waldwerthes mehr oder minder. Die persönlichen Zwecke machen bald den Geldbesitz, bald den Waldbesitz

werthvoller und annehmlicher; sie rufen hier die Nothwendigkeit, dort die bloße Neigung hervor, eine Waldung so oder so zu benutzen, ein Waldeigenthum zu erwerben, oder zu veräußern. Auf diese gar mannigfaltigen Verschiedenheiten, welche sich meist in Zahlen gar nicht darstellen lassen, kann der Schätzer keinesweges einzeln eingehen; eben so wenig darf er sich mit einem einseitig bedingten Waldwerth begnügen.

Jede Waldwerthschätzung muß auf einem festen Fundamente beruhen und dabei das mehr Zufällige und Persönliche bloß als Nebensache den wesentlichen Werthverhältnissen mit anpassen, so daß ein jeder der Betheiligten zur Kenntniß des ihn besonders angehenden Werthes gelange. Zu diesem Fundamente ist die Ermittelung des ganzen Werthgehaltes nebst den besondern Werthverhältnissen und die Bestimmung der geeignetsten Benutzungsweisen erforderlich.

§. 464. Besitzverhältnisse.

Vor Allem hat man die Grundbesitzung, deren Beziehung zum Nachbarbesitz, die nutzbaren Forstgerechtsamen und lastenden Dienstbarkeiten aller Art mit dem vom Frevel zu befürchtenden Verluste, hauptsächlich auch die etwaigen Beschränkungen der Eigenthumsfreiheit als wesentliche Mittler des Waldwerthes zu erforschen und aufzunehmen. Zudem ist die Begrenzung, Figur und Grundfläche sowohl von dem Ganzen, als auch von allen Verschiedenheiten des Grund und Bodens, des Holzbestandes und der Nebenstücke, selbst vom Bereiche der äußern und innern Grundberechtigungen so genau zu ermitteln, als es der gegebene Zweck bedingt. Besonders wo es sich um Walderwerbung handelt, darf man weder die vorgelegten Karten und Flächengehaltnachweisungen, noch die angegebenen Grenzen ohne Weiteres als richtig und unbestreitbar annehmen; nicht minder hat man das Eigenthums- und Dispositionsrecht des Veräußerers, so wie den etwaigen hypothekarischen Verband des Erwerbungsgegenstandes genau zu erfragen.

§. 465. Örtlichkeitsverhältnisse.

Von jedem näher abgetheilten Forstorte erhebt und beschreibt man die natürliche Beschaffenheit nach Lage, Boden und Ortsgüte, nicht nur für die Waldwirthschaft, sondern auch für Acker- und Wiesenbau, oder zu sonstigen Zwecken, und zwar mit näherer Angabe der örtlichen Umstände, namentlich der Belegenheit an Ortschaften, Holzungen, Fluren, so wie mit Andeutungen der angemessenen Holzzucht oder anderartigen Benutzungsweisen. Dazu wirft man noch die durchschnittliche Ortsgüte vom Ganzen aus und bestimmt vorläufig den allgemeinen Bodenwerth.

§. 466. Waldbestandsverhältnisse.

Von jeder weiter geschiedenen Bestandesabtheilung ist, außer der besondern Ortsgüte nebst Bodenzustand, aufzunehmen: die Bestandsform, das Alter, die Stammgröße, die Stellung und das Wachsthum, mit der Bestandsgüte an Massengehalt und Zuwachsbetrag nebst geeigneten Betriebsvorschlägen. Hiernach wird vom Ganzen der aufbereitbare Holzvorrath ohne alle weitere Berücksichtigung der Absetzbarkeit ausgeworfen nach den in der Gegend gangbaren Nutz- und Brennholzsorten von verschiedener Form und Güte. Ebenso auch der laufende Jahreszuwachs. Dabei ist die Schätzung der Nebennutzungen von dem Holzbestande und Waldboden, so wie der besondern Nebengrundstücke, nicht zu unterlassen.

§. 467. Absatzverhältnisse.

Weiter hat man sich in Kenntniß zu setzen von allen äußern Verhältnissen, welche im Verkehr auf den örtlichen Werth des Bodens und Bestandes und deren Erzeugnisse wesentlichen Einfluß haben, bedingt durch die weitere Bewaldung und forstliche Mitbewerbung, die Wegsamkeit der Gegend mit Zu- und Ausfuhr, den Nahrungsstand, Verbrauch und Begehr der Anwohner, die Absetzbarkeit der rohen Forst- und Landes-

zeugnisse, nebst den fraglichen Preisen, Arbeitslöhnen u. s. w. im ganzen Absatzbereiche des Forstes.

§. 468. Nutzungsverhältnisse.

Nächstdem wären alle theils für den Waldbesitzer, theils für einen jeden betheiligten Dritten mehr oder minder zweckdienlichen Personalverhältnisse auszukundschaften. Diese beziehen sich hauptsächlich auf folgende Gegenstände: Die seitherige Benutzung und die etwaigen Verkaufszwecke von Seiten des Besitzers; die nähern oder entferntern Nutzungszwecke eines jeden der etwaigen Bewerber; die Thulichkeit der Waldzerschlagung; die Erzielung des größten Holz- und Werthertrages, oder des höchsten Geld- und Zinsengewinnes bei fortgesetztem Waldbetriebe; die Sicherung des stehenden Holzvorrathes gegen jede Gefahr; die Ergänzung irgend eines andern Wirthschaftsverbandes; anderartiger Gebrauch zu Ackerbau oder Viehzucht und dergleichen; Selbstverwaltung und Leitung des Wirthschaftsbetriebs, oder irgend ein anderes, besondern Vortheil darbietendes Vorhaben.

§. 469. Verwerthungs-Zinsfuß.

Der den Waldwerth bedingende Zinsfuß ist manchen Zufälligkeiten unterworfen und weicht mehr oder minder von dem gemeinüblichen oder demjenigen Zinsfuße ab, der dem täglichen Verkehr zur maßgebenden Richtschnur dient und sich bei gerichtlich verbrieften Darlehen am sichersten zu erkennen giebt. Folgende Werthverhältnisse begründen diese Abweichungen mehr oder minder:

1) Vorzüge des Waldbesitzes an sich. Das Waldkapital steht offenbar sicherer, als jedes gewöhnliche Darlehen, besonders wenn es an wirksamen Maßregeln nicht mangelt zur Steuerung des verderblichen Waldfrevels. Zudem kann der Waldbesitzer seine Nutzungsbeträge leichter voraus entnehmen, als der Kapitalist seine Zinsenbezüge, auch auf die Steigung der Waldpreise mehr rechnen, wogegen der herrschende Zinsfuß wohl eher sinkt. Freilich ist die Umsetzung großer Waldgüter in bares Geld nicht so leicht zu ermöglichen, zumal nach dem unbedingten Gehaltwerthe.

2) Als örtliche Umstände, die auf den Waldwerth besondern Einfluß haben, machen sich geltend:

a) der bei ähnlichen Grundanschlägen in der Gegend übliche Zinsfuß;
b) der Begehr nach Grundbesitz;
c) die etwaige Beschränkung des Waldeigenthums durch Landesgesetze, Grundberechtigungen u. dgl. m.;
d) die Belegenheit des fraglichen Waldgutes, sofern dasselbe ein anderes Besitzthum mehr ergänzen und vervollkommnen kann, oder andere Vortheile darbietet.

3) Zufällige Umstände bestimmen bald den Käufer, bald den Verkäufer, einen höhern oder niedrigern Zinsfuß anzunehmen. So sucht der Käufer einen höhern Zinsfuß und dadurch einen niedrigern Kaufpreis zu gewinnen, wenn der Verkäufer in Geldverlegenheit ist und verkaufen muß, oder wegen besonderer Gefahr oder Unannehmlichkeit gern verkaufen will; auch wenn sich für das Grundstück eben ein anderer Bewerber nicht findet, vielleicht, weil es zu groß oder zu klein, oder zu entlegen ist, oder weil die gestellten Kaufbedingungen nicht annehmlich sind u. s. w. Der Verkäufer macht dagegen einen niedrigern Zinsfuß geltend, wenn er eben nicht zu verkaufen gedenkt, mehr nach Gewinn trachtet, das fragliche Eigenthum aus besonderer Vorliebe, oder wegen eines anderweitigen Gebrauchs werther hält; auch wenn sich mehr Käufer einfinden, zumal solche, die ihr Besitzthum ergänzen, ihre Wirthschaft erweitern, ihre baren Gelder gern anlegen wollen u. s. w. Zudem nimmt wohl auch Mancher an, daß ein reger, feiner Betrieb noch Nutzungsquellen eröffnen und Vortheile hervorsuchen könne, die der Schätzer zu erforschen gar nicht im Stande sei.

Den durch die Summe aller eben beitragenden Werthverhältnisse bedingten Zinsfuß, zur entsprechenden Verwerthung des Waldes, nennen wir Verwerthungs-Zinsfuß.

§. 470. Waldpreise.

Der örtliche Werth und die Preise aller Walderzeugnisse an Bau-, Werk- und Kleinnutzhölzern, an Brennhölzern

in Spalt- und Knüppelscheiten, Reisig und Stöcken jeder vorkommenden Werthgattung, so wie an Nebennutzungen aller Art, müssen zum Behuf der Werthschätzung genau ermittelt werden. Hierbei darf man aber nicht bloß nach den bestehenden, öfters aus einem umsichtslosen Vertrieb hervorgegangenen Preisen allein fragen, besonders wo noch feste Taxen Statt fanden; nicht selten verspricht auch die nächste Zukunft bedeutend höhere Preise.

Mit den Waldpreisen stehen die Bereitungskosten der Walderzeugnisse in enger Beziehung, und diese werden wieder bedingt von den Arbeitslöhnen der Gegend. Man nimmt davon selbst die üblichen nicht ohne nähere Prüfung an und rechnet sie in der Regel als bloßen Verlag sogleich von den Verkaufspreisen ab.

Wichtig ist die Untersuchung der wirklich Statt findenden Absetzbarkeit und Verkäuflichkeit, sowohl überhaupt als in Bezug auf besondere Sorten. Derjenige würde sich sehr irren, der einen bedeutenden Massenvorrath, zumal in waldreichen Gegenden, entfernt von Flüssen und Straßen, sogleich ausnutzen und zu Gelde machen wollte. Es giebt Wälder, wo auch nicht das Geringste mehr abgesetzt werden kann, nämlich um gute Preise, als was die seitherige Abgabe beträgt, und wo also der überschüssige Nutzungstheil von Boden und Massenvorrath ein mehr oder minder unverwerthbares Kapital ist, wofern nicht erst neue Absatzwege eröffnet werden.

§. 471. Waldnutzungskosten.

Weiter ist aller Kostenaufwand, welcher mit dem Besitze und Wirthschaftsbetriebe eines nutzbaren Waldgutes ständig verbunden ist, genau zu erörtern, nämlich:

1) Die Entrichtungen an Steuern und andern Grundabgaben, an Nutznießungen und andern Bezügen, in barem Gelde oder Erzeugnissen. Füglicherweise wäre hier der Verlust durch Waldfrevel mit in Rechnung zu stellen, so weit die Ertragsabschätzung diesen Betrag nicht unmittelbar ausscheidet.

2) Die Unterhaltungskosten, welche der Holzanbau, der Wege- und Brückenbau, die Sicherung der Grenzen und überhaupt die ganze Waldpflege in Anspruch nimmt.

3) Die Verwaltungskosten an Geld- und Naturalbezügen der Waldaufseher und Wirthschafter, der Kassenverwaltung und Forstüberwachung.

4) Die Zinsen von dem Betriebskapitale zum Verlag der Bereitungs- und anderer Nutzungskosten, welche der Verkaufspreis unmittelbar wieder ersetzt; so auch zu etwaigen Vorschüssen an Unterhaltungs- und Verwaltungskosten. Zu diesen Zinsen kann auch der Verlust an nicht pünktlich eingehenden Geldern gerechnet werden, so wie jede andere noch mögliche Einbuße.

§. 472. Waldbodenwerthe.

Der Werth des bloßen Waldbodens an sich hängt hauptsächlich von der eigenthümlichen Gebrauchsfähigkeit und der guten Belegenheit ab.

1) Man kann den Boden theilen in unbedingtes und bedingtes Waldland, bedingtes und unbedingtes Fruchtland.

a) Als unbedingtes oder natürliches Waldland ist derselbe nichts Anderes zu tragen fähig, als Holzwuchs, und insofern giebt ihm die Holzzucht allein einen Werth.

b) Das bedingte Waldland könnte wohl Feldfrüchte tragen, liegt jedoch der Landwirthschaft zu wenig an der Hand, um von dieser anders benutzt werden zu können, als etwa zur Waldverjüngungszeit mit Zwischenfruchtbau ohne weitere Düngung.

c) Das bedingte Fruchtland giebt nach der Waldrodung ganz arme Außenfelder, denen nicht genug künstliche Düngung zugewendet werden kann, und die man deßhalb zu Zeiten wieder durch Holzzucht von neuem bereichern muß.

d) Das unbedingte Fruchtland kann wegen seiner Güte und Belegenheit nach der Rodung ununterbrochen zu landwirthschaftlichen Zwecken selbständig dienen.

2) Der unbedingte Waldboden muß Waldland bleiben; der bedingte nur so lange, als ihn die Bevölkerung nicht zu Fruchtbau in Anspruch nimmt; von beiden Bodengattungen könnte der landwirthschaftliche Werth bloß nach dem meist niedrigern

Weidewerthe geschätzt werden. Der zu bedingtem und zu unbedingtem Fruchtbau geeignete Waldboden tritt nach der Rodung, welche sich oft schon durch die Wurzeln und die natürliche Düngung bezahlt macht, in den meist höhern Werth gleichguter und gleichbelegener Feldgrundstücke, deren ortüblichen Preise nach andern Verkäufen leicht zu bestimmen sind. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß jedes größere Feilgebot von Neuland diese Preise herunter drückt, auch daß hier und da eine eigenmächtige Verwandlung des Waldlandes polizeilichen und privatrechtlichen Einsprüchen begegnet.

3) Nicht selten kommt der bloße Bewaldungswerth von geringen Fruchtländern, Waldblößen und Weideflächen zur Frage. Dieser ergiebt sich im Jetztwerthe der künftigen Holz- und Nebennutzung nebst Bodenbereicherung nach Abzug des gleichzeitigen Kostenaufwandes. Der Gewinn von einer solchen Bewaldung ist nach §. 410. zu bestimmen und kann in Prozenten angeschlagen werden. Betrüge z. B. der Kaufpreis sammt dem Nutzungskostenkapitale 12 und böte die fragliche Bewaldung einen mit 4 pCt. diskontirten Jetztwerth von 15: so gingen davon die 4prozentigen Zinsen (nach $100 : 4 = 15 : x) = \frac{4 \times 15}{100} = \frac{6}{10}$ auf jene 12 Erwerbungsaufwand über. Diese wären somit (nach $12 : \frac{6}{10} = 100 : p$) zu $\frac{6 \times 100}{10 \times 12} = 5$ pCt. angelegt, was sich auch aus $12 : 15 = 4 : x$ unmittelbar ergiebt. Die stark entstehenden Holzgattungen, welche nicht viel über 40 Jahre zu wachsen brauchen, bieten meist einen nicht unansehnlichen Bewaldungsgewinn.

4) In der Regel stellt sich der landwirthschaftliche Werth von geringem oft ganz entlegenem Waldboden, wegen dessen minderer Ergiebigkeit bei unerschwinglichem Arbeits- und Düngeraufwande, sehr niedrig, und äußert sich nach demselben irgendwo ein größerer Begehr, so entspringt daraus meist Nachtheil; denn sobald die natürliche Düngkraft des Neulandes ausgebaut ist und das Waldstreusammeln nicht frei gegeben wird, verwandelt sich der eingebildete Nutzen in beklagenswerthen Schaden.

§. 473. Holzbestandswerthe.

Die vorfindliche Holzbestandsmasse einer Waldung hat nach Umständen sehr verschiedene Werthe; wir heben davon als hauptsächlich den Gehaltwerth, Absatzwerth und Nachhaltwerth aus.

1) Den Gehaltwerth vom ganzen Massenvorrathe berechnet man nach der Summe einer jeden vorhandenen Werthsorte und dem ihr zukommenden Waldpreise. Diese Rechnung läßt sich vereinfachen mittels geeigneter Durchschnittspreise jeder Altersklasse. Wo Massenvorräthe zur Frage kommen, die den laufenden Absatz übersteigen, kann der Gehaltwerth leicht begreiflich nicht unmittelbar geltend gemacht werden.

2) Der Absatzwerth umfaßt die ohne erhebliche Einbuße eben absetzbare Bestandsmasse. So lange derselbe den Gehaltwerth einer Holzung nicht erreicht, muß sich deren gänzliche Abnutzung oder die Verwirklichung des Gehaltwerthes nach der Größe des Absatzes richten. Dieser Werth böte in einem solchen Falle für größere Waldungen von Jahr zu Jahr eine Rente, die dem vom Absatz bedingten Jahresertrage gleich stände und bis zur gänzlichen Erschöpfung des Massenvorrathes dauerte.

3) Der Nachhaltwerth ist bedingt durch die von Jahr zu Jahr in einem Wirthschaftswalde gut abkömmliche und in dessen Absatzbereiche gut anbringbare Holzmasse. Derselbe kann nicht größer sein, als der Absatzwerth; denn wenn in solchem Falle eine nachhaltig zu benutzende Waldung auch mehr Ertrag bietet, so mangelt es an zureichendem Absatze um gute Preise.

§. 474. Werthverhältnisse einzelner Waldgrundstücke.

Der Werth einzelner Waldgrundstücke, deren Abnutzung kein Hinderniß findet, besteht in dem zur fraglichen Zeit eben statthaften Bodenwerthe und Bestandswerthe. Man schätzt den Bodenwerth nach den maßgebenden Umständen als Waldland oder Fruchtland, den Holzbestandswerth aber nach seiner zeitlichen Nutzbarkeit. Der erwachsene Holzbestand mit un-

zureichender Werthzunahme wird in der Regel nach dem Gehaltwerthe veranschlagt, jedoch mit mehr oder weniger Einbuße, im Fall der Ausverkauf ein zu starkes Feilgebot erforderte. Wenn der Verbrauch die größere Abtriebsmasse nicht alsbald um gute Preise aufzunehmen vermag, ist die Abnutzung auf mehre Jahre zu vertheilen. Steht das reine Werthzunahme-Prozent des Bestandes noch höher als der Verwerthungs-Zinsfuß, wie meist bei den Jung- und Mittelhölzern: so pflegt man den dadurch gewinnbaren höhern Zinsenbezug erst noch zu nutzen, oder doch mit zu veranschlagen.

§. 475. Werthverhältnisse ganzer Wirthschaftswaldungen.

Hier handelt es sich ebenfalls zuvörderst um den Bodenwerth und Bestandswerth, nächstdem aber auch um die davon zu erwartende Rente. In den gewöhnlichen Wirthschaftswaldungen mangelt nicht nur der Vollbestand im Ganzen, sondern auch das geordnete Altersklassen-Verhältniß mehr oder minder; der Boden kann daher seine volle Rente durch den Bestand nicht wohl abwerfen, und deßhalb übersteigt hier auch öfters der landwirthschaftliche Bodenwerth den forstwirthschaftlichen, welcher erst mit dem normalen Waldzustande seinen eigentlichen Höhenpunkt erreichen könnte.

Was den Bestandswerth an sich betrifft, so sind dessen Verhältnisse am besten in Vergleich mit der Normalwaldung zu beurtheilen und zu ordnen. Hauptsächlich kommt hierbei die überständige Nutzungsmasse zur Frage, nämlich diejenige, deren reines Werthzunahme-Prozent unter den Verwerthungs-Zinsfuß gesunken ist. Diese müßte so bald als thulich abgenutzt werden, und zwar mit der eingängigsten beginnend. Man bestimmt dazu einen Zeitraum, in welchem diese Überstandsmasse mit dem mindesten Verluste gut absetzbar und dabei für die Walderziehung gut abkömmlich ist. Zu Ende dieser Nachnutzungszeit müßten die schwachhaubaren Hölzer stellvertretend einrücken können. Von da an nähern sich die Werthverhältnisse mehr den normalen, wenn auch in den Nachwüchsen,

besonders durch die beschleunigte Abnutzung überständiger Holzvorräthe, ein neues Mißverhältniß eingetreten ist. Dies läßt sich durch forstliche Kunstgriffe, besonders durch Anbau rasch entstehender Waldmassen, vielseitig heben.

§. 476. Werthverhältnisse der Waldnebennutzungen.

Die Waldnebennutzungen bestehen theils in Abfällen und Ausscheidungen der Holzwüchse selbst, als Früchte, Blätter und Säfte; theils in Nebenerzeugnissen vom Waldboden, als Gras, Weide, Streusel u. s. w.; theils in Wiesen, Äckern, Hutungen, Steinbrüchen und Erdgruben, Gewässern und andern Nebengrundstücken. Sie kommen nach ihrem forstlichen und wirklichen Werthe in Betracht. Der forstliche Werth wird bestimmt nach dem Verluste, welchen der Waldbestand durch deren Entnehmung an seiner Ertragsamkeit erleidet. Bei dieser gar nicht leicht zu begründenden Bestimmung mag sich der Waldschätzer vor Allem der eingewurzelten Vorurtheile enthalten. Man hat z. B. schon öfter große Opfer zur Ablösung der verrufenen Waldweide gebracht; dessen ungeachtet finden sich jetzt nicht wenig überzeugende Fälle, wo eine beschränkte Wiedereinräumung derselben dem geordnetern Walde offenbar zum bessern Gedeihen diente.

Die wirklichen Werthe der Nebennutzungen müssen wo möglich nach den laufenden Preisen der Umgegend ermittelt werden, so weit diese in freiem Verkehre von selbst entstanden sind und einen haltbaren Grund haben, keinesweges aber nach den eingeschlichenen Waldpreisen. Ganz unverantwortlich wurde z. B. früher die Waldstreunutzung unentgeltlich zugelassen und dadurch das große Streubedürfniß herbeigeführt. In Folge jener Vernachlässigung darf man jetzt diese Nutzung kaum zu 0,2 bis 0,3 des Strohwerthes ansetzen, während dem ökonomischen und dem forstlichen Werthe nach das Doppelte wohl nicht zu viel wäre.

§. 477. Werthverhältnisse hinsichtlich des Werthnutzungs-Prozents.

Entspricht das Werthnutzungsprozent einer Wirthschaftswaldung dem Verwerthungs-Zinsfuße, so gewährt dieselbe auch im Ganzen die erforderliche Boden- und Bestandsrente. Jede Waldung bietet in ihrem äußersten Werthnutzungs-Prozente, stehe dasselbe gegen den Verwerthungs-Zinsfuß hoch oder niedrig, ein sehr einfaches Werthschätzungs-Mittel. Bezeichnen wir den Gehaltwerth ihres Bodens mit b, den ihres Massenvorrathes mit mv, ihren Reinertrag mit e und das dadurch bedingte Werthnutzungs-Prozent mit np: so giebt die daraus gebildete Proportion

$$(b + mv) : e = 100 : np$$

den Grund zu folgenden Vergleichungen:

Steht das Werthnutzungs-Prozent np dem Verwerthungs-Zinsfuße vz gleich: so stellt sich der wirkliche Waldwerth W, welcher hervorgeht, wenn man den jährlichen Ertrag e mit dem Verwerthungs-Zinsfuße vz kapitalisirt, genau dem Gehaltwerthe b + mv gleich. Denn ist in den Proportionen

$$\begin{array}{l} np : 100 = e : (b + mv) \\ vz : 100 = e : W \\ \hline np = vz, \text{ so muß auch } W = b + mv \text{ sein.} \end{array}$$

Stellt sich np größer als vz, ein durch Steigerung der Werthzunahme wohl zu ermöglichender Fall: so ist W größer als b + mv. Steht im Gegentheile vz höher als np, so ist W kleiner als b + mv. Stets verhält sich

$$vz : np = (b + mv) : W.$$

Findet sich das Werthnutzungs-Prozent np niedriger, als der Verwerthungs-Zinsfuß vz, mithin der Gehaltwerth (b + mv) höher, als der wirkliche Waldwerth W, und läßt sich dasselbe durch geschickte Maßnahmen nicht heben: so liegt der Grund stets in dem mehr oder minder unabsetzbaren Werththeile einer solchen Waldung. Diesen eigentlich unverwerthbaren Betrag (b + mv) — W = x kann man veranschlagen und in seinem

relativen Werthe von dem Gehaltwerthe abziehen; der Rest ergiebt in (b + mv) — x = W das eigentlich verwerthbare Waldkapital. Bei dem gleichbleibenden Reinertrage e steigt das bezügliche Waldnutzungs-Prozent als wahres Werthnutzungs-Prozent wp mit x in nachstehender Proportion:

$$(b + mv - x) : e = 100 : wp.$$

In großen Waldkörpern steht also das nach dem mehr eingebildeten ganzen Gehaltwerthe ausgeworfene relative Werthnutzungs-Prozent weit niedriger, als das von dem verwerthbaren Waldkapitale bedingte wahre Werthnutzungs-Prozent. Das Verhältniß zwischen dem wahren und dem eingebildeten Gehaltwerthe ist ziemlich dasselbe, wie bei gesunkenen Papieren das zwischen dem Cours- und Nominalwerthe. Diese Betrachtungen führen zu denkwürdigen Aufschlüssen über die Werthverhältnisse der Wälder.

§. 478. Waldnutzungsplan.

Hat der Taxator des Waldes ganzen Werthgehalt mit allen auf dessen Verwerthung Einfluß habenden Verhältnissen aufgenommen: so befindet er sich im Stande, über die Art und Weise der Werthausnutzung einen Plan zu entwerfen. Diesem Waldnutzungsplane darf er aber keineswegs nur eine einfache gemeine Waldwirthschaft unterstellen. Ihm ist eine ganz andere Aufgabe ertheilt; er soll im Interesse des betheiligten Verkäufers oder Käufers von jeder fraglichen Waldgebrauchsweise den entsprechenden Werth wohl begründet veranschlagen. Dies kann aber nicht anders geschehen, als mittels Unterstellung aller eben anwendbaren, nur irgend vortheilhaften Gewinnunternehmungen. Ja der umsichtige Waldschätzer richtet jeden seiner Nutzungsanschläge noch auf eine gemeinübliche und eine feinere, minder und mehr einträgliche Ausführung.

Wir unterscheiden hier drei wesentlich verschiedene Waldnutzungsweisen, von welchen der Taxator vorzüglich diejenige auszuwählen und zu verfolgen hat, welche den vorliegenden Umständen eben am besten entspricht und zur maßgeben-

den Richtschnur dienen müßte oder dürfte. Jede bedingt eine ganz eigene Auswerthung, je nachdem das zu schätzende Waldgut in ganz unbeschränktem Grundbesitze einer Zerschlagung anheim fallen kann, oder in freieigenem Waldbesitze die volle Verzinsung des angelegten Waldkapitales abwerfen soll, oder in beschränktem, an die Erhaltung eines gewissen Waldvermögens gebundenen Besitze mit geeigneter Schonung behandelt werden muß. Hieraus entspringen drei ganz verschiedene Nutzungswerthe, welche wir Waldzerschlagungs-Werth, Waldverzinsungs-Werth und Waldschonungs-Werth nennen wollen.

§. 479. Waldzerschlagungs-Werth.

Dieser geht hervor aus einer gänzlichen Zerschlagung des Waldgutes mit Ausverkauf des Holzvorrathes. Gestattung von Seiten der Landesgesetze und sonstiger Verfügungen, Ablösung der etwaigen Grundberechtigungen, höhere Nutzbarkeit des Waldbodens zu landwirthschaftlichen Erzeugungen, mindere Werthzunahme und gute Verkäuflichkeit des Holzvorrathes, wohl auch Neigung des Waldbesitzers zu einer solchen zerstörenden Umwandlung — sind die ersten Bedingungen dieser Waldnutzungsweise, welche nicht selten den gewöhnlichen Waldwerthschätzungen gegenüber einen hohen Gewinn verspricht. Die Waldzerschlagung mit gänzlichem Ausverkaufe ist jedoch meist nur in kleinern Stücken rathsam und nur bei stärkerer Nachfrage nach Grundbesitz mit bereiten Arbeitskräften und Geldmitteln ausführbar. Größere Waldungen können nicht leicht zerschlagen werden, und dies kann nur nach und nach geschehen, so daß in der Zwischenzeit noch eine geeignete, von Jahr zu Jahr an Flächenbereich und Ertrag schwindende Waldwirthschaft Statt findet. Je größer ein Unternehmen dieser Art ist, und je mehr dasselbe aus den Grenzen des gewöhnlichen Verkehrs heraustritt, um so mehr trügen solche, das Waldkapital ausbeutenden Gewinnschätzungen. Manche schlägt ganz fehl, die Gelder gehen nicht sogleich wieder ein, und bedeutende Einbußen finden Statt. Deßhalb rechnet man in diesem Falle auch wegen Wagniß und Gefährdung

geeignete Assekuranz-Prozente zu Gute. Der kluge Spekulant findet hierbei jedoch meist seine Rechnung. Daher könnte auch das auf solche Weise auszubeutende Kapital Spekulations-Werth genannt werden.

§. 480. Waldverzinsungs-Werth.

Die den höchsten Zinsengewinn einbringende Waldwirthschaft, welche alle Haupt- und Nebenerzeugnisse im geeignetsten Zeitpunkte ausnutzt, so daß ihr Reinertrag den Boden- und Bestandswerth genügend verzins't und also das reine Werthnutzungs-Prozent mindestens dem angemessenen Verwerthungs-Zinsfuße gleichkommt, ist diejenige Waldnutzungsweise, welche dem Verzinsungswerthe entspricht. Ein feiner, Alles klug berechnender, mehr die höchste Kapitalnutzung, als die ergiebigste Holzerziehung im Blicke haltender Betrieb macht sich dazu als wesentliches Erforderniß geltend und führt den Schätzer hauptsächlich auf folgende Gesichtspunkte: Minderung des Massenvorrathes, Abkürzung der Umtriebszeit und Beschleunigung des Holzwuchses mit möglich rascher Hervorziehung der Holzerträge; Verwandlung aller Holzvorräthe, die eine genugsame Werthzunahme nicht mehr darbieten, in einträglicheres Geldkapital; zudem Vermehrung der Nebennutzungen, Steigerung der Waldpreise, Minderung der Waldnutzungskosten u. s. w. Der kleinere Forsthaushalt und der Privatbesitz, besonders in Verbindung mit Landgütern, begünstigen diese feinere Musterforstwirthschaft ganz vorzüglich; sie wird mehr und mehr in's Leben treten, je mehr der Waldeigenthümer seinen Vortheil erkennen und berechnen lernt; ist es dahin gekommen, so dürfte der ihr entsprechende höhere Werth wohl vorzugsweise Privatwaldwerth heißen.

§. 481. Waldschonungs-Werth.

Dieser Werth wird von der gewöhnlichen Forstwirthschaft begründet, welche mehr eine gewisse Waldschonung zur Obliegenheit hat und daher auf den nachhaltig höchsten, oder einen sonst bedingten Holzertrag gerichtet ist. Größerer Massenvorrath, höhere Umtriebszeit, Erziehung stärkerer und besserer

Hölzer, oft auch bedingte, mitunter veralterte Holzpreise, zudem ein Gemisch von Solidität und Stabilität sind der Charakter dieser Verwalter=Wirthschaft. Das reine Einkommen von dem unverfügbaren Waldkapitale steht meist bedeutend niedriger, als der gewerbliche Zinsfuß. In Staatsforsten, Stiftungs= und Kommunwäldern, bei ausgedehnten Holzungsrechten, besonders mehr innerhalb großer Waldungen, ist diese Benutzungsweise die herrschende; Mangel an Holzabsatz gestattet oft keine andere. Wir dürfen den auf solche Weise begründeten Waldwerth auch mit dem Worte Staatsforstwerth bezeichnen und schließlich auf die große Verschiedenheit zwischen Spekulations=, Privatwald= und Staatsforstwerth zurückdeuten.

§. 482. Feststellung des Naturalertrags.

Oft steht dem Waldbesitzer die Wahl unter jenen drei wesentlichen Waldnutzungsweisen frei; nicht selten zwischen dem Zerschlagungs= und dem Verzinsungs=Betriebe, oder zwischen diesem und dem Schonungs=Betriebe; oder er kann hier diesen, dort jenen Zwischenweg einschlagen; wenigstens dürften mitunter besondere Theile der Waldung ausnahmsweise einer oder der andern Spekulation unterliegen.

Für alle diese Fälle, welche der Waldnutzungsplan näher vorzeichnet, sind nun, auf dem Grunde ganz ausführlicher Ertragsabschätzungen und bloß mit Gebrauch des Fachwerks, die zu erwartenden Holz= und Nebenerträge nebst den etwaigen Grundveräußerungen von Ort zu Ort nach geeigneten Nutzungsperioden aufzustellen, und zwar mit den Verkaufspreisen ausschließlich der Bereitungskosten, mehr oder minder in's Einzelne eingehend.

§. 483. Feststellung des Geldertrags.

Mittels der aufgestellten Naturalerträge, Grundveräußerungen und Verkaufspreise, welche jede angenommene Waldnutzungsweise während jeder Nutzungsperiode erwarten läßt, ist man nun leicht im Stande, die gesammte Geldeinnahme auszuwerfen. Um von dieser den Reinertrag zu scheiden, müssen alle mit

dem fraglichen Nutzungsbetriebe unzertrennlichen Kosten veranschlagt und in Abzug gebracht werden. Dahin gehören:

1) Bei dem Zerschlagungsbetriebe:

a) Etwaige Abfindungssummen;
b) Grundabgaben und sonstige Entrichtungen in der Zwischenzeit;
c) Zinsen von dem etwa nöthigen Vorschußkapitale;
d) Verlust und Einbuße in Folge des außerordentlichen Arbeitsbedarfs, Holz- und Bodenverkaufs u. s. w.;
e) Unterhaltungs- und Verwaltungskosten, so lange die Waldung noch besteht.

2) Bei fortgesetztem Waldbetrieb würden dagegen zur Frage kommen:

a) Grundabgaben und sonstige Entrichtungen;
b) Unterhaltungskosten;
c) Verwaltungskosten;
d) Zinsen vom baren Betriebskapitale;
e) Verluste an verfallenen Forderungen, unvorhergesehenen Unkosten u. s. w.

§. 484. Feststellung des Verwerthungs-Zinsfußes.

Meist wird die Annahme des Verwerthungs-Zinsfußes gleich von vorn herein dem Urtheile des Taxators stillschweigend überlassen. Dies ermächtigt denselben aber keineswegs, den von ihm eben als annehmlich erachteten Zinsfuß seiner Werthschätzung nur allein unterzulegen. Er muß im Gegentheil seine Rechnung auch nach jedem andern Zinsfuße, welcher (§. 469.) von den Betheiligten nur irgend in Frage gestellt werden könnte, mit anlegen. Der zwischen den örtlich und zufällig bedingten Prozentsätzen mitten inne stehende Zinsfuß kann hierbei zunächst als Richtschnur dienen und ist eben so sehr veränderlich nicht; in Deutschlands wohl geordneten Staatshaushalten dürfte man denselben jetzt recht füglich dem Course unaufkündbarer öffentlicher Schuldscheine gleichstellen, also etwa zu 3½.

§. 485. Werthberechnung.

Hat man nun den reinen Geldertrag des Waldgutes oder Waldstückes nach der eben statthaften einträglichsten Waldnutzungsweise, wohl auch für einen gemeinüblichen und einen feinern Betrieb durch alle Nutzungsperioden veranschlagt; hat man zudem einen geeigneten mittlern Verwerthungs-Zinsfuß angenommen: so ist die Berechnung der bezüglichen Zerschlagungs-, Verzinsungs- oder Schonungs-Werthe eine leichte, in der Arithmetik schon gelehrte Aufgabe. Die dabei nach den verschiedenen Waldnutzungsweisen so sehr verschieden ausfallenden Werthergebnisse dürften die Überzeugung vollends befestigen, daß man mittels der Zinseszinsrechnung, den feinsten Spekulanten überbietend, die verborgensten Vortheile heraus rechnen kann, wenn der Schätzer deren Quelle nur erst aufgesucht hat *). Öfters ist es zweckmäßig, besonders bei Zerschlagungs- oder Theilungsfragen, die Werthe aller einzelnen Stücke für sich aufzustellen.

Da die gar verschiedenen Einflüsse der örtlichen und zufälligen Umstände auf den Verwerthungs-Zinsfuß im Voraus nicht wohl alle zu bestimmen sind und die Auswahl desselben von den Betheiligten meist erst beim Abschlusse des Handels getroffen wird: so führt man die erste und hauptsächliche Werthberechnung nach dem vorläufig angenommenen mittlern Verwerthungs-Zinsfuße genauer durch und rechnet dann bloß zu dem so gefundenen Hauptwerthe die um $\frac{1}{2}$ pCt. höher und niedriger stehenden Mitwerthe näherungsweise aus, nach dem einfachen, aber umgekehrten Zinsfuß-Verhältnisse. Wäre z. B. das Verwerthungs-Prozent $3\frac{1}{2}$ und der Hauptwerth W: so nähme man als Mitwerth für 4 pCt., nach $4 : 3\frac{1}{2} = W : x$, ohne Weiteres $\frac{W \times 3\frac{1}{2}}{4}$; für 3 pCt., $\frac{W \times 3\frac{1}{2}}{3}$. Diese Rechnung ist zwar nur annähernd, jedoch für den beabsichtigten Gebrauch allemal zu-

*) Alle diese Feinheiten der Wertherhebung gedachte man noch kurz vor dem Erscheinen unseres Beweises §. 128. mit Hülfe einfacher oder Mittelzinsen zu umgehen.

reichend, indem die weitere Zinsfußannahme wie überhaupt der ganze Handel meist von persönlicher Ansicht und Willkür der Betheiligten abhängt.

§. 486. Werthveranschlagung.

Endlich wird der Werthanschlag gefertigt mit kurzer Beschreibung der wesentlich in Frage stehenden und in den vorhergehenden §§. überschriftlich genannten Gegenstände und mit Darlegung aller Gründe für die Feststellung der Waldnutzungsweisen, verwerthbaren Erzeugnisse, angenommenen Preise, Kosten und Zinssätze. Der Anschlag selbst muß sich so weit als erforderlich auf Ort und Zeit erstrecken und die Faktoren, Produkte und Summen der Werthberechnung übersichtlich darstellen, so daß der Beurtheilende bis auf die kleinsten Erhebungsquellen prüfend zurückgehen kann. Dabei darf der Schätzer nicht unterlassen, zu jeder vorgeschlagenen Waldnutzungsweise die aus der Abschätzung hervorgegangenen Durchschnittswerthe vom Morgen auszuwerfen, diese Werthe aber nicht nur unter sich und mit den aus der seitherigen Bewirthschaftung entsprungenen Nutzungswerthen, sondern auch mit den gewöhnlichen Kaufpreisen ähnlicher Grundstücke derselben Gegend zu vergleichen. Zudem ist meist noch ein vertrauliches Gutachten erforderlich über alle Interessen der Betheiligten und Mitbewerber in Bezug auf den fraglichen Handel.

§. 487. Summarische Waldwerth-Schätzung auf dem Grunde einer zusammengefaßten Abnutzung.

Öfters mangelt es an Zeit und Mitteln zur ausführlichen Werthschätzung; nicht selten finden sich auch die Nutzungs-Verhältnisse so ungewiß, daß man kaum im Stande ist, das Einzelne nach Ort und Zeit gesondert zu erheben. In solchen Fällen darf wohl eine summarische Werthschätzung des Bestandes und Bodens genügen. Hierbei nimmt man entweder eine durchgängig zusammengefaßte, oder eine nach Bestands-

klassen und Perioden mehr gesonderte Abnutzung des vorhandenen Holzbestandes an, nebst einer alsbaldigen Weiterverwerthung des mittlerweile frei werdenden Bodens, und setzt voraus, daß die bezüglichen Bestandes- und Bodenwerthe während jedes fraglichen Abnutzungszeitraumes in jährlich gleichen Theilen einlaufen. Der Holzvorrath wird nach den verschiedenen Bestandsklassen wenn auch nur durchschnittlich bestimmt.

Das Abschätzungsverfahren mittels zusammengefaßter Bestands-Abnutzung läßt sich durch ein Beispiel am deutlichsten darstellen. Setzen wir voraus, es fänden sich in einer 300 Mg. großen Holzung auf

20 Mg.	mit 51-	bis 60jähr. Best.	zu 24 Mkl.	an Vorr.	480 Mkl.
40 »	» 41	» 50 » »	» 21 »	» »	840 »
50 »	» 31	» 40 » »	» 17 »	» »	[illegible] »
50 »	» 21	» 30 » »	» 12 »	» »	600 »
60 »	» 11	» 20 » »	» 6 »	» »	360 »
80 »	» 1	» 10 » »	» 1 »	» »	80 »

und mithin an ganzem Holzvorrathe: 3210 Mkl.;

man habe den Abnutzungszeitraum auf 50 Jahre gesetzt und den inzwischen noch erfolgenden Holzzuwachs ermittelt: so könnte folgende Werthveranschlagung Statt finden.

1) Der Massenertrag ist auf drei verschiedenen Wegen zu entziffern.

a) Man nimmt so weit als thulich den Jahreszuwachs, wenn auch von allen Bestandsklassen nur summarisch, und rechnet denselben (n. §. 88. I.) ohne Weiteres auf die halbe Abtriebszeit $\left(\frac{50}{2}\right)$ zum Holzvorrathe. Bei dem jährlichen Zuwachs von etwa 132 Mkl. betrüge der Gesammtzuwachs 132 × 25 = 3300 Mkl., und der jährliche Holzertrag stellte sich zu

$$\frac{3210 + 3300}{50} = 130{,}2 \text{ Mkl.}$$

b) Oder man bestimmt den Perioden-Zuwachs, wie derselbe nämlich, in Gemäßheit eines gleichen Flächenangriffs, jeder Abtriebsperiode durchschnittlich zu Theil würde. Z. B.

1. Jahrzehnd	60 Mg.	zu etwa	0,3	Mkl.	× 5,	beträgt	90 Mkl.
2. »	60 »	» »	0,35	»	× 15	»	315 »
3. »	60 »	» »	0,4	»	× 25	»	600 »
4. »	60 »	» »	0,45	»	× 35	»	945 »
5. »	60 »	» »	0,45	»	× 45	»	1215 »
				Dies giebt an Gesammtzuwachs			3165 Mkl.

und zum jährlichen Holzertrag:

$$\frac{3210 + 3165}{50} = 127{,}5 \text{ Mkl.}$$

c) Darf man eine Progressional-Mehrung voraussetzen, so ergiebt sich (n. §. 450. 1.) als jährlicher Holzertrag:

$$3210 : \frac{50}{2} = 128{,}4 \text{ Mkl.}$$

Nach diesen Ergebnissen dürfte man den jährlichen Holzertrag etwa zu 130 Mkl. annehmen.

2) Der nach und nach einlaufende Bestandswerth ist außer diesem Holzertrage noch von den gegenwärtigen und künftigen Holzpreisen bedingt. Diese steigen und fallen, je nachdem die zum Abtrieb kommenden Bestände mehr oder minder nutzbar sind. Meist bleibt die Nutzbarkeit bei gleichem Alter ziemlich gleich. Rechnen wir durch alle Zeiten die Massenklafter, nach Abzug der Bereitungskosten, zu 4 Thlr.: so ergiebt die Holznutzung eine 50 Jahre dauernde Rente von jährlich 130 × 4 = 520 Thlr. und bei 3 pCt. einen Kapitalwerth von

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 520 = 13379 \text{ Thlr.}$$

3) Den Bodenwerth schätzt man durchschnittlich nach der mittlern Ortsgüte und der geeigneten Nutzungsweise, welche als geregelte Holzzucht oder als Fruchtbau u. dgl. eintritt, so wie die Abnutzung des vorgefundenen Bestandes den Boden frei giebt. Wäre dessen künftiger Nutzungswerth pr. Mg. 20 Thlr., so käme auf jedes Abnutzungsjahr (von $\frac{300}{50} = 6$ Mg.) 6 × 20 = 120 Thlr. Daraus ergiebt sich an gegenwärtigem Kapitalwerthe zu 3 pCt.:

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 120 = 3087 \text{ Thlr.}$$

4) Die von dem vorhandenen Holzbestande noch abfallenden **Nebennutzungen**, welche nicht in die neue Bodennutzung überlaufen, stellen sich als abnehmend aufhörende Renten in Rechnung. Gingen z. B. von jedem noch bewaldeten Morgen, nach Abzug der Sammlungskosten, 3 Sgr. nebenher ein: so betrüge das im 1. Jahre 300 × 3 Sgr. = 30 Thlr., dann in jedem folgenden Jahre, wegen der abgehenden 6 Mg. Schlagfläche, 6 × 3 Sgr. = 0,6 Thlr. weniger, also zuletzt im 50. Jahre noch 0,6 Thlr. Der Jetztwerth dieser Nebennutzung ist, ebenfalls zu 3 pCt. berechnet (n. §. 120. 3.): das Kapital einer zu 30 Thlr. anzunehmenden Hauptrente $\frac{100}{3} \times 30 = 1000$ Thlr., mit Abzug einer aus den Stammwerthen des zu 0,6 Thlr. angenommenen jährlichen Abgangs $\left(\frac{100}{3} \times 0{,}6 = 20 \text{ Thlr.}\right)$ gebildeten 50 Jahre dauernden Nebenrente

$$\left(\frac{100}{3} - \frac{100}{3} \times \left(\frac{100}{103}\right)^{50}\right) \times 20 = 515 \text{ Thlr.},$$

also 1000 — 515 = 485 Thlr.

Der Praxis würde es mehr entsprechen, wenn man die Beträge eines jeden Jahrzehnds summarisch auf den mittlern Vorwerth führte.

5) Unser **Gesammtwerth** umfaßte nun, ohne Abzug der weitern Ausgaben:

an Bestandswerth	13379	Thlr.,
an späterm Bodenwerth	3087	»
an Nebenerträgen	485	»
im Ganzen	16951	Thlr.

§. 488. Summarische Waldwerthschätzung auf dem Grunde einer mehr gesonderten Abnutzung.

Ein solches summarisches Abschätzungsverfahren gestattet mehr Genauigkeit, wenn die **Bestandesabnutzung** nach Alters-

klassen und Perioden gesondert wird. Man könnte nämlich die mehr erwachsenen Hölzer vornweg nach ihren besondern Massenbeträgen, die Junghölzer aber klassenweise nach allgemeinen Nutzungswerthen veranschlagen, in beiden Fällen einschließlich des eben mit frei gegebenen Bodenwerthes. Das oben gebrauchte Beispiel mag hier wieder zur Erläuterung dienen.

1) Obige mehr erwachsenen Bestände ergäben, in dem nächsten Jahrzwanzigt mit 10jährigem Zuwachs abgenutzt, von

20 Mg.	zu 24 Mkl. Best. mit $10 \times 0{,}3$ Mkl. Zuw.	—	540 Mkl.,
40 »	» 21 » » » $10 \times 0{,}3$ » »	—	960 »
50 »	» 17 » » » $10 \times 0{,}35$ » »	—	1025 »
110 Mg.	an Holzertrag:		2525 Mkl.,

und an jährlichem Wertheinkommen:

von der Holznutzung	$\frac{2525}{20}$ Mkl. × 4 Thlr.	=	505 Thlr.,
von der Nebennutzung	$\frac{110 \text{ Mg.} \times 3 \text{ Sgr.}}{2}$	=	5,5 »
vom Bodenwerthe	$\frac{110}{20}$ Mg. × 20 Thlr.	=	110 »
	zusammen:		620,5 Thlr.;

somit an Jetztwerth zu 3 pCt. als Rente:

$$620{,}5 \times (33{,}33333 - 18{,}45588) = 9231 \text{ Thlr.}$$

2) Die Junghölzer sollten im 50. Altersjahre pr. Mg. erwarten lassen: (23 Mkl. zu 4 Thlr. =) 92 Thlr. Bestandswerth mit (50 × 3 Sgr. =) 5 Thlr. angesammelten Nebennutzungswerth und 20 Thlr. Bodenwerth; zusammen also 117 Thlr. Dieser, von den verschiedenen Altersklassen, nach 25, 35 und 45 Jahren entfallende Morgenwerth gäbe an ganzem Jetztwerthe:

50 Mg. × 117 × 0,47761	=	2794 Thlr.,
60 Mg. × 117 × 0,35538	=	2495 »
80 Mg. × 117 × 0,26444	=	2475 »
190 Mg.	zusammen	7764 Thlr.

3) Der Gesammtwerth wäre mithin:

Von den mehr erwachsenen Beständen	9231 Thlr.,
von den Junghölzern	7764 »
Im Ganzen, ziemlich wie der obige:	16995 Thlr.

Solche summarischen Werthschätzungen gestatten bei aller Einfachheit die genaueste, so wie die oberflächlichste Behandlung ihres Gegenstandes und sichern dabei vor manchen Mißgriffen, indem die Mitanrechnung des, durch den Abtrieb frei gegebenen, Bodenwerthes alle weitern Nutzungsanschläge beseitigt.

§. 489. Schätzung des Schadenersatzes wegen Stammholzentwendungen.

Der Schadenersatz wegen unmittelbar vom Stocke entwendeter Hölzer wird geschätzt nach Maßgabe des Holzbetrags, des wirklichen Holzwerthes und des durch die Entwendung verursachten wirthschaftlichen Nebenverlustes.

1) Um den Holzbetrag entwendeter Stämme so gut als thulich anzusprechen, bemißt man zu der fraglichen Holzart die drei Massengehalt-Faktoren mittels der noch vorfindlichen Vergleichungsgrößen, nämlich: die Stammstärke, nach der Stärke und Form des Stockes, und wenn auch dieser fehlt, nach dem Umfange des Stockplatzes; die Scheitelhöhe und Stammform, nach den Nachbarstämmen, der ermittelten Stammstärke, der Stockform, dem Abstande und Standorte. Auf dem Grunde dieser Ermittelungen wird die Holzmasse berechnet, das Sortenverhältniß beurtheilt und der Sortenbetrag näher bestimmt. Von mehren Stämmen zusammen, oder ganzen Bestandesstücken schätzt man den Holzbetrag auf gleiche Weise. Zur Bewährung solcher Thatbestände sind glaubhafte Aussagen sehr dienlich.

2) Bei Bestimmung des wirklichen Holzwerthes, nach Maßgabe des geschätzten Holzbetrags, legt man in der Regel den Marktpreis zum Grund; denn jede Forsttaxe beruht auf Vertrag oder Vergünstigung, woran der Forstfrevler, der ohnedies das entwendete Holz meist um den höchsten Preis verkauft, keinen Theil haben kann.

3) Wird das entwendete Holz auch im vollen Marktpreise entschädigt, so verursacht dennoch dessen Herausreißung aus dem Wachsthums- und Wirthschafts-Verbande dem Beschädigten oft noch manchen Nebenverlust. — Ohne die Beurtheilung dieses

Nebenverlustes auf Spitzfindigkeiten zu bauen und etwa zu Gunsten des Beschädigten anzuführen, daß das entwendete Holz mit der Zeit vortheilhafter hätte verwendet werden können, etwa zur Gewinnung besserer Ausnutzungs- oder Gelegenheitspreise, so wie durch vorzugsweise Abgabe anderer, mehr rückgängiger Holzwüchse, oder wohl mittels Benutzung des Stockausschlags, der Besamung, oder sonstiger Vortheile, was Alles auf sehr unsichern Gründen beruht und mitunter sogar auf Gegensätze führen könnte; auch ohne die Discontirung irgend eines vernichteten Zukunftswerthes zu Hülfe zu nehmen, welche von zu fernen und unsichern Grundlagen ausgeht und nicht von Jedem gehandhabt werden kann, dem der Forstschutz obliegt: halten wir uns hier nur allein an die Entschädigung des nebenbei verursachten Werthzunahmeverlustes. Der Schadenersatz, welcher diesen mit einschließt, ergiebt sich aus dem Holzwerthverluste in Verhältniß des landüblichen Zinsfußes zu dem (n. §. 407.) nun verlornen Werthzunahme-Prozente und umfaßt somit zugleich den Verlust an Bodenrente von dem erledigten Standplatze.

Wäre z. B. von einem im Mittelwaldschlage entwendeten Standreitel der wirkliche Holzwerth zu 6 Sgr. und der Werthzunahmeverlust zu 7 Prozent geschätzt worden: so verhielte sich bei 4prozentigem Zinsfuße der geschätzte wirkliche Holzwerth als Entwendungswerth zu dem ganzen Schadenersatze wie 4 : 7 *), und dieser betrüge mithin $\frac{7}{4} \times 6 = 10,5$ Sgr., nämlich 6 Sgr. wegen Holzwerthverlust und 4,5 Sgr. wegen Werthzunahmeverlust.

*) Der Entwendungswerth E ist nämlich als Kapital anzusehen, das dem Forste 7 pCt., mithin $E \times \frac{7}{100}$ abwarf. Der Schadenersatz S, zu 4 pCt., also zu $S \times \frac{4}{100}$ angelegt, muß jenen Betrag ersetzen. Daraus ergiebt sich die Gleichung:

$$S \times \frac{4}{100} = E \times \frac{7}{100},$$
$$S \times 4 = E \times 7,$$
$$S = E \times \frac{7}{4}.$$

Diese Berechnung setzt freilich eine unaufhörliche Fortdauer des Werthzunahmeverlustes voraus, welche in der Wirklichkeit nicht besteht; allein man kann den spätern Abfall desselben recht füglich für die übrigen, weniger bestimmbaren Nachtheile des beschädigten Waldbesitzers aufrechnen, dabei aber zur Begegnung von Mißbräuchen das höchste Werthzunahme-Prozent nur auf das Doppelte des gangbaren Zinsfußes beschränken. Dieses Äußerste übersteigt das Wachsthum und die Werthzunahme solcher Hölzer ohnehin nicht leicht.

Hiernach dürfte bei forstwirthschaftlicher Bestimmung des Schadenersatzes wegen entwendeter Stammhölzer die einfache Regel gelten: Man bestimme den Holzbetrag nach den noch ermittelbaren Maßen, den wirklichen Holzwerth nach den Marktpreisen und den Schadenersatz nach dem Holzwerthe in Verhältniß des landüblichen Zinsfußes zum verlornen Werthzunahme-Prozente. Dabei dürfte aber der Schadenersatz das Doppelte des Holzwerthes nicht übersteigen.

Diese Regel hält sich in so engen und bestimmten Grenzen und behilft sich mit so einfachen Schätzungsmitteln, daß jeder Forstaufseher leicht und sicher nach ihr taxiren kann; sie ist ein längst gewünschtes Auskunftsmittel unseres Forststrafverfahrens.

§. 490. Schätzung des Schadenersatzes wegen Holzbeschädigungen.

Die Schätzung des Schadenersatzes wegen bloßer Beschädigung an Gehölzen verfolgt zwei verschiedene Wege, je nachdem der Schaden an eigentlich nutzbaren Hölzern, oder an jungen Holzwüchsen verübt wurde.

1) Von beschädigten Holzstämmen ist zu schätzen und zu ersetzen: was der zurückgebliebene Stamm einmal an seinem vorhinnigen vollen Holzwerthe, zum andern an seiner künftigen Werthzunahme verloren hat. Der erstere, einmalige Verlust kann sehr wenig, auch wohl gar keinen wirklichen Nutzungswerth haben, aber doch

sehr üble Folgen nach sich ziehen; der letztere und hauptsächliche Verlust tritt als Rente auf, die bis zur dereinstigen wirthschaftlichen Abnutzung des Baumes dauert.

Gesetzt, ein Baum, dessen voller Holzwerth 120 Sgr. betrug, sei entästet worden; man habe die entwendeten Äste an sich zu 20 Sgr. angeschlagen, den Entgang an weiterer Werthzunahme des Baumes aber jährlich zu 3 Prozent geschätzt, und zwar mit 15jähriger Dauer bis zu der daselbst eintretenden Schlaghauung. Davon berechnet sich der Schadenersatz nach 4prozentigem Zinsfuß:

a) An Entwendungswerth = 20 Sgr.
b) An Werthzunahmeverluste, jährlich zu 3 pCt., $120 \times \frac{3}{100} = 3{,}6$ Sgr. *). Davon der 15jährige 4prozentige Rentenwerth: $3{,}6$ Sgr. $\times (25 - 13{,}88)$ = 40 »

Zusammen: 60 Sgr.

Da in einem solchen Falle die höchste Entschädigung eben auch durch das Doppelte des landüblichen Zinsfußes begrenzt sein müßte (§. 489.), es aber dem Beschädigten frei steht, den zurückgebliebenen Haupttheil des Stammes alsbald niederzuschlagen und den davon erlös'ten Holzwerth sammt dem erstatteten Entwendungswerthe zinstragend anzulegen: so dürfte man, wenigstens bei gewöhnlichen Beschädigungen dieser Art, als Werthzunahmeverlust höchstens nur noch den einfachen Zinsenbetrag anrechnen.

Bei solchen Beschädigungsfällen kann übrigens der Schadenersatz weit über das Doppelte des entwendeten Holzwerthes steigen und dieser, wie bei bloßen Verletzungen, ganz betraglos sein. Ist ein Stamm tödtlich verletzt, vielleicht durch Entrindung, so wird der Schadenersatz nach §. 489. berechnet und der noch vorhandene Holzwerth dem Beschädiger gut geschrieben.

2) Von beschädigten Holzanwüchsen schätzt man zum Behuf des Schadenersatzes einerseits die Wiederherstel-

*) Hierbei ist der Werthzunahmeverlust auf das entwendete Astholz, das doch alsbald ersetzt wird, der Kürze wegen mit eingerechnet.

lungskosten, andrerseits den Wirthschaftsverlust bis zum Wiedereintritte des frühern unbeschädigten Zustandes. Die Kosten der thulichen Wiederherstellung durch das geeignetste Ausbesserungsmittel nebst den etwaigen weitern Nachbesserungen kann jeder Forstwirth ohne Weiteres leicht veranschlagen. Der Wirthschaftsverlust während der Wiederherstellungszeit umfaßt theils die inzwischen verloren gehende Bodenrente und Bodenkraft, theils den gleichzeitigen Zinsenverlust von allen früher aufgewendeten Erzeugungskosten.

So könnte z. B. die Schadenersatzberechnung von einer 6jährigen Kiefernansaat, deren Wiederherstellungszeit 4 Jahre erfordere, zu 3 pCt. und pr. Morgen mit folgenden Ansätzen durchgeführt werden:

a) Alsbaldige Wiederauspflanzung = 25 Sgr.

b) Jährlicher Verlust während der nächsten 4 Jahre:

20 Sgr.	an Bodenrente und Bodenkraft.	
10 »	an Zukunftszinsen von allen vorher aufgewendeten Anlage- und Unterhaltungskosten, einschließlich des mittlerweile davon schon aufgelaufenen Zinsenbetrags.	
30 Sgr.	Diese 4jährige Rente hat an Jetztwerth (§. 115.):	
	30 Sgr. × (33,33 — 29,61)	= 111,6 »
	Ganzer Schadenersatz pr. Morgen:	136,6 Sgr.

§. 491. Schätzung des Schadenersatzes wegen Holzverwüstungen.

Die Schätzung des Schadenersatzes wegen begangener gänzlicher Verwüstung von Gehölzen ändert sich ebenfalls, je nachdem der Verlust in nutzbaren Hölzern, oder in jungen Holzwüchsen besteht.

1) Eine gänzliche Verwüstung vorhandener nutzbarer Holzbestände ist ohne zeitige Begegnung von Seiten des Besitzers kaum möglich, zumal als Gegenstand nachheriger, rechtlich begründeter Schadenersatzforderung. Hierbei bietet sich dem Taxator kein anderer Schätzungsweg dar, als die nähere Ermittelung des Verwüstungszustandes und entwendeten Holzwerthes mit Berücksichtigung der etwa geltend zu machenden, verlornen forstwirthschaftlichen Zukunftswerthe, je nach den verschiedenen Benutzungsarten und Zeiten.

2) Bei gänzlicher Verwüstung junger Holzwüchse sind zu schätzen und zu ersetzen:

a) Die Anlagekosten, als einmalige Ausgabe auf den Jetztwerth berechnet.

b) Die seit der Anlage aufgewendeten Unterhaltungskosten, nach Abzug der etwaigen gleichzeitigen Zwischennutzungen, als Vergangenheitsrente (n. §. 111.) zu kapitalisiren.

c) Der Entgang an Bodenrente und Bodenkraft in der Zwischenzeit, ebenfalls eine Vergangenheitsrente.

d) Der gleichzeitige Verlag an Verwaltungs- und andern ständigen Kosten; nächstdem wohl auch eine Spekulationsvergütung.

Die §§. 496 bis 499. über Expropriations-Entschädigungen von Holzgrundstücken behandeln diese Werthfragen ausführlich, wenn auch in etwas anderer Beziehung.

§. 492. Schätzung des Entschädigungswerthes von gerichtlich enteigneten Bäumen und Gehölzen überhaupt.

Die Expropriationen von Grund und Boden zu Landstraßen, Eisenbahnen, Kanälen und andern öffentlichen Bauwerken betreffen nicht selten auch Bäume und Gehölze. Nach deren Entschädigungswerthen wird sorgfältig gefragt, sowohl von der Behörde, als von dem Eigenthümer. Zur Erledigung dieser, mehr oder minder forstlichen Aufgabe hat der Taxator die Boden- und Holzwerthe stets getrennt zu behandeln und den Verwerthungs-Zinsfuß geeignet zu wählen.

1) **Die Schätzung des Bodenentschädigungs-Werthes** darf und muß in einem solchen Falle diejenige Gebrauchs- und Kulturart zum Grund legen, welche nach Maßgabe der Bodenart und Beschaffenheit, so wie der Belegenheit und Nutzbarkeit den höchsten Reinertrag thulich und dauernd verspricht, wenn auch zuvor das Grundstück mittels der darauf befindlichen Bäume oder Gehölze weniger einträglich benutzt wurde. In der Regel hat man zwischen den Werthen von Gartenland, Ackerland, Wiese, Holzland und Weideland zu wählen. Ist freilich die Nutzungsart des Grundstückes durch irgend eine Dienstbarkeit unabänderlich bedingt, und muß diese von dem Erwerber besonders mit abgelös't werden: so hebt dies jede willkürliche Wahl einer andern Bebauungsart.

Der vom Grund und Boden geschätzte Reinertrag, oder auch der vom gangbaren Bodenpreise nach einem geeigneten mittlern Zinsfuß berechnete Kapitalabwurf gilt als **Bodenrente**. Diese wird in allen folgenden Anweisungen zum Schätzen der Entschädigungswerthe als schon ermittelt und gegeben vorausgesetzt.

2) **Die Schätzung des Holzentschädigungs-Werthes** hat es entweder mit Vergangenheits- oder mit Zukunftsbeträgen zu thun. Diese sind als für sich angelegte Betriebskapitale anzusehen, um deren Ersatz es sich handelt, die aber von der ebenfalls abgesondert betrachteten Bodenrente mehr oder weniger mit aufzehren. Aller Holzentschädigungs-Werth wird entweder auf dem Grunde der aufgewendeten **Erzeugungskosten**, oder auf dem der erwartbaren **Zukunftsnutzungen** entwickelt. Auf beide zugleich hat der Entschädigungsberechtigte keinen Anspruch; denn mit dem Einen wird das Andere ersetzt, und in diesem Ersatze ist dann auch das eben enteignete Holz an sich mit begriffen. Dessen wirklicher Werth gilt nur dann als Entschädigungswerth, wenn ihn die Jetztwerthe der aufgewendeten Erzeugungskosten und der erwartbaren Zukunftsnutzungen nicht übersteigen.

a) **Die Erzeugungskosten** umfassen die **Anlagekosten**, die **Unterhaltungskosten** und den **Entgang an**

mittlerweile aufgezehrter Bodenrente, jedoch mit Abzug der indeß etwa schon eingegangenen Zwischennutzungen von der Anlage; sie dienen zum billigsten Entschädigungsbetrage und finden nur bei jüngern Anlagen Statt, von denen die Zukunftsnutzungen noch zu fern und unerheblich sind.

b) Zukunftsnutzungen. Deren Entschädigungsbetrag wird hauptsächlich bedingt von der einstigen Holzabnutzung und den bis dahin eingehenden Zwischennutzungen, nach Abzug des Entganges an aufgezehrter Bodenrente.

3) Verwerthungs-Zinsfuß. Da die Expropriation nur wirklich Verwerthbares entschädigt, bei jeder Baum- und Holzanlage aber mancher Spekulations-Verlust aus dem unvermeidlichen Mißlingen entspringt, und da ohnehin der Eigenthümer durch die erzwungene Abtretung in seinem Wirthschaftsverbande manchen Nebenverlust erleidet: so hätte die Entschädigungsberechnung diese Verluste billigerweise durch einen angemessenen Verwerthungs-Zinsfuß zu decken und mithin allen Vergangenheitsaufwand mit geeignet höhern und alle Zukunftsnutzung mit geeignet niedrigern Prozentsätzen auf die Entschädigungswerthe der Gegenwart zu discontiren.

§. 493. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Obstbäumen.

Die Werthschätzung der Obstbäume liegt zwar außer dem eigentlichen Bereiche des Forsttaxators; doch wendet sich die Expropriation auch mit dieser Aufgabe an ihn, weil dies Geschäft ganz nach forstlicher Schätzungsweise vollführt werden muß und Andere wenigstens mit den Werthberechnungen nicht so leicht umgehen können. Die Ermittelung des Entschädigungswerthes von Obstbäumen ändert sich, je nachdem man entweder noch junge, oder schon tragbare Bäume, oder vollständige Obstplantagen zum Gegenstande hat.

1) Entschädigungswerth für junge Obstbäume. Hier sind nur die Erzeugungskosten in ihrem dermaligen Kapitalwerthe zu entschädigen. Diese bestehen aus den Anlage-

und Unterhaltungskosten und dem Bodenrente-Entgang, mit Abrechnung des etwaigen Zwischennutzungs-Abfalles.

Beispiel von einer 15jährigen, zu 4 pCt. verwertheten Obstpflanzung.

a) Anlagekosten. Jetztwerth von 60 Obststämmen, jeder für 6 Sgr. angekauft, für $\frac{1}{2}$ Sgr. gepflanzt und für $1\frac{1}{2}$ Sgr. verwahrt, zusammen für 16 Thlr. angelegt = 16 Thlr. × 1,801 = 28,8 Thlr.

b) Unterhaltungskosten, für Ergänzung, Reinhaltung und sonstige Pflege, seit der Anlage im Durchschnitt jährlich 25 Sgr. = $\frac{25}{30}$ Thlr. × 20,825 = 17,3 »

c) Entgang von der landwirthschaftlichen Bodenrente, an Dünger, Körnerverlust und dergl., jährlich 8 Sgr. = $\frac{8}{30}$ Thlr. × 20,825 = 5,6 »

Gesammter Aufwand: 51,7 Thlr.

d) Dagegen hat die anfängliche Obstnutzung während der letzten 5 Jahre abgeworfen, jährlich 15 Sgr. Diese abzurechnende Zwischennutzung beträgt (§. 111.) $\frac{15}{30}$ Thlr. × 5,633 = 2,8 »

Es verbleibt also an Entschädigungswerth: 48,9 Thlr.

2) Entschädigungswerth für tragbare Obstbäume. Hat der Obstbaum das eigentliche Fruchtbarkeitsalter erreicht, so dienen die erwartbaren Zukunftsnutzungen zur Schätzungsgrundlage, und diese bestehen theils in den Zwischennutzungen an Obst, nach Abrechnung der Nutzungskosten und des Bodenrente-Entganges im Verdämmungsbereiche des Baumes, theils in der Holzabnutzung, wenn die Obstnutzung aufhört einen Überschuß zu geben. Dieser Nutzungszeitraum muß erfahrungsmäßig bestimmt werden.

Beispiel. Ein Obstbaum halte sich in seiner überschüssigen Nutzbarkeit wahrscheinlich noch 24 Jahre; dessen dermaliger Kapitalwerth solle nach den erwartbaren Zukunftsnutzungen zu 3 pCt. berechnet werden.

a) Zwischennutzungswerth.

14 Sgr. an jährlichen Obsterndten,
5 » an jährlichem Bodenrente-Entgang,

9 Sgr. überschüssige Zwischennutzung. Davon beträgt der Jetztwerth: 9 Sgr. × 16,94 = 152 Sgr. Dieser könnte ebensowohl auch periodisch verschieden angesetzt werden.

b) Holzabnutzungswerth, nach 24 Jahren 32 Sgr. und jetzt: 32 Sgr. × 0,49 = 16 »

Gesammter Entschädigungswerth: 168 Sgr.

Befriedigt eine reichlich geschätzte Zukunftsnutzung den Entschädigungsberechtigten nicht, so läßt sich mit Zuhülfnahme der erwartbaren Zwischennutzungen — wenn man diese in progressiver Abnahme auf die Vergangenheit anwendet — ein Erzeugungswerth herausrechnen, welcher die Haltbarkeit des gebotenen Zukunftsnutzungswerthes genügend beweiset.

3) Entschädigungswerth für volle Obstplantagen. Eine solche vollständige Obstpflanzung, wo alt und jung durch einander steht, und deren Erträge als immerwährend gleiche Renten anzunehmen sind, wird am leichtesten und sichersten summarisch abgeschätzt. Dabei ist der jährlich zu erwartende, gesammte Obstnutzungsbetrag, ausschließlich der Nutzungskosten und des gleichzeitigen Bodenrente-Entgangs, zu ermitteln und festzustellen. Der Holzabnutzungswerth bleibt unberücksichtigt, wofern man die im Laufe der Zeit abgängigen Äste und Bäume zum Unterhaltungsersatze aufrechnet.

Betrüge z. B. jährlich im Durchschnitt die Obstnutzung ausschließlich der Nutzungskosten 15 Thlr.,
der Bodenrente-Entgang 9 »
also die überschüssige Obstnutzung 6 Thlr.:
so stellte sich der 3prozentige Entschädigungswerth auf 6 Thlr. × $\frac{100}{3}$ = 200 Thlr.

§. 494. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Köpf- und Schneidelbäumen.

Die Köpf- und Schneidelbäume gewähren ebenfalls zwei wesentlich verschiedene Nutzungsformen. Bei jenen sind die Holzabnutzungsbeträge, bei diesen die Zwischennutzungsbeträge untergeordnet; bei beiden hat man die Nutzungsdauer, die periodische Zwischennutzung und die endliche Holzabnutzung zu bestimmen.

Die Nutzungsdauer richtet sich mehr nach dem Zeitpunkte, bis zu welchem der Köpfbaum eine gewisse Eingängigkeit und der Schneidelbaum eine bestimmte Brauchbarkeit erreicht. Die durchs Köpfen und Schneideln von Zeit zu Zeit eintretende Zwischennutzung wird, nach Abzug des etwaigen Bodenrente-Entganges und der Nutzungskosten, gleich in reinem Geldertrage entweder als periodische Einnahme angesetzt, oder als jährliche Rente vertheilt. Den Holzabnutzungsertrag bestimmt man ganz nach forstlicher Schätzungsweise.

1. Beispiel.

Eine Kopfweide werde alle 7 Jahre geköpft, stehe jetzt im 3. Köpfjahre und gebe an 3prozentigem Jetztwerthe zu erwarten:

a) Überschüssige Zwischennutzungswerthe:

Nach 4 Jahren für 8 Sgr. Kopfholz:	8 × 0,888	=	7,1	Sgr.
» 11 » » 7 » »	7 × 0,722	=	5,1	»
» 18 » » 5 » »	5 × 0,587	=	2,9	»
» 25 » » 3 » »	3 × 0,478	=	1,4	»
	Zusammen:		16,5	Sgr.

b) Holzabnutzungswerth
nach 25 Jahren 12 Sgr., mithin jetzt: 12 × 0,478 = 5,7 »

Betrag des gesammten Entschädigungswerthes: 22,2 Sgr.

2. Beispiel.

Hätte man 20 Kopfweiden von ziemlich gleicher Stärke und Wachsbarkeit in eine Berechnungspartie zusammengefaßt und davon 25 Jahre hindurch jährlich 10 Sgr. an Kopfholzzwischennutzung und endlich 135 Sgr. an Stammholzabnutzung geschätzt: so ergäbe sich zu 3 pCt.

an Zwischennutzungswerth, 10 × 17,41 = 174 Sgr.,
an Holzabnutzungswerth, 135 × 0,48 = 65 »
an ganzem Entschädigungswerthe: 239 Sgr.;
für jeden Stamm im Durchschnitt etwa 12 Sgr.

Da volle Kopfholzbestände mit wirthschaftlicher Altersabstufung einen jährlich gleichen Ertrag an Zwischennutzung und Holzabnutzung ergeben, so ist deren Werth auf dieselbe Weise zu berechnen, wie bei normalen Waldungen. — Die Werthschätzung der Schneidelstämme entnimmt von den Kopfhölzern die Regeln zum Veranschlagen der Zwischennutzungen und von den Wildbäumen, die zum Veranschlagen der Holzabnutzung.

§. 495. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Wildbäumen.

Bei der Enteignung ungestutzt erwachsender Wildbäume kommt bloß der Holzabnutzungswerth zur Frage. Dessen Schätzung beschäftigt sich hauptsächlich mit dem gegenwärtigen Massengehalte und Geldwerthe nebst dem Massenzuwachse und der Werthzunahme, und zwar im einmaligen Betrage. Der abzuziehende Bodenrente-Entgang ist hier meist unbedeutend. Das Geschäft erstreckt sich entweder auf einzelne Wildbäume, oder auf mehre zusammen.

1) Werthschätzung einzelner Wildbäume. Man bestimmt den gegenwärtigen wirklichen Werth und dazu für mehre fragliche Abnutzungszeiten die Zukunftswerthe mit deren Jetztwerthen. Der höchste unter diesen Jetztwerthen dient als Entschädigungswerth, wofern er den gegenwärtigen wirklichen Holzwerth übersteigt, was bei einigermaßen erwachsenen Bäumen selten Statt findet, zumal wenn durch ihre Werthzunahme ein Bodenrente-Entgang mit gedeckt werden muß.

Beispiel. Hätten sich von einer Ufererle, deren gegenwärtiger Gehaltwerth 44 Sgr. betrüge, bei 3prozentiger Kapitalisirung folgende Schätzungswerthe herausgestellt:

für den Ablauf des	10. —	20. —	30. —	40. Jahres,
die Holzabnutzungswerthe:	60 —	80 —	95 —	105 Sgr.;
davon die Jetztwerthe:	45 —	44 —	39 —	32 Sgr.:

so träte die einträglichste Abnutzungszeit gleich nach dem 10. Jahre ein und böte an Entschädigungswerth 45 Sgr.

2) Werthschätzung mehrer Wildbäume zusammen. Um Angerhölzer von vereinzelt wachsenden Wildbäumen, deren Benutzung doch nur stammweise Statt finden kann, in der Gesammtheit näher zu schätzen, wäre ein eigner Abnutzungsplan zu entwerfen. Dies führte aber in eben so weitläufige als unsichere Erörterungen, von welchen die weit vorzüglichere stammweise Werthschätzung und Entschädigung sich ganz frei hält. Wollte man in einem solchen Falle die summarische Abschätzung nach dem Nutzungs-Zuwachse (§. 448.) anwenden, so könnte der Entschädigungs-Berechtigte an seinem Stammkapitale bedeutend verlieren, indem der Zuwachs jener Hölzer meist unter dem gangbaren Zinsfuße steht.

§. 496. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Junghölzern.

Von jungen Holzwüchsen, die eine wirthschaftliche Nutzbarkeit noch nicht erreicht haben, bemißt man den in Frage gestellten Entschädigungswerth nach den Erzeugungskosten, so lange diese nur irgend noch geltend gemacht werden können, jedoch eben auch unvermischt mit dem ganz für sich zu entschädigenden Bodenwerthe.

Beispiel. Ein 3 Morgen enthaltender, 16jähriger Kiefernanwuchs sei dem unfreiwilligen Enteigner mit 4 pCt. zu entschädigen und zwar in folgenden Kostenbeträgen:

a) Anlagekosten.
Kiefernansaat, vor 16 Jahren, pr. Morgen 3½,
im Ganzen 10,5 Thlr. Davon der Jetztwerth:
10,5 Thlr. × 1,873 = 19,66 Thlr.

b) Unterhaltungskosten.
Nachbesserung, vor 14 Jahren, 3 Thlr.; Jetztwerth:
3 Thlr. × 1,732 = 5,2 »

c) Bodenrente-Entgang.
1,2 Thlr. jährliche Bodenrente; davon ab
0,4 » wegen jährlicher Gras- u. Streunutzung.
0,8 Thlr. jährlich verbleibender Entgang. Dessen
Jetztwerth: 0,8 Thlr. × 22,697 = 18,16 »

Gesammter Entschädigungswerth: 43,02 Thlr.
Auf den Morgen 14,34 Thlr.

§. 497. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Althölzern.

Hat sich der Holzbestand an Masse und Gebrauchswerth erst einigermaßen nutzbar ausgeformt, so wird der ihm eigne höchste Jetztwerth ohne Weiteres als Entschädigungswerth angenommen, mag derselbe nun in dem wirklichen Gehaltswerthe, oder in irgend einem auf die Gegenwart discontirten Zukunftswerthe bestehen.

Beispiel. Ein angehend haubarer Kiefernbestand in 60jährigem Alter sei pr. Morgen geschätzt zu 2400 Kfß. Massengehalt und 70 Thlr. Holzwerth und lasse erwarten mit 3prozentiger Kapitalisirung:

a) Jährliche Zwischennutzungen während des	I.	II.	III.	IV.	Jahrzehnds.
An Durchforstungen und Streunutzungen:	24	21	18	15	Groschen.
Gleichzeitiger Entgang von der Bodenrente:	12	12	12	12	Groschen.
Jährlich verbleibender Nutzungsüberschuß:	12	9	6	3	Groschen.
b) Erwartbarer Abnutzungsertrag im Schlusse eines od. des andern dieser Jahrzehnde:	2800	3150	3450	3600	Kfuß.
	90	105	115	120	Thaler.
c) Jetztwerthe beider Zukunftsbeträge a und b zum	70	80	90	100	Alters-Jahre.
Von den periodischen Zwischennutzungen:	3,4	5,3	6,2	6,6	Thaler.
Von den einmaligen Abnutzungen:	67	58	47	37	Thaler.
Wählbare Entschädigungs-Jetztwerthe	70,4	63,3	53,2	43,6	Thaler.

Unter diesen vier auf die Gegenwart zurückgeführten Zukunftswerthen übersteigt kaum der erstere vom 70. Altersjahre mit seinem Jetztwerthe den gegenwärtigen wirklichen Holzbestandswerth; die Jetztwerthe der übrigen sinken mit jedem Jahrzehnde, wie an erwachsenen Bäumen (§. 495. I.).

Um vorläufig zu beurtheilen, ob und wie der nächste Zukunftswerth den wirklich vorhandenen Gehaltswerth überbieten könne, vergleiche man nur die eben zu erwartende Werthzunahme sammt Nebennutzung des Holzbestandes einerseits mit den Zinsen vom wirklichen Gehaltswerthe sammt der Bodenrente andrerseits. Der überwiegende Betrag einer oder der andern Summe deutet an, ob und wie der fragliche Zukunftswerth steigen oder fallen werde. Wo sich kein weiterer Nutzungsüberschuß in Aussicht stellt, gilt der gegenwärtige Gehaltswerth als der höchste Entschädigungswerth.

§. 498. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Mittelhölzern.

Bei mitteljährigen, oft noch ganz unreifen Hölzern kann die Werthschätzung weder von den Erzeugungskosten ausgehen, noch die Zukunftsnutzungen unterstellen, nicht nur wegen der Zweifelhaftigkeit beider in zu weiter Ferne liegenden Rechnungs-Momente, sondern auch wegen der hieraus entspringenden, zu großen Abweichung der Verwerthungs-Faktoren. Es bietet sich hier ein ganz anderes und viel einfacheres Schätzungsmittel dar, nämlich die erfahrungsmäßige Altersdurchschnitts-Nutzung anderer, schon mehr erwachsener Holzbestände gleicher Art und Wachsbarkeit.

Der obige Kiefernbestand (§. 497.) gab an Durchschnittsnutzung vom Morgen und Jahre:

im 70. Jahre $\frac{89}{70}$ = 1,28 Thlr.,
im 80. Jahre $\frac{105}{80}$ = 1,31 Thlr.,
im 90. Jahre $\frac{115}{90}$ = 1,28 Thlr.,
also im Mittelbetrag etwa: 1,3 Thlr.

Um aber diese als probemäßig angenommene Durchschnittsnutzung weiter auf jüngere Kiefernwüchse von gleicher Entstehung,

Haltung und Ertragsamkeit anzuwenden, müßte erst die Bodenrente davon abgezogen werden. Diese betrug in obigem Probebestande pr. Morgen 0,4 Thlr. und mithin verblieb an eigentlich bodenrentefreier Durchschnittsnutzung für jedes Altersjahr

1,3 Thlr. — 0,4 Thlr. = 0,9 Thlr.

Ein 30jähriger Kiefernbestand, der den Ertrag jenes Probebestandes erwarten ließe, hätte demnach pr. Morgen Durchschnitts-Nutzungswerth

0,9 Thlr. × 30 = 27 Thlr.

Dem 16jährigen Kiefernwuchs in §. 496. rechnete diese Schätzungsweise bei gleichen Werthverhältnissen vom Morgen

0,9 Thlr. × 16 = 14,4 Thlr.

als Durchschnitts-Nutzungswerth zu, was mit dem dortigen Erzeugungswerthe zufällig übereinstimmt.

Obschon diese Schätzungsform den Holzwachsthumsgesetzen nicht ganz entspricht und zumal den schwach entstehenden Holzgattungen im Jugendalter einen etwas zu hohen Nutzungswerth zutheilt: so macht sie sich doch gerade bei solchen Auseinandersetzungen ganz vorzüglich brauchbar.

Dem Entschädigungsberechtigten kann die Thulichkeit eines viel einträglichern Betriebs, zumal in fleißigerer Aufbringung werther Vorerträge und Nebennutzungen, die in jener Haubarkeits-Durchschnittsnutzung gar nicht begriffen sind, keineswegs abgesprochen werden; zudem sichert dies Rechnungs-Verfahren vor größern Mißgriffen; dabei sind die erforderlichen Nutzungssätze leicht aufzufinden und von beiden Theilen eben so leicht als überzeugend zu handhaben.

§. 499. Schätzung des Entschädigungswerthes von enteigneten Ausschlagsholzungen.

Bei eigentlichen Ausschlagsgehölzen ist gewöhnlich nur die periodisch wiederkehrende Bestandes-Abnutzung zu vergüten nach Abzug der Bodenrente und der Waldnutzungskosten; denn eine Nebennutzung kommt selten vor.

Beispiel. Eine Buschholzung in 10jährigem Umtrieb

gewähre nach Abzug aller Betriebs- und Unterhaltungskosten bei jeder Schlaghauung 25 Thlr. Abnutzungsertrag. Der 3prozentige Kapitalwerth dieser Periodenrente ist alsbald nach erfolgtem Abtrieb (§. 117.):

25 Thlr. × 2,907 = 72,7 Thlr.

Fällt die Enteignung in den Lauf der Umtriebszeit, so muß dieser Kapitalwerth des eben geräumten Schlages noch für jenen Zwischen-Zeitpunkt umgerechnet werden, und zwar mittels des entsprechenden Nachwerthsfaktors. Am Schlusse des 7. Jahres wäre derselbe (§. 118.)

72,7 Thlr. × 1,230 = 89,4 Thlr.

Von diesem Kapitalwerthe der Holznutzung hätte man nun den für sich veranschlagten und ebenso auch für sich zu entschädigenden Bodenwerth noch abzuziehen; denn auch in diesem Falle würde das Zusammenfassen desselben mit dem Holzerwachs, schon wegen der mitunter auszuscheidenden Bestandslücken, nicht immer leicht thulich sein. Überhaupt muß bei allen diesen Werthschätzungen, schon der Gleichförmigkeit wegen, die Regel festgehalten werden: dem Entschädigungsberechtigten den Bodenwerth stets besonders anzurechnen.

§. 500. Werthschätzung von Jagden.

Kein Gegenstand der Forstnutzung ist schwieriger zu schätzen, als die Jagd auf wilde Thiere, welche ihren Aufenthalt in Wäldern und Feldern nach Willkür nehmen und verändern; deren Angehörigkeit so oft bezweifelt, verletzt und bestritten wird; deren Habhaftwerdung so sehr von Glück und Geschicklichkeit abhängt, und deren oft eben so mühsame als kostbare Erlegung Viele für weit werthvoller achten, als die wirkliche Nutzung. Der Werth eines Jagdeigenthums ist zunächst und hauptsächlich nach dem Jagdbezirke, der Jagdbarkeit, der Jagdgerechtsame und der Jagdnutzung zu bemessen.

1) Vom Jagdbezirke hat man aufzunehmen und zu beschreiben: Flächengehalt, Figur und Begrenzung; Lage, Boden und Fruchtbarkeit; Ausdehnung, Vertheilung und Kulturzustand von Wald, Feld, Wiese, Weide und Gewässer.

2) Jagdbarkeit. Dahin gehören: die Ansässigkeit und Hegbarkeit der verschiedenen Wildgattungen; die Gelegenheit zum Ein- und Auswechsel des Wildes und der eben vorfindliche Wildstand; zudem die äußere Jagdörtlichkeit und Wildhege im ganzen Wechselbereiche.

3) Jagdgerechtsame. Hier ist hauptsächlich zu erörtern:

a) Ob Hohe-, Mittel- oder Nieder-Jagd, ausschließlich oder mitberechtigt, Vorjagd oder Nachjagd; mit welchen Theilhabern und Nachbarn und unter welchen gegenseitigen Beschränkungen; ob unbestritten oder bestritten.

b) Jagddienste, an Frohnen zum Treiben, Fahren oder Tragen des Wildes, zum Zubereiten der Salzlecken, Stallungen, Schirme, Fänge u. dgl., gemessen oder ungemessen; so auch an Lieferungen und andern Leistungen behufs der Jagd.

c) Belastungen durch Besteuerung, Erbzins, Wildpret- und andere Abgaben, durch Frohngebühren, Wildschadenersatz und andere Vergütungen, so wie Verpflichtung zum Wildabwehren, Einfriedigen u. d. m.

4) Jagdnutzung.

a) Allgemeine Nutzungsverhältnisse: Jagdpolizei-Gesetze, Vereinbarkeit der Wildhege mit dem Wald- und Feldbau, Stimmung der Grundbesitzer gegen die Jagd, Wilddieberei, Jagdliebhaberei und freiwillige Jagdgenossen.

b) Jagdbetrieb: angemessene Wildhege und Jagdweise; seitherige und erwartbare Jagdausbeute und Wildpreise; Aufwand für Jagdgehülfen und Jagderfordernisse, Fütterungs- und Unterhaltungskosten, Schuß- und Fanggeld u. s. w.

c) Jagdertrag an Einnahme und Ausgabe und Reinertrag, und zwar bei Selbstbeschießung, Verwaltung und Verpachtung des Jagdrevieres.

5) Der Jagdwerth kommt als realer und relativer in Betracht.

a) Der reale Werth einer Jagdgerechtsame an sich, bestehend in dem absoluten Kapitalwerthe des Jagdeinkommens, bietet wegen der vielen Zufälligkeiten, welchen der Wildstand und die Jagdnutzung unterliegen, selten eine dauernde Sicherheit.

Dessen Kapitalisirung nimmt also in der Regel, wo es sich bloß um wirthschaftliche Zwecke handelt, stets einen bedeutend höhern Zinsfuß an, als den bei Güterkäufen üblichen.

b) Der relative Jagdwerth ist in mancherlei weitern Vortheilen des Jagdinhabers zu suchen, hauptsächlich:

aa) In der Beabsichtigung, eine, die Jagd ausbeutende, oder doch störende Nachbarschaft los zu werden.

bb) Wenn ein Jagdrevier durch weitere Ergänzung oder bessere Abrundung mittels fremder Jagdbezirke zu einem geschlössenern Jagdgehege erhoben werden kann.

cc) In vortheilhafter Erwerbung der Mitjagd zur pfleglichern Behandlung und bessern Benutzung der Jagdbarkeit.

dd) In vortheilhafter Erwerbung der Jagdgerechtsame von Seiten des Grundbesitzers, um das belastete Wald- oder Landgut freier und einträglicher benutzen zu können.

ee) Endlich im Vorliebewerthe. Dieser ist durch vortheilhafte Verpachtung an vermögende Jagdliebhaber zu gewinnen und von dem Forstwirthe da nicht aus dem Blicke zu verlieren, wo Landes- und Grundherren in ihren freieigenen Waldungen an einem Wildgehege Vergnügen finden.

Unter solchen Verhältnissen steigt der relative Jagdwerth oft zu einer Höhe, auf welcher nach dem Reinertrage eben so wenig, als nach einem Kapitalisirungszinsfuße gefragt wird.

§. 501. Schluß.

Geht die Waldwerth-Schätzung auf alle eben anwendbaren Benutzungsweisen und angemessenen Prozentsätze im Interesse der Betheiligten ein, ohne nur eine einzige in Frage begriffene Werthbeziehung unerhoben zu lassen, sollte sie auch drei, sechs oder mehr Ergebnisse aufstellen müssen: so wird nicht nur ihre Aufgabe ganz umfassend gelös't und eine Benutzungsweise durch die andere, so wie ein Werthergebniß durch das andere berichtigt und bewährt; sondern es wird auch dem Besitzer, wie dem Bewerber eine klare Auskunft über die fraglichen Werthverhältnisse ertheilt und eine ihren Umständen eben angemessene Wahl ganz frei gegeben. Zudem sichert sich die Taxation im Voraus

gegen jeden Vorwurf, der sie durch Nachschätzung, oder in Folge einer gewinnreichern Verwerthung berühren könnte. Der Forsttaxator darf nie aus dem Blicke verlieren, daß bei allen seinen Werthschätzungen wenig sicherer Grund zu finden ist und dennoch viel auf dem Spiele steht. Ein solch umfassend gründliches Verfahren, wie das hier vorgezeichnete, hat sich seit einer langen Reihe von Jahren in den verwickeltsten Fällen genügend bewährt, während andere Werthermittelungen in Befangenheit und Zweifel schwebend selbst die Wissenschaft auf Abwege führten.

Wollte man die Waldwerthschätzung nun auch als Leitungsmittel der Forstwirthschaft mit gebrauchen und stets die Werthverhältnisse, in welchen diese wirkt und schafft, zur Kenntniß ziehen und zur Richtschnur nehmen: so würde sich die Waldbehandlung und Waldbenutzung mit Sicherheit erheben aus ihren schwankenden Zuständen. Überall würde man das Werthzunahme-Prozent im Einzelnen und das Werthnutzungs-Prozent im Ganzen als beurtheilenden Maßstab anlegen, und das Waldvermögen steigern zur höchsten Ergiebigkeit und Einträglichkeit. Niemand würde mehr die irrige, gemeinschädliche Meinung theilen, daß die Walderziehung sich nicht bezahlt mache. Es ist ganz unglaublich, welche Massen, Erträge und Werthe den Wäldern abzugewinnen sind zur Bereicherung der Gegenwart und Zukunft, wenn man die Kräfte der Natur erforscht und der Forstwirthschaft diensam macht. Möchte die Forstmathematik hierbei recht fleißig zu Rathe gezogen werden.

Nachweis

einiger forstmathematischen Kunstausdrücke.

Abschätzungs-Zeitraum, erstreckt sich so weit hinaus, als man die zu erwartenden Erträge je nach dem vorgefundenen Waldzustande näher ermittelt und bestimmt. §. 445.

Abstand, Abstandszahl, die mittlere Entfernung der Stämme eines Bestandes, bemessen nach der gegenseitigen Stammstärke, zur Bestimmung des Waldschlusses. §. 360.

Abtriebsalter, in welchem ein Waldbestand, öfters ganz abweichend vom normalen Schlagbarkeitsalter, nach Maßgabe der zufälligen Umstände verjüngt werden muß. §. 445.

Alter, zur Abnutzung fraglicher Holzwüchse, Benutzungsalter, unterscheidet sich als Haubarkeits-, Schlagbarkeits-, Umtriebs- und Abtriebsalter. §. 445.

Benutzungsalter, kommt bei einem Holzwuchse ohne nähere Beziehung mehr überhaupt zur Sprache. §. 406.

Bestandsabfälle (a), Vorerträge, welche ein Holzbestand bis zur eintretenden Abnutzung darbietet.

Bestandsauszählung, Ermittelung der Bestandsgüte durch besondere Schätzung aller Stämme. §. 367.

Bestandsfläche, diejenige Bodengrundfläche, welche der Bestand wirklich einnimmt; sie ergiebt sich, wenn man von der Ortsfläche die Lückenfläche abzieht.

Bestandsform, ist bedingt von Holzart, Wuchs und Schluß.

Bestandsgüte, beruht hauptsächlich in dem Massen- und Werthgehalte, mit dem laufenden Jahreszuwachse, bemessen nach der Forstflächeneinheit. §. 366.

Bestandsklasse, Altersklasse, Wuchs- und Altersabtheilungen der Waldbestände für den Betrieb.

Betriebsplan, giebt die Grundzüge des künftigen Waldwirthschafts-Betriebs, aber bloß mittels des Flächenangriffs. §. 446.

Betriebsverband, Waldverband, ein zu selbständigem Nachhaltbetrieb zusammengeordnetes Waldganze.

Bodenklassen, braucht man zur Bestimmung örtlicher Bodengüten, wofern die allgemeinen Standortsklassen nicht ohne Weiteres angewendet werden sollen. §. 380.

Bodenrente, der jährliche Reinertrag. Vom Waldboden bestimmt man dieselbe entweder nach dessen

landwirthschaftlichem Werthe und dem angemessenen Zinsfuße, oder nach dem Verbleib, wenn von der Bestandswerthzunahme die Zinsen des Bestandswerthes und die Waldnutzungskosten abgezogen werden. §. 410.

Discontiren, das Berechnen gegenwärtiger, oder gewissen Zeitpunkten zugeschriebener Werthe späterer, auch wohl früherer Zahlungsbeträge.

Durchschnittsertrag, Durchschnittserwachs, der Massen- oder Werthbetrag eines schlagbaren Waldbestandes vom Morgen und Jahr zu gleichen Theilen, hinsichtlich der Erziehung. §. 425.

Durchschnittsmehrung, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem zum Hauptertrag gelangenden Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 403. 415.

Durchschnittsnutzung, der Durchschnittsabwurf einer Wirthschaftswaldung, hinsichtlich des Angriffs.

Durchschnittszuwachs, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem gesammten, zum Haupt- und Vorertrag gelangenden, Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 415.

Einrichtungs-Zeitraum, die Zeit, welche der Betriebsplan eines Waldverbandes umfaßt, bis zum vorausgesetzten Eintritte des Normalzustandes. §. 445.

Entstehung: starke, rascheres Aufwachsen mit ziemlich gleichmäßiger Mehrung; schwache, langsameres Anwachsen, mit mehr steigendem Jahreszuwachs. §. 412.

Ertragsfähigkeit, des Standortes volle Wirksamkeit in Erzeugung der ihm besonders angemessenen Holzwüchse und Erträge; der Ortsgüte-Charakter. §. 380.

Ertragsamkeit, des Waldes Ergiebigkeitszustand, der Ertragsfähigkeit gegenüber. §. 381.

Ertragsgüte, Ertragsklasse, des Bestandes geschätzte, oder gewährte Ergiebigkeit, ausgedrückt mittels des jährlichen Durchschnittsertrags von der Flächenmaßeinheit. §. 384.

Ertragsvermögen, der gesammte Reichthum eines Waldes in Standort- und Bestandsgüte, woraus dessen Ertrag hervorgeht. §. 379.

Erwachs, vereinigt die Begriffe von Zuwachs und Mehrung, an Masse und Werth, in Bezug auf Ertrag.

Formklasse, zur Bestimmung des Massengehaltes stehender Bäume, bloß nach der äußern Baumgestalt, anstatt der Formzahl. §. 349.

Formzahl (f), der Antheil des Stammgehaltes an der bezüglichen Scheitelwalze, das Formhaltigkeits-Verhältniß. §. 348.

Füllmaße, gegebene Raumgrößen, welche man zum Wegmessen des kleingemachten Holzes gebraucht, im Gegensatze der Stückmaße. §. 333.

Gehaltshöhe (h), die Höhe einer, dem fraglichen Stamme an Grundfläche und Körperinhalt gleichen Walze. §. 338.

Gehaltswalze, der dem Stamme an Grundfläche G und an Körperinhalt M gleiche Cylinder. §. 338.

Gehaltswerth des ganzen Massenbestandes, nach den laufenden Waldpreisen, ohne weitern Bezug auf Absetzbarkeit, welche dagegen den Absatzwerth bedingt. §. 473.

Gesammtertrag = Hauptertrag + Vorertrag, das Ergebniß des Gesammtzuwachses.

Gesammtzuwachs, der Inbegriff von Mehrungszuwachs zum Hauptertrag + Nebenzuwachs zum Vorertrag. §. 383.

Gleichwüchsiger Bestand, ziemliche Gleichheit der Stämme in Alter und Größe.

Grundwerth, das Produkt der Ortsfläche mit der Ortsgüte.

Hauabfall, die bei jeder Holzaufbereitung unvermeidlichen Abgänge an Spänen und Genist.

Haubarkeitsalter, in welchem ein Baum oder Holzbestand nicht nur höchst nutzbar, sondern auch eben so abkömmlich und verwerthbar ist.

Hauptbestand; die herrschenden Stämme eines Vollbestandes; die überwachsenen bilden den Nebenbestand.

Hauptertrag, das Ergebniß der endlichen Abnutzung, im Gegensatze von Vorertrag.

Haupthauung, die verjüngende Abnutzung des Bestandes, Schlaghauung mit etwaigen Nachhauungen; die Vorhauungen laufen voraus.

Hauptholzart, die herrschende eines Bestandes, nach welcher sich der Betrieb hauptsächlich richtet; Zwischenholzarten, anderartige Beimischungen.

Höhenzuwachsmaß, ist vom Stärkenzuwachs bedingt; es beträgt gerade so viel von der Stammhöhe, als der Stärkenzuwachs von der Stammstärke. Hiernach spricht man die Höhenzuwachsklassen zu 1, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0 an. §. 356.

Holznutzungs-Prozent, bezeichnet das Verhältniß der jährlichen Abnutzung vom Massenvorrathe einer Waldung; es kann sich bloß auf den Hauptertrag, oder auch mit auf die Vorerträge beziehen. §. 424. 428. Holzausnutzungs-Prozent, das Verhältniß der Sortenausbeute.

Jahresmehrung, laufende oder periodische zum Hauptertrag. §. 403.

Jahreszuwachs, laufender oder periodischer, der theils als Vorertrag, theils als Hauptertrag zur Nutzung kommt.

Jetztwerth, der auf den gegenwärtigen, oder einen als gegenwärtig gedachten Zeitpunkt discontirte Werth irgend eines spätern, oder auch frühern Zahlungsbetrags.

Lokalertrags-Tafeln, geben den örtlich erwartbaren Vollertrag an als bedingte Normalertrags-Tafeln. §. 396.

Masse (M), der umfassende Ausdruck für den Holz- und Rindengehalt von Bäumen und Beständen, ohne alle Sortenunterscheidung.

Massen-, Holzgehalt, von einem Holzbestande oder Baume im Ganzen.

Massen-, Holzhaltigkeit, der Betrag in Bezug auf ein gewisses, als Einheit gedachtes Raummaß.

Massenklafter, Mkl. = 100 Kfß der Bestandsmasse.

Massenschätzung, das bloße Ansprechen der Bestandsgüten nach der Massenhaltigkeit. §. 374. 375.

Massen-Schlagbarkeitsalter, in diesem giebt ein zur Verjüngung reifer Bestand den höchsten Durchschnittsertrag an Holzmasse. §. 416.

Massenvorrath, Holzvorrath, die Summe aller Bestandsmassen einer Waldung. §. 382.

Massenzuwachs, die wirkliche Vermehrung des Massengehaltes nach Abgang des unvermeidlichen Selbst- und Hauabfalles vom Naturzuwachse. §. 344. 383.

Mehrungsprozent, gilt bloß in Bezug auf den Hauptbestand und die laufende Jahresmehrung. §. 403.

Mehrungstafeln, bloß nach der Mehrung aufgereihete Walderstragstafeln. §. 397.

Mehrungszuwachs, Mehrung, der einem Bestande verbleibende Massenzuwachs zum einstigen Hauptertrag, kann als reale, normale, lokale und wieder als altersdurchschnittliche, periodische und laufende Mehrung in Betracht kommen. §. 383.

Mg. = Forstflächeneinheit; pr. Mg. = auf oder von der Forstflächeneinheit.

Nachhaurückstand, die Masse der in den Verjüngungsschlägen noch nachzuhauenden Samen- oder Schirmbäume. §. 434.

Nachwerth, der spätere Betrag eines Werthes, sammt Zwischenzinsen. §. 74. 101.

Naturzuwachs, die von Jahr zu Jahr neu erzeugte Holz- und Rindenmasse, ohne Berücksichti-

gung des gleichzeitigen Selbstabfalles.

Normalertrags-Tafeln, geben den Vollertrag ohne allen Nutzungsverlust ganz allgemein und unbedingt an. §. 392—395.

Normalzuwachs, gehört dem Waldnormalzustande an und ist als unbedingter ganz frei von allem Nutzungsverluste, als bedingter dagegen, dem örtlichen Nutzungsverluste unterworfen. §. 383.

Nutzungsanschlag erhebt die Einnahmen und Ausgaben nach allen Wirthschaftszweigen entweder periodisch auf die ganze Abschätzungszeit, oder im Laufe der Wirthschaft von Jahr zu Jahr.

Nutzungsverlust, was bei der Holzaufbereitung örtlicher Umstände wegen an der Hiebsmasse noch verloren geht, außer dem unvermeidlichen Selbst- und Hauabfall. § 382.

Nutzungszuwachs, derjenige Theil des Massenzuwachses, welcher der Benutzung wirklich anheim fällt, heißt auch schlechthin Zuwachs; aus ihm entspringt der Hauptertrag und Vorertrag = Gesammtzuwachs.

Ortsertragsfähigkeit, s. Ertragsfähigkeit.

Ortsfläche, der ganze Flächengehalt einer Ortsabtheilung = Bestandsfläche + Lückenfläche.

Ortsgüte = Standortsgüte, die allgemeine forstliche Fruchtbarkeit einer bestimmten Ortsabtheilung; nach 10 Klassen in Zehnteln von 0,1 bis 1 anzusprechen. §. 380.

Periodenrente, eine periodisch wiederkehrende gleiche Zahlung.

Perioden-Rentenwerth, der Kapitalbetrag von periodisch wiederkehrenden Einnahmen oder Ausgaben. §. 117—119.

Probenschätzung, die Ermittelung der Bestandsgüte nach wirklich abgemessenen und stammweise geschätzten Probestücken. §. 372.

Rentenstück, der bestimmte Abschnitt irgend einer Rente. § 114—116.

Rentenwerth, der Kapitalbetrag einer jährlich oder periodisch wiederkehrenden Einnahme oder Ausgabe. §. 113.

Richthöhe = Gehaltshöhe.

Richtwalze = Gehaltswalze.

Schaft, des Baumes Stammtheil vom Stocke bis zur Krone; beim Nutzholzvertrieb auch Stamm genannt.

Scheitelhöhe (H), vom untersten Benutzungspunkte bis zum äußersten Gipfel. §. 338.

Scheitelwalze, eine Walze (G × H), welche mit dem Stamme gleiche Grundfläche und Höhe hat. §. 338.

Schlag, die Verjüngungs-Hauung im Gegensatze von Vor- und Nachhauung; auch die zur Verjüngung eben angehauene oder abgetriebene Waldfläche selbst u. s. w.

Schlagbarkeitsalter, dasjenige Verjüngungsalter, worin ein Bestand den höchsten Ertrag darbietet an Durchschnittsmasse oder Durchschnittswerth, oder aber an höchster Verzinsung. Insofern giebt es eine Massen-, Werth- und Verzinsungs-Schlagbarkeit.

Selbstabfälle, die geringen, forstwirthschaftlich nicht nutzbaren, natürlichen Ausscheidungen der Holzwüchse.

Stamm, der Inbegriff aller oberirdischen festen Massentheile eines Baumes; auch wohl der liegende Schaft.

Stammform, das durch die obere Ausbreitung bedingte Massenhaltigkeits-Verhältniß eines Stammes zu seiner Scheitelwalze, durch die Formzahl oder Formklasse bestimmt. §. 338. So auch Schaftform.

Stammgrundfläche (G), die der gemessenen Stammstärke zukommende Kreisfläche, welche bei allen Stamm- und Bestands-

39 *

schätzungen als Körpergrundfläche dient. §. 338. 358.

Stammgrundflächen-Antheil, der Theil, welchen die gesammte Stammgrundfläche eines Bestandes von der Bestandsfläche einnimmt. §. 358.

Stammhöhe, die Höhe vom untern Benutzungspunkte bis zum fraglichen Höhenpunkte.

Stammstärke (U. D), der Umfang oder Durchmesser eines Stammes, in Brusthöhe genommen. §. 338.

Standortgüte, in Bezug auf einen bestimmten Ort, Ortsgüte: die dem Waldwuchse mehr oder minder zuträgliche Ortsbeschaffenheit überhaupt, bestimmt nach 10 verschiedenen Klassen, 0,1 bis 1. §. 380.

Stärkenzuwachsmaß ist der ⅛ Zoll im R, nach welchem man die, dem jüngsten Jahrring zukommende, mittlere Stärke als Bruchtheil anspricht. §. 356.

Stückmaße, gleichmäßig abgepaßte Verkaufshölzer zu bestimmter Verwendung. §. 335.

Umtriebsalter, das mittlere Abtriebsalter eines Waldverbandes, öfters ganz abweichend von dem normalen Schlagbarkeitsalter.

Umtriebszeit, normale: das den ständigen Forstverhältnissen angepaßte, durchschnittliche Massen-, Werth- oder Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter eines Waldverbandes in vollkommenem Zustande. §. 437. Der zeitliche Umtrieb, das Umtriebsalter, hängt von den zufälligen Umständen ab.

Verwerthungs-Zinsfuß, der verlangte, oder gebotene Zinsfuß, welcher bei Verwerthung eines Waldbesitzes zur Frage kommt. §. 469. 484.

Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, gewährt vom Waldvermögen den höchsten Zinsenbezug. §. 420.

Vollbestand, ein der Ertragfähigkeit des Standortes angemessener, vollkommener Waldbestand. Normalbestand.

Vollertrag, der Ortsertragfähigkeit vollkommen entsprechend, und zwar: unbedingt, ohne allen eigentlichen Nutzungsverlust; bedingt, mit dem örtlichen Nutzungsverluste. Normalertrag.

Vollwerthmorgen, ein Mg. von der besten Ortsgüte, auf die auch jede minder gute Ortsfläche reduzirt werden kann. §. 380.

Vorbestand, in Bezug auf einen spätern Ergiebigkeitszustand (Nachbestand).

Vorertrag, die mittels der Vorhauung gewinnbaren Bestandsabgänge, im Gegensatze zum Hauptertrage.

Vorhauungen, welche vor der Haupthauung Statt finden, als: Ausläuterungen, Durchforstungen und Auspläntungen.

Vorwerth, der frühere Betrag eines Werthes, ohne die Zwischenzinsen; auf die Gegenwart berechnet, Jetztwerth. §. 75. 103.

Waldkapital = Bestandswerth + Bodenwerth.

Waldnormalzustand, die wirthschaftliche Vollkommenheit eines Waldes in Gattung, Alter, Folge und Vollständigkeit aller Theile.

Waldnutzungskosten, aller mit dem nutzbaren Besitze eines Waldgutes verbundene ständige Aufwand, ausschließlich der von jeder Einnahme in alsbaldige Abrechnung zu bringenden Bereitungskosten. §. 471.

Waldrente = Bestands- und Bodenrente zusammen, nach Abzug aller Waldnutzungskosten.

Waldschonungs-Werth, mehr dem beschränkten Waldbesitze eigen, welcher an Erhaltung eines gewissen Waldzustandes gebunden ist. §. 481.

Waldverzinsungs-Werth, macht sich im freien Waldbesitze geltend, wo man die volle Verzinsung des Waldkapitales erzielen darf. §. 480.

Waldzerschlagungs-Werth, ergiebt sich im Bereiche des ganz *freien Grundbesitzes* durch Ausverkauf des Holzvorrathes und weitere Verwendung des Waldbodens. §. 479.

Werthklafter, eine Einheit zum kürzern Summiren und Gleichstellen der Geldwerthe verschiedenartiger Holzerträge, von der Hauptholzart entnommen. Zu deren Gebrauche wird von jeder besonders eingeschätzten Holzgattung oder Sorte bestimmt, wie viel ihrer Maßeinheiten einer solchen allgemeinen Werthklafter gleich sind, und mittels dieses Betrags wird dann die gesonderte Summe angerechnet.

Werthnutzungs-Prozent, bezieht sich auf den *ganzen Wirthschaftswald* und bezeichnet das Verhältniß der jährlichen Abnutzung vom Werthvorrathe. §. 429. 431.

Werth-Schlagbarkeitsalter, bietet von einem verjüngbaren Bestande den höchsten Durchschnittsertrag an Holzwerth. §. 419.

Werthzunahme ist *werbend*, wenn ihr Prozent den gewerblichen Zinsfuß übersteigt und der gewonnene Überschuß das Stammkapital mehrt; im Gegentheil ist sie *zehrend*.

Werthzunahme-Prozent, kommt bloß an *Bäumen* und *Holzbeständen* in Sonderbetracht und bezeichnet die Steigung ihres Massenwerthes in einem fraglichen Altersjahre. §. 404. 407.

Wirthschaftsplan, ordnet den Massenangriff auf dem Grunde des Betriebsplanes und bestimmt den örtlichen und periodischen Ertrag auf die Dauer der Abschätzungszeit.

Zuwachs, an Bäumen und Beständen, kommt in Betracht: a) als *altersdurchschnittlicher*, als *periodischer* und *laufender Jahreszuwachs*; b) als *realer, normaler* und *lokaler Nutzungszuwachs*; c) als *Mehrungszuwachs* zum Hauptertrag, oder als *Gesammtzuwachs*, wofür man gewöhnlich auch *Zuwachs* schlechthin gebraucht.

Zuwachsprozent, von dem Hauptbestande als Kapital und dem vollen Nutzungszuwachse als Zinse. §. 415.

Zwischenbestand, der innerhalb einer herrschenden Waldgattung befindliche, anderartige Bestand.

A, das in Frage stehende Bestandsalter.
a, der eben erfolgende Bestandsabfall zum Vorertrag.
D, Durchmesser.
d, Differenz, durchschnittlich.
f, Formzahl, der Stämme Massenhaltigkeits-Faktor.
G, Stammgrundfläche, sowohl von einzelnen, als von mehren Stämmen.
H, Scheitelhöhe, auch Schafthöhe.
h, Gehaltshöhe.
K, Kapital.
$M = G \times H \times f$, Massengehalt und Ertrag von Bäumen und Beständen.
n, eine gegebene Zeit, auch normal.
p, Prozente, Hundertel.
R, Halbmesser, Radius.
r, Rentenpost.
U, Umfang.
v, Vorrath an Masse oder Werth.
W, Walze, Cylinder.
w, Werth, wirklich.
z, einfache Zinsen, auch Zuwachs.
Zz, Zinseszinsen.
$\frac{100}{p}$, Einheitskapital, Kapitalisirungssatz.
$\frac{p}{100}$, Prozentsatz.
Sa, die Summe aller Vorerträge eines Bestandes bis zum fraglichen Zeitpunkte.
$\frac{M}{A}$, Alters-Durchschnittsmehrung.
$\frac{M+Sa}{A}$, Alters-Durchschnittszuwachs.
$\frac{M'-M}{10}$, periodische Jahresmehrung.
$\frac{M'-(M-a)}{10}$, periodischer Jahreszuwachs.
Mv, Massenvorrath einer Waldung.
nv, Normalvorrath.
wv, wirklicher Vorrath.
Mw, Massenwerth eines Bestandes.
$\frac{Mw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Hauptertrage.
$\frac{Mw+Saw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Gesammtertrage.

Hülfstafeln

der

Forstmathematik,

zur

Ausmessung, Gehalt- und Werthschätzung

aufbereiteter Hölzer, stehender Bäume und ganzer Waldbestände,

von

Dr. G. König.

Die Herren Buchbinder wollen gefälligst anfragen, ob diese Tafeln planirt und besonders gebunden werden sollen, auch beim Brechen berück-

A, das in Frage stehende Bestandsalter.

a, der eben erfolgende Bestandsabfall zum Vorertrag.

D, Durchmesser.

d, Differenz, durchschnittlich.

f, Formzahl, der Stämme Massenhaltigkeits-Faktor.

G, Stammgrundfläche, sowohl von einzelnen, als von mehren Stämmen.

H, Scheitelhöhe, auch Schafthöhe.

h, Gehaltshöhe.

K, Kapital.

$M = G \times H \times f$, Massengehalt und Ertrag von Bäumen und Beständen.

n, eine gegebene Zeit, auch normal.

p, Prozente, Hundertel.

R, Halbmesser, Radius.

r, Rentenpost.

U, Umfang.

v, Vorrath an Masse oder Werth.

W, Walze, Cylinder.

w, Werth, wirklich.

z, einfache Zinsen, auch Zuwachs.

Zz, Zinseszinsen.

$\frac{100}{p}$, Einheitskapital, Kapitalisirungssatz.

$\frac{p}{100}$, Prozentsatz.

Sa, die Summe aller Vorerträge eines Bestandes bis zum fraglichen Zeitpunkte.

$\frac{M}{A}$, Alters-Durchschnittsmehrung.

$\frac{M+Sa}{A}$, Alters-Durchschnittszuwachs.

$\frac{M'-M}{10}$, periodische Jahresmehrung.

$\frac{M'-(M-a)}{10}$, periodischer Jahreszuwachs.

Mv, Massenvorrath einer Waldung.

nv, Normalvorrath.

wv, wirklicher Vorrath.

Mw, Massenwerth eines Bestandes.

$\frac{Mw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Hauptertrage.

$\frac{Mw+Saw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Gesammtertrage.

Hülfstafeln

der

Forstmathematik,

zur

Ausmessung, Gehalt- und Werthschätzung

aufbereiteter Hölzer, stehender Bäume und ganzer Waldbestände,

von

Dr. G. König.

Die Herren Buchbinder wollen gefälligst anfragen, ob diese Tafeln
planirt und besonders gebunden werden sollen, auch beim Brechen berück-

Verzeichniß
der
forstlichen Hülfstafeln.

Seite.

I. Walzeninhalt-Tafeln

zur Ausmessung und Berechnung

des

Körpergehaltes

von Rundhölzern, Bäumen und Waldbeständen,

in zwölftheiligem Maße.

Erläuterungen mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 2 u. 3: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Umfange, in Flächen- und Körperfußen zugleich, für genauere Berechnungen, wo die ausgeführten Tafeln etwa nicht zureichten.

2) Taf. 4 bis 56: Walzeninhalt zu dem Umfange. Obenan steht der Umfang in Zollen und voran die Länge in Fußen; unten ist auch der Durchmesser mit angefügt.

Wollte man den übersprungenen Walzeninhalt für 1′ L. nicht aus der 2. oder 3. Taf. nehmen, so findet sich derselbe auch hinter 10′, oder 100′ L. derselben Stärke. Eine Walze von 96″ U. hat, zu 10′ L., 50,92, also zu 1′ L., 5,09 Kfß.

Für Bruchtheile der Längenzahl nimmt man den Inhalt hinter einer mit 2, 10 oder 100 ergänzten Länge und dividirt denselben wieder durch den gebrauchten Ergänzungs-Faktor. Für 9½′ L. und 4′ U. finden sich hinter 19′ L., $\frac{24,19}{2}$, wie hinter 95′ L., $\frac{120,96}{10} = 12,09$ Kfß.

Andere Längenzahlen, als die hier aufgereiheten, werden theilweise angewendet: 100″ U. und 67,5′ L. umfassen (in 60′ und 7,5′ L.) 331,57 + 41,44 = 373,01 Kfß.

Kommen Umfänge unter 12″ mit Zehnteln vor, so sucht man den Inhalt zu einer 10mal größern, ganzen Umfangszahl und schneidet von demselben zwei Stellen ab; z. B. für 11,3″ U. und 22′ L., unter 113″ U., $\frac{155,24}{100} = 1,55$ Kfß.

Der Inhalt zu den Umfängen von 1 bis 5″ ergiebt sich auf gleiche Weise.

Zusammengehörige Stücke von gleicher Stärke berechnet man wohl mit gesammter Länge, z. B. 16 Klötze von 3½′ L. enthalten (in 16 × 3½ = 56′ L.) zu 30″ U., 27,85 Kfß., wofür man gewöhnlich 28 Kfß. annimmt.

3) Taf. 57: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Durchmesser. Gebrauch, wie Taf. 2 und 3.

4) Taf. 58 bis 64: Walzeninhalt zu dem Durchmesser. Einrichtung und Gebrauch, wie Taf. 4 bis 56.

Grundflächen- und Körperinhalt der einfüßigen Walze zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,733020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324615	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884357	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,326454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302683
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566283
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

6 Zoll = ½ Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = 3/4 Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

12 Zoll = 1 Fuß.						13 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,15	35	2,78	68	5,41	2	0,18	35	3,26	68	6,35
3	0,23	36	2,86	69	5,49	3	0,28	36	3,36	69	6,44
4	0,31	37	2,94	70	5,57	4	0,37	37	3,45	70	6,53
5	0,39	38	3,02	71	5,65	5	0,46	38	3,54	71	6,63
6	0,47	39	3,10	72	5,72	6	0,56	39	3,64	72	6,72
7	0,55	40	3,18	73	5,80	7	0,65	40	3,73	73	6,81
8	0,63	41	3,26	74	5,88	8	0,74	41	3,82	74	6,91
9	0,71	42	3,34	75	5,96	9	0,84	42	3,92	75	7,00
10	0,79	43	3,42	76	6,04	10	0,93	43	4,01	76	7,09
11	0,87	44	3,50	77	6,12	11	1,02	44	4,10	77	7,19
12	0,95	45	3,58	78	6,20	12	1,12	45	4,20	78	7,28
13	1,03	46	3,66	79	6,28	13	1,21	46	4,29	79	7,37
14	1,11	47	3,74	80	6,36	14	1,30	47	4,38	80	7,47
15	1,19	48	3,81	81	6,44	15	1,40	48	4,48	81	7,56
16	1,27	49	3,89	82	6,52	16	1,49	49	4,57	82	7,65
17	1,35	50	3,97	83	6,60	17	1,58	50	4,66	83	7,75
18	1,43	51	4,05	84	6,68	18	1,68	51	4,76	84	7,84
19	1,51	52	4,13	85	6,76	19	1,77	52	4,85	85	7,93
20	1,59	53	4,21	86	6,84	20	1,86	53	4,94	86	8,03
21	1,67	54	4,29	87	6,92	21	1,96	54	5,04	87	8,12
22	1,75	55	4,37	88	7,00	22	2,05	55	5,13	88	8,21
23	1,83	56	4,45	89	7,08	23	2,14	56	5,23	89	8,31
24	1,90	57	4,53	90	7,16	24	2,24	57	5,32	90	8,40
25	1,98	58	4,61	91	7,24	25	2,33	58	5,41	91	8,49
26	2,06	59	4,69	92	7,32	26	2,42	59	5,51	92	8,59
27	2,14	60	4,77	93	7,40	27	2,52	60	5,60	93	8,68
28	2,22	61	4,85	94	7,48	28	2,61	61	5,69	94	8,77
29	2,30	62	4,93	95	7,55	29	2,70	62	5,79	95	8,87
30	2,38	63	5,01	96	7,63	30	2,80	63	5,88	96	8,96
31	2,46	64	5,09	97	7,71	31	2,89	64	5,97	97	9,05
32	2,54	65	5,17	98	7,79	32	2,98	65	6,07	98	9,15
33	2,62	66	5,25	99	7,87	33	3,08	66	6,16	99	9,24
34	2,70	67	5,33	100	7,95	34	3,17	67	6,25	100	9,33
3,82 Zoll Durchm.						4,14 Zoll Durchm.					

14 Zoll.						15 Zoll = 1 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,21	35	3,79	68	7,36	2	0,24	35	4,35	68	8,45
3	0,32	36	3,89	69	7,47	3	0,37	36	4,47	69	8,57
4	0,43	37	4,00	70	7,58	4	0,49	37	4,60	70	8,70
5	0,54	38	4,11	71	7,69	5	0,62	38	4,72	71	8,82
6	0,64	39	4,22	72	7,79	6	0,74	39	4,84	72	8,95
7	0,75	40	4,33	73	7,90	7	0,87	40	4,97	73	9,07
8	0,86	41	4,44	74	8,01	8	0,99	41	5,09	74	9,20
9	0,97	42	4,54	75	8,12	9	1,11	42	5,22	75	9,32
10	1,08	43	4,65	76	8,23	10	1,24	43	5,34	76	9,44
11	1,19	44	4,76	77	8,34	11	1,36	44	5,47	77	9,57
12	1,29	45	4,87	78	8,44	12	1,49	45	5,59	78	9,69
13	1,40	46	4,98	79	8,55	13	1,61	46	5,71	79	9,82
14	1,51	47	5,09	80	8,66	14	1,74	47	5,84	80	9,94
15	1,62	48	5,19	81	8,77	15	1,86	48	5,96	81	10,07
16	1,73	49	5,30	82	8,88	16	1,98	49	6,09	82	10,19
17	1,84	50	5,41	83	8,99	17	2,11	50	6,21	83	10,32
18	1,94	51	5,52	84	9,09	18	2,23	51	6,34	84	10,44
19	2,05	52	5,63	85	9,20	19	2,36	52	6,46	85	10,56
20	2,16	53	5,74	86	9,31	20	2,48	53	6,59	86	10,69
21	2,27	54	5,84	87	9,42	21	2,61	54	6,71	87	10,81
22	2,38	55	5,95	88	9,53	22	2,73	55	6,83	88	10,94
23	2,49	56	6,06	89	9,63	23	2,85	56	6,96	89	11,06
24	2,59	57	6,17	90	9,74	24	2,98	57	7,08	90	11,19
25	2,70	58	6,28	91	9,85	25	3,10	58	7,21	91	11,31
26	2,81	59	6,39	92	9,96	26	3,23	59	7,33	92	11,43
27	2,92	60	6,49	93	10,07	27	3,35	60	7,46	93	11,56
28	3,03	61	6,60	94	10,18	28	3,48	61	7,58	94	11,68
29	3,14	62	6,71	95	10,28	29	3,60	62	7,70	95	11,81
30	3,24	63	6,82	96	10,39	30	3,73	63	7,83	96	11,93
31	3,35	64	6,93	97	10,50	31	3,85	64	7,95	97	12,06
32	3,46	65	7,04	98	10,61	32	3,97	65	8,08	98	12,18
33	3,57	66	7,14	99	10,72	33	4,10	66	8,20	99	12,30
34	3,68	67	7,25	100	10,83	34	4,22	67	8,33	100	12,43
4,46 Zoll Durchm.						4,77 Zoll Durchm.					

16 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,28	35	4,95	68	9,62
3	0,42	36	5,09	69	9,76
4	0,56	37	5,23	70	9,90
5	0,70	38	5,37	71	10,04
6	0,84	39	5,51	72	10,18
7	0,99	40	5,65	73	10,32
8	1,13	41	5,80	74	10,46
9	1,27	42	5,94	75	10,61
10	1,41	43	6,08	76	10,75
11	1,55	44	6,22	77	10,89
12	1,69	45	6,36	78	11,03
13	1,83	46	6,50	79	11,17
14	1,98	47	6,64	80	11,31
15	2,12	48	6,79	81	11,45
16	2,26	49	6,93	82	11,60
17	2,40	50	7,07	83	11,74
18	2,54	51	7,21	84	11,88
19	2,68	52	7,35	85	12,02
20	2,82	53	7,49	86	12,16
21	2,97	54	7,63	87	12,30
22	3,11	55	7,78	88	12,44
23	3,25	56	7,92	89	12,59
24	3,39	57	8,06	90	12,73
25	3,53	58	8,20	91	12,87
26	3,67	59	8,34	92	13,01
27	3,81	60	8,48	93	13,15
28	3,96	61	8,62	94	13,29
29	4,10	62	8,77	95	13,43
30	4,24	63	8,91	96	13,58
31	4,38	64	9,05	97	13,72
32	4,52	65	9,19	98	13,86
33	4,66	66	9,33	99	14,00
34	4,81	67	9,47	100	14,14

5,09 Zoll Durchm.

17 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,31	35	5,58	68	10,86
3	0,47	36	5,74	69	11,01
4	0,63	37	5,90	70	11,17
5	0,79	38	6,06	71	11,33
6	0,95	39	6,22	72	11,49
7	1,11	40	6,38	73	11,65
8	1,27	41	6,54	74	11,81
9	1,43	42	6,70	75	11,97
10	1,59	43	6,86	76	12,13
11	1,75	44	7,02	77	12,29
12	1,91	45	7,18	78	12,45
13	2,07	46	7,34	79	12,61
14	2,23	47	7,50	80	12,77
15	2,39	48	7,66	81	12,93
16	2,55	49	7,82	82	13,09
17	2,71	50	7,98	83	13,25
18	2,87	51	8,14	84	13,41
19	3,03	52	8,30	85	13,57
20	3,19	53	8,46	86	13,73
21	3,35	54	8,62	87	13,89
22	3,51	55	8,78	88	14,05
23	3,67	56	8,94	89	14,21
24	3,83	57	9,10	90	14,37
25	3,99	58	9,26	91	14,53
26	4,15	59	9,42	92	14,69
27	4,31	60	9,58	93	14,85
28	4,47	61	9,74	94	15,01
29	4,63	62	9,90	95	15,17
30	4,79	63	10,06	96	15,3[illegible]
31	4,95	64	10,22	97	15,49
32	5,11	65	10,38	98	15,65
33	5,27	66	10,54	99	15,81
34	5,43	67	10,70	100	15,97

5,41 Zoll Durchm.

18 Zoll = 1 ½ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,35	35	6,26	68	12,17
3	0,53	36	6,44	69	12,35
4	0,71	37	6,62	70	12,53
5	0,89	38	6,80	71	12,71
6	1,07	39	6,98	72	12,89
7	1,25	40	7,16	73	13,07
8	1,43	41	7,34	74	13,24
9	1,61	42	7,52	75	13,42
10	1,79	43	7,69	76	13,60
11	1,96	44	7,87	77	13,78
12	2,14	45	8,05	78	13,96
13	2,32	46	8,23	79	14,14
14	2,50	47	8,41	80	14,32
15	2,68	48	8,59	81	14,50
16	2,86	49	8,77	82	14,68
17	3,04	50	8,95	83	14,86
18	3,22	51	9,13	84	15,04
19	3,40	52	9,31	85	15,21
20	3,58	53	9,48	86	15,39
21	3,76	54	9,66	87	15,57
22	3,93	55	9,84	88	15,75
23	4,11	56	10,02	89	15,93
24	4,29	57	10,20	90	16,11
25	4,47	58	10,38	91	16,29
26	4,65	59	10,56	92	16,47
27	4,83	60	10,74	93	16,65
28	5,01	61	10,92	94	16,83
29	5,19	62	11,10	95	17,00
30	5,37	63	11,28	96	17,18
31	5,55	64	11,45	97	17,36
32	5,72	65	11,63	98	17,54
33	5,90	66	11,81	99	17,72
34	6,08	67	11,99	100	17,90

5,73 Zoll Durchm.

19 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,39	35	6,98	68	13,56
3	0,59	36	7,18	69	13,76
4	0,79	37	7,38	70	13,96
5	0,99	38	7,58	71	14,16
6	1,19	39	7,78	72	14,36
7	1,39	40	7,97	73	14,56
8	1,59	41	8,17	74	14,76
9	1,79	42	8,37	75	14,96
10	1,99	43	8,57	76	15,16
11	2,19	44	8,77	77	15,36
12	2,39	45	8,97	78	15,56
13	2,59	46	9,17	79	15,76
14	2,79	47	9,37	80	15,95
15	2,99	48	9,57	81	16,15
16	3,19	49	9,77	82	16,35
17	3,39	50	9,97	83	16,55
18	3,59	51	10,17	84	16,75
19	3,79	52	10,37	85	16,95
20	3,98	53	10,57	86	17,15
21	4,18	54	10,77	87	17,35
22	4,38	55	10,97	88	17,55
23	4,58	56	11,17	89	17,75
24	4,78	57	11,37	90	17,95
25	4,98	58	11,57	91	18,15
26	5,18	59	11,77	92	18,35
27	5,38	60	11,96	93	18,55
28	5,58	61	12,16	94	18,75
29	5,78	62	12,36	95	18,95
30	5,98	63	12,56	96	19,15
31	6,18	64	12,76	97	19,35
32	6,38	65	12,96	98	19,55
33	6,58	66	13,16	99	19,75
34	6,78	67	13,36	100	19,94

6,05 Zoll Durchm.

20 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,44	35	7,73	68	15,03
3	0,66	36	7,95	69	15,25
4	0,88	37	8,17	70	15,47
5	1,10	38	8,39	71	15,69
6	1,32	39	8,62	72	15,91
7	1,54	40	8,84	73	16,13
8	1,76	41	9,06	74	16,35
9	1,98	42	9,28	75	16,57
10	2,21	43	9,50	76	16,79
11	2,43	44	9,72	77	17,02
12	2,65	45	9,94	78	17,24
13	2,87	46	10,16	79	17,46
14	3,09	47	10,38	80	17,68
15	3,31	48	10,61	81	17,90
16	3,53	49	10,83	82	18,12
17	3,75	50	11,05	83	18,34
18	3,97	51	11,27	84	18,56
19	4,19	52	11,49	85	18,78
20	4,42	53	11,71	86	19,01
21	4,64	54	11,93	87	19,23
22	4,86	55	12,15	88	19,45
23	5,08	56	12,37	89	19,67
24	5,30	57	12,59	90	19,89
25	5,52	58	12,82	91	20,11
26	5,74	59	13,04	92	20,33
27	5,96	60	13,26	93	20,55
28	6,18	61	13,48	94	20,77
29	6,41	62	13,70	95	20,99
30	6,63	63	13,92	96	21,22
31	6,85	64	14,14	97	21,44
32	7,07	65	14,36	98	21,66
33	7,29	66	14,58	99	21,88
34	7,51	67	14,81	100	22,10

6,37 Zoll Durchm.

21 Zoll = 1 3/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,48	35	8,52	68	16,57
3	0,73	36	8,77	69	16,81
4	0,97	37	9,01	70	17,05
5	1,21	38	9,26	71	17,30
6	1,46	39	9,50	72	17,54
7	1,70	40	9,74	73	17,79
8	1,94	41	9,99	74	18,03
9	2,19	42	10,23	75	18,27
10	2,43	43	10,47	76	18,52
11	2,68	44	10,72	77	18,76
12	2,92	45	10,96	78	19,00
13	3,16	46	11,21	79	19,25
14	3,41	47	11,45	80	19,49
15	3,65	48	11,69	81	19,74
16	3,89	49	11,94	82	19,98
17	4,14	50	12,18	83	20,22
18	4,38	51	12,42	84	20,47
19	4,63	52	12,67	85	20,71
20	4,87	53	12,91	86	20,95
21	5,11	54	13,16	87	21,20
22	5,36	55	13,40	88	21,44
23	5,60	56	13,64	89	21,68
24	5,84	57	13,89	90	21,93
25	6,09	58	14,13	91	22,17
26	6,33	59	14,37	92	22,42
27	6,58	60	14,62	93	22,66
28	6,82	61	14,86	94	22,90
29	7,06	62	15,10	95	23,15
30	7,31	63	15,35	96	23,39
31	7,55	64	15,59	97	23,63
32	7,79	65	15,84	98	23,88
33	8,04	66	16,08	99	24,12
34	8,28	67	16,32	100	24,37

6,68 Zoll Durchm.

22 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,53	35	9,36	68	18,18
3	0,80	36	9,62	69	18,45
4	1,06	37	9,89	70	18,72
5	1,33	38	10,16	71	18,99
6	1,60	39	10,43	72	19,25
7	1,87	40	10,69	73	19,52
8	2,13	41	10,96	74	19,79
9	2,40	42	11,23	75	20,06
10	2,67	43	11,50	76	20,32
11	2,94	44	11,76	77	20,59
12	3,20	45	12,03	78	20,86
13	3,47	46	12,30	79	21,13
14	3,74	47	12,57	80	21,39
15	4,01	48	12,83	81	21,66
16	4,27	49	13,10	82	21,93
17	4,54	50	13,37	83	22,19
18	4,81	51	13,64	84	22,46
19	5,08	52	13,90	85	22,73
20	5,34	53	14,17	86	23,00
21	5,61	54	14,44	87	23,26
22	5,88	55	14,71	88	23,53
23	6,15	56	14,97	89	23,80
24	6,41	57	15,24	90	24,07
25	6,68	58	15,51	91	24,33
26	6,95	59	15,78	92	24,60
27	7,22	60	16,04	93	24,87
28	7,48	61	16,31	94	25,14
29	7,75	62	16,58	95	25,40
30	8,02	63	16,85	96	25,67
31	8,29	64	17,11	97	25,94
32	8,55	65	17,38	98	26,21
33	8,82	66	17,65	99	26,47
34	9,09	67	17,92	100	26,74

7,00 Zoll Durchm.

23 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,58	35	10,23	68	19,87
3	0,87	36	10,52	69	20,17
4	1,16	37	10,81	70	20,46
5	1,46	38	11,10	71	20,75
6	1,75	39	11,40	72	21,04
7	2,04	40	11,69	73	21,34
8	2,33	41	11,98	74	21,63
9	2,63	42	12,27	75	21,92
10	2,92	43	12,57	76	22,21
11	3,21	44	12,86	77	22,50
12	3,50	45	13,15	78	22,80
13	3,80	46	13,44	79	23,09
14	4,09	47	13,73	80	23,38
15	4,38	48	14,03	81	23,67
16	4,67	49	14,32	82	23,97
17	4,96	50	14,61	83	24,26
18	5,26	51	14,90	84	24,55
19	5,55	52	15,20	85	24,84
20	5,84	53	15,49	86	25,14
21	6,13	54	15,78	87	25,43
22	6,43	55	16,07	88	25,72
23	6,72	56	16,37	89	26,01
24	7,01	57	16,66	90	26,31
25	7,30	58	16,95	91	26,60
26	7,60	59	17,24	92	26,89
27	7,89	60	17,54	93	27,18
28	8,18	61	17,83	94	27,47
29	8,47	62	18,12	95	27,77
30	8,77	63	18,41	96	28,06
31	9,06	64	18,70	97	28,35
32	9,35	65	19,00	98	28,64
33	9,64	66	19,29	99	28,94
34	9,93	67	19,58	100	29,23

7,32 Zoll Durchm.

24 Zoll = 2 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,63	35	11,14	68	21,64
3	0,95	36	11,45	69	21,96
4	1,27	37	11,77	70	22,28
5	1,59	38	12,09	71	22,60
6	1,90	39	12,41	72	22,91
7	2,22	40	12,73	73	23,23
8	2,54	41	13,05	74	23,55
9	2,86	42	13,36	75	23,87
10	3,18	43	13,68	76	24,19
11	3,50	44	14,00	77	24,50
12	3,81	45	14,32	78	24,82
13	4,13	46	14,64	79	25,14
14	4,45	47	14,96	80	25,46
15	4,77	48	15,27	81	25,78
16	5,09	49	15,59	82	26,10
17	5,41	50	15,91	83	26,41
18	5,72	51	16,23	84	26,73
19	6,04	52	16,55	85	27,05
20	6,36	53	16,67	86	27,37
21	6,68	54	17,18	87	27,69
22	7,00	55	17,50	88	28,01
23	7,32	56	17,82	89	28,32
24	7,63	57	18,14	90	28,64
25	7,95	58	18,46	91	28,96
26	8,27	59	18,78	92	29,28
27	8,59	60	19,09	93	29,60
28	8,91	61	19,41	94	29,92
29	9,23	62	19,73	95	30,23
30	9,54	63	20,05	96	30,55
31	9,86	64	20,37	97	30,87
32	10,18	65	20,69	98	31,19
33	10,50	66	21,00	99	31,51
34	10,82	67	21,32	100	31,83

7,64 Zoll Durchm.

25 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,69	35	12,08	68	23,48
3	1,03	36	12,43	69	23,83
4	1,38	37	12,77	70	24,17
5	1,72	38	13,12	71	24,52
6	2,07	39	13,47	72	24,86
7	2,41	40	13,81	73	25,21
8	2,76	41	14,16	74	25,55
9	3,10	42	14,50	75	25,90
10	3,45	43	14,85	76	26,24
11	3,79	44	15,19	77	26,59
12	4,14	45	15,54	78	26,94
13	4,49	46	15,88	79	27,28
14	4,83	47	16,23	80	27,63
15	5,18	48	16,57	81	27,97
16	5,52	49	16,92	82	28,32
17	5,87	50	17,26	83	28,66
18	6,21	51	17,61	84	29,01
19	6,56	52	17,96	85	29,35
20	6,90	53	18,30	86	29,70
21	7,25	54	18,65	87	30,04
22	7,59	55	18,99	88	30,39
23	7,94	56	19,34	89	30,73
24	8,28	57	19,68	90	31,08
25	8,63	58	20,03	91	31,42
26	8,98	59	20,37	92	31,77
27	9,32	60	20,72	93	32,12
28	9,67	61	21,06	94	32,46
29	10,01	62	21,41	95	32,81
30	10,36	63	21,75	96	33,15
31	10,70	64	22,10	97	33,50
32	11,05	65	22,45	98	33,84
33	11,39	66	22,79	99	34,19
34	11,74	67	23,14	100	34,53

7,96 Zoll Durchm.

26 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,74	35	13,07	68	25,40
3	1,12	36	13,44	69	25,77
4	1,49	37	13,82	70	26,15
5	1,86	38	14,19	71	26,52
6	2,24	39	14,56	72	26,89
7	2,61	40	14,94	73	27,27
8	2,98	41	15,31	74	27,64
9	3,36	42	15,69	75	28,01
10	3,73	43	16,06	76	28,39
11	4,10	44	16,43	77	28,76
12	4,48	45	16,81	78	29,13
13	4,86	46	17,18	79	29,51
14	5,23	47	17,55	80	29,88
15	5,60	48	17,93	81	30,25
16	5,97	49	18,30	82	30,63
17	6,35	50	18,67	83	31,00
18	6,72	51	19,05	84	31,37
19	7,09	52	19,42	85	31,75
20	7,47	53	19,79	86	32,12
21	7,84	54	20,17	87	32,50
22	8,21	55	20,54	88	32,87
23	8,59	56	20,92	89	33,24
24	8,96	57	21,29	90	33,62
25	9,33	58	21,66	91	33,99
26	9,71	59	22,04	92	34,36
27	10,08	60	22,41	93	34,74
28	10,45	61	22,78	94	35,11
29	10,83	62	23,16	95	35,48
30	11,20	63	23,53	96	35,86
31	11,58	64	23,90	97	36,23
32	11,95	65	24,28	98	36,60
33	12,32	66	24,65	99	36,98
34	12,70	67	25,02	100	37,35

8,28 Zoll Durchm.

27 Zoll = 2 1/4 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,80	35	14,10	68	27,89
3	1,20	36	14,50	69	27,79
4	1,61	37	14,90	70	28,20
5	2,01	38	15,30	71	28,60
6	2,41	39	15,71	72	29,00
7	2,82	40	16,11	73	29,40
8	3,22	41	16,51	74	29,81
9	3,62	42	16,92	75	30,21
10	4,02	43	17,32	76	30,61
11	4,43	44	17,72	77	31,02
12	4,83	45	18,12	78	31,42
13	5,23	46	18,53	79	31,82
14	5,64	47	18,93	80	32,22
15	6,04	48	19,33	81	32,63
16	6,44	49	19,74	82	33,03
17	6,84	50	20,14	83	33,43
18	7,25	51	20,54	84	33,84
19	7,65	52	20,94	85	34,24
20	8,05	53	21,35	86	34,64
21	8,46	54	21,75	87	35,04
22	8,86	55	22,15	88	35,45
23	9,26	56	22,56	89	35,85
24	9,66	57	22,96	90	36,25
25	10,07	58	23,36	91	36,66
26	10,47	59	23,76	92	37,06
27	10,87	60	24,17	93	37,46
28	11,28	61	24,57	94	37,86
29	11,68	62	24,97	95	38,27
30	12,08	63	25,38	96	38,67
31	12,48	64	25,78	97	39,07
32	12,89	65	26,18	98	39,48
33	13,29	66	26,58	99	39,88
34	13,69	67	26,99	100	40,28

8,59 Zoll Durchm.

28 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,86	35	15,16	68	29,46
3	1,29	36	15,59	69	29,89
4	1,73	37	16,03	70	30,32
5	2,16	38	16,46	71	30,76
6	2,59	39	16,89	72	31,19
7	3,03	40	17,33	73	31,62
8	3,46	41	17,76	74	32,06
9	3,89	42	18,19	75	32,49
10	4,33	43	18,62	76	32,92
11	4,76	44	19,06	77	33,36
12	5,19	45	19,49	78	33,79
13	5,63	46	19,92	79	34,22
14	6,06	47	20,36	80	34,66
15	6,49	48	20,79	81	35,09
16	6,93	49	21,22	82	35,52
17	7,36	50	21,66	83	35,95
18	7,79	51	22,09	84	36,39
19	8,23	52	22,52	85	36,82
20	8,66	53	22,96	86	37,25
21	9,09	54	23,39	87	37,69
22	9,53	55	23,82	88	38,12
23	9,96	56	24,26	89	38,55
24	10,39	57	24,69	90	38,99
25	10,83	58	25,12	91	39,42
26	11,26	59	25,56	92	39,85
27	11,69	60	25,99	93	40,29
28	12,13	61	26,42	94	40,72
29	12,56	62	26,86	95	41,15
30	12,99	63	27,29	96	41,59
31	13,43	64	27,72	97	42,02
32	13,86	65	28,16	98	42,45
33	14,29	66	28,59	99	42,89
34	14,73	67	29,02	100	43,32

8,91 Zoll Durchm.

29 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,92	35	16,26	68	31,60
3	1,39	36	16,73	69	32,06
4	1,85	37	17,19	70	32,53
5	2,32	38	17,66	71	32,99
6	2,78	39	18,12	72	33,46
7	3,25	40	18,59	73	33,92
8	3,71	41	19,05	74	34,39
9	4,18	42	19,51	75	34,85
10	4,64	43	19,98	76	35,32
11	5,11	44	20,44	77	35,78
12	5,57	45	20,91	78	36,25
13	6,04	46	21,37	79	36,71
14	6,50	47	21,84	80	37,18
15	6,97	48	22,30	81	37,64
16	7,43	49	22,77	82	38,10
17	7,90	50	23,23	83	38,57
18	8,36	51	23,70	84	39,03
19	8,83	52	24,16	85	39,50
20	9,29	53	24,63	86	39,96
21	9,75	54	25,09	87	40,43
22	10,22	55	25,56	88	40,89
23	10,68	56	26,02	89	41,36
24	11,15	57	26,49	90	41,82
25	11,61	58	26,95	91	42,29
26	12,08	59	27,42	92	42,75
27	12,54	60	27,88	93	43,22
28	13,01	61	28,35	94	43,68
29	13,47	62	28,81	95	44,15
30	13,94	63	29,27	96	44,61
31	14,40	64	29,74	97	45,08
32	14,87	65	30,20	98	45,54
33	15,33	66	30,67	99	46,01
34	15,80	67	31,13	100	46,47

9,23 Zoll Durchm.

30 Zoll = 2 ½ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,99	35	17,40	68	33,82
3	1,49	36	17,90	69	34,31
4	1,98	37	18,40	70	34,81
5	2,48	38	18,89	71	35,31
6	2,98	39	19,39	72	35,80
7	3,48	40	19,89	73	36,30
8	3,97	41	20,39	74	36,80
9	4,47	42	20,88	75	37,30
10	4,97	43	21,38	76	37,79
11	5,47	44	21,88	77	38,29
12	5,96	45	22,38	78	38,79
13	6,46	46	22,87	79	39,29
14	6,96	47	23,37	80	39,78
15	7,46	48	23,87	81	40,28
16	7,95	49	24,37	82	40,78
17	8,45	50	24,86	83	41,28
18	8,95	51	25,36	84	41,77
19	9,44	52	25,86	85	42,27
20	9,94	53	26,36	86	42,77
21	10,44	54	26,85	87	43,27
22	10,94	55	27,35	88	43,76
23	11,43	56	27,85	89	44,26
24	11,93	57	28,34	90	44,76
25	12,43	58	28,84	91	45,25
26	12,93	59	29,34	92	45,75
27	13,42	60	29,84	93	46,25
28	13,92	61	30,33	94	46,75
29	14,42	62	30,83	95	47,24
30	14,92	63	31,33	96	47,74
31	15,41	64	31,83	97	48,24
32	15,91	65	32,32	98	48,74
33	16,41	66	32,82	99	49,23
34	16,91	67	33,32	100	49,73

9,55 Zoll Durchm.

31 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,06	35	18,58	68	36,11
3	1,59	36	19,11	69	36,64
4	2,12	37	19,64	70	37,17
5	2,65	38	20,18	71	37,70
6	3,18	39	20,71	72	38,23
7	3,71	40	21,24	73	38,76
8	4,24	41	21,77	74	39,29
9	4,77	42	22,30	75	39,83
10	5,31	43	22,83	76	40,36
11	5,84	44	23,36	77	40,89
12	6,37	45	23,89	78	41,42
13	6,90	46	24,42	79	41,95
14	7,43	47	24,96	80	42,48
15	7,96	48	25,49	81	43,01
16	8,49	49	26,02	82	43,54
17	9,02	50	26,55	83	44,07
18	9,55	51	27,08	84	44,60
19	10,09	52	27,61	85	45,14
20	10,62	53	28,14	86	45,67
21	11,15	54	28,67	87	46,20
22	11,68	55	29,20	88	46,73
23	12,21	56	29,73	89	47,26
24	12,74	57	30,27	90	47,79
25	13,27	58	30,80	91	48,32
26	13,80	59	31,33	92	48,85
27	14,33	60	31,86	93	49,38
28	14,86	61	32,39	94	49,92
29	15,40	62	32,92	95	50,45
30	15,93	63	33,45	96	50,98
31	16,46	64	33,98	97	51,51
32	16,99	65	34,51	98	52,04
33	17,52	66	35,05	99	52,57
34	18,05	67	35,58	100	53,10

9,87 Zoll Durchm.

32 Zoll.						33 Zoll = 2 ¾ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,13	35	19,80	68	38,48	2	1,20	35	21,06	68	40,92
3	1,69	36	20,37	69	39,04	3	1,80	36	21,66	69	41,52
4	2,26	37	20,93	70	39,61	4	2,40	37	22,26	70	42,12
5	2,82	38	21,50	71	40,17	5	3,00	38	22,86	71	42,72
6	3,39	39	22,06	72	40,74	6	3,61	39	23,47	72	43,32
7	3,96	40	22,63	73	41,30	7	4,21	40	24,07	73	43,93
8	4,52	41	23,20	74	41,87	8	4,81	41	24,67	74	44,53
9	5,09	42	23,76	75	42,44	9	5,41	42	25,27	75	45,13
10	5,65	43	24,33	76	43,00	10	6,01	43	25,87	76	45,73
11	6,22	44	24,89	77	43,57	11	6,61	44	26,47	77	46,33
12	6,79	45	25,46	78	44,13	12	7,22	45	27,08	78	46,94
13	7,35	46	26,03	79	44,70	13	7,82	46	27,68	79	47,54
14	7,92	47	26,59	80	45,27	14	8,42	47	28,28	80	48,14
15	8,48	48	27,16	81	45,83	15	9,02	48	28,88	81	48,74
16	9,05	49	27,72	82	46,40	16	9,62	49	29,48	82	49,34
17	9,62	50	28,29	83	46,96	17	10,23	50	30,09	83	49,94
18	10,18	51	28,86	84	47,53	18	10,83	51	30,69	84	50,55
19	10,75	52	29,42	85	48,09	19	11,43	52	31,29	85	51,15
20	11,31	53	29,99	86	48,66	20	12,03	53	31,89	86	51,75
21	11,88	54	30,55	87	49,23	21	12,63	54	32,49	87	52,35
22	12,44	55	31,12	88	49,79	22	13,23	55	33,09	88	52,95
23	13,01	56	31,68	89	50,36	23	13,84	56	33,70	89	53,56
24	13,58	57	32,25	90	50,92	24	14,44	57	34,30	90	54,16
25	14,14	58	32,82	91	51,49	25	15,04	58	34,90	91	54,76
26	14,71	59	33,38	92	52,06	26	15,64	59	35,50	92	55,36
27	15,27	60	33,95	93	52,62	27	16,24	60	36,10	93	55,96
28	15,84	61	34,51	94	53,19	28	16,85	61	36,71	94	56,56
29	16,41	62	35,08	95	53,75	29	17,45	62	37,31	95	57,17
30	16,97	63	35,65	96	54,32	30	18,05	63	37,91	96	57,77
31	17,54	64	36,21	97	54,89	31	18,65	64	38,51	97	58,37
32	18,10	65	36,78	98	55,45	32	19,25	65	39,11	98	58,97
33	18,67	66	37,34	99	56,02	33	19,85	66	39,71	99	59,57
34	19,24	67	37,91	100	56,58	34	20,46	67	40,32	100	60,18
10,19 Zoll Durchm.						10,50 Zoll Durchm.					

34 Zoll.						35 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,27	35	22,35	68	43,44	2	1,35	35	23,69	68	46,03
3	1,91	36	22,99	69	44,07	3	2,03	36	24,37	69	46,71
4	2,55	37	23,63	70	44,71	4	2,70	37	25,04	70	47,38
5	3,19	38	24,27	71	45,35	5	3,38	38	25,72	71	48,06
6	3,83	39	24,91	72	45,99	6	4,06	39	26,40	72	48,74
7	4,47	40	25,55	73	46,63	7	4,73	40	27,07	73	49,41
8	5,11	41	26,19	74	47,27	8	5,41	41	27,75	74	50,09
9	5,74	42	26,83	75	47,91	9	6,09	42	28,43	75	50,77
10	6,38	43	27,46	76	48,55	10	6,76	43	29,10	76	51,44
11	7,02	44	28,10	77	49,18	11	7,44	44	29,78	77	52,12
12	7,66	45	28,74	78	49,82	12	8,12	45	30,46	78	52,80
13	8,30	46	29,38	79	50,46	13	8,80	46	31,14	79	53,47
14	8,94	47	30,02	80	51,10	14	9,47	47	31,81	80	54,15
15	9,58	48	30,66	81	51,74	15	10,15	48	32,49	81	54,83
16	10,22	49	31,30	82	52,38	16	10,83	49	33,17	82	55,51
17	10,86	50	31,94	83	53,02	17	11,50	50	33,84	83	56,18
18	11,49	51	32,58	84	53,66	18	12,18	51	34,52	84	56,86
19	12,13	52	33,21	85	54,30	19	12,86	52	35,20	85	57,54
20	12,77	53	33,85	86	54,93	20	13,53	53	35,87	86	58,21
21	13,41	54	34,49	87	55,57	21	14,21	54	36,55	87	58,89
22	14,05	55	35,13	88	56,21	22	14,89	55	37,23	88	59,57
23	14,69	56	35,77	89	56,85	23	15,57	56	37,90	89	60,24
24	15,33	57	36,41	90	57,49	24	16,24	57	38,58	90	60,92
25	15,97	58	3[illegible],05	91	58,13	25	16,92	58	39,26	91	61,60
26	16,60	59	37,69	92	58,77	26	17,60	59	39,94	92	62,28
27	17,24	60	38,32	93	59,41	27	18,27	60	40,61	93	62,95
28	17,88	61	38,96	94	[illegible]	28	18,95	61	41,29	94	63,63
29	18,52	62	39,60	95	[illegible]	29	19,63	62	41,97	95	64,31
30	19,16	63	40,24	96	61,32	30	20,30	63	42,64	96	64,98
31	19,80	64	40,88	97	61,96	31	20,98	64	43,32	97	65,66
32	20,44	65	41,52	98	62,60	32	21,66	65	44,00	98	66,34
33	21,08	66	42,16	99	63,24	33	22,33	66	44,67	99	67,01
34	21,72	67	42,80	100	63,88	34	23,01	67	45,35	100	67,69
10,82 Zoll Durchm.						11,14 Zoll Durchm.					

36 Zoll = 3 Fuß					
Lfß.	Kbfß.	Lfß.	Kbfß.	Lfß.	Kbfß.
2	1,43	35	25,06	68	48,70
3	2,14	36	25,78	69	49,41
4	2,86	37	26,49	70	50,13
5	3,58	38	27,21	71	50,85
6	4,29	39	27,93	72	51,56
7	5,01	40	28,64	73	52,28
8	5,72	41	29,36	74	52,99
9	6,44	42	30,08	75	53,71
10	7,16	43	30,79	76	54,43
11	7,87	44	31,51	77	55,14
12	8,59	45	32,22	78	55,86
13	9,31	46	32,94	79	56,57
14	10,02	47	33,66	80	57,29
15	10,74	48	34,37	81	58,01
16	11,45	49	35,09	82	58,72
17	12,17	50	35,81	83	59,44
18	12,89	51	36,52	84	60,16
19	13,60	52	37,24	85	60,87
20	14,32	53	37,95	86	61,59
21	15,04	54	38,67	87	62,30
22	15,75	55	39,39	88	63,02
23	16,47	56	40,10	89	63,74
24	17,18	57	40,82	90	64,45
25	17,90	58	41,53	91	65,17
26	18,62	59	42,25	92	65,89
27	19,33	60	42,97	93	66,60
28	20,05	61	43,68	94	67,32
29	20,76	62	44,40	95	68,03
30	21,48	63	45,12	96	68,75
31	22,20	64	45,83	97	69,47
32	22,91	65	46,55	98	70,18
33	23,63	66	47,26	99	70,90
34	24,35	67	47,98	100	71,62

11,46 Zoll Durchm.

37 Zoll.					
Lfß.	Kbfß.	Lfß.	Kbfß.	Lfß.	Kbfß.
2	1,51	35	26,47	68	51,44
3	2,26	36	27,23	69	52,20
4	3,02	37	27,99	70	52,96
5	3,78	38	28,74	71	53,71
6	4,53	39	29,50	72	54,47
7	5,29	40	30,26	73	55,22
8	6,05	41	31,01	74	55,98
9	6,80	42	31,77	75	56,74
10	7,56	43	32,53	76	57,49
11	8,32	44	33,28	77	58,25
12	9,07	45	34,04	78	59,01
13	9,83	46	34,80	79	59,76
14	10,59	47	35,55	80	60,52
15	11,34	48	36,31	81	61,27
16	12,10	49	37,07	82	62,03
17	12,86	50	37,82	83	62,79
18	13,61	51	38,58	84	63,54
19	14,37	52	39,34	85	64,30
20	15,13	53	40,09	86	65,06
21	15,88	54	40,85	87	65,81
22	16,64	55	41,60	88	66,57
23	17,40	56	42,36	89	67,33
24	18,15	57	43,12	90	68,08
25	18,91	58	43,87	91	68,84
26	19,67	59	44,63	92	69,60
27	20,42	60	45,39	93	70,35
28	21,18	61	46,14	94	71,11
29	21,93	62	46,90	95	71,87
30	22,69	63	47,66	96	72,62
31	23,45	64	48,41	97	73,38
32	24,20	65	49,17	98	74,14
33	24,96	66	49,93	99	74,89
34	25,72	67	50,68	100	75,65

11,78 Zoll Durchm.

38 Zoll.						39 Zoll = 3 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,59	35	27,92	68	54,26	2	1,68	35	29,41	68	57,15
3	2,39	36	28,72	69	55,05	3	2,52	36	30,25	69	57,99
4	3,19	37	29,52	70	55,85	4	3,36	37	31,09	70	58,83
5	3,98	38	30,32	71	56,65	5	4,20	38	31,94	71	59,67
6	4,78	39	31,12	72	57,45	6	5,04	39	32,78	72	60,51
7	5,58	40	31,91	73	58,25	7	5,88	40	33,62	73	61,35
8	6,38	41	32,71	74	59,05	8	6,72	41	34,46	74	62,19
9	7,18	42	33,51	75	59,84	9	7,56	42	35,30	75	63,04
10	7,97	43	34,31	76	60,64	10	8,40	43	36,14	76	63,88
11	8,77	44	35,11	77	61,44	11	9,24	44	36,98	77	64,72
12	9,57	45	35,90	78	62,24	12	10,08	45	37,82	78	65,56
13	10,37	46	36,70	79	63,04	13	10,92	46	38,66	79	66,40
14	11,17	47	37,50	80	63,83	14	11,76	47	39,50	80	67,24
15	11,96	48	38,30	81	64,63	15	12,60	48	40,34	81	68,08
16	12,76	49	39,10	82	65,43	16	13,44	49	41,18	82	68,92
17	13,56	50	39,89	83	66,23	17	14,28	50	42,02	83	69,76
18	14,36	51	40,69	84	67,03	18	15,12	51	42,86	84	70,60
19	15,16	52	41,49	85	67,82	19	15,97	52	43,70	85	71,44
20	15,95	53	42,29	86	68,62	20	16,81	53	44,54	86	72,28
21	16,75	54	43,09	87	69,42	21	17,65	54	45,38	87	73,12
22	17,55	55	43,88	88	70,22	22	18,49	55	46,22	88	73,96
23	18,35	56	44,68	89	71,02	23	19,33	56	47,07	89	74,80
24	19,15	57	45,48	90	71,81	24	20,17	57	47,91	90	75,64
25	19,94	58	46,28	91	72,61	25	21,01	58	48,75	91	76,48
26	20,74	59	47,08	92	73,41	26	21,85	59	49,59	92	77,32
27	21,54	60	47,87	93	74,21	27	22,69	60	50,43	93	78,17
28	22,34	61	48,67	94	75,01	28	23,53	61	51,27	94	79,01
29	23,14	62	49,47	95	75,80	29	24,37	62	52,11	95	79,85
30	23,93	63	50,27	96	76,60	30	25,21	63	52,95	96	80,69
31	24,73	64	51,07	97	77,40	31	26,05	64	53,79	97	81,53
32	25,53	65	51,86	98	78,20	32	26,89	65	54,63	98	82,37
33	26,33	66	52,66	99	79,00	33	27,73	66	55,47	99	83,21
34	27,13	67	53,46	100	79,79	34	28,57	67	56,31	100	84,05
12,10 Zoll Durchm.						12,41 Zoll Durchm.					

40 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,76	35	30,94	68	60,12
3	2,65	36	31,83	69	61,00
4	3,53	37	32,71	70	61,89
5	4,42	38	33,59	71	62,77
6	5,30	39	34,48	72	63,66
7	6,18	40	35,36	73	64,54
8	7,07	41	36,25	74	65,43
9	7,95	42	37,13	75	66,31
10	8,84	43	38,02	76	67,19
11	9,72	44	38,90	77	68,08
12	10,61	45	39,78	78	68,96
13	11,49	46	40,67	79	69,85
14	12,37	47	41,55	80	70,73
15	13,26	48	42,44	81	71,61
16	14,14	49	43,32	82	72,50
17	15,03	50	44,20	83	73,38
18	15,91	51	45,09	84	74,27
19	16,79	52	45,97	85	75,15
20	17,68	53	46,86	86	76,04
21	18,56	54	47,74	87	76,92
22	19,45	55	48,63	88	77,80
23	20,33	56	49,51	89	78,69
24	21,22	57	50,39	90	79,57
25	22,10	58	51,28	91	80,46
26	22,98	59	52,16	92	81,34
27	23,87	60	53,05	93	82,22
28	24,75	61	53,93	94	83,11
29	25,64	62	54,82	95	83,99
30	26,52	63	55,70	96	84,88
31	27,41	64	56,58	97	85,76
32	28,29	65	57,47	98	86,65
33	29,17	66	58,35	99	87,53
34	30,06	67	59,24	100	88,41

12,73 Zoll Durchm.

41 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,85	35	32,51	68	63,16
3	2,78	36	33,44	69	64,09
4	3,71	37	34,37	70	65,02
5	4,64	38	35,30	71	65,95
6	5,57	39	36,22	72	66,88
7	6,50	40	37,15	73	67,81
8	7,43	41	38,08	74	68,74
9	8,36	42	39,01	75	69,67
10	9,28	43	39,94	76	70,60
11	10,21	44	40,87	77	71,52
12	11,14	45	41,80	78	72,45
13	12,07	46	42,73	79	73,38
14	13,00	47	43,66	80	74,31
15	13,93	48	44,59	81	75,24
16	14,86	49	45,51	82	76,17
17	15,79	50	46,44	83	77,10
18	16,72	51	47,37	84	78,03
19	17,65	52	48,30	85	78,96
20	18,57	53	49,23	86	79,89
21	19,50	54	50,16	87	80,81
22	20,43	55	51,09	88	81,74
23	21,36	56	52,02	89	82,67
24	22,29	57	52,95	90	83,60
25	23,22	58	53,87	91	84,53
26	24,15	59	54,80	92	85,46
27	25,08	60	55,73	93	86,39
28	26,01	61	56,66	94	87,32
29	26,93	62	57,59	95	88,25
30	27,86	63	58,52	96	89,18
31	28,79	64	59,45	97	90,10
32	29,72	65	60,38	98	91,03
33	30,65	66	61,31	99	91,96
34	31,58	67	62,24	100	92,89

13,05 Zoll Durchm.

42 Zoll = 3 ½ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,94	35	34,11	68	66,28
3	2,92	36	35,09	69	67,26
4	3,89	37	36,06	70	68,23
5	4,87	38	37,04	71	69,21
6	5,84	39	38,01	72	70,18
7	6,82	40	38,99	73	71,16
8	7,79	41	39,96	74	72,13
9	8,77	42	40,94	75	73,11
10	9,74	43	41,91	76	74,08
11	10,72	44	42,89	77	75,06
12	11,69	45	43,86	78	76,03
13	12,67	46	44,84	79	77,01
14	13,64	47	45,81	80	77,98
15	14,62	48	46,79	81	78,96
16	15,59	49	47,76	82	79,93
17	16,57	50	48,74	83	80,91
18	17,54	51	49,71	84	81,88
19	18,52	52	50,69	85	82,85
20	19,49	53	51,66	86	83,83
21	20,47	54	52,64	87	84,80
22	21,44	55	53,61	88	85,78
23	22,42	56	54,58	89	86,75
24	23,39	57	55,56	90	87,73
25	24,37	58	56,53	91	88,70
26	25,34	59	57,51	92	89,68
27	26,32	60	58,48	93	90,65
28	27,29	61	59,46	94	91,63
29	28,26	62	60,43	95	92,60
30	29,24	63	61,41	96	93,58
31	30,21	64	62,38	97	94,55
32	31,19	65	63,36	98	95,53
33	32,16	66	64,33	99	96,50
34	33,14	67	65,31	100	97,48

13,37 Zoll Durchm.

43 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,04	35	35,76	68	69,48
3	3,06	36	36,78	69	70,50
4	4,08	37	37,80	70	71,52
5	5,10	38	38,82	71	72,54
6	6,13	39	39,85	72	73,56
7	7,15	40	40,87	73	74,59
8	8,17	41	41,89	74	75,61
9	9,19	42	42,91	75	76,63
10	10,21	43	43,93	76	77,65
11	11,23	44	44,95	77	78,67
12	12,26	45	45,98	78	79,70
13	13,28	46	47,00	79	80,72
14	14,30	47	48,02	80	81,74
15	15,32	48	49,04	81	82,76
16	16,34	49	50,06	82	83,78
17	17,37	50	51,09	83	84,80
18	18,39	51	52,11	84	85,83
19	19,41	52	53,13	85	86,85
20	20,43	53	54,15	86	87,87
21	21,45	54	55,17	87	88,89
22	22,47	55	56,19	88	89,91
23	23,50	56	57,22	89	90,94
24	24,52	57	58,24	90	91,96
25	25,54	58	59,26	91	92,98
26	26,56	59	60,28	92	94,00
27	27,58	60	61,30	93	95,02
28	28,61	61	62,32	94	96,04
29	29,63	62	63,35	95	97,07
30	30,65	63	64,37	96	98,09
31	31,67	64	65,39	97	99,11
32	32,69	65	66,41	98	100,13
33	33,71	66	67,43	99	101,15
34	34,74	67	68,46	100	102,18

13,69 Zoll Durchm.

44 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,13	35	37,44	68	72,75
3	3,20	36	38,51	69	73,82
4	4,27	37	39,58	70	74,89
5	5,34	38	40,65	71	75,96
6	6,41	39	41,72	72	77,03
7	7,48	40	42,79	73	78,10
8	8,55	41	43,86	74	79,17
9	9,62	42	44,93	75	80,24
10	10,69	43	46,00	76	81,31
11	11,76	44	47,07	77	82,37
12	12,83	45	48,14	78	83,44
13	13,90	46	49,21	79	84,51
14	14,97	47	50,28	80	85,58
15	16,04	48	51,35	81	86,65
16	17,11	49	52,42	82	87,72
17	18,18	50	53,49	83	88,79
18	19,25	51	54,56	84	89,86
19	20,32	52	55,63	85	90,93
20	21,39	53	56,70	86	92,00
21	22,46	54	57,77	87	93,07
22	23,53	55	58,84	88	94,14
23	24,60	56	59,91	89	95,21
24	25,67	57	60,98	90	96,28
25	26,74	58	62,05	91	97,35
26	27,81	59	63,12	92	98,42
27	28,88	60	64,19	93	99,49
28	29,95	61	65,26	94	100,56
29	31,02	62	66,33	95	101,63
30	32,09	63	67,40	96	102,70
31	33,16	64	68,47	97	103,77
32	34,23	65	69,54	98	104,84
33	35,30	66	70,61	99	105,91
34	36,37	67	71,68	100	106,98

14,01 Zoll Durchm.

45 Zoll = 3 ¾ Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,23	35	39,16	68	76,09
3	3,35	36	40,28	69	77,21
4	4,47	37	41,40	70	78,33
5	5,59	38	42,52	71	79,45
6	6,71	39	43,64	72	80,57
7	7,83	40	44,76	73	81,69
8	8,95	41	45,88	74	82,81
9	10,07	42	47,00	75	83,92
10	11,19	43	48,11	76	85,04
11	12,30	44	49,23	77	86,16
12	13,42	45	50,35	78	87,28
13	14,54	46	51,47	79	88,40
14	15,66	47	52,59	80	89,52
15	16,78	48	53,71	81	90,64
16	17,90	49	54,83	82	91,76
17	19,02	50	55,95	83	92,88
18	20,14	51	57,07	84	94,00
19	21,26	52	58,19	85	95,12
20	22,38	53	59,31	86	96,23
21	23,50	54	60,42	87	97,35
22	24,61	55	61,54	88	98,47
23	25,73	56	62,66	89	99,59
24	26,85	57	63,78	90	100,71
25	27,97	58	64,90	91	101,83
26	29,09	59	66,02	92	102,95
27	30,21	60	67,14	93	104,07
28	31,33	61	68,26	94	105,19
29	32,45	62	69,38	95	106,31
30	33,57	63	70,50	96	107,42
31	34,69	64	71,61	97	108,54
32	35,80	65	72,73	98	109,66
33	36,92	66	73,85	99	110,78
34	38,04	67	74,97	100	111,90

14,32 Zoll Durchm.

46 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,33	35	40,92	68	79,51
3	3,50	36	42,09	69	80,68
4	4,67	37	43,26	70	81,85
5	5,84	38	44,43	71	83,02
6	7,01	39	45,60	72	84,19
7	8,18	40	46,77	73	85,36
8	9,35	41	47,94	74	86,53
9	10,52	42	49,11	75	87,70
10	11,69	43	50,28	76	88,87
11	12,86	44	51,45	77	90,03
12	14,03	45	52,62	78	91,20
13	15,20	46	53,79	79	92,37
14	16,37	47	54,95	80	93,54
15	17,54	48	56,12	81	94,71
16	18,70	49	57,29	82	95,88
17	19,87	50	58,46	83	97,05
18	21,04	51	59,63	84	98,22
19	22,21	52	60,80	85	99,39
20	23,38	53	61,97	86	100,56
21	24,55	54	63,14	87	101,73
22	25,72	55	64,31	88	102,90
23	26,89	56	65,48	89	104,07
24	28,06	57	66,65	90	105,24
25	29,23	58	67,82	91	106,41
26	30,40	59	68,99	92	107,58
27	31,57	60	70,16	93	108,74
28	32,74	61	71,33	94	109,91
29	33,91	62	72,49	95	111,08
30	35,08	63	73,66	96	112,25
31	36,24	64	74,83	97	113,42
32	37,41	65	76,00	98	114,59
33	38,58	66	77,17	99	115,76
34	39,75	67	78,34	100	116,93
14,64 Zoll Durchm.					

47 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,44	35	42,72	68	83,01
3	3,66	36	43,94	69	84,23
4	4,88	37	45,16	70	85,45
5	6,10	38	46,38	71	86,67
6	7,32	39	47,60	72	87,89
7	8,54	40	48,82	73	89,11
8	9,76	41	50,05	74	90,33
9	10,98	42	51,27	75	91,55
10	12,20	43	52,49	76	92,77
11	13,42	44	53,71	77	93,99
12	14,64	45	54,93	78	95,21
13	15,86	46	56,15	79	96,43
14	17,09	47	57,37	80	97,65
15	18,31	48	58,59	81	98,87
16	19,53	49	59,81	82	100,10
17	20,75	50	61,03	83	101,32
18	21,97	51	62,25	84	102,54
19	23,19	52	63,47	85	103,76
20	24,41	53	64,69	86	104,98
21	25,63	54	65,91	87	106,20
22	26,85	55	67,14	88	107,42
23	28,07	56	68,36	89	108,64
24	29,29	57	69,58	90	109,86
25	30,51	58	70,80	91	111,08
26	31,73	59	72,02	92	112,30
27	32,95	60	73,24	93	113,52
28	34,18	61	74,46	94	114,74
29	35,40	62	75,68	95	115,97
30	36,62	63	76,90	96	117,19
31	37,84	64	78,12	97	118,41
32	39,06	65	79,34	98	119,63
33	40,28	66	80,56	99	120,85
34	41,50	67	81,78	100	122,07
14,96 Zoll Durchm.					

48 Zoll = 4 Fuß.						49 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,54	35	44,56	68	86,58	2	2,65	35	46,43	68	90,[illegible]
3	3,81	36	45,83	69	87,85	3	3,98	36	47,76	69	91,[illegible]
4	5,09	37	47,10	70	89,12	4	5,30	37	49,09	70	92,[illegible]
5	6,36	38	48,38	71	90,40	5	6,63	38	50,41	71	94,[illegible]
6	7,63	39	49,65	72	91,67	6	7,96	39	51,74	72	95,5[illegible]
7	8,91	40	50,92	73	92,94	7	9,28	40	53,07	73	96,[illegible]
8	10,18	41	52,20	74	94,21	8	10,61	41	54,40	74	98,1[illegible]
9	11,45	42	53,47	75	95,49	9	11,94	42	55,72	75	99,[illegible]
10	12,73	43	54,74	76	96,76	10	13,26	43	57,05	76	100,[illegible]
11	14,00	44	56,02	77	98,03	11	14,59	44	58,38	77	102,10
12	15,27	45	57,29	78	99,31	12	15,92	45	59,70	78	103,4[illegible]
13	16,55	46	58,56	79	100,58	13	17,24	46	61,03	79	104,[illegible]
14	17,82	47	59,84	80	101,85	14	18,57	47	62,36	80	106,1[illegible]
15	19,09	48	61,11	81	103,13	15	19,90	48	63,68	81	107,4[illegible]
16	20,37	49	62,38	82	104,40	16	21,22	49	65,01	82	108,80
17	21,64	50	63,66	83	105,67	17	22,55	50	66,34	83	110,12
18	22,91	51	64,93	84	106,95	18	23,88	51	67,66	84	111,4[illegible]
19	24,19	52	66,20	85	108,22	19	25,20	52	68,99	85	112,7[illegible]
20	25,46	53	67,48	86	109,49	20	26,53	53	70,32	86	114,10
21	26,73	54	68,75	87	110,77	21	27,86	54	71,64	87	115,4[illegible]
22	28,01	55	70,02	88	112,04	22	29,19	55	72,97	88	116,7[illegible]
23	29,28	56	71,30	89	113,31	23	30,51	56	74,30	89	118,08
24	30,55	57	72,57	90	114,59	24	31,84	57	75,62	90	119,41
25	31,83	58	73,84	91	115,86	25	33,17	58	76,95	91	120,7[illegible]
26	33,10	59	75,12	92	117,13	26	34,49	59	78,28	92	122,06
27	34,37	60	76,39	93	118,41	27	35,82	60	79,61	93	123,[illegible]
28	35,65	61	77,66	94	119,68	28	37,15	61	80,93	94	124,72
29	36,92	62	78,94	95	120,95	29	38,47	62	82,26	95	126,04
30	38,19	63	80,21	96	122,23	30	39,80	63	83,59	96	127,37
31	39,47	64	81,48	97	123,50	31	41,13	64	84,91	97	128,70
32	40,74	65	82,76	98	124,77	32	42,45	65	86,24	98	130,03
33	42,01	66	84,03	99	126,05	33	43,78	66	87,57	99	131,35
34	43,29	67	85,30	100	127,32	34	45,11	67	88,89	100	132,68
15,28 Zoll Durchm.						15,60 Zoll Durchm.					

50 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,76	35	48,35	68	93,94
3	4,14	36	49,73	69	95,32
4	5,52	37	51,11	70	96,70
5	6,90	38	52,49	71	98,09
6	8,28	39	53,88	72	99,47
7	9,67	40	55,26	73	100,85
8	11,05	41	56,64	74	102,23
9	12,43	42	58,02	75	103,61
10	13,81	43	59,40	76	104,99
11	15,19	44	60,78	77	106,37
12	16,57	45	62,16	78	107,76
13	17,96	46	63,55	79	109,14
14	19,34	47	64,93	80	110,52
15	20,72	48	66,31	81	111,90
16	22,10	49	67,69	82	113,28
17	23,48	50	69,07	83	114,66
18	24,86	51	70,45	84	116,05
19	26,24	52	71,84	85	117,43
20	27,63	53	73,22	86	118,81
21	29,01	54	74,60	87	120,19
22	30,39	55	75,98	88	121,57
23	31,77	56	77,36	89	122,95
24	33,15	57	78,74	90	124,33
25	34,53	58	80,12	91	125,72
26	35,92	59	81,51	92	127,10
27	37,30	60	82,89	93	128,48
28	38,68	61	84,27	94	129,86
29	40,06	62	85,65	95	131,24
30	41,44	63	87,03	96	132,62
31	42,82	64	88,41	97	134,01
32	44,20	65	89,80	98	135,39
33	45,59	66	91,18	99	136,77
34	46,97	67	92,56	100	138,15
15,92 Zoll Durchm.					

51 Zoll = 4 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,87	35	50,30	68	97,74
3	4,31	36	51,74	69	99,17
4	5,74	37	53,18	70	100,61
5	7,18	38	54,62	71	102,05
6	8,62	39	56,05	72	103,49
7	10,06	40	57,49	73	104,92
8	11,49	41	58,93	74	106,36
9	12,93	42	60,36	75	107,80
10	14,37	43	61,80	76	109,24
11	15,81	44	63,24	77	110,67
12	17,24	45	64,68	78	112,11
13	18,68	46	66,11	79	113,55
14	20,12	47	67,55	80	114,98
15	21,56	48	68,99	81	116,42
16	22,99	49	70,43	82	117,86
17	24,43	50	71,86	83	119,30
18	25,87	51	73,30	84	120,73
19	27,31	52	74,74	85	122,17
20	28,74	53	76,18	86	123,61
21	30,18	54	77,61	87	125,05
22	31,62	55	79,05	88	126,48
23	33,05	56	80,49	89	127,92
24	34,49	57	81,93	90	129,36
25	35,93	58	83,36	91	130,80
26	37,37	59	84,80	92	132,23
27	38,80	60	86,24	93	133,67
28	40,24	61	87,67	94	135,11
29	41,68	62	89,11	95	136,55
30	43,12	63	90,55	96	137,98
31	44,55	64	91,99	97	139,42
32	45,99	65	93,42	98	140,86
33	47,43	66	94,86	99	142,29
34	48,87	67	96,30	100	143,73
16,23 Zoll Durchm.					

52 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,98	35	52,30	68	101,61
3	4,48	36	53,79	69	103,10
4	5,97	37	55,28	70	104,60
5	7,47	38	56,78	71	106,09
6	8,96	39	58,27	72	107,58
7	10,46	40	59,77	73	109,08
8	11,95	41	61,26	74	110,57
9	13,44	42	62,76	75	112,07
10	14,94	43	64,25	76	113,56
11	16,43	44	65,74	77	115,06
12	17,93	45	67,24	78	116,55
13	19,42	46	68,73	79	118,04
14	20,92	47	70,23	80	119,54
15	22,41	48	71,72	81	121,03
16	23,90	49	73,22	82	122,53
17	25,40	50	74,71	83	124,02
18	26,89	51	76,20	84	125,52
19	28,39	52	77,70	85	127,01
20	29,88	53	79,19	86	128,50
21	31,38	54	80,69	87	130,00
22	32,87	55	82,18	88	131,49
23	34,36	56	83,68	89	132,99
24	35,86	57	85,17	90	134,48
25	37,35	58	86,66	91	135,98
26	38,85	59	88,16	92	137,47
27	40,34	60	89,65	93	138,96
28	41,84	61	91,15	94	140,46
29	43,33	62	92,64	95	141,95
30	44,82	63	94,14	96	143,45
31	46,32	64	95,63	97	144,94
32	47,81	65	97,12	98	146,44
33	49,31	66	98,62	99	147,93
34	50,80	67	100,11	100	149,42

16,55 Zoll Durchm.

53 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,10	35	54,33	68	105,55
3	4,65	36	55,88	69	107,10
4	6,20	37	57,43	70	108,66
5	7,76	38	58,98	71	110,21
6	9,31	39	60,54	72	111,76
7	10,86	40	62,09	73	113,31
8	12,41	41	63,64	74	114,87
9	13,97	42	65,19	75	116,42
10	15,52	43	66,74	76	117,97
11	17,07	44	68,30	77	119,52
12	18,62	45	69,85	78	121,08
13	20,18	46	71,40	79	122,63
14	21,73	47	72,95	80	124,18
15	23,28	48	74,51	81	125,73
16	24,83	49	76,06	82	127,28
17	26,38	50	77,61	83	128,84
18	27,94	51	79,16	84	130,39
19	29,49	52	80,72	85	131,94
20	31,04	53	82,27	86	133,49
21	32,59	54	83,82	87	135,05
22	34,15	55	85,37	88	136,60
23	35,70	56	86,92	89	138,15
24	37,25	57	88,48	90	139,70
25	38,80	58	90,03	91	141,26
26	40,36	59	91,58	92	142,81
27	41,91	60	93,13	93	144,36
28	43,46	61	94,69	94	145,91
29	45,01	62	96,24	95	147,46
30	46,56	63	97,79	96	149,02
31	48,12	64	99,34	97	150,57
32	49,67	65	100,90	98	152,12
33	51,22	66	102,45	99	153,67
34	52,77	67	104,00	100	155,23

16,87 Zoll Durchm.

54 Zoll = 4 1/2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,22	35	56,40	68	109,57
3	4,83	36	58,01	69	111,18
4	6,44	37	59,62	70	112,80
5	8,05	38	61,23	71	114,41
6	9,66	39	62,84	72	116,02
7	11,28	40	64,45	73	117,63
8	12,89	41	66,06	74	119,24
9	14,50	42	67,68	75	120,85
10	16,11	43	69,29	76	122,46
11	17,72	44	70,90	77	124,08
12	19,33	45	72,51	78	125,69
13	20,94	46	74,12	79	127,30
14	22,56	47	75,73	80	128,91
15	24,17	48	77,34	81	130,52
16	25,78	49	78,96	82	132,13
17	27,39	50	80,57	83	133,74
18	29,00	51	82,18	84	135,36
19	30,61	52	83,79	85	136,97
20	32,22	53	85,40	86	138,58
21	33,84	54	87,01	87	140,19
22	35,45	55	88,62	88	141,80
23	37,06	56	90,24	89	143,41
24	38,67	57	91,85	90	145,02
25	40,28	58	93,46	91	146,64
26	41,89	59	95,07	92	148,25
27	43,50	60	96,68	93	149,86
28	45,12	61	98,29	94	151,47
29	46,73	62	99,90	95	153,08
30	48,34	63	101,52	96	154,69
31	49,95	64	103,13	97	156,30
32	51,56	65	104,74	98	157,92
33	53,17	66	106,35	99	159,53
34	54,78	67	107,96	100	161,14

17,19 Zoll Durchm.

55 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,34	35	58,50	68	113,67
3	5,01	36	60,18	69	115,34
4	6,68	37	61,85	70	117,01
5	8,35	38	63,52	71	118,68
6	10,03	39	65,19	72	120,36
7	11,70	40	66,86	73	122,03
8	13,37	41	68,53	74	123,70
9	15,04	42	70,21	75	125,37
10	16,71	43	71,88	76	127,04
11	18,38	44	73,55	77	128,71
12	20,06	45	75,22	78	130,39
13	21,73	46	76,89	79	132,06
14	23,40	47	78,56	80	133,73
15	25,07	48	80,24	81	135,40
16	26,74	49	81,91	82	137,07
17	28,41	50	83,58	83	138,74
18	30,09	51	85,25	84	140,42
19	31,76	52	86,92	85	142,09
20	33,43	53	88,59	86	143,76
21	35,10	54	90,27	87	145,43
22	36,77	55	91,94	88	147,10
23	38,44	56	93,61	89	148,77
24	40,12	57	95,28	90	150,45
25	41,79	58	96,95	91	152,12
26	43,46	59	98,62	92	153,79
27	45,13	60	100,30	93	155,46
28	46,80	61	101,97	94	157,13
29	48,47	62	103,64	95	158,80
30	50,15	63	105,31	96	160,48
31	51,82	64	106,98	97	162,15
32	53,49	65	108,65	98	163,82
33	55,16	66	110,33	99	165,49
34	56,83	67	112,00	100	167,16

17,51 Zoll Durchm.

Nachweis

einiger forstmathematischen Kunstausdrücke.

Abschätzungs-Zeitraum, erstreckt sich so weit hinaus, als man die zu erwartenden Erträge je nach dem vorgefundenen Waldzustande näher ermittelt und bestimmt. §. 445.

Abstand, Abstandszahl, die mittlere Entfernung der Stämme eines Bestandes, bemessen nach der gegenseitigen Stammstärke, zur Bestimmung des Waldschlusses. §. 360.

Abtriebsalter, in welchem ein Waldbestand, öfters ganz abweichend vom normalen Schlagbarkeitsalter, nach Maßgabe der zufälligen Umstände verjüngt werden muß. §. 445.

Alter, zur Abnutzung fraglicher Holzwüchse, Benutzungsalter, unterscheidet sich als Haubarkeits-, Schlagbarkeits-, Umtriebs- und Abtriebsalter. §. 445.

Benutzungsalter, kommt bei einem Holzwuchse ohne nähere Beziehung mehr überhaupt zur Sprache. §. 406.

Bestandsabfälle (a), Vorerträge, welche ein Holzbestand bis zur eintretenden Abnutzung darbietet.

Bestandsauszählung, Ermittelung der Bestandsgüte durch besondere Schätzung aller Stämme. §. 367.

Bestandsfläche, diejenige Bodengrundfläche, welche der Bestand wirklich einnimmt; sie ergiebt sich, wenn man von der Ortsfläche die Lückenfläche abzieht.

Bestandsform, ist bedingt von Holzart, Wuchs und Schluß.

Bestandsgüte, beruht hauptsächlich in dem Massen- und Werthgehalte, mit dem laufenden Jahreszuwachse, bemessen nach der Forstflächeneinheit. §. 366.

Bestandsklasse, Altersklasse, Wuchs- und Altersabtheilungen der Waldbestände für den Betrieb.

Betriebsplan, giebt die Grundzüge des künftigen Waldwirthschafts-Betriebs, aber bloß mittels des Flächenangriffs. §. 446.

Betriebsverband, Waldverband, ein zu selbständigem Nachhaltbetrieb zusammengeordnetes Waldganze.

Bodenklassen, braucht man zur Bestimmung örtlicher Bodengüten, wofern die allgemeinen Standortklassen nicht ohne Weiteres angewendet werden sollen. §. 380.

Bodenrente, der jährliche Reinertrag. Vom Waldboden bestimmt man dieselbe entweder nach dessen

landwirthschaftlichem Werthe und dem angemessenen Zinsfuße, oder nach dem Verbleib, wenn von der Bestandswerthzunahme die Zinsen des Bestandswerthes und die Waldnutzungskosten abgezogen werden. §. 410.

Discontiren, das Berechnen gegenwärtiger, oder gewissen Zeitpunkten zugeschriebener Werthe späterer, auch wohl früherer Zahlungsbeträge.

Durchschnittsertrag, **Durchschnittserwachs**, der Massen- oder Werthbetrag eines schlagbaren Waldbestandes vom Morgen und Jahr zu gleichen Theilen, hinsichtlich der Erziehung. §. 425.

Durchschnittsmehrung, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem zum Hauptertrag gelangenden Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 403. 415.

Durchschnittsnutzung, der Durchschnittsabwurf einer Wirthschaftswaldung, hinsichtlich des Angriffs.

Durchschnittszuwachs, der gleiche Antheil jedes Altersjahres an dem gesammten, zum Haupt- und Vorertrag gelangenden, Holzerwachse eines Waldbestandes. §. 415.

Einrichtungs-Zeitraum, die Zeit, welche der Betriebsplan eines Waldverbandes umfaßt, bis zum vorausgesetzten Eintritte des Normalzustandes. §. 445.

Entstehung: starke, rascheres Aufwachsen mit ziemlich gleichmäßiger Mehrung; schwache, langsameres Anwachsen, mit mehr steigendem Jahreszuwachs. §. 412.

Ertragsfähigkeit, des Standortes volle Wirksamkeit in Erzeugung der ihm besonders angemessenen Holzwüchse und Erträge; der Ortsgüte-Charakter. §. 380.

Ertragsamkeit, des Waldes Ergiebigkeitszustand, der Ertragsfähigkeit gegenüber. §. 381.

Ertragsgüte, **Ertragsklasse**, des Bestandes geschätzte, oder gewährte Ergiebigkeit, ausgedrückt mittels des jährlichen Durchschnittsertrags von der Flächenmaßeinheit. §. 384.

Ertragsvermögen, der gesammte Reichthum eines Waldes in Standort- und Bestandsgüte, woraus dessen Ertrag hervorgeht. §. 379.

Erwachs, vereinigt die Begriffe von Zuwachs und Mehrung, an Masse und Werth, in Bezug auf Ertrag.

Formklasse, zur Bestimmung des Massengehaltes stehender Bäume, bloß nach der äußern Baumgestalt, anstatt der Formzahl. §. 349.

Formzahl (f), der Antheil des Stammgehaltes an der bezüglichen Scheitelwalze, das Formhaltigkeits-Verhältniß. §. 348.

Füllmaße, gegebene Raumgrößen, welche man zum Wegmessen des kleingemachten Holzes gebraucht, im Gegensatze der Stückmaße. §. 333.

Gehaltshöhe (h), die Höhe einer, dem fraglichen Stamme an Grundfläche und Körperinhalt gleichen Walze. §. 338.

Gehaltswalze, der dem Stamme an Grundfläche G und an Körperinhalt M gleiche Cylinder. §. 338.

Gehaltswerth des ganzen Massenbestandes, nach den laufenden Waldpreisen, ohne weitern Bezug auf Absetzbarkeit, welche dagegen den Absatzwerth bedingt. §. 473.

Gesammtertrag = Hauptertrag + Vorertrag, das Ergebniß des Gesammtzuwachses.

Gesammtzuwachs, der Inbegriff von Mehrungszuwachs zum Hauptertrag + Nebenzuwachs zum Vorertrag. §. 383.

Gleichwüchsiger Bestand, ziemliche Gleichheit der Stämme in Alter und Größe.

Grundwerth, das Produkt der Ortsfläche mit der Ortsgüte.

Hauabfall, die bei jeder Holzaufbereitung unvermeidlichen Abgänge an Spänen und Genist.

Haubarkeitsalter, in welchem ein Baum oder Holzbestand nicht nur höchst nutzbar, sondern auch eben so abkömmlich und verwerthbar ist.

Hauptbestand; die herrschenden Stämme eines Vollbestandes; die überwachsenen bilden den Nebenbestand.

Hauptertrag, das Ergebniß der endlichen Abnutzung, im Gegensatze von Vorertrag.

Haupthauung, die verjüngende Abnutzung des Bestandes, Schlaghauung mit etwaigen Nachhauungen; die Vorhauungen laufen voraus.

Hauptholzart, die herrschende eines Bestandes, nach welcher sich der Betrieb hauptsächlich richtet; Zwischenholzarten, anderartige Beimischungen.

Höhenzuwachsmaß, ist vom Stärkenzuwachs bedingt; es beträgt gerade so viel von der Stammhöhe, als der Stärkenzuwachs von der Stammstärke. Hiernach spricht man die Höhenzuwachsklassen zu 1, ¾, ½, ¼, 0 an. §. 356.

Holznutzungs-Prozent, bezeichnet das Verhältniß der jährlichen Abnutzung vom Massenvorrathe einer Waldung; es kann sich bloß auf den Hauptertrag, oder auch mit auf die Vorerträge beziehen. §. 424. 428. Holzausnutzungs-Prozent, das Verhältniß der Sortenausbeute.

Jahresmehrung, laufende oder periodische zum Hauptertrag. §. 403.

Jahreszuwachs, laufender oder periodischer, der theils als Vorertrag, theils als Hauptertrag zur Nutzung kommt.

Jetztwerth, der auf den gegenwärtigen, oder einen als gegenwärtig gedachten Zeitpunkt discontirte Werth irgend eines spätern, oder auch frühern Zahlungsbetrags.

Lokalertrags-Tafeln, geben den örtlich erwartbaren Vollertrag an als bedingte Normalertrags-Tafeln. §. 396.

Masse (M), der umfassende Ausdruck für den Holz- und Rindengehalt von Bäumen und Beständen, ohne alle Sortenunterscheidung.

Massen-, Holzgehalt, von einem Holzbestande oder Baume im Ganzen.

Massen-, Holzhaltigkeit, der Betrag in Bezug auf ein gewisses, als Einheit gedachtes Raummaß.

Massenklafter, Mkl. = 100 Kfuß der Bestandsmasse.

Massenschätzung, das bloße Ansprechen der Bestandsgüten nach der Massenhaltigkeit. §. 374. 375.

Massen-Schlagbarkeitsalter, in diesem giebt ein zur Verjüngung reifer Bestand den höchsten Durchschnittsertrag an Holzmasse. §. 416.

Massenvorrath, Holzvorrath, die Summe aller Bestandsmassen einer Waldung. §. 382.

Massenzuwachs, die wirkliche Vermehrung des Massengehaltes nach Abgang des unvermeidlichen Selbst- und Hauabfalles vom Naturzuwachse. §. 344. 383.

Mehrungsprozent, gilt bloß in Bezug auf den Hauptbestand und die laufende Jahresmehrung. §. 403.

Mehrungstafeln, bloß nach der Mehrung aufgereihete Waldertragstafeln. §. 397.

Mehrungszuwachs, Mehrung, der einem Bestande verbleibende Massenzuwachs zum einstigen Hauptertrag, kann als reale, normale, lokale und wieder als altersdurchschnittliche, periodische und laufende Mehrung in Betracht kommen. §. 383.

Mg. = Forstflächeneinheit; pr. Mg. = auf oder von der Forstflächeneinheit.

Nachhaurückstand, die Masse der in den Verjüngungsschlägen noch nachzuhauenden Samen- oder Schirmbäume. §. 434.

Nachwerth, der spätere Betrag eines Werthes, sammt Zwischenzinsen. §. 74. 101.

Naturzuwachs, die von Jahr zu Jahr neu erzeugte Holz- und Rindenmasse, ohne Berücksichti-

gung des gleichzeitigen Selbstabfalles.

Normalertrags-Tafeln, geben den Vollertrag ohne allen Nutzungsverlust ganz allgemein und unbedingt an. §. 392 — 395.

Normalzuwachs, gehört dem Waldnormalzustande an und ist als unbedingter ganz frei von allem Nutzungsverluste, als bedingter dagegen, dem örtlichen Nutzungsverluste unterworfen. §. 383.

Nutzungsanschlag erhebt die Einnahmen und Ausgaben nach allen Wirthschaftszweigen entweder periodisch auf die ganze Abschätzungszeit, oder im Laufe der Wirthschaft von Jahr zu Jahr.

Nutzungsverlust, was bei der Holzaufbereitung örtlicher Umstände wegen an der Hiebsmasse noch verloren geht, außer dem unvermeidlichen Selbst- und Hauabfall. § 382.

Nutzungszuwachs, derjenige Theil des Massenzuwachses, welcher der Benutzung wirklich anheim fällt, heißt auch schlechthin Zuwachs; aus ihm entspringt der Hauptertrag und Vorertrag = Gesammtzuwachs.

Ortsertragsfähigkeit, s. Ertragsfähigkeit.

Ortsfläche, der ganze Flächengehalt einer Ortsabtheilung = Bestandsfläche + Lückenfläche.

Ortsgüte = Standortgüte, die allgemeine forstliche Fruchtbarkeit einer bestimmten Ortsabtheilung; nach 10 Klassen in Zehnteln von 0,1 bis 1 anzusprechen. §. 380.

Periodenrente, eine periodisch wiederkehrende gleiche Zahlung.

Perioden-Rentenwerth, der Kapitalbetrag von periodisch wiederkehrenden Einnahmen oder Ausgaben. §. 117 — 119.

Probenschätzung, die Ermittelung der Bestandsgüte nach wirklich abgemessenen und stammweise geschätzten Probestücken. §. 372.

Rentenstück, der bestimmte Abschnitt irgend einer Rente. § 114 — 116.

Rentenwerth, der Kapitalbetrag einer jährlich oder periodisch wiederkehrenden Einnahme oder Ausgabe. §. 113.

Richthöhe = Gehaltshöhe.

Richtwalze = Gehaltswalze.

Schaft, des Baumes Stammtheil vom Stocke bis zur Krone; beim Nutzholzvertrieb auch Stamm genannt.

Scheitelhöhe (H), vom untersten Benutzungspunkte bis zum äußersten Gipfel. §. 338.

Scheitelwalze, eine Walze (G×H), welche mit dem Stamme gleiche Grundfläche und Höhe hat. §. 338.

Schlag, die Verjüngungs-Hauung im Gegensatze von Vor- und Nachhauung; auch die zur Verjüngung eben angehauene oder abgetriebene Waldfläche selbst u. s. w.

Schlagbarkeitsalter, dasjenige Verjüngungsalter, worin ein Bestand den höchsten Ertrag darbietet an Durchschnittsmasse oder Durchschnittswerth, oder aber an höchster Verzinsung. Insofern giebt es eine Massen-, Werth- und Verzinsungs-Schlagbarkeit.

Selbstabfälle, die geringen, forstwirthschaftlich nicht nutzbaren, natürlichen Ausscheidungen der Holzwüchse.

Stamm, der Inbegriff aller oberirdischen festen Massentheile eines Baumes; auch wohl der liegende Schaft.

Stammform, das durch die obere Ausbreitung bedingte Massenhaltigkeits-Verhältniß eines Stammes zu seiner Scheitelwalze, durch die Formzahl oder Formklasse bestimmt. §. 338. So auch Schaftform.

Stammgrundfläche (G), die der gemessenen Stammstärke zukommende Kreisfläche, welche bei allen Stamm- und Bestands-

schätzungen als Körpergrundfläche dient. §. 338. 358.

Stammgrundflächen-Antheil, der Theil, welchen die gesammte Stammgrundfläche eines Bestandes von der Bestandsfläche einnimmt. §. 358.

Stammhöhe, die Höhe vom untern Benutzungspunkte bis zum fraglichen Höhenpunkte.

Stammstärke (U. D), der Umfang oder Durchmesser eines Stammes, in Brusthöhe genommen. §. 338.

Standortgüte, in Bezug auf einen bestimmten Ort, Ortsgüte: die dem Waldwuchse mehr oder minder zuträgliche Ortsbeschaffenheit überhaupt, bestimmt nach 10 verschiedenen Klassen, 0,1 bis 1. §. 380.

Stärkenzuwachsmaß ist der ½ Zoll im R, nach welchem man die, dem jüngsten Jahrring zukommende, mittlere Stärke als Bruchtheil anspricht. §. 356.

Stückmaße, gleichmäßig abgepaßte Verkaufshölzer zu bestimmter Verwendung. §. 335.

Umtriebsalter, das mittlere Abtriebsalter eines Waldverbandes, öfters ganz abweichend von dem normalen Schlagbarkeitsalter.

Umtriebszeit, normale: das den ständigen Forstverhältnissen angepaßte, durchschnittliche Massen-, Werth- oder Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter eines Waldverbandes in vollkommenem Zustande. §. 437. Der zeitliche Umtrieb, das Umtriebsalter, hängt von den zufälligen Umständen ab.

Verwerthungs-Zinsfuß, der verlangte, oder gebotene Zinsfuß, welcher bei Verwerthung eines Waldbesitzes zur Frage kommt. §. 469. 484.

Verzinsungs-Schlagbarkeitsalter, gewährt vom Waldvermögen den höchsten Zinsenbezug. §. 420.

Vollbestand, ein der Ertragfähigkeit des Standortes angemessener, vollkommener Waldbestand. Normalbestand.

Vollertrag, der Ortsertragfähigkeit vollkommen entsprechend, und zwar: unbedingt, ohne allen eigentlichen Nutzungsverlust; bedingt, mit dem örtlichen Nutzungsverluste. Normalertrag.

Vollwerthmorgen, ein Mg. von der besten Ortsgüte, auf die auch jede minder gute Ortsfläche reduzirt werden kann. §. 380.

Vorbestand, in Bezug auf einen spätern Ergiebigkeitszustand (Nachbestand).

Vorertrag, die mittels der Vorhauung gewinnbaren Bestandsabgänge, im Gegensatze zum Hauptertrage.

Vorhauungen, welche vor der Haupthauung Statt finden, als: Ausläuterungen, Durchforstungen und Ausplänterungen.

Vorwerth, der frühere Betrag eines Werthes, ohne die Zwischenzinsen; auf die Gegenwart berechnet, Jetztwerth. §. 75. 103.

Waldkapital = Bestandswerth + Bodenwerth.

Waldnormalzustand, die wirthschaftliche Vollkommenheit eines Waldes in Gattung, Alter, Folge und Vollständigkeit aller Theile.

Waldnutzungskosten, aller mit dem nutzbaren Besitze eines Waldgutes verbundene ständige Aufwand, ausschließlich der von jeder Einnahme in alsbaldige Abrechnung zu bringenden Bereitungskosten. §. 471.

Waldrente = Bestands- und Bodenrente zusammen, nach Abzug aller Waldnutzungskosten.

Waldschonungs-Werth, mehr dem beschränkten Waldbesitze eigen, welcher an Erhaltung eines gewissen Waldzustandes gebunden ist. §. 481.

Waldverzinsungs-Werth, macht sich im freien Waldbesitze geltend, wo man die volle Verzinsung des Waldkapitales erzielen darf. §. 480.

A, das in Frage stehende Bestandsalter.

a, der eben erfolgende Bestandsabfall zum Vorertrag.

D, Durchmesser.

d, Differenz, durchschnittlich.

f, Formzahl, der Stämme Massenhaltigkeits-Faktor.

G, Stammgrundfläche, sowohl von einzelnen, als von mehren Stämmen.

H, Scheitelhöhe, auch Schafthöhe.

h, Gehaltshöhe.

K, Kapital.

$M = G \times H \times f$, Massengehalt und Ertrag von Bäumen und Beständen.

n, eine gegebene Zeit, auch normal.

p, Prozente, Hundertel.

R, Halbmesser, Radius.

r, Rentenpost.

U, Umfang.

v, Vorrath an Masse oder Werth.

W, Walze, Cylinder.

w, Werth, wirklich.

z, einfache Zinsen, auch Zuwachs.

Zz, Zinseszinsen.

$\frac{100}{p}$, Einheitskapital, Kapitalisirungssatz.

$\frac{p}{100}$, Prozentsatz.

Sa, die Summe aller Vorerträge eines Bestandes bis zum fraglichen Zeitpunkte.

$\frac{M}{A}$, Alters-Durchschnittsmehrung.

$\frac{M + Sa}{A}$, Alters-Durchschnittszuwachs.

$\frac{M' - M}{10}$, periodische Jahresmehrung.

$\frac{M' - (M - a)}{10}$, periodischer Jahreszuwachs.

Mv, Massenvorrath einer Waldung.

nv, Normalvorrath.

wv, wirklicher Vorrath.

Mw, Massenwerth eines Bestandes.

$\frac{Mw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Hauptertrage.

$\frac{Mw + Saw}{A}$, durchschnittliche Werthzunahme vom Gesammtertrage.

Hülfstafeln

der

Forstmathematik,

zur

Ausmessung, Gehalt- und Werthschätzung

aufbereiteter Hölzer, stehender Bäume und ganzer Waldbestände,

von

Dr. G. König.

Die Herren Buchbinder wollen gefälligst anfragen, ob diese Tafeln planirt und besonders gebunden werden sollen, auch beim Brechen berücksichtigen, daß mehre Bogen beiderseits Linie halten müssen.

Verzeichniß
der
forstlichen Hülfstafeln.

I. Walzeninhalt-Tafeln

zur Ausmessung und Berechnung

des

Körpergehaltes

von Rundhölzern, Bäumen und Waldbeständen,

in zwölftheiligem Maße.

Erläuterungen mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 2 u. 3: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Umfange, in Flächen- und Körperfußen zugleich, für genauere Berechnungen, wo die ausgeführten Tafeln etwa nicht zureichten.

2) Taf. 4 bis 56: Walzeninhalt zu dem Umfange. Obenan steht der Umfang in Zollen und voran die Länge in Fußen; unten ist auch der Durchmesser mit angefügt.

Wollte man den übersprungenen Walzeninhalt für 1′ L. nicht aus der 2. oder 3. Taf. nehmen, so findet sich derselbe auch hinter 10′, oder 100′ L. derselben Stärke. Eine Walze von 96″ U. hat, zu 10′ L., 50,92, also zu 1′ L., 5,09 Kfß.

Für Bruchtheile der Längenzahl nimmt man den Inhalt hinter einer mit 2, 10 oder 100 ergänzten Länge und dividirt denselben wieder durch den gebrauchten Ergänzungs-Faktor. Für 9½′ L. und 4′ U. finden sich hinter 19′ L., $\frac{24,19}{2}$, wie hinter 95′ L., $\frac{120,95}{10}$ = 12,09 Kfß.

Andere Längenzahlen, als die hier aufgereiheten, werden theilweise angewendet: 100″ U. und 67,5′ L. umfassen (in 60′ und 7,5′ L.) 331,57 + 41,44 = 373,01 Kfß.

Kommen Umfänge unter 12″ mit Zehnteln vor, so sucht man den Inhalt zu einer 10mal größern, ganzen Umfangszahl und schneidet von demselben zwei Stellen ab; z. B. für 11,3″ U. und 22′ L., unter 113″ U., $\frac{155,24}{100}$ = 1,55 Kfß. Der Inhalt zu den Umfängen von 1 bis 5″ ergiebt sich auf gleiche Weise.

Zusammengehörige Stücke von gleicher Stärke berechnet man wohl mit gesammter Länge, z. B. 16 Klötze von 3½′ L. enthalten (in 16 × 3½ = 56′ L.) zu 30″ U., 27,85 Kfß., wofür man gewöhnlich 28 Kfß. annimmt.

3) Taf. 57: Grundflächen- und Körperinhalt der einfußigen Walze zu dem voran stehenden Durchmesser. Gebrauch, wie Taf. 2 und 3.

4) Taf. 58 bis 64: Walzeninhalt zu dem Durchmesser. Einrichtung und Gebrauch, wie Taf. 4 bis 56.

Grundflächen- und Körperinhalt der einfüßigen Walze zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
1	0,000553	31	0,531069	61	2,056304	91	4,576257
2	0,002210	32	0,565884	62	2,124276	92	4,677387
3	0,004974	33	0,601805	63	2,193354	93	4,779622
4	0,008842	34	0,638830	64	2,263537	94	4,882962
5	0,013816	35	0,676961	65	2,334825	95	4,987408
6	0,019894	36	0,716197	66	2,407219	96	5,092958
7	0,027078	37	0,756539	67	2,480717	97	5,199614
8	0,035368	38	0,797985	68	2,555321	98	5,307375
9	0,044762	39	0,840537	69	2,631030	99	5,416242
10	0,055262	40	0,884194	70	2,707845	100	5,526213
11	0,066867	41	0,928956	71	2,785764	101	5,637290
12	0,079577	42	0,974824	72	2,864789	102	5,749472
13	0,093393	43	1,021797	73	2,944919	103	5,862760
14	0,108314	44	1,069875	74	3,026154	104	5,977152
15	0,124340	45	1,119058	75	3,108495	105	6,092650
16	0,141471	46	1,169347	76	3,191941	106	6,209253
17	0,159708	47	1,220741	77	3,276492	107	6,326962
18	0,179049	48	1,273240	78	3,362148	108	6,445775
19	0,199496	49	1,326844	79	3,448910	109	6,565694
20	0,221049	50	1,381553	80	3,536777	110	6,686718
21	0,243706	51	1,437368	81	3,625749	111	6,808847
22	0,267469	52	1,494288	82	3,715826	112	6,932082
23	0,292337	53	1,552313	83	3,807008	113	7,056422
24	0,318310	54	1,611444	84	3,899296	114	7,181867
25	0,345388	55	1,671680	85	3,992689	115	7,308417
26	0,373572	56	1,733020	86	4,087187	116	7,436073
27	0,402861	57	1,795467	87	4,182791	117	7,564833
28	0,433255	58	1,859018	88	4,279500	118	7,694699
29	0,464755	59	1,923675	89	4,377314	119	7,825671
30	0,497359	60	1,989437	90	4,476233	120	7,957747

Grundflächen- und Körperinhalt der einfüßigen Walze zu dem voran stehenden Umfange.

Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.	Umfg. Zoll.	Inhalt. Fl. u. Kpfß.
121	8,090929	151	12,600319	181	18,104427	211	24,603254
122	8,225216	152	12,767763	182	18,305029	212	24,837013
123	8,360608	153	12,936313	183	18,506736	213	25,071877
124	8,497106	154	13,105967	184	18,709548	214	25,307846
125	8,634708	155	13,276727	185	18,913465	215	25,544921
126	8,773416	156	13,448593	186	19,118488	216	25,783101
127	8,913229	157	13,621563	187	19,324615	217	26,022386
128	9,054148	158	13,795639	188	19,531848	218	26,262776
129	9,196172	159	13,970820	189	19,740187	219	26,504272
130	9,339300	160	14,147106	190	19,949630	220	26,746872
131	9,483535	161	14,324497	191	20,160179	221	26,990578
132	9,628874	162	14,502994	192	20,371833	222	27,235390
133	9,775319	163	14,682596	193	20,584592	223	27,481306
134	9,922869	164	14,863303	194	20,798456	224	27,728328
135	10,071524	165	15,045116	195	21,013426	225	27,976455
136	10,221284	166	15,228033	196	21,229501	226	28,225687
137	10,372150	167	15,412056	197	21,446681	227	28,476025
138	10,524121	168	15,597184	198	21,664967	228	28,727467
139	10,677197	169	15,783418	199	21,884357	229	28,980015
140	10,831378	170	15,970756	200	22,104853	230	29,233668
141	10,986665	171	16,159200	201	22,326454	231	29,488427
142	11,143056	172	16,348749	202	22,549161	232	29,744290
143	11,300554	173	16,539404	203	22,772972	233	30,001259
144	11,459156	174	16,731163	204	22,997889	234	30,259334
145	11,618863	175	16,924028	205	23,223911	235	30,518513
146	11,779676	176	17,117998	206	23,451039	236	30,778798
147	11,941594	177	17,313074	207	23,679271	237	31,040187
148	12,104618	178	17,509254	208	23,908609	238	31,302683
149	12,268746	179	17,706540	209	24,139052	239	31,566283
150	12,433980	180	17,904931	210	24,370601	240	31,830989

6 Zoll = 1/2 Fuß.				7 Zoll.				8 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,03	35	0,69	2	0,05	35	0,94	2	0,07	35	1,23
3	0,05	36	0,71	3	0,08	36	0,97	3	0,10	36	1,27
4	0,07	37	0,73	4	0,10	37	1,00	4	0,14	37	1,30
5	0,09	38	0,75	5	0,13	38	1,02	5	0,17	38	1,34
6	0,11	39	0,77	6	0,16	39	1,05	6	0,21	39	1,37
7	0,13	40	0,79	7	0,18	40	1,08	7	0,24	40	1,41
8	0,15	41	0,81	8	0,21	41	1,11	8	0,28	41	1,45
9	0,17	42	0,83	9	0,24	42	1,13	9	0,31	42	1,48
10	0,19	43	0,85	10	0,27	43	1,16	10	0,35	43	1,52
11	0,21	44	0,87	11	0,29	44	1,19	11	0,38	44	1,55
12	0,23	45	0,89	12	0,32	45	1,21	12	0,42	45	1,59
13	0,25	46	0,91	13	0,35	46	1,24	13	0,45	46	1,62
14	0,27	47	0,93	14	0,37	47	1,27	14	0,49	47	1,66
15	0,29	48	0,95	15	0,40	48	1,29	15	0,53	48	1,69
16	0,31	49	0,97	16	0,43	49	1,32	16	0,56	49	1,73
17	0,33	50	0,99	17	0,46	50	1,35	17	0,60	50	1,76
18	0,35	51	1,01	18	0,48	51	1,38	18	0,63	51	1,80
19	0,37	52	1,03	19	0,51	52	1,40	19	0,67	52	1,83
20	0,39	53	1,05	20	0,54	53	1,43	20	0,70	53	1,87
21	0,41	54	1,07	21	0,56	54	1,46	21	0,74	54	1,90
22	0,43	55	1,09	22	0,59	55	1,48	22	0,77	55	1,94
23	0,45	56	1,11	23	0,62	56	1,51	23	0,81	56	1,98
24	0,47	57	1,13	24	0,64	57	1,54	24	0,84	57	2,01
25	0,49	58	1,15	25	0,67	58	1,57	25	0,88	58	2,05
26	0,51	59	1,17	26	0,70	59	1,59	26	0,91	59	2,08
27	0,53	60	1,19	27	0,73	60	1,62	27	0,95	60	2,12
28	0,55	65	1,29	28	0,75	65	1,76	28	0,99	65	2,29
29	0,57	70	1,39	29	0,78	70	1,89	29	1,02	70	2,47
30	0,59	75	1,49	30	0,81	75	2,03	30	1,06	75	2,65
31	0,61	80	1,59	31	0,83	80	2,16	31	1,09	80	2,82
32	0,63	85	1,69	32	0,86	85	2,30	32	1,13	85	3,00
33	0,65	90	1,79	33	0,89	90	2,43	33	1,16	90	3,18
34	0,67	100	1,98	34	0,92	100	2,70	34	1,20	100	3,53
1,91 Zoll Durchm.				2,23 Zoll Durchm.				2,55 Zoll Durchm.			

9 Zoll = ³/₄ Fuß.				10 Zoll.				11 Zoll.			
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,08	35	1,56	2	0,11	35	1,93	2	0,13	35	2,34
3	0,13	36	1,61	3	0,16	36	1,98	3	0,20	36	2,40
4	0,17	37	1,65	4	0,22	37	2,04	4	0,26	37	2,47
5	0,22	38	1,70	5	0,27	38	2,09	5	0,33	38	2,54
6	0,26	39	1,74	6	0,33	39	2,15	6	0,40	39	2,60
7	0,31	40	1,79	7	0,38	40	2,21	7	0,46	40	2,67
8	0,35	41	1,83	8	0,44	41	2,26	8	0,53	41	2,74
9	0,40	42	1,88	9	0,49	42	2,32	9	0,60	42	2,80
10	0,44	43	1,92	10	0,55	43	2,37	10	0,66	43	2,87
11	0,49	44	1,96	11	0,60	44	2,43	11	0,73	44	2,94
12	0,53	45	2,01	12	0,66	45	2,48	12	0,80	45	3,00
13	0,58	46	2,05	13	0,71	46	2,54	13	0,86	46	3,07
14	0,62	47	2,10	14	0,77	47	2,59	14	0,93	47	3,14
15	0,67	48	2,14	15	0,82	48	2,65	15	1,00	48	3,20
16	0,71	49	2,19	16	0,88	49	2,70	16	1,06	49	3,27
17	0,76	50	2,23	17	0,93	50	2,76	17	1,13	50	3,34
18	0,80	51	2,28	18	0,99	51	2,81	18	1,20	51	3,41
19	0,85	52	2,32	19	1,04	52	2,87	19	1,27	52	3,47
20	0,89	53	2,37	20	1,10	53	2,92	20	1,33	53	3,54
21	0,94	54	2,41	21	1,16	54	2,98	21	1,40	54	3,61
22	0,98	55	2,46	22	1,21	55	3,03	22	1,47	55	3,67
23	1,02	56	2,50	23	1,27	56	3,09	23	1,53	56	3,74
24	1,07	57	2,55	24	1,32	57	3,14	24	1,60	57	3,81
25	1,11	58	2,59	25	1,38	58	3,20	25	1,67	58	3,87
26	1,16	59	2,64	26	1,43	59	3,26	26	1,73	59	3,94
27	1,20	60	2,68	27	1,49	60	3,31	27	1,80	60	4,01
28	1,25	65	2,90	28	1,54	65	3,59	28	1,87	65	4,34
29	1,29	70	3,13	29	1,60	70	3,86	29	1,93	70	4,68
30	1,34	75	3,35	30	1,65	75	4,14	30	2,00	75	5,01
31	1,38	80	3,58	31	1,71	80	4,42	31	2,07	80	5,34
32	1,43	85	3,80	32	1,76	85	4,69	32	2,13	85	5,68
33	1,47	90	4,02	33	1,82	90	4,97	33	2,20	90	6,01
34	1,52	100	4,47	34	1,87	100	5,52	34	2,27	100	6,68
2,86 Zoll Durchm.				3,18 Zoll Durchm.				3,50 Zoll Durchm.			

12 Zoll = 1 Fuß.						13 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,15	35	2,78	68	5,41	2	0,18	35	3,26	68	6,35
3	0,23	36	2,86	69	5,49	3	0,28	36	3,36	69	6,44
4	0,31	37	2,94	70	5,57	4	0,37	37	3,45	70	6,53
5	0,39	38	3,02	71	5,65	5	0,46	38	3,54	71	6,63
6	0,47	39	3,10	72	5,72	6	0,56	39	3,64	72	6,72
7	0,55	40	3,18	73	5,80	7	0,65	40	3,73	73	6,81
8	0,63	41	3,26	74	5,88	8	0,74	41	3,82	74	6,91
9	0,71	42	3,34	75	5,96	9	0,84	42	3,92	75	7,00
10	0,79	43	3,42	76	6,04	10	0,93	43	4,01	76	7,09
11	0,87	44	3,50	77	6,12	11	1,02	44	4,10	77	7,19
12	0,95	45	3,58	78	6,20	12	1,12	45	4,20	78	7,28
13	1,03	46	3,66	79	6,28	13	1,21	46	4,29	79	7,37
14	1,11	47	3,74	80	6,36	14	1,30	47	4,38	80	7,47
15	1,19	48	3,81	81	6,44	15	1,40	48	4,48	81	7,56
16	1,27	49	3,89	82	6,52	16	1,49	49	4,57	82	7,65
17	1,35	50	3,97	83	6,60	17	1,58	50	4,66	83	7,75
18	1,43	51	4,05	84	6,68	18	1,68	51	4,76	84	7,84
19	1,51	52	4,13	85	6,76	19	1,77	52	4,85	85	7,93
20	1,59	53	4,21	86	6,84	20	1,86	53	4,94	86	8,03
21	1,67	54	4,29	87	6,92	21	1,96	54	5,04	87	8,12
22	1,75	55	4,37	88	7,00	22	2,05	55	5,13	88	8,21
23	1,83	56	4,45	89	7,08	23	2,14	56	5,23	89	8,31
24	1,90	57	4,53	90	7,16	24	2,24	57	5,32	90	8,40
25	1,98	58	4,61	91	7,24	25	2,33	58	5,41	91	8,49
26	2,06	59	4,69	92	7,32	26	2,42	59	5,51	92	8,59
27	2,14	60	4,77	93	7,40	27	2,52	60	5,60	93	8,68
28	2,22	61	4,85	94	7,48	28	2,61	61	5,69	94	8,77
29	2,30	62	4,93	95	7,55	29	2,70	62	5,79	95	8,87
30	2,38	63	5,01	96	7,63	30	2,80	63	5,88	96	8,96
31	2,46	64	5,09	97	7,71	31	2,89	64	5,97	97	9,05
32	2,54	65	5,17	98	7,79	32	2,98	65	6,07	98	9,15
33	2,62	66	5,25	99	7,87	33	3,08	66	6,16	99	9,24
34	2,70	67	5,33	100	7,95	34	3,17	67	6,25	100	9,33
3,82 Zoll Durchm.						4,14 Zoll Durchm.					

14 Zoll.						15 Zoll = 1 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,21	35	3,79	68	7,36	2	0,24	35	4,35	68	8,45
3	0,32	36	3,89	69	7,47	3	0,37	36	4,47	69	8,57
4	0,43	37	4,00	70	7,58	4	0,49	37	4,60	70	8,70
5	0,54	38	4,11	71	7,69	5	0,62	38	4,72	71	8,82
6	0,64	39	4,22	72	7,79	6	0,74	39	4,84	72	8,95
7	0,75	40	4,33	73	7,90	7	0,87	40	4,97	73	9,07
8	0,86	41	4,44	74	8,01	8	0,99	41	5,09	74	9,20
9	0,97	42	4,54	75	8,12	9	1,11	42	5,22	75	9,32
10	1,08	43	4,65	76	8,23	10	1,24	43	5,34	76	9,44
11	1,19	44	4,76	77	8,34	11	1,36	44	5,47	77	9,57
12	1,29	45	4,87	78	8,44	12	1,49	45	5,59	78	9,69
13	1,40	46	4,98	79	8,55	13	1,61	46	5,71	79	9,82
14	1,51	47	5,09	80	8,66	14	1,74	47	5,84	80	9,94
15	1,62	48	5,19	81	8,77	15	1,86	48	5,96	81	10,07
16	1,73	49	5,30	82	8,88	16	1,98	49	6,09	82	10,19
17	1,84	50	5,41	83	8,99	17	2,11	50	6,21	83	10,32
18	1,94	51	5,52	84	9,09	18	2,23	51	6,34	84	10,44
19	2,05	52	5,63	85	9,20	19	2,36	52	6,46	85	10,56
20	2,16	53	5,74	86	9,31	20	2,48	53	6,59	86	10,69
21	2,27	54	5,84	87	9,42	21	2,61	54	6,71	87	10,81
22	2,38	55	5,95	88	9,53	22	2,73	55	6,83	88	10,94
23	2,49	56	6,06	89	9,63	23	2,85	56	6,96	89	11,06
24	2,59	57	6,17	90	9,74	24	2,98	57	7,08	90	11,19
25	2,70	58	6,28	91	9,85	25	3,10	58	7,21	91	11,31
26	2,81	59	6,39	92	9,96	26	3,23	59	7,33	92	11,43
27	2,92	60	6,49	93	10,07	27	3,35	60	7,46	93	11,56
28	3,03	61	6,60	94	10,18	28	3,48	61	7,58	94	11,68
29	3,14	62	6,71	95	10,28	29	3,60	62	7,70	95	11,81
30	3,24	63	6,82	96	10,39	30	3,73	63	7,83	96	11,93
31	3,35	64	6,93	97	10,50	31	3,85	64	7,95	97	12,06
32	3,46	65	7,04	98	10,61	32	3,97	65	8,08	98	12,18
33	3,57	66	7,14	99	10,72	33	4,10	66	8,20	99	12,30
34	3,68	67	7,25	100	10,83	34	4,22	67	8,33	100	12,43
4,46 Zoll Durchm.						4,77 Zoll Durchm.					

16 Zoll.						17 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,28	35	4,95	68	9,62	2	0,31	35	5,58	68	10,86
3	0,42	36	5,09	69	9,76	3	0,47	36	5,74	69	11,01
4	0,56	37	5,23	70	9,90	4	0,63	37	5,90	70	11,17
5	0,70	38	5,37	71	10,04	5	0,79	38	6,06	71	11,33
6	0,84	39	5,51	72	10,18	6	0,95	39	6,22	72	11,49
7	0,99	40	5,65	73	10,32	7	1,11	40	6,38	73	11,65
8	1,13	41	5,80	74	10,46	8	1,27	41	6,54	74	11,81
9	1,27	42	5,94	75	10,61	9	1,43	42	6,70	75	11,97
10	1,41	43	6,08	76	10,75	10	1,59	43	6,86	76	12,13
11	1,55	44	6,22	77	10,89	11	1,75	44	7,02	77	12,29
12	1,69	45	6,36	78	11,03	12	1,91	45	7,18	78	12,45
13	1,83	46	6,50	79	11,17	13	2,07	46	7,34	79	12,61
14	1,98	47	6,64	80	11,31	14	2,23	47	7,50	80	12,77
15	2,12	48	6,79	81	11,45	15	2,39	48	7,66	81	12,93
16	2,26	49	6,93	82	11,60	16	2,55	49	7,82	82	13,09
17	2,40	50	7,07	83	11,74	17	2,71	50	7,98	83	13,25
18	2,54	51	7,21	84	11,88	18	2,87	51	8,14	84	13,41
19	2,68	52	7,35	85	12,02	19	3,03	52	8,30	85	13,57
20	2,82	53	7,49	86	12,16	20	3,19	53	8,46	86	13,73
21	2,97	54	7,63	87	12,30	21	3,35	54	8,62	87	13,89
22	3,11	55	7,78	88	12,44	22	3,51	55	8,78	88	14,05
23	3,25	56	7,92	89	12,59	23	3,67	56	8,94	89	14,21
24	3,39	57	8,06	90	12,73	24	3,83	57	9,10	90	14,37
25	3,53	58	8,20	91	12,87	25	3,99	58	9,26	91	14,53
26	3,67	59	8,34	92	13,01	26	4,15	59	9,42	92	14,69
27	3,81	60	8,48	93	13,15	27	4,31	60	9,58	93	14,85
28	3,96	61	8,62	94	13,29	28	4,47	61	9,74	94	15,01
29	4,10	62	8,77	95	13,43	29	4,63	62	9,90	95	15,17
30	4,24	63	8,91	96	13,58	30	4,79	63	10,06	96	15,33
31	4,38	64	9,05	97	13,72	31	4,95	64	10,22	97	15,49
32	4,52	65	9,19	98	13,86	32	5,11	65	10,38	98	15,65
33	4,66	66	9,33	99	14,00	33	5,27	66	10,54	99	15,81
34	4,81	67	9,47	100	14,14	34	5,43	67	10,70	100	15,97
5,09 Zoll Durchm.						5,41 Zoll Durchm.					

18 Zoll = 1 1/2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,35	35	6,26	68	12,17
3	0,53	36	6,44	69	12,35
4	0,71	37	6,62	70	12,53
5	0,89	38	6,80	71	12,71
6	1,07	39	6,98	72	12,89
7	1,25	40	7,16	73	13,07
8	1,43	41	7,34	74	13,24
9	1,61	42	7,52	75	13,42
10	1,79	43	7,69	76	13,60
11	1,96	44	7,87	77	13,78
12	2,14	45	8,05	78	13,96
13	2,32	46	8,23	79	14,14
14	2,50	47	8,41	80	14,32
15	2,68	48	8,59	81	14,50
16	2,86	49	8,77	82	14,68
17	3,04	50	8,95	83	14,86
18	3,22	51	9,13	84	15,04
19	3,40	52	9,31	85	15,21
20	3,58	53	9,48	86	15,39
21	3,76	54	9,66	87	15,57
22	3,93	55	9,84	88	15,75
23	4,11	56	10,02	89	15,93
24	4,29	57	10,20	90	16,11
25	4,47	58	10,38	91	16,29
26	4,65	59	10,56	92	16,47
27	4,83	60	10,74	93	16,65
28	5,01	61	10,92	94	16,83
29	5,19	62	11,10	95	17,00
30	5,37	63	11,28	96	17,18
31	5,55	64	11,45	97	17,36
32	5,72	65	11,63	98	17,54
33	5,90	66	11,81	99	17,72
34	6,08	67	11,99	100	17,90

5,73 Zoll Durchm.

19 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,39	35	6,98	68	13,56
3	0,59	36	7,18	69	13,76
4	0,79	37	7,38	70	13,96
5	0,99	38	7,58	71	14,16
6	1,19	39	7,78	72	14,36
7	1,39	40	7,97	73	14,56
8	1,59	41	8,17	74	14,76
9	1,79	42	8,37	75	14,96
10	1,99	43	8,57	76	15,16
11	2,19	44	8,77	77	15,36
12	2,39	45	8,97	78	15,56
13	2,59	46	9,17	79	15,76
14	2,79	47	9,37	80	15,95
15	2,99	48	9,57	81	16,15
16	3,19	49	9,77	82	16,35
17	3,39	50	9,97	83	16,55
18	3,59	51	10,17	84	16,75
19	3,79	52	10,37	85	16,95
20	3,98	53	10,57	86	17,15
21	4,18	54	10,77	87	17,35
22	4,38	55	10,97	88	17,55
23	4,58	56	11,17	89	17,75
24	4,78	57	11,37	90	17,95
25	4,98	58	11,57	91	18,15
26	5,18	59	11,77	92	18,35
27	5,38	60	11,96	93	18,55
28	5,58	61	12,16	94	18,75
29	5,78	62	12,36	95	18,95
30	5,98	63	12,56	96	19,15
31	6,18	64	12,76	97	19,35
32	6,38	65	12,96	98	19,55
33	6,58	66	13,16	99	19,75
34	6,78	67	13,36	100	19,94

6,05 Zoll Durchm.

20 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,44	35	7,73	68	15,03
3	0,66	36	7,95	69	15,25
4	0,88	37	8,17	70	15,47
5	1,10	38	8,39	71	15,69
6	1,32	39	8,62	72	15,91
7	1,54	40	8,84	73	16,13
8	1,76	41	9,06	74	16,35
9	1,98	42	9,28	75	16,57
10	2,21	43	9,50	76	16,79
11	2,43	44	9,72	77	17,02
12	2,65	45	9.94	78	17,24
13	2,87	46	10,16	79	17,46
14	3,09	47	10,38	80	17,68
15	3,31	48	10,61	81	17,90
16	3,53	49	10,83	82	18,12
17	3,75	50	11,05	83	18,34
18	3,97	51	11,27	84	18,56
19	4,19	52	11,49	85	18,78
20	4,42	53	11,71	86	19,01
21	4,64	54	11,93	87	19,23
22	4,86	55	12,15	88	19,45
23	5,08	56	12,37	89	19,67
24	5,30	57	12,59	90	19,89
25	5,52	58	12,82	91	20,11
26	5,74	59	13,04	92	20,33
27	5,96	60	13,26	93	20,55
28	6,18	61	13,48	94	20,77
29	6,41	62	13,70	95	20,99
30	6,63	63	13,92	96	21,22
31	6,85	64	14,14	97	21,44
32	7,07	65	14,36	98	21,66
33	7,29	66	14,58	99	21,88
34	7,51	67	14,81	100	22,10

6,37 Zoll Durchm.

21 Zoll = 1 3/4 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,48	35	8,52	68	16,57
3	0,73	36	8,77	69	16,81
4	0,97	37	9,01	70	17,05
5	1,21	38	9,26	71	17,30
6	1,46	39	9,50	72	17,54
7	1,70	40	9,74	73	17,79
8	1,94	41	9,99	74	18,03
9	2,19	42	10,23	75	18,27
10	2,43	43	10,47	76	18,52
11	2,68	44	10,72	77	18,76
12	2,92	45	10,96	78	19,00
13	3,16	46	11,21	79	19,25
14	3,41	47	11,45	80	19,49
15	3,65	48	11,69	81	19,74
16	3,89	49	11,94	82	19,98
17	4,14	50	12,18	83	20,22
18	4,38	51	12,42	84	20,47
19	4,63	52	12,67	85	20,71
20	4,87	53	12,91	86	20,95
21	5,11	54	13,16	87	21,20
22	5,36	55	13,40	88	21,44
23	5,60	56	13,64	89	21,68
24	5,84	57	13,89	90	21,93
25	6,09	58	14,13	91	22,17
26	6,33	59	14,37	92	22,42
27	6,58	60	14,62	93	22,66
28	6,82	61	14,86	94	22,90
29	7,06	62	15,10	95	23,15
30	7,31	63	15,35	96	23,39
31	7,55	64	15,59	97	23,63
32	7,79	65	15,84	98	23,88
33	8,04	66	16,08	99	24,12
34	8,28	67	16,32	100	24,37

6,68 Zoll Durchm.

22 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,53	35	9,36	68	18,18
3	0,80	36	9,62	69	18,45
4	1,06	37	9,89	70	18,72
5	1,33	38	10,16	71	18,99
6	1,60	39	10,43	72	19,25
7	1,87	40	10,69	73	19,52
8	2,13	41	10,96	74	19,79
9	2,40	42	11,23	75	20,06
10	2,67	43	11,50	76	20,32
11	2,94	44	11,76	77	20,59
12	3,20	45	12,03	78	20,86
13	3,47	46	12,30	79	21,13
14	3,74	47	12,57	80	21,39
15	4,01	48	12,83	81	21,66
16	4,27	49	13,10	82	21,93
17	4,54	50	13,37	83	22,19
18	4,81	51	13,64	84	22,46
19	5,08	52	13,90	85	22,73
20	5,34	53	14,17	86	23,00
21	5,61	54	14,44	87	23,26
22	5,88	55	14,71	88	23,53
23	6,15	56	14,97	89	23,80
24	6,41	57	15,24	90	24,07
25	6,68	58	15,51	91	24,33
26	6,95	59	15,78	92	24,60
27	7,22	60	16,04	93	24,87
28	7,48	61	16,31	94	25,14
29	7,75	62	16,58	95	25,40
30	8,02	63	16,85	96	25,67
31	8,29	64	17,11	97	25,94
32	8,55	65	17,38	98	26,21
33	8,82	66	17,65	99	26,47
34	9,09	67	17,92	100	26,74

7,00 Zoll Durchm.

23 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,58	35	10,23	68	19,87
3	0,87	36	10,52	69	20,17
4	1,16	37	10,81	70	20,46
5	1,46	38	11,10	71	20,75
6	1,75	39	11,40	72	21,04
7	2,04	40	11,69	73	21,34
8	2,33	41	11,98	74	21,63
9	2,63	42	12,27	75	21,92
10	2,92	43	12,57	76	22,21
11	3,21	44	12,86	77	22,50
12	3,50	45	13,15	78	22,80
13	3,80	46	13,44	79	23,09
14	4,09	47	13,73	80	23,38
15	4,38	48	14,03	81	23,67
16	4,67	49	14,32	82	23,97
17	4,96	50	14,61	83	24,26
18	5,26	51	14,90	84	24,55
19	5,55	52	15,20	85	24,84
20	5,84	53	15,49	86	25,14
21	6,13	54	15,78	87	25,43
22	6,43	55	16,07	88	25,72
23	6,72	56	16,37	89	26,01
24	7,01	57	16,66	90	26,31
25	7,30	58	16,95	91	26,60
26	7,60	59	17,24	92	26,89
27	7,89	60	17,54	93	27,18
28	8,18	61	17,83	94	27,47
29	8,47	62	18,12	95	27,77
30	8,77	63	18,41	96	28,06
31	9,06	64	18,70	97	28,35
32	9,35	65	19,00	98	28,64
33	9,64	66	19,29	99	28,94
34	9,93	67	19,58	100	29,23

7,32 Zoll Durchm.

24 Zoll = 2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,63	35	11,14	68	21,64
3	0,95	36	11,45	69	21,96
4	1,27	37	11,77	70	22,28
5	1,59	38	12,09	71	22,60
6	1,90	39	12,41	72	22,91
7	2,22	40	12,73	73	23,23
8	2,54	41	13,05	74	23,55
9	2,86	42	13,36	75	23,87
10	3,18	43	13,68	76	24,19
11	3,50	44	14,00	77	24,50
12	3,81	45	14,32	78	24,82
13	4,13	46	14,64	79	25,14
14	4,45	47	14,96	80	25,46
15	4,77	48	15,27	81	25,78
16	5,09	49	15,59	82	26,10
17	5,41	50	15,91	83	26,41
18	5,72	51	16,23	84	26,73
19	6,04	52	16,55	85	27,05
20	6,36	53	16,87	86	27,37
21	6,68	54	17,18	87	27,69
22	7,00	55	17,50	88	28,01
23	7,32	56	17,82	89	28,32
24	7,63	57	18,14	90	28,64
25	7,95	58	18,46	91	28,96
26	8,27	59	18,78	92	29,28
27	8,59	60	19,09	93	29,60
28	8,91	61	19,41	94	29,92
29	9,23	62	19,73	95	30,23
30	9,54	63	20,05	96	30,55
31	9,86	64	20,37	97	30,87
32	10,18	65	20,69	98	31,19
33	10,50	66	21,00	99	31,51
34	10,82	67	21,32	100	31,83

7,64 Zoll Durchm.

25 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,69	35	12,08	68	23,48
3	1,03	36	12,43	69	23,83
4	1,38	37	12,77	70	24,17
5	1,72	38	13,12	71	24,52
6	2,07	39	13,47	72	24,86
7	2,41	40	13,81	73	25,21
8	2,76	41	14,16	74	25,55
9	3,10	42	14,50	75	25,90
10	3,45	43	14,85	76	26,24
11	3,79	44	15,19	77	26,59
12	4,14	45	15,54	78	26,94
13	4,49	46	15,88	79	27,28
14	4,83	47	16,23	80	27,63
15	5,18	48	16,57	81	27,97
16	5,52	49	16,92	82	28,32
17	5,87	50	17,26	83	28,66
18	6,21	51	17,61	84	29,01
19	6,56	52	17,96	85	29,35
20	6,90	53	18,30	86	29,70
21	7,25	54	18,65	87	30,04
22	7,59	55	18,99	88	30,39
23	7,94	56	19,34	89	30,73
24	8,28	57	19,68	90	31,08
25	8,63	58	20,03	91	31,43
26	8,98	59	20,37	92	31,77
27	9,32	60	20,72	93	32,12
28	9,67	61	21,06	94	32,46
29	10,01	62	21,41	95	32,81
30	10,36	63	21,75	96	33,15
31	10,70	64	22,10	97	33,50
32	11,05	65	22,45	98	33,84
33	11,39	66	22,79	99	34,19
34	11,74	67	23,14	100	34,53

7,96 Zoll Durchm.

26 Zoll.						27 Zoll = 2 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,74	35	13,07	68	25,40	2	0,80	35	14,10	68	27,39
3	1,12	36	13,44	69	25,77	3	1,20	36	14,50	69	27,79
4	1,49	37	13,82	70	26,15	4	1,61	37	14,90	70	28,20
5	1,86	38	14,19	71	26,52	5	2,01	38	15,30	71	28,60
6	2,24	39	14,56	72	26,89	6	2,41	39	15,71	72	29,00
7	2,61	40	14,94	73	27,27	7	2,82	40	16,11	73	29,40
8	2,98	41	15,31	74	27,64	8	3,22	41	16,51	74	29,81
9	3,36	42	15,69	75	28,01	9	3,62	42	16,92	75	30,21
10	3,73	43	16,06	76	28,39	10	4,02	43	17,32	76	30,61
11	4,10	44	16,43	77	28,76	11	4,43	44	17,72	77	31,02
12	4,48	45	16,81	78	29,13	12	4,83	45	18,12	78	31,42
13	4,86	46	17,18	79	29,51	13	5,23	46	18,53	79	31,82
14	5,23	47	17,55	80	29,88	14	5,64	47	18,93	80	32,22
15	5,60	48	17,93	81	30,25	15	6,04	48	19,33	81	32,63
16	5,97	49	18,30	82	30,63	16	6,44	49	19,74	82	33,03
17	6,35	50	18,67	83	31,00	17	6,84	50	20,14	83	33,43
18	6,72	51	19,05	84	31,37	18	7,25	51	20,54	84	33,84
19	7,09	52	19,42	85	31,75	19	7,65	52	20,94	85	34,24
20	7,47	53	19,79	86	32,12	20	8,05	53	21,35	86	34,64
21	7,84	54	20,17	87	32,50	21	8,46	54	21,75	87	35,04
22	8,21	55	20,54	88	32,87	22	8,86	55	22,15	88	35,45
23	8,59	56	20,92	89	33,24	23	9,26	56	22,56	89	35,85
24	8,96	57	21,29	90	33,62	24	9,66	57	22,96	90	36,25
25	9,33	58	21,66	91	33,99	25	10,07	58	23,36	91	36,66
26	9,71	59	22,04	92	34,36	26	10,47	59	23,76	92	37,06
27	10,08	60	22,41	93	34,74	27	10,87	60	24,17	93	37,46
28	10,45	61	22,78	94	35,11	28	11,28	61	24,57	94	37,86
29	10,83	62	23,16	95	35,48	29	11,68	62	24,97	95	38,27
30	11,20	63	23,53	96	35,86	30	12,08	63	25,38	96	38,67
31	11,58	64	23,90	97	36,23	31	12,48	64	25,78	97	39,07
32	11,95	65	24,28	98	36,60	32	12,89	65	26,18	98	39,48
33	12,32	66	24,65	99	36,98	33	13,29	66	26,58	99	39,88
34	12,70	67	25,02	100	37,35	34	13,69	67	26,99	100	40,28
8,28 Zoll Durchm.						8,59 Zoll Durchm.					

28 Zoll						29 Zoll					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,86	35	15,16	68	29,46	2	0,92	35	16,26	68	31,60
3	1,29	36	15,59	69	29,89	3	1,39	36	16,73	69	32,06
4	1,73	37	16,03	70	30,32	4	1,85	37	17,19	70	32,53
5	2,16	38	16,46	71	30,76	5	2,32	38	17,66	71	32,99
6	2,59	39	16,89	72	31,19	6	2,78	39	18,12	72	33,46
7	3,03	40	17,33	73	31,62	7	3,25	40	18,59	73	33,92
8	3,46	41	17,76	74	32,06	8	3,71	41	19,05	74	34,39
9	3,89	42	18,19	75	32,49	9	4,18	42	19,51	75	34,85
10	4,33	43	18,62	76	32,92	10	4,64	43	19,98	76	35,32
11	4,76	44	19,06	77	33,36	11	5,11	44	20,44	77	35,78
12	5,19	45	19,49	78	33,79	12	5,57	45	20,91	78	36,25
13	5,63	46	19,92	79	34,22	13	6,04	46	21,37	79	36,71
14	6,06	47	20,36	80	34,66	14	6,50	47	21,84	80	37,18
15	6,49	48	20,79	81	35,09	15	6,97	48	22,30	81	37,64
16	6,93	49	21,22	82	35,52	16	7,43	49	22,77	82	38,10
17	7,36	50	21,66	83	35,95	17	7,90	50	23,23	83	38,57
18	7,79	51	22,09	84	36,39	18	8,36	51	23,70	84	39,03
19	8,23	52	22,52	85	36,82	19	8,83	52	24,16	85	39,50
20	8,66	53	22,96	86	37,25	20	9,29	53	24,63	86	39,96
21	9,09	54	23,39	87	37,69	21	9,75	54	25,09	87	40,43
22	9,53	55	23,82	88	38,12	22	10,22	55	25,56	88	40,89
23	9,96	56	24,26	89	38,55	23	10,68	56	26,02	89	41,36
24	10,39	57	24,69	90	38,99	24	11,15	57	26,49	90	41,82
25	10,83	58	25,12	91	39,42	25	11,61	58	26,95	91	42,29
26	11,26	59	25,56	92	39,85	26	12,08	59	27,42	92	42,75
27	11,69	60	25,99	93	40,29	27	12,54	60	27,88	93	43,22
28	12,13	61	26,42	94	40,72	28	13,01	61	28,35	94	43,68
29	12,56	62	26,86	95	41,15	29	13,47	62	28,81	95	44,15
30	12,99	63	27,29	96	41,59	30	13,94	63	29,27	96	44,61
31	13,43	64	27,72	97	42,02	31	14,40	64	29,74	97	45,08
32	13,86	65	28,16	98	42,45	32	14,87	65	30,20	98	45,54
33	14,29	66	28,59	99	42,89	33	15,33	66	30,67	99	46,01
34	14,73	67	29,02	100	43,32	34	15,80	67	31,13	100	46,47
8,91 Zoll Durchm.						9,23 Zoll Durchm.					

30 Zoll = 2 1/2 Fuß.						31 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	0,99	35	17,40	68	33,82	2	1,06	35	18,58	68	36,11
3	1,49	36	17,90	69	34,31	3	1,59	36	19,11	69	36,64
4	1,98	37	18,40	70	34,81	4	2,12	37	19,64	70	37,17
5	2,48	38	18,89	71	35,31	5	2,66	38	20,18	71	37,70
6	2,98	39	19,39	72	35,80	6	3,18	39	20,71	72	38,23
7	3,48	40	19,89	73	36,30	7	3,71	40	21,24	73	38,76
8	3,97	41	20,39	74	36,80	8	4,24	41	21,77	74	39,29
9	4,47	42	20,88	75	37,30	9	4,77	42	22,30	75	39,83
10	4,97	43	21,38	76	37,79	10	5,31	43	22,83	76	40,36
11	5,47	44	21,88	77	38,29	11	5,84	44	23,36	77	40,89
12	5,96	45	22,38	78	38,79	12	6,37	45	23,89	78	41,42
13	6,46	46	22,87	79	39,29	13	6,90	46	24,42	79	41,95
14	6,96	47	23,37	80	39,78	14	7,43	47	24,96	80	42,48
15	7,46	48	23,87	81	40,28	15	7,96	48	25,49	81	43,01
16	7,95	49	24,37	82	40,78	16	8,49	49	26,02	82	43,54
17	8,45	50	24,86	83	41,28	17	9,02	50	26,55	83	44,07
18	8,95	51	25,36	84	41,77	18	9,55	51	27,08	84	44,60
19	9,44	52	25,86	85	42,27	19	10,09	52	27,61	85	45,14
20	9,94	53	26,36	86	42,77	20	10,62	53	28,14	86	45,67
21	10,44	54	26,85	87	43,27	21	11,15	54	28,67	87	46,20
22	10,94	55	27,85	88	43,76	22	11,68	55	29,20	88	46,73
23	11,43	56	27,85	89	44,26	23	12,21	56	29,73	89	47,26
24	11,93	57	28,34	90	44,76	24	12,74	57	30,27	90	47,79
25	12,43	58	28,84	91	45,25	25	13,27	58	30,80	91	48,32
26	12,93	59	29,34	92	45,75	26	13,80	59	31,33	92	48,85
27	13,42	60	29,84	93	46,25	27	14,33	60	31,86	93	49,38
28	13,92	61	30,33	94	46,75	28	14,86	61	32,39	94	49,92
29	14,42	62	30,83	95	47,24	29	15,40	62	32,92	95	50,45
30	14,92	63	31,33	96	47,74	30	15,93	63	33,45	96	50,98
31	15,41	64	31,83	97	48,24	31	16,46	64	33,98	97	51,51
32	15,91	65	32,32	98	48,74	32	16,99	65	34,51	98	52,04
33	16,41	66	32,82	99	49,23	33	17,52	66	35,05	99	52,57
34	16,91	67	33,32	100	49,73	34	18,05	67	35,58	100	53,10
9,55 Zoll Durchm.						9,87 Zoll Durchm.					

32 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,13	35	19,80	68	38,48
3	1,69	36	20,37	69	39,04
4	2,26	37	20,93	70	39,61
5	2,82	38	21,50	71	40,17
6	3,39	39	22,06	72	40,74
7	3,96	40	22,63	73	41,30
8	4,52	41	23,20	74	41,87
9	5,09	42	23,76	75	42,44
10	5,65	43	24,33	76	43,00
11	6,22	44	24,89	77	43,57
12	6,79	45	25,46	78	44,13
13	7,35	46	26,03	79	44,70
14	7,92	47	26,59	80	45,27
15	8,48	48	27,16	81	45,83
16	9,05	49	27,72	82	46,40
17	9,62	50	28,29	83	46,96
18	10,18	51	28,86	84	47,53
19	10,75	52	29,42	85	48,09
20	11,31	53	29,99	86	48,66
21	11,88	54	30,55	87	49,23
22	12,44	55	31,12	88	49,79
23	13,01	56	31,68	89	50,36
24	13,58	57	32,25	90	50,92
25	14,14	58	32,82	91	51,49
26	14,71	59	33,38	92	52,06
27	15,27	60	33,95	93	52,62
28	15,84	61	34,51	94	53,19
29	16,41	62	35,08	95	53,75
30	16,97	63	35,65	96	54,32
31	17,54	64	36,21	97	54,89
32	18,10	65	36,78	98	55,45
33	18,67	66	37,34	99	56,02
34	19,24	67	37,91	100	56,58

10,19 Zoll Durchm.

33 Zoll = 2 ¾ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lßf.	Kfß.
2	1,20	35	21,06	68	40,92
3	1,80	36	21,66	69	41,52
4	2,40	37	22,26	70	42,12
5	3,00	38	22,86	71	42,72
6	3,61	39	23,47	72	43,32
7	4,21	40	24,07	73	43,93
8	4,81	41	24,67	74	44,53
9	5,41	42	25,27	75	45,13
10	6,01	43	25,87	76	45,73
11	6,61	44	26,47	77	46,33
12	7,22	45	27,08	78	46,94
13	7,82	46	27,68	79	47,54
14	8,42	47	28,28	80	48,14
15	9,02	48	28,88	81	48,74
16	9,62	49	29,48	82	49,34
17	10,23	50	30,09	83	49,94
18	10,83	51	30,69	84	50,55
19	11,43	52	31,29	85	51,15
20	12,03	53	31,89	86	51,75
21	12,63	54	32,49	87	52,35
22	13,23	55	33,09	88	52,95
23	13,84	56	33,70	89	53,56
24	14,44	57	34,30	90	54,16
25	15,04	58	34,90	91	54,76
26	15,64	59	35,50	92	55,36
27	16,24	60	36,10	93	55,96
28	16,85	61	36,71	94	56,56
29	17,45	62	37,31	95	57,17
30	18,05	63	37,91	96	57,77
31	18,65	64	38,51	97	58,37
32	19,25	65	39,11	98	58,97
33	19,85	66	39,71	99	59,57
34	20,46	67	40,32	100	60,18

10,50 Zoll Durchm.

34 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,27	35	22,35	68	43,44
3	1,91	36	22,99	69	44,07
4	2,55	37	23,63	70	44,71
5	3,19	38	24,27	71	45,35
6	3,83	39	24,91	72	45,99
7	4,47	40	25,55	73	46,63
8	5,11	41	26,19	74	47,27
9	5,74	42	26,83	75	47,91
10	6,38	43	27,46	76	48,55
11	7,02	44	28,10	77	49,18
12	7,66	45	28,74	78	49,82
13	8,30	46	29,38	79	50,46
14	8,94	47	30,02	80	51,10
15	9,58	48	30,66	81	51,74
16	10,22	49	31,30	82	52,38
17	10,86	50	31,94	83	53,02
18	11,49	51	32,58	84	53,66
19	12,13	52	33,21	85	54,30
20	12,77	53	33,85	86	54,93
21	13,41	54	34,49	87	55,57
22	14,05	55	35,13	88	56,21
23	14,69	56	35,77	89	56,85
24	15,33	57	36,41	90	57,49
25	15,97	58	37,05	91	58,13
26	16,60	59	37,69	92	58,77
27	17,24	60	38,32	93	59,41
28	17,88	61	38,96	94	[illegible]
29	18,52	62	39,60	95	[illegible]
30	19,16	63	40,24	96	61,32
31	19,80	64	40,88	97	61,96
32	20,44	65	41,52	98	62,60
33	21,08	66	42,16	99	63,24
34	21,72	67	42,80	100	63,88

10,82 Zoll Durchm.

35 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,35	35	23,69	68	46,03
3	2,03	36	24,37	69	46,71
4	2,70	37	25,04	70	47,38
5	3,38	38	25,72	71	48,06
6	4,06	39	26,40	72	48,74
7	4,73	40	27,07	73	49,41
8	5,41	41	27,75	74	50,09
9	6,09	42	28,43	75	50,77
10	6,76	43	29,10	76	51,44
11	7,44	44	29,78	77	52,12
12	8,12	45	30,46	78	52,80
13	8,80	46	31,14	79	53,47
14	9,47	47	31,81	80	54,15
15	10,15	48	32,49	81	54,83
16	10,83	49	33,17	82	55,51
17	11,50	50	33,84	83	56,18
18	12,18	51	34,52	84	56,86
19	12,86	52	35,20	85	57,54
20	13,53	53	35,87	86	58,21
21	14,21	54	36,55	87	58,89
22	14,89	55	37,23	88	59,57
23	15,57	56	37,90	89	60,24
24	16,24	57	38,58	90	60,92
25	16,92	58	39,26	91	61,60
26	17,60	59	39,94	92	62,28
27	18,27	60	40,61	93	62,95
28	18,95	61	41,29	94	63,63
29	19,63	62	41,97	95	64,31
30	20,30	63	42,64	96	64,98
31	20,98	64	43,32	97	65,66
32	21,66	65	44,00	98	66,34
33	22,33	66	44,67	99	67,01
34	23,01	67	45,35	100	67,69

11,14 Zoll Durchm.

36 Zoll = 3 Fuß.						37 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,43	35	25,06	68	48,70	2	1,51	35	26,47	68	51,44
3	2,14	36	25,78	69	49,41	3	2,26	36	27,23	69	52,20
4	2,86	37	26,49	70	50,13	4	3,02	37	27,99	70	52,95
5	3,58	38	27,21	71	50,85	5	3,78	38	28,74	71	53,71
6	4,29	39	27,93	72	51,56	6	4,53	39	29,50	72	54,47
7	5,01	40	28,64	73	52,28	7	5,29	40	30,26	73	55,22
8	5,72	41	29,36	74	52,99	8	6,05	41	31,01	74	55,98
9	6,44	42	30,08	75	53,71	9	6,80	42	31,77	75	56,74
10	7,16	43	30,79	76	54,43	10	7,56	43	32,53	76	57,49
11	7,87	44	31,51	77	55,14	11	8,32	44	33,28	77	58,25
12	8,59	45	32,22	78	55,86	12	9,07	45	34,04	78	59,01
13	9,31	46	32,94	79	56,57	13	9,83	46	34,80	79	59,76
14	10,02	47	33,66	80	57,29	14	10,59	47	35,55	80	60,52
15	10,74	48	34,37	81	58,01	15	11,34	48	36,31	81	61,27
16	11,45	49	35,09	82	58,72	16	12,10	49	37,07	82	62,03
17	12,17	50	35,81	83	59,44	17	12,86	50	37,82	83	62,79
18	12,89	51	36,52	84	60,16	18	13,61	51	38,58	84	63,54
19	13,60	52	37,24	85	60,87	19	14,37	52	39,34	85	64,30
20	14,32	53	37,95	86	61,59	20	15,13	53	40,09	86	65,06
21	15,04	54	38,67	87	62,30	21	15,88	54	40,85	87	65,81
22	15,75	55	39,39	88	63,02	22	16,64	55	41,60	88	66,57
23	16,47	56	40,10	89	63,74	23	17,40	56	42,36	89	67,33
24	17,18	57	40,82	90	64,45	24	18,15	57	43,12	90	68,08
25	17,90	58	41,53	91	65,17	25	18,91	58	43,87	91	68,84
26	18,62	59	42,25	92	65,89	26	19,67	59	44,63	92	69,60
27	19,33	60	42,97	93	66,60	27	20,42	60	45,39	93	70,35
28	20,05	61	43,68	94	67,32	[illegible]	[illegible]18	61	46,14	94	71,11
29	20,76	62	44,40	95	68,03	[illegible]	[illegible],93	62	46,90	95	71,87
30	21,48	63	45,12	96	68,75	30	22,69	63	47,66	96	72,62
31	22,20	64	45,83	97	69,47	31	23,45	64	48,41	97	73,38
32	22,91	65	46,55	98	70,18	32	24,20	65	49,17	98	74,14
33	23,63	66	47,26	99	70,90	33	24,96	66	49,93	99	74,89
34	24,35	67	47,98	100	71,62	34	25,72	67	50,68	100	75,65
11,46 Zoll Durchm.						11,78 Zoll Durchm.					

38 Zoll.						39 Zoll = 3 ¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,59	35	27,92	68	54,26	2	1,68	35	29,41	68	57,15
3	2,39	36	28,72	69	55,05	3	2,52	36	30,25	69	57,99
4	3,19	37	29,52	70	55,85	4	3,36	37	31,09	70	58,83
5	3,98	38	30,32	71	56,65	5	4,20	38	31,94	71	59,67
6	4,78	39	31,12	72	57,45	6	5,04	39	32,78	72	60,51
7	5,58	40	31,91	73	58,25	7	5,88	40	33,62	73	61,35
8	6,38	41	32,71	74	59,05	8	6,72	41	34,46	74	62,19
9	7,18	42	33,51	75	59,84	9	7,56	42	35,30	75	63,04
10	7,97	43	34,31	76	60,64	10	8,40	43	36,14	76	63,88
11	8,77	44	35,11	77	61,44	11	9,24	44	36,98	77	64,72
12	9,57	45	35,90	78	62,24	12	10,08	45	37,82	78	65,56
13	10,37	46	36,70	79	63,04	13	10,92	46	38,66	79	66,40
14	11,17	47	37,50	80	63,83	14	11,76	47	39,50	80	67,24
15	11,96	48	38,30	81	64,63	15	12,60	48	40,34	81	68,08
16	12,76	49	39,10	82	65,43	16	13,44	49	41,18	82	68,92
17	13,56	50	39,89	83	66,23	17	14,28	50	42,02	83	69,76
18	14,36	51	40,69	84	67,03	18	15,12	51	42,86	84	70,60
19	15,16	52	41,49	85	67,82	19	15,97	52	43,70	85	71,44
20	15,95	53	42,29	86	68,62	20	16,81	53	44,54	86	72,28
21	16,75	54	43,09	87	69,42	21	17,65	54	45,38	87	73,12
22	17,55	55	43,88	88	70,22	22	18,49	55	46,22	88	73,96
23	18,35	56	44,68	89	71,02	23	19,33	56	47,07	89	74,80
24	19,15	57	45,48	90	71,81	24	20,17	57	47,91	90	75,64
25	19,94	58	46,28	91	72,61	25	21,01	58	48,75	91	76,48
26	20,74	59	47,08	92	73,41	26	21,85	59	49,59	92	77,32
27	21,54	60	47,87	93	74,21	27	22,69	60	50,43	93	78,17
28	22,34	61	48,67	94	75,01	28	23,53	61	51,27	94	79,01
29	23,14	62	49,47	95	75,80	29	24,37	62	52,11	95	79,85
30	23,93	63	50,27	96	76,60	30	25,21	63	52,95	96	80,69
31	24,73	64	51,07	97	77,40	31	26,05	64	53,79	97	81,53
32	25,53	65	51,86	98	78,20	32	26,89	65	54,63	98	82,37
33	26,33	66	52,66	99	79,00	33	27,73	66	55,47	99	83,21
34	27,13	67	53,46	100	79,79	34	28,57	67	56,31	100	84,05
12,10 Zoll Durchm.						12,41 Zoll Durchm.					

40 Zoll.						41 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,76	35	30,94	68	60,12	2	1,85	35	32,51	68	63,16
3	2,65	36	31,83	69	61,00	3	2,78	36	33,44	69	64,09
4	3,53	37	32,71	70	61,89	4	3,71	37	34,37	70	65,02
5	4,42	38	33,59	71	62,77	5	4,64	38	35,30	71	65,95
6	5,30	39	34,48	72	63,66	6	5,57	39	36,22	72	66,88
7	6,18	40	35,36	73	64,54	7	6,50	40	37,15	73	67,81
8	7,07	41	36,25	74	65,43	8	7,43	41	38,08	74	68,74
9	7,95	42	37,13	75	66,31	9	8,36	42	39,01	75	69,67
10	8,84	43	38,02	76	67,19	10	9,28	43	39,94	76	70,60
11	9,72	44	38,90	77	68,08	11	10,21	44	40,87	77	71,52
12	10,61	45	39,78	78	68,96	12	11,14	45	41,80	78	72,45
13	11,49	46	40,67	79	69,85	13	12,07	46	42,73	79	73,38
14	12,37	47	41,55	80	70,73	14	13,00	47	43,66	80	74,31
15	13,26	48	42,44	81	71,61	15	13,93	48	44,59	81	75,24
16	14,14	49	43,32	82	72,50	16	14,86	49	45,51	82	76,17
17	15,03	50	44,20	83	73,38	17	15,79	50	46,44	83	77,10
18	15,91	51	45,09	84	74,27	18	16,72	51	47,37	84	78,03
19	16,79	52	45,97	85	75,15	19	17,65	52	48,30	85	78,96
20	17,68	53	46,86	86	76,04	20	18,57	53	49,23	86	79,89
21	18,56	54	47,74	87	76,92	21	19,50	54	50,16	87	80,81
22	19,45	55	48,63	88	77,80	22	20,43	55	51,09	88	81,74
23	20,33	56	49,51	89	78,69	23	21,36	56	52,02	89	82,67
24	21,22	57	50,39	90	79,57	24	22,29	57	52,95	90	83,60
25	22,10	58	51,28	91	80,46	25	23,22	58	53,87	91	84,53
26	22,98	59	52,16	92	81,34	26	24,15	59	54,80	92	85,46
27	23,87	60	53,05	93	82,22	27	25,08	60	55,73	93	86,39
28	24,75	61	53,93	94	83,11	28	26,01	61	56,66	94	87,32
29	25,64	62	54,82	95	83,99	29	26,93	62	57,59	95	88,25
30	26,52	63	55,70	96	84,88	30	27,86	63	58,52	96	89,18
31	27,41	64	56,58	97	85,76	31	28,79	64	59,45	97	90,10
32	28,29	65	57,47	98	86,65	32	29,72	65	60,38	98	91,03
33	29,17	66	58,35	99	87,53	33	30,65	66	61,31	99	91,96
34	30,06	67	59,24	100	88,41	34	31,58	67	62,24	100	92,89
12,73 Zoll Durchm.						13,05 Zoll Durchm.					

42 Zoll = 3 1/2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	1,94	35	34,11	68	66,28
3	2,92	36	35,09	69	67,26
4	3,89	37	36,06	70	68,23
5	4,87	38	37,04	71	69,21
6	5,84	39	38,01	72	70,18
7	6,82	40	38,99	73	71,16
8	7,79	41	39,96	74	72,13
9	8,77	42	40,94	75	73,11
10	9,74	43	41,91	76	74,08
11	10,72	44	42,89	77	75,06
12	11,69	45	43,86	78	76,03
13	12,67	46	44,84	79	77,01
14	13,64	47	45,81	80	77,98
15	14,62	48	46,79	81	78,96
16	15,59	49	47,76	82	79,93
17	16,57	50	48,74	83	80,91
18	17,54	51	49,71	84	81,88
19	18,52	52	50,69	85	82,85
20	19,49	53	51,66	86	83,83
21	20,47	54	52,64	87	84,80
22	21,44	55	53,61	88	85,78
23	22,42	56	54,58	89	86,75
24	23,39	57	55,56	90	87,73
25	24,37	58	56,53	91	88,70
26	25,34	59	57,51	92	89,68
27	26,32	60	58,48	93	90,65
28	27,29	61	59,46	94	91,63
29	28,26	62	60,43	95	92,60
30	29,24	63	61,41	96	93,58
31	30,21	64	62,38	97	94,55
32	31,19	65	63,36	98	95,53
33	32,16	66	64,33	99	96,50
34	33,14	67	65,31	100	97,48

13,37 Zoll Durchm.

43 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,04	35	35,76	68	69,48
3	3,06	36	36,78	69	70,50
4	4,08	37	37,80	70	71,52
5	5,10	38	38,82	71	72,54
6	6,13	39	39,85	72	73,56
7	7,15	40	40,87	73	74,59
8	8,17	41	41,89	74	75,61
9	9,19	42	42,91	75	76,63
10	10,21	43	43,93	76	77,66
11	11,23	44	44,95	77	78,67
12	12,26	45	45,98	78	79,70
13	13,28	46	47,00	79	80,72
14	14,30	47	48,02	80	81,74
15	15,32	48	49,04	81	82,76
16	16,34	49	50,06	82	83,78
17	17,37	50	51,09	83	84,80
18	18,39	51	52,11	84	85,83
19	19,41	52	53,13	85	86,85
20	20,43	53	54,15	86	87,87
21	21,45	54	55,17	87	88,89
22	22,47	55	56,19	88	89,91
23	23,50	56	57,22	89	90,94
24	24,52	57	58,24	90	91,96
25	25,54	58	59,26	91	92,98
26	26,56	59	60,28	92	94,00
27	27,58	60	61,30	93	95,02
28	28,61	61	62,32	94	96,04
29	29,63	62	63,35	95	97,07
30	30,65	63	64,37	96	98,09
31	31,67	64	65,39	97	99,11
32	32,69	65	66,41	98	100,13
33	33,71	66	67,43	99	101,15
34	34,74	67	68,46	100	102,18

13,69 Zoll Durchm.

44 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,13	35	37,44	68	72,75
3	3,20	36	38,51	69	73,82
4	4,27	37	39,58	70	74,89
5	5,34	38	40,65	71	75,96
6	6,41	39	41,72	72	77,03
7	7,48	40	42,79	73	78,10
8	8,55	41	43,86	74	79,17
9	9,62	42	44,93	75	80,24
10	10,69	43	46,00	76	81,31
11	11,76	44	47,07	77	82,37
12	12,83	45	48,14	78	83,44
13	13,90	46	49,21	79	84,51
14	14,97	47	50,28	80	85,58
15	16,04	48	51,35	81	86,65
16	17,11	49	52,42	82	87,72
17	18,18	50	53,49	83	88,79
18	19,25	51	54,56	84	89,86
19	20,32	52	55,63	85	90,93
20	21,39	53	56,70	86	92,00
21	22,46	54	57,77	87	93,07
22	23,53	55	58,84	88	94,14
23	24,60	56	59,91	89	95,21
24	25,67	57	60,98	90	96,28
25	26,74	58	62,05	91	97,35
26	27,81	59	63,12	92	98,42
27	28,88	60	64,19	93	99,49
28	29,95	61	65,26	94	100,56
29	31,02	62	66,33	95	101,63
30	32,09	63	67,40	96	102,70
31	33,16	64	68,47	97	103,77
32	34,23	65	69,54	98	104,84
33	35,30	66	70,61	99	105,91
34	36,37	67	71,68	100	106,98
14,01 Zoll Durchm.					

45 Zoll = 3 3/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,23	35	39,16	68	76,09
3	3,35	36	40,28	69	77,21
4	4,47	37	41,40	70	78,33
5	5,59	38	42,52	71	79,45
6	6,71	39	43,64	72	80,57
7	7,83	40	44,76	73	81,69
8	8,95	41	45,88	74	82,81
9	10,07	42	47,00	75	83,92
10	11,19	43	48,11	76	85,04
11	12,30	44	49,23	77	86,16
12	13,42	45	50,35	78	87,28
13	14,54	46	51,47	79	88,40
14	15,66	47	52,59	80	89,52
15	16,78	48	53,71	81	90,64
16	17,90	49	54,83	82	91,76
17	19,02	50	55,95	83	92,88
18	20,14	51	57,07	84	94,00
19	21,26	52	58,19	85	95,12
20	22,38	53	59,31	86	96,23
21	23,50	54	60,42	87	97,35
22	24,61	55	61,54	88	98,47
23	25,73	56	62,66	89	99,59
24	26,85	57	63,78	90	100,71
25	27,97	58	64,90	91	101,83
26	29,09	59	66,02	92	102,95
27	30,21	60	67,14	93	104,07
28	31,33	61	68,26	94	105,19
29	32,45	62	69,38	95	106,31
30	33,57	63	70,50	96	107,42
31	34,69	64	71,61	97	108,54
32	35,80	65	72,73	98	109,66
33	36,92	66	73,85	99	110,78
34	38,04	67	74,97	100	111,90
14,32 Zoll Durchm.					

46 Zoll.						47 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,33	35	40,92	68	79,51	2	2,44	35	42,72	68	83,01
3	3,50	36	42,09	69	80,68	3	3,66	36	43,94	69	84,23
4	4,67	37	43,26	70	81,85	4	4,88	37	45,16	70	85,45
5	5,84	38	44,43	71	83,02	5	6,10	38	46,38	71	86,67
6	7,01	39	45,60	72	84,19	6	7,32	39	47,60	72	87,89
7	8,18	40	46,77	73	85,36	7	8,54	40	48,82	73	89,11
8	9,35	41	47,94	74	86,53	8	9,76	41	50,05	74	90,33
9	10,52	42	49,11	75	87,70	9	10,98	42	51,27	75	91,55
10	11,69	43	50,28	76	88,87	10	12,20	43	52,49	76	92,77
11	12,86	44	51,45	77	90,03	11	13,42	44	53,71	77	93,99
12	14,03	45	52,62	78	91,20	12	14,64	45	54,93	78	95,21
13	15,20	46	53,79	79	92,37	13	15,86	46	56,15	79	96,43
14	16,37	47	54,95	80	93,54	14	17,09	47	57,37	80	97,65
15	17,54	48	56,12	81	94,71	15	18,31	48	58,59	81	98,87
16	18,70	49	57,29	82	95,88	16	19,53	49	59,81	82	100,10
17	19,87	50	58,46	83	97,05	17	20,75	50	61,03	83	101,32
18	21,04	51	59,63	84	98,22	18	21,97	51	62,25	84	102,54
19	22,21	52	60,80	85	99,39	19	23,19	52	63,47	85	103,76
20	23,38	53	61,97	86	100,56	20	24,41	53	64,69	86	104,98
21	24,55	54	63,14	87	101,73	21	25,63	54	65,91	87	106,20
22	25,72	55	64,31	88	102,90	22	26,85	55	67,14	88	107,42
23	26,89	56	65,48	89	104,07	23	28,07	56	68,36	89	108,64
24	28,06	57	66,65	90	105,24	24	29,29	57	69,58	90	109,86
25	29,23	58	67,82	91	106,41	25	30,51	58	70,80	91	111,08
26	30,40	59	68,99	92	107,58	26	31,73	59	72,02	92	112,30
27	31,57	60	70,16	93	108,74	27	32,95	60	73,24	93	113,52
28	32,74	61	71,33	94	109,91	28	34,18	61	74,46	94	114,74
29	33,91	62	72,49	95	111,08	29	35,40	62	75,68	95	115,97
30	35,08	63	73,66	96	112,25	30	36,62	63	76,90	96	117,19
31	36,24	64	74,83	97	113,42	31	37,84	64	78,12	97	118,41
32	37,41	65	76,00	98	114,59	32	39,06	65	79,34	98	119,63
33	38,58	66	77,17	99	115,76	33	40,28	66	80,56	99	120,85
34	39,75	67	78,34	100	116,93	34	41,50	67	81,78	100	122,07
14,64 Zoll Durchm.						14,96 Zoll Durchm.					

48 Zoll = 4 Fuß.						49 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lßf.	Kfß.
2	2,54	35	44,56	68	86,58	2	2,65	35	46,43	68	90,22
3	3,81	36	45,83	69	87,85	3	3,98	36	47,76	69	91,55
4	5,09	37	47,10	70	89,12	4	5,30	37	49,09	70	92,87
5	6,36	38	48,38	71	90,40	5	6,63	38	50,41	71	94,20
6	7,63	39	49,65	72	91,67	6	7,96	39	51,74	72	95,53
7	8,91	40	50,92	73	92,94	7	9,28	40	53,07	73	96,85
8	10,18	41	52,20	74	94,21	8	10,61	41	54,40	74	98,18
9	11,45	42	53,47	75	95,49	9	11,94	42	55,72	75	99,51
10	12,73	43	54,74	76	96,76	10	13,26	43	57,05	76	100,83
11	14,00	44	56,02	77	98,03	11	14,59	44	58,38	77	102,16
12	15,27	45	57,29	78	99,31	12	15,92	45	59,70	78	103,49
13	16,55	46	58,56	79	100,58	13	17,24	46	61,03	79	104,82
14	17,82	47	59,84	80	101,85	14	18,57	47	62,36	80	106,14
15	19,09	48	61,11	81	103,13	15	19,90	48	63,68	81	107,47
16	20,37	49	62,38	82	104,40	16	21,22	49	65,01	82	108,80
17	21,64	50	63,66	83	105,67	17	22,55	50	66,34	83	110,12
18	22,91	51	64,93	84	106,95	18	23,88	51	67,66	84	111,45
19	24,19	52	66,20	85	108,22	19	25,20	52	68,99	85	112,78
20	25,46	53	67,48	86	109,49	20	26,53	53	70,32	86	114,10
21	26,73	54	68,75	87	110,77	21	27,86	54	71,64	87	115,43
22	28,01	55	70,02	88	112,04	22	29,19	55	72,97	88	116,76
23	29,28	56	71,30	89	113,31	23	30,51	56	74,30	89	118,08
24	30,55	57	72,57	90	114,59	24	31,84	57	75,62	90	119,41
25	31,83	58	73,84	91	115,86	25	33,17	58	76,95	91	120,74
26	33,10	59	75,12	92	117,13	26	34,49	59	78,28	92	122,06
27	34,37	60	76,39	93	118,41	27	35,82	60	79,61	93	123,39
28	35,65	61	77,66	94	119,68	28	37,15	61	80,93	94	124,72
29	36,92	62	78,94	95	120,95	29	38,47	62	82,26	95	126,04
30	38,19	63	80,21	96	122,23	30	39,80	63	83,59	96	127,37
31	39,47	64	81,48	97	123,50	31	41,13	64	84,91	97	128,70
32	40,74	65	82,76	98	124,77	32	42,45	65	86,24	98	130,03
33	42,01	66	84,03	99	126,05	33	43,78	66	87,57	99	131,35
34	43,29	67	85,30	100	127,32	34	45,11	67	88,89	100	132,68
15,28 Zoll Durchm.						15,60 Zoll Durchm.					

50 Zoll.						51 Zoll = 4 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,76	35	48,35	68	93,94	2	2,87	35	50,30	68	97,74
3	4,14	36	49,73	69	95,32	3	4,31	36	51,74	69	99,17
4	5,52	37	51,11	70	96,70	4	5,74	37	53,18	70	100,61
5	6,90	38	52,49	71	98,09	5	7,18	38	54,62	71	102,05
6	8,28	39	53,88	72	99,47	6	8,62	39	56,05	72	103,49
7	9,67	40	55,26	73	100,85	7	10,06	40	57,49	73	104,92
8	11,05	41	56,64	74	102,23	8	11,49	41	58,93	74	106,36
9	12,43	42	58,02	75	103,61	9	12,93	42	60,36	75	107,80
10	13,81	43	59,40	76	104,99	10	14,37	43	61,80	76	109,24
11	15,19	44	60,78	77	106,37	11	15,81	44	63,24	77	110,67
12	16,57	45	62,16	78	107,76	12	17,24	45	64,68	78	112,11
13	17,96	46	63,55	79	109,14	13	18,68	46	66,11	79	113,55
14	19,34	47	64,93	80	110,52	14	20,12	47	67,55	80	114,98
15	20,72	48	66,31	81	111,90	15	21,56	48	68,99	81	116,42
16	22,10	49	67,69	82	113,28	16	22,99	49	70,43	82	117,86
17	23,48	50	69,07	83	114,66	17	24,43	50	71,86	83	119,30
18	24,86	51	70,45	84	116,05	18	25,87	51	73,30	84	120,73
19	26,24	52	71,84	85	117,43	19	27,31	52	74,74	85	122,17
20	27,63	53	73,22	86	118,81	20	28,74	53	76,18	86	123,61
21	29,01	54	74,60	87	120,19	21	30,18	54	77,61	87	125,05
22	30,39	55	75,98	88	121,57	22	31,62	55	79,05	88	126,48
23	31,77	56	77,36	89	122,95	23	33,05	56	80,49	89	127,92
24	33,15	57	78,74	90	124,33	24	34,49	57	81,93	90	129,36
25	34,53	58	80,12	91	125,72	25	35,93	58	83,36	91	130,80
26	36,92	59	81,51	92	127,10	26	37,37	59	84,80	92	132,23
27	37,30	60	82,89	93	128,48	27	38,80	60	86,24	93	133,67
28	38,68	61	84,27	94	129,86	28	40,24	61	87,67	94	135,11
29	40,06	62	85,65	95	131,24	29	41,68	62	89,11	95	136,55
30	41,44	63	87,03	96	132,62	30	43,12	63	90,55	96	137,98
31	42,82	64	88,41	97	134,01	31	44,55	64	91,99	97	139,42
32	44,20	65	89,80	98	135,39	32	45,99	65	93,42	98	140,86
33	45,59	66	91,18	99	136,77	33	47,43	66	94,86	99	142,29
34	46,97	67	92,56	100	138,15	34	48,87	67	96,30	100	143,73
15,92 Zoll Durchm.						16,23 Zoll Durchm.					

Walzeninhalt zu dem Umfange von

52 Zoll.					
ß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	2,98	35	52,30	68	101,61
3	4,48	36	53,79	69	103,10
4	5,97	37	55,28	70	104,60
5	7,47	38	56,78	71	106,09
6	8,96	39	58,27	72	107,58
7	10,46	40	59,77	73	109,08
8	11,95	41	61,26	74	110,57
9	13,44	42	62,76	75	112,07
0	14,94	43	64,25	76	113,56
1	16,43	44	65,74	77	115,06
2	17,93	45	67,24	78	116,55
3	19,42	46	68,73	79	118,04
4	20,92	47	70,23	80	119,54
5	22,41	48	71,72	81	121,03
6	23,90	49	73,22	82	122,53
7	25,40	50	74,71	83	124,02
8	26,89	51	76,20	84	125,52
9	28,39	52	77,70	85	127,01
0	29,88	53	79,19	86	128,50
1	31,38	54	80,69	87	130,00
2	32,87	55	82,18	88	131,49
3	34,36	56	83,68	89	132,99
4	35,86	57	85,17	90	134,48
5	37,35	58	86,66	91	135,98
6	38,85	59	88,16	92	137,47
7	40,34	60	89,65	93	138,96
8	41,84	61	91,15	94	140,46
9	43,33	62	92,64	95	141,95
0	44,82	63	94,14	96	143,45
1	46,32	64	95,63	97	144,94
2	47,81	65	97,12	98	146,44
3	49,31	66	98,62	99	147,93
4	50,80	67	100,11	100	149,42

16,55 Zoll Durchm.

53 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,10	35	54,33	68	105,55
3	4,65	36	55,88	69	107,10
4	6,20	37	57,43	70	108,66
5	7,76	38	58,98	71	110,21
6	9,31	39	60,54	72	111,76
7	10,86	40	62,09	73	113,31
8	12,41	41	63,64	74	114,87
9	13,97	42	65,19	75	116,42
10	15,52	43	66,74	76	117,97
11	17,07	44	68,30	77	119,52
12	18,62	45	69,85	78	121,08
13	20,18	46	71,40	79	122,63
14	21,73	47	72,95	80	124,18
15	23,28	48	74,51	81	125,73
16	24,83	49	76,06	82	127,28
17	26,38	50	77,61	83	128,84
18	27,94	51	79,16	84	130,39
19	29,49	52	80,72	85	131,94
20	31,04	53	82,27	86	133,49
21	32,59	54	83,82	87	135,05
22	34,15	55	85,37	88	136,60
23	35,70	56	86,92	89	138,15
24	37,25	57	88,48	90	139,70
25	38,80	58	90,03	91	141,26
26	40,36	59	91,58	92	142,81
27	41,91	60	93,13	93	144,36
28	43,46	61	94,69	94	145,91
29	45,01	62	96,24	95	147,46
30	46,56	63	97,79	96	149,02
31	48,12	64	99,34	97	150,57
32	49,67	65	100,90	98	152,12
33	51,22	66	102,45	99	153,67
34	52,77	67	104,00	100	155,23

16,87 Zoll Durchm.

54 Zoll = 4 1/2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,22	35	56,40	68	109,57
3	4,83	36	58,01	69	111,18
4	6,44	37	59,62	70	112,80
5	8,05	38	61,23	71	114,41
6	9,66	39	62,84	72	116,02
7	11,28	40	64,45	73	117,63
8	12,89	41	66,06	74	119,24
9	14,50	42	67,68	75	120,85
10	16,11	43	69,29	76	122,46
11	17,72	44	70,90	77	124,08
12	19,33	45	72,51	78	125,69
13	20,94	46	74,12	79	127,30
14	22,56	47	75,73	80	128,91
15	24,17	48	77,34	81	130,52
16	25,78	49	78,96	82	132,13
17	27,39	50	80,57	83	133,74
18	29,00	51	82,18	84	135,36
19	30,61	52	83,79	85	136,97
20	32,22	53	85,40	86	138,58
21	33,84	54	87,01	87	140,19
22	35,45	55	88,62	88	141,80
23	37,06	56	90,24	89	143,41
24	38,67	57	91,85	90	145,02
25	40,28	58	93,46	91	146,64
26	41,89	59	95,07	92	148,25
27	43,50	60	96,68	93	149,86
28	45,12	61	98,29	94	151,47
29	46,73	62	99,90	95	153,08
30	48,34	63	101,52	96	154,69
31	49,95	64	103,13	97	156,30
32	51,56	65	104,74	98	157,92
33	53,17	66	106,35	99	159,53
34	54,78	67	107,96	100	161,14

17,19 Zoll Durchm.

55 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,34	35	58,50	68	113,67
3	5,01	36	60,18	69	115,34
4	6,68	37	61,85	70	117,01
5	8,35	38	63,52	71	118,68
6	10,03	39	65,19	72	120,36
7	11,70	40	66,86	73	122,03
8	13,37	41	68,53	74	123,70
9	15,04	42	70,21	75	125,37
10	16,71	43	71,88	76	127,04
11	18,38	44	73,55	77	128,71
12	20,06	45	75,22	78	130,39
13	21,73	46	76,89	79	132,06
14	23,40	47	78,56	80	133,73
15	25,07	48	80,24	81	135,40
16	26,74	49	81,91	82	137,07
17	28,41	50	83,58	83	138,74
18	30,09	51	85,25	84	140,42
19	31,76	52	86,92	85	142,09
20	33,43	53	88,59	86	143,76
21	35,10	54	90,27	87	145,43
22	36,77	55	91,94	88	147,10
23	38,44	56	93,61	89	148,77
24	40,12	57	95,28	90	150,45
25	41,79	58	96,95	91	152,12
26	43,46	59	98,62	92	153,79
27	45,13	60	100,30	93	155,46
28	46,80	61	101,97	94	157,13
29	48,47	62	103,64	95	158,80
30	50,15	63	105,31	96	160,48
31	51,82	64	106,98	97	162,15
32	53,49	65	108,65	98	163,82
33	55,16	66	110,33	99	165,49
34	56,83	67	112,00	100	167,16

17,51 Zoll Durchm.

56 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,46	35	60,65	68	117,84
3	5,19	36	62,38	69	119,57
4	6,93	37	64,12	70	121,31
5	8,66	38	65,85	71	123,04
6	10,39	39	67,58	72	124,77
7	12,13	40	69,32	73	126,51
8	13,86	41	71,05	74	128,24
9	15,59	42	72,78	75	129,97
10	17,33	43	74,51	76	131,70
11	19,06	44	76,25	77	133,44
12	20,79	45	77,98	78	135,17
13	22,52	46	79,71	79	136,90
14	24,26	47	81,45	80	138,64
15	25,99	48	83,18	81	140,37
16	27,72	49	84,91	82	142,10
17	29,46	50	86,65	83	143,84
18	31,19	51	88,38	84	145,57
19	32,92	52	90,11	85	147,30
20	34,66	53	91,85	86	149,03
21	36,39	54	93,58	87	150,77
22	38,12	55	95,31	88	152,50
23	39,85	56	97,04	89	154,23
24	41,59	57	98,78	90	155,97
25	43,32	58	100,51	91	157,70
26	45,05	59	102,24	92	159,43
27	46,79	60	103,98	93	161,17
28	48,52	61	105,71	94	162,90
29	50,25	62	107,44	95	164,63
30	51,99	63	109,18	96	166,36
31	53,72	64	110,91	97	168,10
32	55,45	65	112,64	98	169,83
33	57,18	66	114,37	99	171,56
34	58,92	67	116,11	100	173,30

17,83 Zoll Durchm.

57 Zoll = 4 3/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,59	35	62,84	68	122,09
3	5,38	36	64,63	69	123,88
4	7,18	37	66,43	70	125,68
5	8,97	38	68,22	71	127,47
6	10,77	39	70,02	72	129,27
7	12,56	40	71,81	73	131,06
8	14,36	41	73,61	74	132,86
9	16,15	42	75,40	75	134,66
10	17,95	43	77,20	76	136,45
11	19,75	44	79,00	77	138,25
12	21,54	45	80,79	78	140,04
13	23,34	46	82,59	79	141,84
14	25,13	47	84,38	80	143,63
15	26,93	48	86,18	81	145,43
16	28,72	49	87,97	82	147,22
17	30,52	50	89,77	83	149,02
18	32,31	51	91,56	84	150,81
19	34,11	52	93,36	85	152,61
20	35,90	53	95,15	86	154,41
21	37,70	54	96,95	87	156,20
22	39,50	55	98,75	88	158,00
23	41,29	56	100,54	89	159,79
24	43,09	57	102,34	90	161,59
25	44,88	58	104,13	91	163,38
26	46,68	59	105,93	92	165,18
27	48,47	60	107,72	93	166,97
28	50,27	61	109,52	94	168,77
29	52,06	62	111,31	95	170,56
30	53,86	63	113,11	96	172,36
31	55,65	64	114,91	97	174,16
32	57,45	65	116,70	98	175,95
33	59,25	66	118,50	99	177,75
34	61,04	67	120,29	100	179,54

18,14 Zoll Durchm.

58 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,71	35	65,06	68	126,41
3	5,57	36	66,92	69	128,27
4	7,43	37	68,78	70	130,13
5	9,29	38	70,64	71	131,99
6	11,15	39	72,50	72	133,84
7	13,01	40	74,36	73	135,70
8	14,87	41	76,21	74	137,56
9	16,73	42	78,07	75	139,42
10	18,59	43	79,93	76	141,28
11	20,44	44	81,79	77	143,14
12	22,30	45	83,65	78	145,00
13	24,16	46	85,51	79	146,86
14	26,02	47	87,37	80	148,72
15	27,88	48	89,23	81	150,58
16	29,74	49	91,09	82	152,43
17	31,60	50	92,95	83	154,29
18	33,46	51	94,81	84	156,15
19	35,32	52	96,66	85	158,01
20	37,18	53	98,52	86	159,87
21	39,03	54	100,38	87	161,73
22	40,89	55	102,24	88	163,59
23	42,75	56	104,10	89	165,45
24	44,61	57	105,96	90	167,31
25	46,47	58	107,82	91	169,17
26	48,33	59	109,68	92	171,02
27	50,19	60	111,54	93	172,88
28	52,05	61	113,40	94	174,74
29	53,91	62	115,25	95	176,60
30	55,77	63	117,11	96	178,46
31	57,62	64	118,97	97	180,32
32	59,48	65	120,83	98	182,18
33	61,34	66	122,69	99	184,04
34	63,20	67	124,55	100	185,90

18,46 Zoll Durchm.

59 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,84	35	67,32	68	130,80
3	5,77	36	69,25	69	132,73
4	7,69	37	71,17	70	134,65
5	9,61	38	73,09	71	136,58
6	11,54	39	75,02	72	138,50
7	13,46	40	76,94	73	140,42
8	15,38	41	78,87	74	142,35
9	17,31	42	80,79	75	144,27
10	19,23	43	82,71	76	146,19
11	21,16	44	84,64	77	148,12
12	23,08	45	86,56	78	150,04
13	25,00	46	88,48	79	151,96
14	26,93	47	90,41	80	153,89
15	28,85	48	92,33	81	155,81
16	30,77	49	94,25	82	157,74
17	32,70	50	96,18	83	159,66
18	34,62	51	98,10	84	161,58
19	36,54	52	100,03	85	163,51
20	38,47	53	101,95	86	165,43
21	40,39	54	103,87	87	167,35
22	42,32	55	105,80	88	169,28
23	44,24	56	107,72	89	171,20
24	46,16	57	109,64	90	173,13
25	48,09	58	111,57	91	175,05
26	50,01	59	113,49	92	176,97
27	51,93	60	115,42	93	178,9[illegible]
28	53,86	61	117,34	94	180,82
29	55,78	62	119,26	95	182,74
30	57,71	63	121,19	96	184,67
31	59,63	64	123,11	97	186,5[illegible]
32	61,55	65	125,03	98	188,51
33	63,48	66	126,96	99	190,44
34	65,40	67	128,88	100	192,36

18,78 Zoll Durchm.

60 Zoll = 5 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	3,97	35	69,63	68	135,28
3	5,96	36	71,61	69	137,27
4	7,95	37	73,60	70	139,26
5	9,94	38	75,59	71	141,25
6	11,93	39	77,58	72	143,23
7	13,92	40	79,57	73	145,22
8	15,91	41	81,56	74	147,21
9	17,90	42	83,55	75	149,20
10	19,89	43	85,54	76	151,19
11	21,88	44	87,53	77	153,18
12	23,87	45	89,52	78	155,17
13	25,86	46	91,51	79	157,16
14	27,85	47	93,50	80	159,15
15	29,84	48	95,49	81	161,14
16	31,83	49	97,48	82	163,13
17	33,82	50	99,47	83	165,12
18	35,80	51	101,46	84	167,11
19	37,79	52	103,45	85	169,10
20	39,78	53	105,44	86	171,09
21	41,77	54	107,42	87	173,08
22	43,76	55	109,41	88	175,07
23	45,75	56	111,40	89	177,06
24	47,74	57	113,39	90	179,04
25	49,73	58	115,38	91	181,03
26	51,72	59	117,37	92	183,02
27	53,71	60	119,36	93	185,01
28	55,70	61	121,35	94	187,00
29	57,69	62	123,34	95	188,99
30	59,68	63	125,33	96	190,98
31	61,67	64	127,32	97	192,97
32	63,66	65	129,31	98	194,96
33	65,65	66	131,30	99	196,95
34	67,64	67	133,29	100	198,94

19,10 Zoll Durchm.

61 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,11	35	71,97	68	139,82
3	6,16	36	74,02	69	141,88
4	8,22	37	76,08	70	143,94
5	10,28	38	78,13	71	145,99
6	12,33	39	80,19	72	148,05
7	14,39	40	82,25	73	150,10
8	16,45	41	84,30	74	152,16
9	18,50	42	86,36	75	154,22
10	20,56	43	88,42	76	156,27
11	22,61	44	90,47	77	158,33
12	24,67	45	92,53	78	160,39
13	26,73	46	94,58	79	162,44
14	28,78	47	96,64	80	164,50
15	30,84	48	98,70	81	166,56
16	32,90	49	100,75	82	168,61
17	34,95	50	102,81	83	170,67
18	37,01	51	104,87	84	172,72
19	39,06	52	106,92	85	174,78
20	41,12	53	108,98	86	176,84
21	43,18	54	111,04	87	178,89
22	45,23	55	113,09	88	180,95
23	47,29	56	115,15	89	183,01
24	49,35	57	117,20	90	185,06
25	51,40	58	119,26	91	187,12
26	53,46	59	121,32	92	189,17
27	55,52	60	123,37	93	191,23
28	57,57	61	125,43	94	193,29
29	59,63	62	127,49	95	195,34
30	61,68	63	129,54	96	197,40
31	63,74	64	131,60	97	199,46
32	65,80	65	133,65	98	201,51
33	67,85	66	135,71	99	203,57
34	69,91	67	137,77	100	205,63

19,42 Zoll Durchm.

62 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,24	35	74,34	68	144,45
3	6,37	36	76,47	69	146,57
4	8,49	37	78,59	70	148,69
5	10,62	38	80,72	71	150,82
6	12,74	39	82,84	72	152,94
7	14,86	40	84,97	73	155,07
8	16,99	41	87,09	74	157,19
9	19,11	42	89,21	75	159,32
10	21,24	43	91,34	76	161,44
11	23,36	44	93,46	77	163,56
12	25,49	45	95,59	78	165,69
13	27,61	46	97,71	79	167,81
14	29,73	47	99,84	80	169,94
15	31,86	48	101,96	81	172,06
16	33,98	49	104,08	82	174,19
17	36,11	50	106,21	83	176,31
18	38,23	51	108,33	84	178,43
19	40,36	52	110,46	85	180,56
20	42,48	53	112,58	86	182,68
21	44,60	54	114,71	87	184,81
22	46,73	55	116,83	88	186,93
23	48,85	56	118,95	89	189,06
24	50,98	57	121,08	90	191,18
25	53,10	58	123,20	91	193,30
26	55,23	59	125,33	92	195,43
27	57,35	60	127,45	93	197,55
28	59,47	61	129,58	94	199,68
29	61,60	62	131,70	95	201,80
30	63,72	63	133,82	96	203,93
31	65,85	64	135,95	97	206,05
32	67,97	65	138,07	98	208,17
33	70,10	66	140,20	99	210,30
34	72,22	67	142,32	100	212,42

19,74 Zoll Durchm.

63 Zoll = 5 1/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,38	35	76,76	68	149,14
3	6,58	36	78,96	69	151,34
4	8,77	37	81,15	70	153,53
5	10,96	38	83,34	71	155,72
6	13,16	39	85,54	72	157,92
7	15,35	40	87,73	73	160,11
8	17,54	41	89,92	74	162,30
9	19,74	42	92,12	75	164,50
10	21,93	43	94,31	76	166,69
11	24,12	44	96,50	77	168,88
12	26,32	45	98,70	78	171,08
13	28,51	46	100,89	79	173,27
14	30,70	47	103,08	80	175,46
15	32,90	48	105,28	81	177,66
16	35,09	49	107,47	82	179,85
17	37,28	50	109,66	83	182,04
18	39,48	51	111,86	84	184,24
19	41,67	52	114,05	85	186,43
20	43,86	53	116,24	86	188,62
21	46,06	54	118,44	87	190,82
22	48,25	55	120,63	88	193,01
23	50,44	56	122,82	89	195,20
24	52,64	57	125,02	90	197,40
25	54,83	58	127,21	91	199,59
26	57,02	59	129,40	92	201,78
27	59,22	60	131,60	93	203,98
28	61,41	61	133,79	94	206,17
29	63,60	62	135,98	95	208,36
30	65,80	63	138,18	96	210,56
31	67,99	64	140,37	97	212,75
32	70,18	65	142,56	98	214,94
33	72,38	66	144,76	99	217,14
34	74,57	67	146,95	100	219,33

20,05 Zoll Durchm.

64 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,52	35	79,22	68	153,92
3	6,79	36	81,48	69	156,18
4	9,05	37	83,75	70	158,44
5	11,31	38	86,01	71	160,71
6	13,58	39	88,27	72	162,97
7	15,84	40	90,54	73	165,23
8	18,10	41	92,80	74	167,50
9	20,37	42	95,06	75	169,76
10	22,63	43	97,33	76	172,02
11	24,89	44	99,59	77	174,29
12	27,16	45	101,85	78	176,55
13	29,42	46	104,12	79	178,81
14	31,68	47	106,38	80	181,08
15	33,95	48	108,64	81	183,34
16	36,21	49	110,91	82	185,61
17	38,48	50	113,17	83	187,87
18	40,74	51	115,44	84	190,13
19	43,00	52	117,70	85	192,40
20	45,27	53	119,96	86	194,66
21	47,53	54	122,23	87	196,92
22	49,79	55	124,49	88	199,19
23	52,06	56	126,75	89	201,45
24	54,32	57	129,02	90	203,71
25	56,58	58	131,28	91	205,98
26	58,85	59	133,54	92	208,24
27	61,11	60	135,81	93	210,50
28	63,37	61	138,07	94	212,77
29	65,64	62	140,33	95	215,03
30	67,90	63	142,60	96	217,29
31	70,16	64	144,86	97	219,56
32	72,43	65	147,13	98	221,82
33	74,69	66	149,39	99	224,09
34	76,96	67	151,65	100	226,35

20,37 Zoll Durchm.

65 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,66	35	81,71	68	158,76
3	7,00	36	84,05	69	161,10
4	9,33	37	86,38	70	163,43
5	11,67	38	88,72	71	165,77
6	14,00	39	91,05	72	168,10
7	16,34	40	93,39	73	170,44
8	18,67	41	95,72	74	172,77
9	21,01	42	98,06	75	175,11
10	23,34	43	100,39	76	177,44
11	25,68	44	102,73	77	179,78
12	28,01	45	105,06	78	182,11
13	30,35	46	107,40	79	184,45
14	32,68	47	109,73	80	186,78
15	35,02	48	112,07	81	189,12
16	37,35	49	114,40	82	191,45
17	39,69	50	116,74	83	193,79
18	42,02	51	119,07	84	196,12
19	44,36	52	121,41	85	198,46
20	46,69	53	123,74	86	200,79
21	49,03	54	126,08	87	203,13
22	51,36	55	128,41	88	205,46
23	53,70	56	130,75	89	207,79
24	56,03	57	133,08	90	210,13
25	58,37	58	135,42	91	212,46
26	60,70	59	137,75	92	214,80
27	63,04	60	140,08	93	217,13
28	65,37	61	142,42	94	219,47
29	67,71	62	144,75	95	221,80
30	70,04	63	147,09	96	224,14
31	72,37	64	149,42	97	226,47
32	74,71	65	151,76	98	228,81
33	77,04	66	154,09	99	231,14
34	79,38	67	156,43	100	233,48

20,69 Zoll Durchm.

66 Zoll = 5 1/2 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,81	35	84,25	68	163,69
3	7,22	36	86,65	69	166,09
4	9,62	37	89,06	70	168,50
5	12,03	38	91,47	71	170,91
6	14,44	39	93,88	72	173,31
7	16,85	40	96,28	73	175,72
8	19,25	41	98,69	74	178,13
9	21,66	42	101,10	75	180,54
10	24,07	43	103,51	76	182,94
11	26,47	44	105,91	77	185,35
12	28,88	45	108,32	78	187,76
13	31,29	46	110,73	79	190,17
14	33,70	47	113,13	80	192,57
15	36,10	48	115,54	81	194,98
16	38,51	49	117,95	82	197,39
17	40,92	50	120,36	83	199,79
18	43,32	51	122,76	84	202,20
19	45,73	52	125,17	85	204,61
20	48,14	53	127,58	86	207,02
21	50,55	54	129,98	87	209,42
22	52,95	55	132,39	88	211,83
23	55,36	56	134,80	89	214,24
24	57,77	57	137,21	90	216,64
25	60,18	58	139,61	91	219,05
26	62,58	59	142,02	92	221,46
27	64,99	60	144,43	93	223,87
28	67,40	61	146,84	94	226,27
29	69,80	62	149,24	95	228,68
30	72,21	63	151,65	96	231,09
31	74,62	64	154,06	97	233,50
32	77,03	65	156,46	98	235,90
33	79,43	66	158,87	99	238,31
34	81,84	67	161,28	100	240,72

21,01 Zoll Durchm.

67 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	4,96	35	86,82	68	168,68
3	7,44	36	89,30	69	171,16
4	9,92	37	91,78	70	173,65
5	12,40	38	94,26	71	176,13
6	14,88	39	96,74	72	178,61
7	17,36	40	99,22	73	181,09
8	19,84	41	101,70	74	183,57
9	22,32	42	104,19	75	186,05
10	24,80	43	106,67	76	188,53
11	27,28	44	109,15	77	191,01
12	29,76	45	111,63	78	193,49
13	32,24	46	114,11	79	195,97
14	34,73	47	116,59	80	198,45
15	37,21	48	119,07	81	200,93
16	39,69	49	121,55	82	203,41
17	42,17	50	124,03	83	205,89
18	44,65	51	126,51	84	208,38
19	47,13	52	128,99	85	210,86
20	49,61	53	131,47	86	213,34
21	52,09	54	133,95	87	215,82
22	54,57	55	136,43	88	218,30
23	57,05	56	138,92	89	220,78
24	59,53	57	141,40	90	223,26
25	62,01	58	143,88	91	225,74
26	64,49	59	146,36	92	228,22
27	66,97	60	148,84	93	230,70
28	69,46	61	151,32	94	233,18
29	71,94	62	153,80	95	235,66
30	74,42	63	156,28	96	238,14
31	76,90	64	158,76	97	240,62
32	79,38	65	161,24	98	243,11
33	81,86	66	163,72	99	245,59
34	84,34	67	166,20	100	248,07

21,33 Zoll Durchm.

68 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,11	35	89,43	68	173,76
3	7,66	36	91,99	69	176,31
4	10,22	37	94,54	70	178,87
5	12,77	38	97,10	71	181,42
6	15,33	39	99,65	72	183,98
7	17,88	40	102,21	73	186,53
8	20,44	41	104,76	74	189,09
9	22,99	42	107,32	75	191,64
10	25,55	43	109,87	76	194,20
11	28,10	44	112,43	77	196,75
12	30,66	45	114,98	78	199,31
13	33,21	46	117,54	79	201,87
14	35,77	47	120,10	80	204,42
15	38,32	48	122,65	81	206,98
16	40,88	49	125,21	82	209,53
17	43,44	50	127,76	83	212,09
18	45,99	51	130,32	84	214,64
19	48,55	52	132,87	85	217,20
20	51,10	53	135,43	86	219,75
21	53,66	54	137,98	87	222,31
22	56,21	55	140,54	88	224,86
23	58,77	56	143,09	89	227,42
24	61,32	57	145,65	90	229,97
25	63,88	58	148,20	91	232,53
26	66,43	59	150,76	92	235,08
27	68,99	60	153,31	93	237,64
28	71,54	61	155,87	94	240,20
29	74,10	62	158,42	95	242,75
30	76,65	63	160,98	96	245,31
31	79,21	64	163,54	97	247,86
32	81,77	65	166,09	98	250,42
33	84,32	66	168,65	99	252,97
34	86,88	67	171,20	100	255,53

21,65 Zoll Durchm.

69 Zoll = 5 3/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,26	35	92,08	68	178,91
3	7,89	36	94,71	69	181,54
4	10,52	37	97,34	70	184,17
5	13,15	38	99,97	71	186,80
6	15,78	39	102,61	72	189,43
7	18,41	40	105,24	73	192,06
8	21,04	41	107,87	74	194,69
9	23,67	42	110,50	75	197,32
10	26,31	43	113,13	76	199,95
11	28,94	44	115,76	77	202,58
12	31,57	45	118,39	78	205,22
13	34,20	46	121,02	79	207,85
14	36,83	47	123,65	80	210,48
15	39,46	48	126,28	81	213,11
16	42,09	49	128,92	82	215,74
17	44,72	50	131,55	83	218,37
18	47,35	51	134,18	84	221,00
19	49,98	52	136,81	85	223,63
20	52,62	53	139,44	86	226,26
21	55,25	54	142,07	87	228,89
22	57,88	55	144,70	88	231,53
23	60,51	56	147,33	89	234,16
24	63,14	57	149,96	90	236,79
25	65,77	58	152,59	91	239,42
26	68,40	59	155,23	92	242,05
27	71,03	60	157,86	93	244,68
28	73,66	61	160,49	94	247,31
29	76,29	62	163,12	95	249,94
30	78,93	63	165,75	96	252,57
31	81,56	64	168,38	97	255,20
32	84,19	65	171,01	98	257,84
33	86,82	66	173,64	99	260,47
34	89,45	67	176,27	100	263,10

21,96 Zoll Durchm.

70 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,41	35	94,77	68	184,13
3	8,12	36	97,48	69	186,84
4	10,83	37	100,19	70	189,54
5	13,53	38	102,89	71	192,25
6	16,24	39	105,60	72	194,96
7	18,95	40	108,31	73	197,67
8	21,66	41	111,02	74	200,38
9	24,37	42	113,72	75	203,08
10	27,07	43	116,43	76	205,79
11	29,78	44	119,14	77	208,50
12	32,49	45	121,85	78	211,21
13	35,20	46	124,56	79	213,91
14	37,90	47	127,26	80	216,62
15	40,61	48	129,97	81	219,33
16	43,32	49	132,68	82	222,04
17	46,03	50	135,39	83	224,75
18	48,74	51	138,09	84	227,45
19	51,44	52	140,80	85	230,16
20	54,15	53	143,51	86	232,87
21	56,86	54	146,22	87	235,58
22	59,57	55	148,93	88	238,28
23	62,28	56	151,63	89	240,99
24	64,98	57	154,34	90	243,70
25	67,69	58	157,05	91	246,41
26	70,40	59	159,76	92	249,12
27	73,11	60	162,47	93	251,82
28	75,81	61	165,17	94	254,53
29	78,52	62	167,88	95	257,24
30	81,23	63	170,59	96	259,95
31	83,94	64	173,30	97	262,66
32	86,65	65	176,00	98	265,36
33	89,35	66	178,71	99	268,07
34	92,06	67	181,42	100	270,78

22,28 Zoll Durchm.

71 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,57	35	97,50	68	189,43
3	8,35	36	100,28	69	192,21
4	11,14	37	103,07	70	195,00
5	13,92	38	105,85	71	197,78
6	16,71	39	108,64	72	200,57
7	19,50	40	111,43	73	203,36
8	22,28	41	114,21	74	206,14
9	25,07	42	117,00	75	208,93
10	27,85	43	119,78	76	211,71
11	30,64	44	122,57	77	214,50
12	33,42	45	125,35	78	217,28
13	36,21	46	128,14	79	220,07
14	39,00	47	130,93	80	222,86
15	41,78	48	133,71	81	225,64
16	44,57	49	136,50	82	228,43
17	47,35	50	139,28	83	231,21
18	50,14	51	142,07	84	234,00
19	52,92	52	144,85	85	236,78
20	55,71	53	147,64	86	239,57
21	58,50	54	150,43	87	242,36
22	61,28	55	153,21	88	245,14
23	64,07	56	156,00	89	247,93
24	66,85	57	158,78	90	250,71
25	69,64	58	161,57	91	253,50
26	72,42	59	164,35	92	256,28
27	75,21	60	167,14	93	259,07
28	78,00	61	169,93	94	261,86
29	80,78	62	172,71	95	264,64
30	83,57	63	175,50	96	267,43
31	86,35	64	178,28	97	270,21
32	89,14	65	181,07	98	273,00
33	91,93	66	183,86	99	275,79
34	94,71	67	186,64	100	278,57

22,60 Zoll Durchm.

72 Zoll = 6 Fuß.						73 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	5,72	35	100,26	68	194,80	2	5,88	35	103,07	68	200,25
3	8,59	36	103,13	69	197,67	3	8,83	36	106,01	69	203,19
4	11,45	37	105,99	70	200,53	4	11,77	37	108,96	70	206,14
5	14,32	38	108,86	71	203,40	5	14,72	38	111,90	71	209,08
6	17,18	39	111,72	72	206,26	6	17,66	39	114,85	72	212,08
7	20,05	40	114,59	73	209,12	7	20,61	40	117,79	73	214,97
8	22,91	41	117,45	74	211,99	8	23,56	41	120,74	74	217,92
9	25,78	42	120,32	75	214,85	9	26,50	42	123,68	75	220,86
10	28,64	43	123,18	76	217,72	10	29,44	43	126,63	76	223,81
11	31,51	44	126,05	77	220,58	11	32,39	44	129,57	77	226,75
12	34,37	45	128,91	78	223,45	12	35,33	45	132,52	78	229,70
13	37,24	46	131,78	79	226,31	13	38,28	46	135,46	79	232,64
14	40,10	47	134,64	80	229,18	14	41,22	47	138,41	80	235,59
15	42,97	48	137,50	81	232,04	15	44,17	48	141,35	81	238,53
16	45,83	49	140,37	82	234,91	16	47,11	49	144,30	82	241,48
17	48,70	50	143,23	83	237,77	17	50,06	50	147,24	83	244,42
18	51,56	51	146,10	84	240,64	18	53,00	51	150,19	84	247,37
19	54,43	52	148,96	85	243,50	19	55,95	52	153,13	85	250,31
20	57,29	53	151,83	86	246,37	20	58,89	53	156,08	86	253,26
21	60,16	54	154,69	87	249,23	21	61,84	54	159,02	87	256,20
22	63,02	55	157,56	88	252,10	22	64,78	55	161,97	88	259,15
23	65,89	56	160,42	89	254,96	23	67,73	56	164,91	89	262,09
24	68,75	57	163,29	90	257,83	24	70,67	57	167,86	90	265,04
25	71,61	58	166,15	91	260,69	25	73,62	58	170,80	91	267,98
26	74,48	59	169,02	92	263,56	26	76,56	59	173,75	92	270,93
27	77,34	60	171,88	93	266,42	27	79,51	60	176,69	93	273,87
28	80,21	61	174,75	94	269,29	28	82,45	61	179,64	94	276,82
29	83,07	62	177,61	95	272,15	29	85,40	62	182,58	95	279,76
30	85,94	63	180,48	96	275,01	30	88,34	63	185,52	96	282,71
31	88,80	64	183,34	97	277,88	31	91,29	64	188,47	97	285,65
32	91,67	65	186,21	98	280,74	32	94,23	65	191,41	98	288,60
33	94,53	66	189,07	99	283,61	33	97,18	66	194,36	99	291,54
34	97,40	67	191,94	100	286,47	34	100,12	67	197,30	100	294,49
22,92 Zoll Durchm.						23,24 Zoll Durchm.					

74 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,05	35	105,91	68	205,77
3	9,07	36	108,94	69	208,80
4	12,10	37	111,96	70	211,83
5	15,13	38	114,99	71	214,85
6	18,15	39	118,01	72	217,88
7	21,18	40	121,04	73	220,90
8	24,20	41	124,07	74	223,93
9	27,23	42	127,09	75	226,96
10	30,26	43	130,12	76	229,98
11	33,28	44	133,15	77	233,01
12	36,31	45	136,17	78	236,03
13	39,33	46	139,20	79	239,06
14	42,36	47	142,22	80	242,09
15	45,39	48	145,25	81	245,11
16	48,41	49	148,28	82	248,14
17	51,44	50	151,30	83	251,17
18	54,47	51	154,33	84	254,19
19	57,49	52	157,35	85	257,22
20	60,52	53	160,38	86	260,24
21	63,54	54	163,41	87	263,27
22	66,57	55	166,43	88	266,30
23	69,60	56	169,46	89	269,32
24	72,62	57	172,49	90	272,35
25	75,65	58	175,51	91	275,37
26	78,67	59	178,54	92	278,40
27	81,70	60	181,56	93	281,43
28	84,73	61	184,59	94	284,45
29	87,75	62	187,62	95	287,48
30	90,78	63	190,64	96	290,51
31	93,81	64	193,67	97	293,53
32	96,83	65	196,69	98	296,56
33	99,86	66	199,72	99	299,58
34	102,88	67	202,75	100	302,61

23,55 Zoll Durchm.

75 Zoll = 6 1/4 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,21	35	108,79	68	211,37
3	9,32	36	111,90	69	214,48
4	12,43	37	115,01	70	217,59
5	15,54	38	118,12	71	220,70
6	18,65	39	121,23	72	223,81
7	21,75	40	124,33	73	226,91
8	24,86	41	127,44	74	230,02
9	27,97	42	130,55	75	233,13
10	31,08	43	133,66	76	236,24
11	34,19	44	136,77	77	239,35
12	37,30	45	139,88	78	242,46
13	40,41	46	142,99	79	245,57
14	43,51	47	146,09	80	248,67
15	46,62	48	149,20	81	251,78
16	49,73	49	152,31	82	254,89
17	52,84	50	155,42	83	258,00
18	55,95	51	158,53	84	261,11
19	59,06	52	161,64	85	264,22
20	62,16	53	164,74	86	267,33
21	65,27	54	167,85	87	270,43
22	68,38	55	170,96	88	273,54
23	71,49	56	174,07	89	276,65
24	74,60	57	177,18	90	279,76
25	77,71	58	180,29	91	282,87
26	80,82	59	183,40	92	285,98
27	83,92	60	186,50	93	289,08
28	87,03	61	189,61	94	292,19
29	90,14	62	192,72	95	295,30
30	93,25	63	195,83	96	298,41
31	96,36	64	198,94	97	301,52
32	99,47	65	202,05	98	304,63
33	102,58	66	205,16	99	307,74
34	105,68	67	208,26	100	310,84

23,87 Zoll Durchm.

76 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,38	35	111,71	68	217,05
3	9,57	36	114,90	69	220,24
4	12,76	37	118,10	70	223,43
5	15,95	38	121,29	71	226,62
6	19,15	39	124,48	72	229,81
7	22,34	40	127,67	73	233,01
8	25,53	41	130,86	74	236,20
9	28,72	42	134,06	75	239,39
10	31,91	43	137,25	76	242,58
11	35,11	44	140,44	77	245,77
12	38,30	45	143,63	78	248,97
13	41,49	46	146,82	79	252,16
14	44,68	47	150,02	80	255,35
15	47,87	48	153,21	81	258,54
16	51,07	49	156,40	82	261,73
17	54,26	50	159,59	83	264,93
18	57,45	51	162,78	84	268,12
19	60,64	52	165,98	85	271,31
20	63,83	53	169,17	86	274,50
21	67,03	54	172,36	87	277,69
22	70,22	55	175,55	88	280,89
23	73,41	56	178,74	89	284,08
24	76,60	57	181,94	90	287,27
25	79,79	58	185,13	91	290,46
26	82,99	59	188,32	92	293,65
27	86,18	60	191,51	93	296,85
28	89,37	61	194,70	94	300,04
29	92,56	62	197,90	95	303,23
30	95,75	63	201,09	96	306,42
31	98,95	64	204,28	97	309,61
32	102,14	65	207,47	98	312,81
33	105,33	66	210,66	99	316,00
34	108,52	67	213,85	100	319,19
24,19 Zoll Durchm.					

77 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,55	35	114,67	68	222,80
3	9,82	36	117,95	69	226,07
4	13,10	37	121,23	70	229,35
5	16,38	38	124,50	71	232,63
6	19,65	39	127,78	72	235,90
7	22,93	40	131,05	73	239,18
8	26,21	41	134,33	74	242,46
9	29,48	42	137,61	75	245,73
10	32,76	43	140,88	76	249,01
11	36,04	44	144,16	77	252,28
12	39,31	45	147,44	78	255,56
13	42,59	46	150,71	79	258,84
14	45,87	47	153,99	80	262,11
15	49,14	48	157,27	81	265,39
16	52,42	49	160,54	82	268,67
17	55,70	50	163,82	83	271,94
18	58,97	51	167,10	84	275,22
19	62,25	52	170,37	85	278,50
20	65,52	53	173,65	86	281,77
21	68,80	54	176,93	87	285,05
22	72,08	55	180,20	88	288,33
23	75,35	56	183,48	89	291,60
24	78,63	57	186,75	90	294,88
25	81,91	58	190,03	91	298,16
26	85,18	59	193,31	92	301,43
27	88,46	60	196,58	93	304,71
28	91,74	61	199,86	94	307,99
29	95,01	62	203,14	95	311,26
30	98,29	63	206,41	96	314,54
31	101,57	64	209,69	97	317,81
32	104,84	65	212,97	98	321,09
33	108,12	66	216,24	99	324,37
34	111,40	67	219,52	100	327,64
24,51 Zoll Durchm.					

78 Zoll = 6⅙ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,72	35	117,67	68	228,62
3	10,08	36	121,03	69	231,98
4	13,44	37	124,39	70	235,35
5	16,81	38	127,76	71	238,71
6	20,17	39	131,12	72	242,07
7	23,53	40	134,48	73	245,43
8	26,89	41	137,84	74	248,79
9	30,25	42	141,21	75	252,16
10	33,62	43	144,57	76	255,52
11	36,98	44	147,93	77	258,88
12	40,34	45	151,29	78	262,24
13	43,70	46	154,65	79	265,60
14	47,07	47	158,02	80	268,97
15	50,43	48	161,38	81	272,33
16	53,79	49	164,74	82	275,69
17	57,15	50	168,10	83	279,05
18	60,51	51	171,46	84	282,42
19	63,88	52	174,83	85	285,78
20	67,24	53	178,19	86	289,14
21	70,60	54	181,55	87	292,50
22	73,96	55	184,91	88	295,86
23	77,32	56	188,28	89	299,28
24	80,69	57	191,64	90	302,59
25	84,05	58	195,00	91	305,95
26	87,41	59	198,36	92	309,31
27	90,77	60	201,72	93	312,67
28	94,14	61	205,09	94	316,04
29	97,50	62	208,45	95	319,40
30	100,86	63	211,81	96	322,76
31	104,22	64	215,17	97	326,12
32	107,58	65	218,53	98	329,49
33	110,95	66	221,90	99	332,85
34	114,31	67	225,26	100	336,21

24,83 Zoll Durchm.

79 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	6,89	35	120,71	68	234,52
3	10,34	36	124,16	69	237,97
4	13,79	37	127,60	70	241,42
5	17,24	38	131,05	71	244,87
6	20,69	39	134,50	72	248,32
7	24,14	40	137,95	73	251,77
8	27,59	41	141,40	74	255,21
9	31,04	42	144,85	75	258,66
10	34,48	43	148,30	76	262,11
11	37,93	44	151,75	77	265,56
12	41,38	45	155,20	78	269,01
13	44,83	46	158,64	79	272,46
14	48,28	47	162,09	80	275,91
15	51,73	48	165,54	81	279,36
16	55,18	49	168,99	82	282,81
17	58,63	50	172,44	83	286,25
18	62,08	51	175,89	84	289,70
19	65,52	52	179,34	85	293,15
20	68,97	53	182,79	86	296,60
21	72,42	54	186,24	87	300,05
22	75,87	55	189,69	88	303,50
23	79,32	56	193,13	89	306,95
24	82,77	57	196,58	90	310,40
25	86,22	58	200,03	91	313,85
26	89,67	59	203,48	92	317,29
27	93,12	60	206,93	93	320,74
28	96,56	61	210,38	94	324,19
29	100,01	62	213,83	95	327,64
30	103,46	63	217,28	96	331,09
31	106,91	64	220,73	97	334,54
32	110,36	65	224,17	98	337,99
33	113,81	66	227,62	99	341,44
34	117,26	67	231,07	100	344,89

25,15 Zoll Durchm.

80 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,07	35	123,78	68	240,50
3	10,61	36	127,32	69	244,03
4	14,14	37	130,86	70	247,57
5	17,68	38	134,39	71	251,11
6	21,22	39	137,93	72	254,64
7	24,75	40	141,47	73	258,18
8	28,29	41	145,00	74	261,72
9	31,83	42	148,54	75	265,25
10	35,36	43	152,08	76	268,79
11	38,90	44	155,61	77	272,33
12	42,44	45	159,15	78	275,86
13	45,97	46	162,69	79	279,40
14	49,51	47	166,22	80	282,94
15	53,05	48	169,76	81	286,47
16	56,58	49	173,30	82	290,01
17	60,12	50	176,83	83	293,55
18	63,66	51	180,37	84	297,08
19	67,19	52	183,91	85	300,62
20	70,73	53	187,44	86	304,16
21	74,27	54	190,98	87	307,69
22	77,80	55	194,52	88	311,23
23	81,34	56	198,05	89	314,77
24	84,88	57	201,59	90	318,31
25	88,41	58	205,13	91	321,84
26	91,95	59	208,67	92	325,38
27	95,49	60	212,20	93	328,92
28	99,02	61	215,74	94	332,45
29	102,56	62	219,28	95	335,99
30	106,10	63	222,81	96	339,53
31	109,64	64	226,35	97	343,06
32	113,17	65	229,89	98	346,60
33	116,71	66	233,42	99	350,14
34	120,25	67	236,96	100	353,67

25,46 Zoll Durchm.

81 Zoll = 6 3/4 Fuß.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,25	35	126,90	68	246,55
3	10,87	36	130,52	69	250,17
4	14,50	37	134,15	70	253,80
5	18,12	38	137,77	71	257,42
6	21,75	39	141,40	72	261,05
7	25,38	40	145,03	73	264,67
8	29,00	41	148,65	74	268,30
9	32,63	42	152,28	75	271,93
10	36,25	43	155,90	76	275,55
11	39,88	44	159,53	77	279,18
12	43,50	45	163,15	78	282,80
13	47,13	46	166,78	79	286,43
14	50,76	47	170,41	80	290,06
15	54,38	48	174,03	81	293,68
16	58,01	49	177,66	82	297,31
17	61,63	50	181,28	83	300,93
18	65,26	51	184,91	84	304,56
19	68,88	52	188,53	85	308,18
20	72,51	53	192,16	86	311,81
21	76,14	54	195,79	87	315,44
22	79,76	55	199,41	88	319,06
23	83,39	56	203,04	89	322,69
24	87,01	57	206,66	90	326,31
25	90,64	58	210,29	91	329,94
26	94,26	59	213,91	92	333,56
27	97,89	60	217,54	93	337,19
28	101,52	61	221,17	94	340,82
29	105,14	62	224,79	95	344,44
30	108,77	63	228,42	96	348,07
31	112,39	64	232,04	97	351,69
32	116,02	65	235,67	98	355,32
33	119,64	66	239,29	99	358,94
34	123,27	67	242,92	100	362,57

25,78 Zoll Durchm.

82 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,43	35	130,05	68	252,67
3	11,14	36	133,76	69	256,39
4	14,86	37	137,48	70	260,10
5	18,57	38	141,20	71	263,82
6	22,29	39	144,91	72	267,53
7	26,01	40	148,63	73	271,25
8	29,72	41	152,34	74	274,97
9	33,44	42	156,06	75	278,68
10	37,15	43	159,78	76	282,40
11	40,87	44	163,49	77	286,11
12	44,58	45	167,21	78	289,83
13	48,30	46	170,92	79	293,55
14	52,02	47	174,64	80	297,26
15	55,73	48	178,35	81	300,98
16	59,45	49	182,07	82	304,69
17	63,16	50	185,79	83	308,41
18	66,88	51	189,50	84	312,12
19	70,60	52	193,22	85	315,84
20	74,31	53	196,93	86	319,56
21	78,03	54	200,65	87	323,27
22	81,74	55	204,37	88	326,99
23	85,46	56	208,08	89	330,70
24	89,17	57	211,80	90	334,42
25	92,89	58	215,51	91	338,14
26	96,61	59	219,23	92	341,85
27	100,32	60	222,94	93	345,57
28	104,04	61	226,66	94	349,28
29	107,75	62	230,38	95	353,00
30	111,47	63	234,09	96	356,71
31	115,19	64	237,81	97	360,43
32	118,90	65	241,52	98	364,15
33	122,62	66	245,24	99	367,86
34	126,33	67	248,96	100	371,58

26,10 Zoll Durchm.

83 Zoll.

Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,61	35	133,24	68	258,87
3	11,42	36	137,05	69	262,68
4	15,22	37	140,85	70	266,49
5	19,03	38	144,66	71	270,29
6	22,84	39	148,47	72	274,10
7	26,64	40	152,28	73	277,91
8	30,45	41	156,08	74	281,71
9	34,26	42	159,89	75	285,52
10	38,07	43	163,70	76	289,33
11	41,87	44	167,50	77	293,13
12	45,68	45	171,31	78	296,94
13	49,49	46	175,12	79	300,75
14	53,29	47	178,92	80	304,56
15	57,10	48	182,73	81	308,36
16	60,91	49	186,54	82	312,17
17	64,71	50	190,35	83	315,98
18	68,52	51	194,15	84	319,78
19	72,33	52	197,96	85	323,59
20	76,14	53	201,77	86	327,40
21	79,94	54	205,57	87	331,20
22	83,75	55	209,38	88	335,01
23	87,56	56	213,19	89	338,82
24	91,36	57	216,99	90	342,63
25	95,17	58	220,80	91	346,43
26	98,98	59	224,61	92	350,24
27	102,78	60	228,42	93	354,05
28	106,59	61	232,22	94	357,85
29	110,40	62	236,03	95	361,66
30	114,21	63	239,84	96	365,47
31	118,01	64	243,64	97	369,27
32	121,82	65	247,45	98	373,08
33	125,63	66	251,26	99	376,89
34	129,43	67	255,0	100	380,70

26,42 Zoll Durchm.

84 Zoll = 7 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,79	35	136,47	68	265,15
3	11,69	36	140,37	69	269,05
4	15,59	37	144,27	70	272,95
5	19,49	38	148,17	71	276,85
6	23,39	39	152,07	72	280,74
7	27,29	40	155,97	73	284,64
8	31,19	41	159,87	74	288,54
9	35,09	42	163,77	75	292,44
10	38,99	43	167,66	76	296,34
11	42,89	44	171,56	77	300,24
12	46,79	45	175,46	78	304,14
13	50,69	46	179,36	79	308,04
14	54,59	47	183,26	80	311,94
15	58,48	48	187,16	81	315,84
16	62,38	49	191,06	82	319,74
17	66,28	50	194,96	83	323,64
18	70,18	51	198,86	84	327,54
19	74,08	52	202,76	85	331,44
20	77,98	53	206,66	86	335,33
21	81,88	54	210,56	87	339,23
22	85,78	55	214,46	88	343,13
23	89,68	56	218,36	89	347,03
24	93,58	57	222,26	90	350,93
25	97,48	58	226,15	91	354,83
26	101,38	59	230,05	92	358,73
27	105,28	60	233,95	93	362,63
28	109,18	61	237,85	94	366,53
29	113,07	62	241,75	95	370,43
30	116,97	63	245,65	96	374,33
31	120,87	64	249,55	97	378,23
32	124,77	65	253,45	98	382,13
33	128,67	66	257,35	99	386,03
34	132,57	67	261,25	100	389,93

26,74 Zoll Durchm.

85 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	7,98	35	139,74	68	271,50
3	11,97	36	143,73	69	275,49
4	15,97	37	147,72	70	279,48
5	19,96	38	151,72	71	283,48
6	23,95	39	155,71	72	287,47
7	27,94	40	159,70	73	291,46
8	31,94	41	163,70	74	295,45
9	35,93	42	167,69	75	299,45
10	39,92	43	171,68	76	303,44
11	43,91	44	175,67	77	307,43
12	47,91	45	179,67	78	311,42
13	51,90	46	183,66	79	315,42
14	55,89	47	187,65	80	319,41
15	59,89	48	191,64	81	323,40
16	63,88	49	195,64	82	327,40
17	67,87	50	199,63	83	331,39
18	71,86	51	203,62	84	335,38
19	75,86	52	207,61	85	339,37
20	79,85	53	211,61	86	343,37
21	83,84	54	215,60	87	347,36
22	87,83	55	219,59	88	351,35
23	91,83	56	223,59	89	355,34
24	95,82	57	227,58	90	359,34
25	99,81	58	231,57	91	363,33
26	103,80	59	235,56	92	367,32
27	107,80	60	239,56	93	371,32
28	111,79	61	243,55	94	375,31
29	115,78	62	247,54	95	379,30
30	119,78	63	251,53	96	383,29
31	123,77	64	255,53	97	387,29
32	127,76	65	259,52	98	391,28
33	131,75	66	263,51	99	395,27
34	135,75	67	267,51	100	399,26

27,06 Zoll Durchm.

86 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,17	35	143,05	68	277,92
3	12,26	36	147,13	69	282,01
4	16,34	37	151,22	70	286,10
5	20,43	38	155,31	71	290,19
6	24,52	39	159,40	72	294,27
7	28,61	40	163,48	73	298,36
8	32,69	41	167,57	74	302,45
9	36,78	42	171,66	75	306,53
10	40,87	43	175,74	76	310,62
11	44,95	44	179,83	77	314,71
12	49,04	45	183,92	78	318,80
13	53,13	46	188,01	79	322,88
14	57,22	47	192,09	80	326,97
15	61,30	48	196,18	81	331,06
16	65,39	49	200,27	82	335,14
17	69,48	50	204,35	83	339,23
18	73,56	51	208,44	84	343,32
19	77,65	52	212,53	85	347,41
20	81,74	53	216,62	86	351,49
21	85,83	54	220,70	87	355,58
22	89,91	55	224,79	88	359,67
23	94,00	56	228,88	89	363,75
24	98,09	57	232,96	90	367,84
25	102,17	58	237,05	91	371,93
26	106,26	59	241,14	92	376,02
27	110,35	60	245,23	93	380,10
28	114,44	61	249,31	94	384,19
29	118,52	62	253,40	95	388,28
30	122,61	63	257,49	96	392,37
31	126,70	64	261,58	97	396,45
32	130,79	65	265,66	98	400,54
33	134,87	66	269,75	99	404,63
34	138,96	67	273,84	100	408,71

27,37 Zoll Durchm.

87 Zoll = 7¼ Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,36	35	146,39	68	284,42
3	12,54	36	150,58	69	288,61
4	16,73	37	154,76	70	292,79
5	20,91	38	158,94	71	296,97
6	25,09	39	163,12	72	301,16
7	29,27	40	167,31	73	305,34
8	33,46	41	171,49	74	309,52
9	37,64	42	175,67	75	313,70
10	41,82	43	179,85	76	317,89
11	46,01	44	184,04	77	322,07
12	50,19	45	188,22	78	326,25
13	54,37	46	192,40	79	330,44
14	58,55	47	196,59	80	334,62
15	62,74	48	200,77	81	338,80
16	66,92	49	204,95	82	342,98
17	71,10	50	209,13	83	347,17
18	75,29	51	213,32	84	351,35
19	79,47	52	217,50	85	355,53
20	83,65	53	221,68	86	359,71
21	87,83	54	225,87	87	363,90
22	92,02	55	230,05	88	368,08
23	96,20	56	234,23	89	372,26
24	100,38	57	238,41	90	376,45
25	104,56	58	242,60	91	380,63
26	108,75	59	246,78	92	384,81
27	112,93	60	250,96	93	388,99
28	117,11	61	255,15	94	393,18
29	121,30	62	259,33	95	397,36
30	125,48	63	263,51	96	401,54
31	129,66	64	267,69	97	405,73
32	133,84	65	271,88	98	409,91
33	138,03	66	276,06	99	414,09
34	142,21	67	280,24	100	418,27

27,69 Zoll Durchm.

88 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,55	35	149,78	68	291,60
3	12,83	36	154,06	69	295,28
4	17,11	37	158,34	70	299,56
5	21,39	38	162,62	71	303,84
6	25,67	39	166,90	72	308,12
7	29,95	40	171,18	73	312,40
8	34,23	41	175,45	74	316,68
9	38,51	42	179,73	75	320,96
10	42,79	43	184,01	76	325,24
11	47,07	44	188,29	77	329,52
12	51,35	45	192,57	78	333,80
13	55,63	46	196,85	79	338,08
14	59,91	47	201,13	80	342,36
15	64,19	48	205,41	81	346,63
16	68,47	49	209,69	82	350,91
17	72,75	50	213,97	83	355,19
18	77,03	51	218,25	84	359,47
19	81,31	52	222,53	85	363,75
20	85,59	53	226,81	86	368,03
21	89,86	54	231,09	87	372,31
22	94,14	55	235,37	88	376,59
23	98,42	56	239,65	89	380,87
24	102,70	57	243,93	90	385,15
25	106,98	58	248,21	91	389,43
26	111,26	59	252,49	92	393,71
27	115,54	60	256,77	93	397,99
28	119,82	61	261,04	94	402,27
29	124,10	62	265,32	95	406,55
30	128,38	63	269,60	96	410,83
31	132,66	64	273,88	97	415,11
32	136,94	65	278,16	98	419,39
33	141,22	66	282,44	99	423,67
34	145,50	67	286,72	100	427,95

28,01 Zoll Durchm.

89 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,75	35	153,20	68	297,65
3	13,13	36	157,58	69	302,03
4	17,50	37	161,96	70	306,41
5	21,88	38	166,33	71	310,78
6	26,26	39	170,71	72	315,16
7	30,64	40	175,09	73	319,54
8	35,01	41	179,46	74	323,92
9	39,39	42	183,84	75	328,29
10	43,77	43	188,22	76	332,67
11	48,15	44	192,60	77	337,05
12	52,52	45	196,97	78	341,43
13	56,90	46	201,35	79	345,80
14	61,28	47	205,73	80	350,18
15	65,65	48	210,11	81	354,56
16	70,03	49	214,48	82	358,93
17	74,41	50	218,86	83	363,31
18	78,79	51	223,24	84	367,69
19	83,16	52	227,62	85	372,07
20	87,54	53	231,99	86	376,44
21	91,92	54	236,37	87	380,82
22	96,30	55	240,75	88	385,20
23	100,67	56	245,12	89	389,58
24	105,05	57	249,50	90	393,95
25	109,43	58	253,88	91	398,33
26	113,81	59	258,26	92	402,71
27	118,18	60	262,63	93	407,08
28	122,56	61	267,01	94	411,46
29	126,94	62	271,39	95	415,84
30	131,31	63	275,77	96	420,22
31	135,69	64	280,14	97	424,59
32	140,07	65	284,52	98	428,97
33	144,45	66	288,90	99	433,35
34	148,82	67	293,27	100	437,73

28,33 Zoll Durchm.

90 Zoll = 7 1/2 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	8,95	35	156,66	68	304,38
3	13,42	36	161,14	69	308,85
4	17,90	37	165,62	70	313,33
5	22,38	38	170,09	71	317,81
6	26,85	39	174,57	72	322,28
7	31,33	40	179,04	73	326,76
8	35,80	41	183,52	74	331,24
9	40,28	42	188,00	75	335,71
10	44,76	43	192,47	76	340,19
11	49,23	44	196,95	77	344,66
12	53,71	45	201,43	78	349,14
13	58,19	46	205,90	79	353,62
14	62,66	47	210,38	80	358,09
15	67,14	48	214,85	81	362,57
16	71,61	49	219,33	82	367,05
17	76,09	50	223,81	83	371,52
18	80,57	51	228,28	84	376,00
19	85,04	52	232,76	85	380,47
20	89,52	53	237,24	86	384,95
21	94,00	54	241,71	87	389,43
22	98,47	55	246,19	88	393,90
23	102,95	56	250,66	89	398,38
24	107,42	57	255,14	90	402,86
25	111,90	58	259,62	91	407,33
26	116,38	59	264,09	92	411,81
27	120,85	60	268,57	93	416,28
28	125,33	61	273,05	94	420,76
29	129,81	62	277,52	95	425,24
30	134,28	63	282,00	96	429,71
31	138,76	64	286,47	97	434,19
32	143,23	65	290,95	98	438,67
33	147,71	66	295,43	99	443,14
34	152,19	67	299,90	100	447,62

28,65 Zoll Durchm.

91 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,15	35	160,16	68	311,18
3	13,72	36	164,74	69	315,76
4	18,30	37	169,32	70	320,83
5	22,88	38	173,89	71	324,91
6	27,45	39	178,47	72	329,49
7	32,03	40	183,05	73	334,06
8	36,61	41	187,62	74	338,64
9	41,18	42	192,20	75	343,21
10	45,76	43	196,77	76	347,79
11	50,33	44	201,35	77	352,37
12	54,91	45	205,93	78	356,94
13	59,49	46	210,50	79	361,52
14	64,06	47	215,08	80	366,10
15	68,64	48	219,66	81	370,67
16	73,22	49	224,23	82	375,25
17	77,79	50	228,81	83	379,82
18	82,37	51	233,38	84	384,40
19	86,94	52	237,96	85	388,98
20	91,52	53	242,54	86	393,55
21	96,10	54	247,11	87	398,13
22	100,67	55	251,69	88	402,71
23	105,25	56	256,27	89	407,28
24	109,83	57	260,84	90	411,86
25	114,40	58	265,42	91	416,43
26	118,98	59	269,99	92	421,01
27	123,55	60	274,57	93	425,59
28	128,13	61	279,15	94	430,16
29	132,71	62	283,72	95	434,74
30	137,28	63	288,30	96	439,32
31	141,86	64	292,88	97	443,89
32	146,44	65	297,45	98	448,47
33	151,01	66	302,03	99	453,04
34	155,59	67	306,60	100	457,62

28,97 Zoll Durchm.

92 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,35	35	163,70	68	318,06
3	14,03	36	168,38	69	322,73
4	18,70	37	173,06	70	327,41
5	23,38	38	177,74	71	332,09
6	28,06	39	182,41	72	336,77
7	32,74	40	187,09	73	341,44
8	37,41	41	191,77	74	346,12
9	42,09	42	196,45	75	350,80
10	46,77	43	201,12	76	355,48
11	51,45	44	205,80	77	360,16
12	56,12	45	210,48	78	364,83
13	60,80	46	215,15	79	369,51
14	65,48	47	219,83	80	374,19
15	70,16	48	224,51	81	378,86
16	74,83	49	229,19	82	383,54
17	79,51	50	233,86	83	388,22
18	84,19	51	238,54	84	392,90
19	88,87	52	243,22	85	397,57
20	93,54	53	247,90	86	402,25
21	98,22	54	252,57	87	406,93
22	102,90	55	257,25	88	411,61
23	107,57	56	261,93	89	416,28
24	112,25	57	266,61	90	420,96
25	116,93	58	271,28	91	425,64
26	121,61	59	275,96	92	430,31
27	126,28	60	280,64	93	434,99
28	130,96	61	285,32	94	439,67
29	135,64	62	289,99	95	444,35
30	140,32	63	294,67	96	449,02
31	144,99	64	299,35	97	453,70
32	149,67	65	304,03	98	458,38
33	154,35	66	308,70	99	463,06
34	159,03	67	313,38	100	467,73

29,28 Zoll Durchm.

93 Zoll = 7 3/4 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	9,55	35	167,28	68	325,01
3	14,33	36	172,06	69	329,79
4	19,11	37	176,84	70	334,57
5	23,89	38	181,62	71	339,35
6	28,67	39	186,40	72	344,13
7	33,45	40	191,18	73	348,91
8	38,23	41	195,96	74	353,69
9	43,01	42	200,74	75	358,47
10	47,79	43	205,52	76	363,25
11	52,57	44	210,30	77	368,03
12	57,35	45	215,08	78	372,81
13	62,13	46	219,86	79	377,58
14	66,91	47	224,64	80	382,36
15	71,69	48	229,42	81	387,14
16	76,47	49	234,20	82	391,92
17	81,25	50	238,98	83	396,70
18	86,03	51	243,76	84	401,48
19	90,81	52	248,54	85	406,26
20	95,59	53	253,31	86	411,04
21	100,37	54	258,09	87	415,82
22	105,15	55	262,87	88	420,60
23	109,93	56	267,65	89	425,38
24	114,71	57	272,43	90	430,16
25	119,49	58	277,21	91	434,94
26	124,27	59	281,99	92	439,72
27	129,04	60	286,77	93	444,50
28	133,82	61	291,55	94	449,28
29	138,60	62	296,33	95	454,06
30	143,38	63	301,11	96	458,84
31	148,16	64	305,89	97	463,62
32	152,94	65	310,67	98	468,40
33	157,72	66	315,45	99	473,18
34	162,50	67	320,23	100	477,96

29,60 Zoll Durchm.

II. Erfahrungs-Tafeln

über den

Massengehalt der Waldbäume,

von jeder Holzart angebend: die Gehaltshöhen zu den außen stehenden Scheitelhöhen H in Fußen mittler Größe, nebst den Formzahlen, nach fünf verschiedenen Gehalts- und Form-Klassen.

I. Kl. In mehr gedrängtem, dürftigem Stande, schmächtig und spitzig.
II. Kl. In mäßigem Schlusse, mehr kräftig und stammhaft.
III. Kl. In räumlichem und lichterm Stande, schaft- und kronenvoll.
IV. Kl. In freierm Stande, kürzer, breiter und dichter beastet.
V. Kl. In einzelnem Stande, niedrig und weit ausgebreitet. Die Nadelholzstämme stehen hier ausnahmsweise ohne alles Astholz; einschließlich desselben fallen sie der IV. Kl. anheim; die Nadelzweige sind in keiner Klasse mit begriffen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Die seltenern Klassen IV und V wurden kenntlich abgesondert, und zwischen den andern wurden noch Übergangsstufen eingeschaltet. Der Anfangspunkt zur Scheitelhöhe liegt um $\frac{1}{4}$ des Stockdurchmessers über der Bodenfläche; die Gehaltshöhenzahl begreift also das eigentliche Erdholz nicht mit. Zu der hier befindlichen Gehaltshöhe sucht man den Holzmassen-Gehalt in der Walzentafel unter der bezüglichen Stammstärke. Z. B.

1) Eine Buche II. Kl. mit 70′ H hätte 40,55 zur Gehaltshöhe und bei 4′ U. zum Massengehalt 51,62 Kfß.

2) Eine Fichte, ganz einzeln erwachsen, hätte ohne alles Astholz unter V. Kl. zu 50′ H nur 23,85 Gehaltshöhe und bei $4\frac{1}{2}$′ U., 38,43 Kfß. Einschließlich des vorausgesetzten Nutzungsverlustes würden diesem Stamme in der IV. Klasse mit 33,85 Gehaltshöhe 54,54 Kfß. zukommen können.

3) Fallen beizubehaltende Scheitelhöhen zwischen die hier von 5 zu 5 Fuß angenommenen, so berechnet man die zugehörige Gehaltshöhe nach dem dazwischen befindlichen Differenztheile. Eine Eiche von 83′ H, II. Kl. hat zur

Gehaltshöhe $46{,}93 + \frac{49{,}58 - 46{,}93}{5} \times 3 = 48{,}52$.

4) Wo die Scheitelhöhen der Tafeln eben nicht zureichen, sucht man die fragliche Gehaltshöhe nach der letzten Differenz. Eine 130′ hohe Fichte II. Kl. hätte nach der letztern Steigung über 110 hinaus auf jede 5′ Scheitelhöhe 2,21 Gehaltshöhenzunahme, also zur Gehaltshöhe 57.59 + 2,21 × 4 = 66,33.

5) Hätte in einem Kiefernbestande die ausgezählte Stärkenklasse von $3\frac{1}{2}$′ U. an 173 Stämmen im Durchschnitte 65′ H und II. Kl. (32,63 Gehaltshöhe): so ergäbe die Walzentafel:

Zur gesammten Stammgrundfläche	von 100 Stämmen	97,48 Kfß.
	von 73 »	71,16 »
	im Ganzen . . .	168,64 Kfß.
und dies multiplizirt mit der Gehaltshöhe	=	32,63 .
	an Massengehalt:	5502,72 Kfß.

---

96 Zoll = 8 Fuß.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	10,18	35	178,25	68	346,32
3	15,27	36	183,34	69	351,41
4	20,37	37	188,43	70	356,50
5	25,46	38	193,53	71	361,60
6	30,55	39	198,62	72	366,69
7	35,65	40	203,71	73	371,78
8	40,74	41	208,81	74	376,87
9	45,83	42	213,90	75	381,97
10	50,92	43	218,99	76	387,06
11	56,02	44	224,09	77	392,15
12	61,11	45	229,18	78	397,25
13	66,20	46	234,27	79	402,34
14	71,30	47	239,36	80	407,43
15	76,39	48	244,46	81	412,52
16	81,48	49	249,55	82	417,62
17	86,58	50	254,64	83	422,71
18	91,67	51	259,74	84	427,80
19	96,76	52	264,83	85	432,90
20	101,85	53	269,92	86	437,99
21	106,95	54	275,01	87	443,08
22	112,04	55	280,11	88	448,17
23	117,13	56	285,20	89	453,27
24	122,23	57	290,29	90	458,36
25	127,32	58	295,39	91	463,45
26	132,41	59	300,48	92	468,55
27	137,50	60	305,57	93	473,64
28	142,60	61	310,67	94	478,73
29	147,69	62	315,76	95	483,83
30	152,78	63	320,85	96	488,92
31	157,88	64	325,94	97	494,01
32	162,97	65	331,04	98	499,11
33	168,06	66	336,13	99	504,20
34	173,16	67	341,22	100	509,29

30,56 Zoll Durchm.

97 Zoll.					
Lfß.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lfß.	Kfß.
2	10,39	35	181,98	68	353,57
3	15,59	36	187,18	69	358,77
4	20,79	37	192,38	70	363,97
5	25,99	38	197,58	71	369,17
6	31,19	39	202,78	72	374,37
7	36,39	40	207,98	73	379,57
8	41,59	41	213,18	74	384,77
9	46,79	42	218,38	75	389,97
10	51,99	43	223,58	76	395,17
11	57,19	44	228,78	77	400,36
12	62,39	45	233,98	78	405,56
13	67,59	46	239,18	79	410,76
14	72,79	47	244,38	80	415,96
15	77,99	48	249,58	81	421,16
16	83,19	49	254,78	82	426,36
17	88,39	50	259,98	83	431,56
18	93,59	51	265,18	84	436,76
19	98,79	52	270,37	85	441,96
20	103,99	53	275,57	86	447,16
21	109,19	54	280,77	87	452,36
22	114,39	55	285,97	88	457,56
23	119,59	56	291,17	89	462,76
24	124,79	57	296,37	90	467,96
25	129,99	58	301,57	91	473,16
26	135,18	59	306,77	92	478,36
27	140,38	60	311,97	93	483,56
28	145,58	61	317,17	94	488,76
29	150,78	62	322,37	95	493,96
30	155,98	63	327,57	96	499,16
31	161,18	64	332,77	97	504,36
32	166,38	65	337,97	98	509,56
33	171,58	66	343,17	99	514,76
34	176,78	67	348,37	100	519,96

30,88 Zoll Durchm.

Gehaltshöhen und Formzahlen der Waldbuche und Hainbuche.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	8,53	8,88	9,22	9,67	10,12	11,24	12,57	15
20	11,30	11,77	12,23	12,83	13,43	14,92	16,68	20
25	14,03	14,62	15,21	15,96	16,71	18,56	20,76	25
30	16,73	17,44	18,16	19,06	19,96	22,17	24,79	30
Fz.	0,557	0,581	0,605	0,635	0,665	0,739	0,826	30
35	19,39	20,23	21,07	22,12	23,17	25,74	28,79	35
40	22,01	22,98	23,95	25,15	26,35	29,28	32,74	40
45	24,60	25,70	26,80	28,15	29,50	32,79	36,66	45
50	27,15	28,38	29,61	31,11	32,61	36,26	40,54	50
Fz.	0,543	0,567	0,592	0,622	0,652	0,725	0,810	50
55	29,66	31,03	32,40	34,05	35,70	39,69	44,38	55
60	32,13	33,64	35,15	36,95	38,75	43,09	48,18	60
65	34,57	36,22	37,87	39,82	41,77	46,46	51,94	65
70	36,97	38,76	40,55	42,65	44,75	49,79	55,66	70
Fz.	0,528	0,553	0,579	0,609	0,639	0,711	0,795	70
75	39,34	41,27	43,20	45,45	47,70	53,08	—	75
80	41,66	43,74	45,82	48,22	50,62	56,34	—	80
85	43,95	46,18	48,41	50,96	53,51	59,57	—	85
90	46,21	48,59	50,96	53,66	56,36	62,76	—	90
Fz.	0,513	0,539	0,566	0,596	0,626	0,697	—	90
95	48,42	50,96	53,49	56,34	59,19	—	—	95
100	50,60	53,29	55,97	58,97	61,97	—	—	100
105	52,75	55,59	58,43	61,58	64,73	—	—	105
110	54,85	57,85	60,86	64,16	67,46	—	—	110
Fz.	0,498	0,525	0,553	0,583	0,613	—	—	110

100 Zoll.				101 Zoll.				102 Z. = 8 1/2 F.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	11,05	35	193,41	2	11,27	35	197,30	2	11,49	35	201,23
3	16,57	36	198,94	3	16,91	36	202,94	3	17,24	36	206,98
4	22,10	37	204,46	4	22,54	37	208,57	4	22,99	37	212,73
5	27,63	38	209,99	5	28,18	38	214,21	5	28,74	38	218,47
6	33,15	39	215,52	6	33,82	39	219,85	6	34,49	39	224,22
7	38,68	40	221,04	7	39,46	40	225,49	7	40,24	40	229,97
8	44,20	41	226,57	8	45,09	41	231,12	8	45,99	41	235,72
9	49,73	42	232,10	9	50,73	42	236,76	9	51,74	42	241,47
10	55,26	43	237,62	10	56,37	43	242,40	10	57,49	43	247,22
11	60,78	44	243,15	11	62,01	44	248,04	11	63,24	44	252,97
12	66,31	45	248,67	12	67,64	45	253,67	12	68,99	45	258,72
13	71,84	46	254,20	13	73,28	46	259,31	13	74,74	46	264,47
14	77,36	47	259,73	14	78,92	47	264,95	14	80,49	47	270,22
15	82,89	48	265,25	15	84,55	48	270,58	15	86,24	48	275,97
16	88,41	49	270,78	16	90,19	49	276,22	16	91,99	49	281,72
17	93,94	50	276,31	17	95,83	50	281,86	17	97,74	50	287,47
18	99,47	51	281,83	18	101,47	51	287,50	18	103,49	51	293,22
19	104,99	52	287,36	19	107,10	52	293,13	19	109,23	52	298,97
20	110,52	53	292,88	20	112,74	53	298,77	20	114,98	53	304,72
21	116,05	54	298,41	21	118,38	54	304,41	21	120,73	54	310,47
22	121,57	55	303,94	22	124,02	55	310,05	22	126,48	55	316,22
23	127,10	56	309,46	23	129,65	56	315,68	23	132,23	56	321,97
24	132,62	57	314,99	24	135,29	57	321,32	24	137,98	57	327,71
25	138,15	58	320,52	25	140,93	58	326,96	25	143,73	58	3[illegible],46
26	143,68	59	326,04	26	146,56	59	332,60	26	149,48	59	339,21
27	149,20	60	331,57	27	152,20	60	338,23	27	155,23	60	344,96
28	154,73	65	359,20	28	157,84	65	366,42	28	160,98	65	373,71
29	160,26	70	386,83	29	163,48	70	394,61	29	166,73	70	402,46
30	165,78	75	414,46	30	169,11	75	422,79	30	172,48	75	431,21
31	171,31	80	442,09	31	174,75	80	450,98	31	178,23	80	459,95
32	176,83	85	469,72	32	180,39	85	479,16	32	183,98	85	488,70
33	182,36	90	497,35	33	186,03	90	507,35	33	189,73	90	517,45
34	187,89	100	552,62	34	191,66	100	563,72	34	195,48	100	574,94
31,83 Zoll Durchm.				32,15 Zoll Durchm.				32,47 Zoll Durchm.			

Gehaltshöhen und Formzahlen der Aspe, Pappel und Erle.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	8,23	8,51	8,78	9,08	9,38	10,13	11,16	15
20	10,91	11,28	11,66	12,05	12,45	13,45	14,81	20
25	13,55	14,02	14,48	14,98	15,48	16,73	18,42	25
30	16,15	16,72	17,29	17,89	18,49	19,99	22,00	30
Fz.	0,538	0,557	0,576	0,596	0,616	0,666	0,733	30.
35	18,72	19,39	20,06	20,76	21,46	23,21	25,55	35
40	21,25	22,03	22,80	23,60	24,40	26,40	29,05	40
45	23,75	24,63	25,52	26,42	27,32	29,57	32,52	45
50	26,21	27,20	28,20	29,20	30,20	32,70	35,96	50
Fz.	0,524	0,544	0,564	0,584	0,604	0,654	0,719	50
55	28,64	29,74	30,85	31,96	33,05	35,80	39,36	55
60	31,02	32,25	33,47	34,67	35,87	38,87	42,72	60
65	33,38	34,72	36,05	37,35	38,65	41,90	46,05	65
70	35,70	37,15	38,61	40,01	41,41	44,91	49,35	70
Fz	0,510	0,530	0,551	0,571	0,591	0,641	0,705	70
75	37,98	39,56	41,14	42,64	44,14	47,89	—	75
80	40,28	41,93	43,63	45,23	46,83	50,[illegible]	—	80.
85	42,44	44,27	46,10	47,80	49,50	53,75	—	85
90	44,61	46,57	48,53	50,33	52,13	56,63	—	90
Fz.	0,495	0,517	0,539	0,559	0,579	0,629	—	90
95	46,75	48,84	50,93	52,83	54,73	—	—	95
100	48,85	51,08	53,30	55,30	57,30	—	—	100
105	50,92	53,28	55,65	57,75	59,85	—	—	105
110	52,96	55,46	57,96	60,16	62,36	—	—	110
Fz.	0,481	0,504	0,526	0,546	0,566	—	—	110

106 Zoll.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	12,41	35	217,32
3	18,62	36	223,53
4	24,83	37	229,74
5	31,04	38	235,95
6	37,25	39	242,16
7	43,46	40	248,37
8	49,67	41	254,57
9	55,88	42	260,78
10	62,09	43	266,99
11	68,30	44	273,20
12	74,51	45	279,41
13	80,72	46	285,62
14	86,92	47	291,83
15	93,13	48	298,04
16	99,34	49	304,25
17	105,55	50	310,46
18	111,76	51	316,67
19	117,97	52	322,88
20	124,18	53	329,09
21	130,39	54	335,29
22	136,60	55	341,50
23	142,81	56	347,71
24	149,02	57	353,92
25	155,23	58	360,13
26	161,44	59	366,34
27	167,64	60	372,55
28	173,85	65	403,60
29	180,06	70	434,64
30	186,27	75	465,69
31	192,48	80	496,74
32	198,69	85	527,78
33	204,90	90	558,83
34	211,11	100	620,92
33,74 Zoll Durchm.			

107 Zoll.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	12,65	35	221,44
3	18,98	36	227,77
4	25,30	37	234,09
5	31,63	38	240,42
6	37,96	39	246,75
7	44,28	40	253,07
8	50,61	41	259,40
9	56,94	42	265,73
10	63,26	43	272,05
11	69,59	44	278,38
12	75,92	45	284,71
13	82,25	46	291,04
14	88,57	47	297,36
15	94,90	48	303,69
16	101,23	49	310,02
17	107,55	50	316,34
18	113,88	51	322,67
19	120,21	52	329,00
20	126,53	53	335,32
21	132,86	54	341,65
22	139,19	55	347,98
23	145,52	56	354,30
24	151,84	57	360,63
25	158,17	58	366,96
26	164,50	59	373,29
27	170,82	60	379,61
28	177,15	65	411,25
29	183,48	70	442,88
30	189,80	75	474,52
31	196,13	80	506,15
32	202,46	85	537,79
33	208,78	90	569,42
34	215,11	100	632,69
34,06 Zoll Durchm.			

108 Zoll = 9 Fuß.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	12,89	35	225,60
3	19,33	36	232,04
4	25,78	37	238,49
5	32,22	38	244,93
6	38,67	39	251,38
7	45,12	40	257,83
8	51,56	41	264,27
9	58,01	42	270,72
10	64,45	43	277,16
11	70,90	44	283,61
12	77,34	45	290,06
13	83,79	46	296,50
14	90,24	47	302,95
15	96,68	48	309,39
16	103,13	49	315,84
17	109,57	50	322,28
18	116,02	51	328,73
19	122,46	52	335,18
20	128,91	53	341,62
21	135,36	54	348,07
22	141,80	55	354,51
23	148,25	56	360,96
24	154,69	57	367,40
25	161,14	58	373,85
26	167,59	59	380,30
27	174,03	60	386,74
28	180,48	65	418,97
29	186,92	70	451,20
30	193,37	75	483,43
31	199,81	80	515,66
32	206,26	85	547,89
33	212,71	90	580,12
34	219,15	100	644,57
34,38 Zoll Durchm.			

Gehaltshöhen und Formzahlen der Lärche und Kiefer.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	7,36	7,66	7,96	8,40	8,85	10,01	6,75	15
20	9,76	10,16	10,56	11,15	11,73	13,26	8,93	20
25	12,13	12,63	13,13	13,85	14,58	16,47	11,08	25
30	14,47	15,07	15,67	16,53	17,40	19,65	13,20	30
Fz.	0,482	0,502	0,522	0,551	0,580	0,655	0,440	30
35	16,78	17,48	18,18	19,18	20,18	22,77	15,28	35
40	19,06	19,86	20,66	21,80	22,93	25,86	17,33	40
45	21,31	22,21	23,11	24,38	25,65	28,91	19,35	45
50	23,54	24,54	25,54	26,93	28,33	31,91	21,33	50
Fz.	0,470	0,490	0,510	0,538	0,566	0,638	0,426	50
55	25,73	26,83	27,93	29,46	30,98	34,88	23,28	55
60	27,90	29,10	30,30	31,95	33,60	37,80	25,20	60
65	30,03	31,33	32,63	34,41	36,18	40,68	27,08	65
70	32,14	33,54	34,94	36,83	38,73	43,51	28,98	70
Fz.	0,459	0,479	0,499	0,526	0,553	0,621	0,413	70
75	34,22	35,72	37,22	39,23	41,25	46,31	30,75	75
80	36,26	37,86	39,46	41,60	43,73	49,06	32,53	80
85	38,28	39,98	41,68	43,93	46,18	51,78	34,28	85
90	40,27	42,07	43,87	46,23	48,60	54,45	36,00	90
Fz.	0,447	0,467	0,487	0,513	0,540	0,605	0,400	90
95	42,23	44,13	46,03	48,51	50,98	—	—	95
100	44,16	46,16	48,16	50,75	53,33	—	—	100
110	47,94	50,14	52,34	55,14	—	—	—	110
120	51,60	54,00	56,40	59,40	—	—	—	120
Fz.	0,430	0,450	0,470	0,495	—	—	—	120

112 Zoll.				113 Zoll.				114 Z. = 9 1/2 F.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	13,86	35	242,62	2	14,11	35	246,97	2	14,36	35	251,36
3	20,79	36	249,55	3	21,16	36	254,03	3	21,54	36	258,54
4	27,72	37	256,48	4	28,22	37	261,08	4	28,72	37	265,72
5	34,66	38	263,41	5	35,28	38	268,14	5	35,90	38	272,91
6	41,59	39	270,35	6	42,33	39	275,20	6	43,09	39	280,09
7	48,52	40	277,28	7	49,39	40	282,25	7	50,27	40	287,27
8	55,45	41	284,21	8	56,45	41	289,31	8	57,45	41	294,45
9	62,38	42	291,14	9	63,50	42	296,36	9	64,63	42	301,63
10	69,32	43	298,07	10	70,56	43	303,42	10	71,81	43	308,82
11	76,25	44	305,01	11	77,62	44	310,48	11	79,00	44	316,00
12	83,18	45	311,94	12	84,67	45	317,53	12	86,18	45	323,18
13	90,11	46	318,87	13	91,73	46	324,59	13	93,36	46	330,36
14	97,04	47	325,80	14	98,78	47	331,65	14	100,54	47	337,54
15	103,98	48	332,73	15	105,84	48	338,70	15	107,72	48	344,72
16	110,91	49	339,67	16	112,90	49	345,76	16	114,90	49	351,91
17	117,84	50	346,60	17	119,95	50	352,82	17	122,09	50	359,09
18	124,77	51	353,53	18	127,01	51	359,87	18	129,27	51	366,27
19	131,70	52	360,46	19	134,07	52	366,93	19	136,45	52	373,45
20	138,64	53	367,40	20	141,12	53	373,99	20	143,63	53	380,63
21	145,57	54	374,33	21	148,18	54	381,04	21	150,81	54	387,82
22	152,50	55	381,26	22	155,24	55	388,10	22	158,00	55	395,00
23	159,43	56	388,19	23	162,29	56	395,15	23	165,18	56	402,18
24	166,36	57	395,12	24	169,35	57	402,21	24	172,36	57	409,36
25	173,30	58	402,06	25	176,41	58	409,27	25	179,54	58	416,54
26	180,23	59	408,99	26	183,46	59	416,32	26	186,72	59	423,73
27	187,16	60	415,92	27	190,52	60	423,38	27	193,91	60	430,91
28	194,09	65	450,58	28	197,57	65	458,66	28	201,09	65	466,82
29	201,03	70	485,24	29	204,63	70	493,94	29	208,27	70	502,73
30	207,96	75	519,90	30	211,69	75	529,23	30	215,45	75	538,64
31	214,89	80	554,56	31	218,74	80	564,51	31	222,63	80	574,54
32	221,82	85	589,22	32	225,80	85	599,79	32	229,81	85	610,45
33	228,75	90	623,88	33	232,86	90	635,07	33	237,00	90	646,36
34	235,69	100	693,20	34	239,91	100	705,64	34	244,18	100	718,18
35,65 Zoll Durchm.				35,97 Zoll Durchm.				36,29 Zoll Durchm.			

115 Zoll.				116 Zoll.				117 Z. = 9 3/4 F.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	14,61	35	255,79	2	14,87	35	260,26	2	15,12	35	264,76
3	21,92	36	263,10	3	22,30	36	267,69	3	22,69	36	272,33
4	29,23	37	270,41	4	29,74	37	275,13	4	30,25	37	279,89
5	36,54	38	277,71	5	37,18	38	282,57	5	37,82	38	287,46
6	43,85	39	285,02	6	44,61	39	290,00	6	45,38	39	295,02
7	51,15	40	292,33	7	52,05	40	297,44	7	52,95	40	302,59
8	58,46	41	299,64	8	59,48	41	304,87	8	60,51	41	310,15
9	65,77	42	306,95	9	66,92	42	312,31	9	68,08	42	317,72
10	73,08	43	314,26	10	74,36	43	319,75	10	75,64	43	325,28
11	80,39	44	321,57	11	81,79	44	327,18	11	83,21	44	332,85
12	87,70	45	328,87	12	89,23	45	334,62	12	90,77	45	340,41
13	95,00	46	336,18	13	96,66	46	342,05	13	98,34	46	347,98
14	102,31	47	343,49	14	104,10	47	349,49	14	105,90	47	355,54
15	109,62	48	350,80	15	111,54	48	356,93	15	113,47	48	363,11
16	116,93	49	358,11	16	118,97	49	364,36	16	121,03	49	370,67
17	124,24	50	365,42	17	126,41	50	371,80	17	128,60	50	378,24
18	131,55	51	372,72	18	133,84	51	379,23	18	136,16	51	385,80
19	138,85	52	380,03	19	141,28	52	386,67	19	143,73	52	393,37
20	146,16	53	387,34	20	148,72	53	394,11	20	151,29	53	400,93
21	153,47	54	394,65	21	156,15	54	401,54	21	158,86	54	408,50
22	160,78	55	401,96	22	163,59	55	408,98	22	166,42	55	416,06
23	168,09	56	409,27	23	171,02	56	416,41	23	173,99	56	423,63
24	175,40	57	416,57	24	178,46	57	423,85	24	181,55	57	431,19
25	182,71	58	423,88	25	185,90	58	431,29	25	189,12	58	438,76
26	190,01	59	431,19	26	193,33	59	438,72	26	196,68	59	446,32
27	197,32	60	438,50	27	200,77	60	446,16	27	204,25	60	453,88
28	204,63	65	475,04	28	208,20	65	483,34	28	211,81	65	491,71
29	211,94	70	511,58	29	215,64	70	520,52	29	219,38	70	529,53
30	219,25	75	548,13	30	223,08	75	557,70	30	226,94	75	567,36
31	226,56	80	584,67	31	230,51	80	594,88	31	234,50	80	605,18
32	233,86	85	621,21	32	237,95	85	632,06	32	242,07	85	643,01
33	241,17	90	657,75	33	245,39	90	669,24	33	249,63	90	680,83
34	248,48	100	730,84	34	252,82	100	743,60	34	257,20	100	756,48
36,61 Zoll Durchm.				36,92 Zoll Durchm.				37,24 Zoll Durchm.			

118 Zoll.				119 Zoll.				120 Z. = 10 F.			
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	15,38	35	269,31	2	15,65	35	273,89	2	15,91	35	278,52
3	23,08	36	277,00	3	23,47	36	281,72	3	23,87	36	286,47
4	30,77	37	284,70	4	31,30	37	289,54	4	31,83	37	294,43
5	38,47	38	292,39	5	39,12	38	297,37	5	39,78	38	302,39
6	46,16	39	300,09	6	46,95	39	305,20	6	47,74	39	310,35
7	53,86	40	307,78	7	54,77	40	313,02	7	55,70	40	318,31
8	61,55	41	315,48	8	62,60	41	320,85	8	63,66	41	326,26
9	69,25	42	323,17	9	70,43	42	328,67	9	71,61	42	334,22
10	76,94	43	330,87	10	78,25	43	336,50	10	79,57	43	342,18
11	84,64	44	338,56	11	86,08	44	344,32	11	87,53	44	350,14
12	92,33	45	346,26	12	93,90	45	352,15	12	95,49	45	358,09
13	100,03	46	353,95	13	101,73	46	359,98	13	103,45	46	366,05
14	107,72	47	361,65	14	109,55	47	367,80	14	111,40	47	374,01
15	115,42	48	369,34	15	117,38	48	375,63	15	119,36	48	381,97
16	123,11	49	377,04	16	125,21	49	383,45	16	127,32	49	389,92
17	130,80	50	384,73	17	133,03	50	391,28	17	135,28	50	397,88
18	138,50	51	392,42	18	140,86	51	399,10	18	143,23	51	405,84
19	146,19	52	400,12	19	148,68	52	406,93	19	151,19	52	413,80
20	153,89	53	407,81	20	156,51	53	414,76	20	159,15	53	421,76
21	161,58	54	415,51	21	164,33	54	422,58	21	167,11	54	429,71
22	169,28	55	423,20	22	172,16	55	430,41	22	175,07	55	437,67
23	176,97	56	430,90	23	179,99	56	438,23	23	183,02	56	445,63
24	184,67	57	438,59	24	187,81	57	446,06	24	190,98	57	453,59
25	192,36	58	446,29	25	195,64	58	453,88	25	198,94	58	461,54
26	200,06	59	453,98	26	203,46	59	461,71	26	206,90	59	469,50
27	207,75	60	461,68	27	211,29	60	469,54	27	214,85	60	477,46
28	215,45	65	500,15	28	219,11	65	508,66	28	222,81	65	517,25
29	223,14	70	538,62	29	226,94	70	547,79	29	230,77	70	557,04
30	230,84	75	577,10	30	234,77	75	586,92	30	238,73	75	596,83
31	238,53	80	615,57	31	242,59	80	626,05	31	246,69	80	636,62
32	246,23	85	654,04	32	250,42	85	665,18	32	254,64	85	676,40
33	253,92	90	692,52	33	258,24	90	704,31	33	262,60	90	716,19
34	261,61	100	769,47	34	266,07	100	782,56	34	270,56	100	795,77
37,56 Zoll Durchm.				37,88 Zoll Durchm.				38,20 Zoll Durchm.			



Gehaltshöhen der Baumschäfte mit unbestimmter Entgipfelung.

H.	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.	H.
31	25,30	27,06	27,60	28,04	28,40	28,71	29,23	31
32	25,79	27,71	28,30	28,77	29,16	29,50	30,06	32
33	26,26	28,34	28,98	29,49	29,92	30,28	30,88	33
34	26,70	28,96	29,65	30,20	30,66	31,05	31,69	34
35	27,12	29,56	30,31	30,90	31,39	31,81	32,50	35
36	27,52	30,15	30,95	31,59	32,11	32,56	33,29	36
37	27,90	30,72	31,58	32,26	32,82	33,30	34,08	37
38	28,25	31,28	32,20	32,93	33,52	34,03	34,86	38
39	28,58	31,82	32,80	33,58	34,21	34,75	35,63	39
40	28,90	32,35	33,40	34,22	34,90	35,47	36,40	40
41	29,18	32,86	33,97	34,85	35,56	36,17	37,15	41
42	29,45	33,36	34,54	35,47	36,22	36,86	37,90	42
43	29,70	33,84	35,09	36,07	36,87	37,55	38,64	43
44	29,92	34,31	35,63	36,67	37,51	38,22	39,37	44
45	30,12	34,76	36,16	37,25	38,14	38,89	40,10	45
46	30,30	35,20	36,67	37,82	38,76	39,54	40,81	46
47	30,46	35,62	37,17	38,38	39,37	40,19	41,52	47
48	30,59	36,03	37,66	38,93	39,96	40,83	42,22	48
49	30,70	36,42	38,13	39,47	40,55	41,46	42,91	49
50	30,80	36,80	38,60	40,00	41,13	42,08	43,60	50
51	—	37,16	39,04	40,51	41,70	42,68	44,27	51
52	—	37,51	39,48	41,01	42,25	43,28	44,94	52
53	—	37,84	39,90	41,50	42,80	43,87	45,60	53
54	—	38,16	40,31	41,98	43,33	44,46	46,25	54
55	—	38,46	40,71	42,45	43,86	45,03	46,90	55
56	—	38,75	41,09	42,91	44,37	45,59	47,53	56
57	—	39,02	41,46	43,35	44,88	46,14	48,16	57
58	—	39,28	41,82	43,79	45,37	46,69	48,78	58
59	—	39,52	42,16	44,21	45,86	47,22	49,39	59
60	—	39,75	42,50	44,62	46,33	47,75	50,00	60

8 Zoll.		8½ Zoll.		9 Zoll.		9½ Zoll.		10 Zoll.		10½ Zoll.	
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	0,69	2	0,78	2	0,88	2	0,98	2	1,09	2	1,20
3	1,04	3	1,18	3	1,32	3	1,47	3	1,63	3	1,80
4	1,39	4	1,57	4	1,76	4	1,96	4	2,18	4	2,40
5	1,74	5	1,97	5	2,20	5	2,46	5	2,72	5	3,00
6	2,09	6	2,36	6	2,65	6	2,95	6	3,27	6	3,60
7	2,44	7	2,75	7	3,09	7	3,44	7	3,81	7	4,20
8	2,79	8	3,15	8	3,53	8	3,93	8	4,36	8	4,81
9	3,14	9	3,54	9	3,97	9	4,43	9	4,90	9	5,41
10	3,49	10	3,94	10	4,41	10	4,92	10	5,45	10	6,01
11	3,83	11	4,33	11	4,85	11	5,41	11	5,99	11	6,61
12	4,18	12	4,72	12	5,30	12	5,90	12	6,54	12	7,21
13	4,53	13	5,12	13	5,74	13	6,39	13	7,09	13	7,81
14	4,88	14	5,51	14	6,18	14	6,89	14	7,63	14	8,41
15	5,23	15	5,91	15	6,62	15	7,38	15	8,18	15	9,01
16	5,58	16	6,30	16	7,06	16	7,87	16	8,72	16	9,62
17	5,93	17	6,69	17	7,51	17	8,36	17	9,27	17	10,22
18	6,28	18	7,09	18	7,95	18	8,86	18	9,81	18	10,82
19	6,63	19	7,48	19	8,39	19	9,35	19	10,36	19	11,42
20	6,98	20	7,88	20	8,83	20	9,84	20	10,90	20	12,02
21	7,33	21	8,27	21	9,27	21	10,33	21	11,45	21	12,62
22	7,67	22	8,66	22	9,71	22	10,82	22	11,99	22	13,22
23	8,02	23	9,06	23	10,16	23	11,32	23	12,54	23	13,83
24	8,37	24	9,45	24	10,60	24	11,81	24	13,08	24	14,43
25	8,72	25	9,85	25	11,04	25	12,30	25	13,63	25	15,03
26	9,07	26	10,24	26	11,48	26	12,79	26	14,18	26	15,63
27	9,42	27	10,63	27	11,92	27	13,29	27	14,72	27	16,23
28	9,77	28	11,03	28	12,37	28	13,78	28	15,27	28	16,83
29	10,12	29	11,42	29	12,81	29	14,27	29	15,81	29	17,43
30	10,47	30	11,82	30	13,25	30	14,76	30	16,36	30	18,03
31	10,82	31	12,21	31	13,69	31	15,25	31	16,90	31	18,64
32	11,17	32	12,61	32	14,13	32	15,75	32	17,45	32	19,24
33	11,51	33	13,00	33	14,57	33	16,24	33	17,99	33	19,84
34	11,86	34	13,39	34	15,02	34	16,73	34	18,54	34	20,44
25,13 Z. U.		26,70 Z. U.		28,27 Z. U.		29,84 Z. U.		31,41 Z. U.		32,98 Z. U.	

11 Zoll.		11½ Zoll.		12 Zoll.		12½ Zoll.		13 Zoll.		13½ Zoll.	
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	1,31	2	1,44	2	1,57	2	1,70	2	1,84	2	1,98
3	1,97	3	2,16	3	2,35	3	2,55	3	2,76	3	2,98
4	2,63	4	2,88	4	3,14	4	3,40	4	3,68	4	3,97
5	3,29	5	3,60	5	3,92	5	4,26	5	4,60	5	4,97
6	3,95	6	4,32	6	4,71	6	5,11	6	5,53	6	5,96
7	4,61	7	5,04	7	5,49	7	5,96	7	6,45	7	6,95
8	5,27	8	5,77	8	6,28	8	6,81	8	7,37	8	7,95
9	5,93	9	6,49	9	7,06	9	7,66	9	8,29	9	8,94
10	6,59	10	7,21	10	7,85	10	8,52	10	9,21	10	9,94
11	7,25	11	7,93	11	8,63	11	9,37	11	10,13	11	10,93
12	7,91	12	8,65	12	9,42	12	10,22	12	11,06	12	11,92
13	8,57	13	9,37	13	10,21	13	11,07	13	11,98	13	12,92
14	9,23	14	10,09	14	10,99	14	11,93	14	12,90	14	13,91
15	9,89	15	10,81	15	11,78	15	12,78	15	13,82	15	14,91
16	10,55	16	11,54	16	12,56	16	13,63	16	14,74	16	15,90
17	11,21	17	12,26	17	13,35	17	14,48	17	15,66	17	16,89
18	11,87	18	12,98	18	14,13	18	15,33	18	16,59	18	17,89
19	12,53	19	13,70	19	14,92	19	16,19	19	17,51	19	18,88
20	13,19	20	14,42	20	15,70	20	17,04	20	18,43	20	19,88
21	13,85	21	15,14	21	16,49	21	17,89	21	19,35	21	20,87
22	14,51	22	15,86	22	17,27	22	18,74	22	20,27	22	21,86
23	15,17	23	16,59	23	18,06	23	19,60	23	21,20	23	22,86
24	15,83	24	17,31	24	18,84	24	20,45	24	22,12	24	23,85
25	16,49	25	18,03	25	19,63	25	21,30	25	23,04	25	24,85
26	17,15	26	18,75	26	20,42	26	22,15	26	23,96	26	25,84
27	17,81	27	19,47	27	21,20	27	23,00	27	24,88	27	26,83
28	18,47	28	20,19	28	21,99	28	23,86	28	25,80	28	27,83
29	19,13	29	20,91	29	22,77	29	24,71	29	26,73	29	28,82
30	19,79	30	21,63	30	23,56	30	25,56	30	27,65	30	29,82
31	20,45	31	22,36	31	24,34	31	26,41	31	28,57	31	30,81
32	21,11	32	23,08	32	25,13	32	27,27	32	29,49	32	31,80
33	21,77	33	23,80	33	25,91	33	28,12	33	30,41	33	32,80
34	22,43	34	24,52	34	26,70	34	28,97	34	31,33	34	33,79
34,56 Z. U.		36,13 Z. U.		37,70 Z. U.		39,27 Z. U.		40,84 Z. U.		42,41 Z. U.	

14 Zoll.		14½ Zoll.		15 Zoll.		15½ Zoll.		16 Zoll.		16½ Zoll.	
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	2,13	2	2,29	2	2,45	2	2,62	2	2,79	2	2,96
3	3,20	3	3,44	3	3,68	3	3,93	3	4,18	3	4,45
4	4,27	4	4,58	4	4,90	4	5,24	4	5,58	4	5,93
5	5,34	5	5,73	5	6,13	5	6,55	5	6,98	5	7,42
6	6,41	6	6,88	6	7,36	6	7,86	6	8,37	6	8,90
7	7,48	7	8,02	7	8,59	7	9,17	7	9,77	7	10,39
8	8,55	8	9,17	8	9,81	8	10,48	8	11,17	8	11,87
9	9,62	9	10,32	9	11,04	9	11,79	9	12,56	9	13,36
10	10,69	10	11,46	10	12,27	10	13,10	10	13,96	10	14,84
11	11,75	11	12,61	11	13,49	11	14,41	11	15,35	11	16,33
12	12,82	12	13,76	12	14,72	12	15,72	12	16,75	12	17,81
13	13,89	13	14,90	13	15,95	13	17,03	13	18,15	13	19,30
14	14,96	14	16,05	14	17,18	14	18,34	14	19,54	14	20,78
15	16,03	15	17,20	15	18,40	15	19,65	15	20,94	15	22,27
16	17,10	16	18,34	16	19,63	16	20,96	16	22,34	16	23,75
17	18,17	17	19,49	17	20,86	17	22,27	17	23,73	17	25,24
18	19,24	18	20,64	18	22,08	18	23,58	18	25,13	18	26,72
19	20,31	19	21,78	19	23,31	19	24,89	19	26,52	19	28,21
20	21,38	20	22,93	20	24,54	20	26,20	20	27,92	20	29,69
21	22,44	21	24,08	21	25,77	21	27,51	21	29,32	21	31,18
22	23,51	22	25,22	22	26,99	22	28,82	22	30,71	22	32,66
23	24,58	23	26,37	23	28,22	23	30,13	23	32,11	23	34,15
24	25,65	24	27,52	24	29,45	24	31,44	24	33,51	24	35,63
25	26,72	25	28,66	25	30,67	25	32,75	25	34,90	25	37,12
26	27,79	26	29,81	26	31,90	26	34,06	26	36,30	26	38,60
27	28,86	27	30,96	27	33,13	27	35,37	27	37,69	27	40,09
28	29,93	28	32,10	28	34,36	28	36,69	28	39,09	28	41,57
29	31,00	29	33,25	29	35,58	29	38,00	29	40,49	29	43,06
30	32,07	30	34,40	30	36,81	30	39,31	30	41,88	30	44,54
31	33,13	31	35,54	31	38,04	31	40,62	31	43,28	31	46,03
32	34,20	32	36,69	32	39,26	32	41,93	32	44,68	32	47,51
33	35,27	33	37,84	33	40,49	33	43,24	33	46,07	33	49,00
34	36,34	34	38,98	34	41,72	34	44,55	34	47,47	34	50,48
43,98 Z. U.		45,55 Z. U.		47,12 Z. U.		48,69 Z. U.		50,26 Z. U.		51,84 Z. U.	

17 Zoll.		17½ Zoll.		18 Zoll.		18½ Zoll.		19
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.
2	3,15	2	3,34	2	3,53	2	3,73	2
3	4,72	3	5,01	3	5,30	3	5,60	3
4	6,30	4	6,68	4	7,06	4	7,46	4
5	7,88	5	8,35	5	8,83	5	9,33	5
6	9,45	6	10,02	6	10,60	6	11,20	6
7	11,03	7	11,69	7	12,37	7	13,06	7
8	12,61	8	13,36	8	14,13	8	14,93	8
9	14,18	9	15,03	9	15,90	9	16,80	9
10	15,76	10	16,70	10	17,67	10	18,66	10
11	17,33	11	18,37	11	19,43	11	20,53	11
12	18,91	12	20,04	12	21,20	12	22,40	12
13	20,49	13	21,71	13	22,97	13	24,26	13
14	22,06	14	23,38	14	24,74	14	26,13	14
15	23,64	15	25,05	15	26,50	15	28,00	15
16	25,22	16	26,72	16	28,27	16	29,86	16
17	26,79	17	28,39	17	30,04	17	31,73	17
18	28,37	18	30,06	18	31,80	18	33,60	18
19	29,94	19	31,73	19	33,57	19	35,46	19
20	31,52	20	33,40	20	35,34	20	37,33	20
21	33,10	21	35,07	21	37,11	21	39,20	21
22	34,67	22	36,74	22	38,87	22	41,06	22
23	36,25	23	38,41	23	40,64	23	42,93	23
24	37,83	24	40,08	24	42,41	24	44,80	24
25	39,40	25	41,75	25	44,17	25	46,66	25
26	40,98	26	43,42	26	45,94	26	48,53	26
27	42,55	27	45,09	27	47,71	27	50,40	27
28	44,13	28	46,76	28	49,48	28	52,26	28
29	45,71	29	48,43	29	51,24	29	54,13	29
30	47,28	30	50,11	30	53,01	30	56,00	30
31	48,86	31	51,78	31	54,78	31	57,86	31
32	50,44	32	53,45	32	56,54	32	59,73	32
33	52,01	33	55,12	33	58,31	33	61,60	33
34	53,59	34	56,79	34	60,08	34	63,46	34
53,41 Z. U.		54,98 Z. U.		56,55 Z. U.		58,12 Z. U.		59,

Walzeninhalt zu dem Durchmesser von

0 Zoll.		20½ Zoll.		21 Zoll.		21½ Zoll.		22 Zoll.		22½ Zoll.	
.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kbf.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kbf.
2	4,36	2	4,58	2	4,81	2	5,04	2	5,27	2	5,52
3	6,54	3	6,87	3	7,21	3	7,56	3	7,91	3	8,28
4	8,72	4	9,16	4	9,62	4	10,08	4	10,55	4	11,04
5	10,90	5	11,46	5	12,02	5	12,60	5	13,19	5	13,80
6	13,08	6	13,75	6	14,43	6	15,12	6	15,83	6	16,56
7	15,27	7	16,04	7	16,83	7	17,64	7	18,47	7	19,32
8	17,45	8	18,33	8	19,24	8	20,16	8	21,11	8	22,08
9	19,63	9	20,62	9	21,64	9	22,69	9	23,75	9	24,85
0	21,81	10	22,92	10	24,05	10	25,21	10	26,39	10	27,61
1	23,99	11	25,21	11	26,45	11	27,73	11	29,03	11	30,37
2	26,17	12	27,50	12	28,86	12	30,25	12	31,67	12	33,13
3	28,36	13	29,79	13	31,26	13	32,77	13	34,31	13	35,89
4	30,54	14	32,08	14	33,67	14	35,29	14	36,95	14	38,65
5	32,72	15	34,38	15	36,07	15	37,81	15	39,59	15	41,41
6	34,90	16	36,67	16	38,48	16	40,33	16	42,23	16	44,17
7	37,08	17	38,96	17	40,88	17	42,86	17	44,87	17	46,93
8	39,26	18	41,25	18	43,29	18	45,38	18	47,51	18	49,70
9	41,45	19	43,55	19	45,70	19	47,90	19	50,15	19	52,46
0	43,63	20	45,84	20	48,10	20	50,42	20	52,79	20	55,22
1	45,81	21	48,13	21	50,51	21	52,94	21	55,43	21	57,98
2	47,99	22	50,42	22	52,91	22	55,46	22	58,07	22	60,74
3	50,17	23	52,71	23	55,32	23	57,98	23	60,71	23	63,50
4	52,35	24	55,01	24	57,72	24	60,50	24	63,35	24	66,26
5	54,54	25	57,30	25	60,13	25	63,02	25	65,99	25	69,02
6	56,72	26	59,59	26	62,53	26	65,55	26	68,63	26	71,79
7	58,90	27	61,88	27	64,94	27	68,07	27	71,27	27	74,55
8	61,08	28	64,17	28	67,34	28	70,59	28	73,91	28	77,31
9	63,26	29	66,47	29	69,75	29	73,11	29	76,55	29	80,07
0	65,44	30	68,76	30	72,15	30	75,63	30	79,19	30	82,83
1	67,63	31	71,05	31	74,56	31	78,15	31	81,83	31	85,59
2	69,81	32	73,34	32	76,96	32	80,67	32	84,47	32	88,35
3	71,99	33	75,63	33	79,37	33	83,19	33	87,11	33	91,11
4	74,17	34	77,93	34	81,77	34	85,72	34	89,75	34	93,87
,83 Z. U.		64,40 Z. U.		65,97 Z. U.		67,54 Z. U.		69,11 Z. U.		70,68 Z. U.	

23 Zoll.		23½ Zoll.		24 Zoll.		25 Zoll.		26
Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.
2	5,77	2	6,02	2	6,28	2	6,81	2
3	8,65	3	9,03	3	9,42	3	10,22	3
4	11,54	4	12,04	4	12,56	4	13,63	4
5	14,42	5	15,06	5	15,70	5	17,04	5
6	17,31	6	18,07	6	18,84	6	20,45	6
7	20,19	7	21,08	7	21,99	7	23,86	7
8	23,08	8	24,09	8	25,13	8	27,27	8
9	25,96	9	27,10	9	28,27	9	30,67	9
10	28,85	10	30,12	10	31,41	10	34,08	10
11	31,73	11	33,13	11	34,55	11	37,49	11
12	34,62	12	36,14	12	37,69	12	40,90	12
13	37,50	13	39,15	13	40,84	13	44,31	13
14	40,39	14	42,16	14	43,98	14	47,72	14
15	43,27	15	45,18	15	47,12	15	51,13	15
16	46,16	16	48,19	16	50,26	16	54,54	16
17	49,04	17	51,20	17	53,40	17	57,95	17
18	51,93	18	54,21	18	56,54	18	61,35	18
19	54,81	19	57,22	19	59,69	19	64,76	19
20	57,70	20	60,24	20	62,83	20	68,17	20
21	60,59	21	63,25	21	65,97	21	71,58	21
22	63,47	22	66,26	22	69,11	22	74,99	22
23	66,36	23	69,27	23	72,25	23	78,40	23
24	69,24	24	72,28	24	75,39	24	81,81	24
25	72,13	25	75,30	25	78,53	25	85,22	25
26	75,01	26	78,31	26	81,68	26	88,62	26
27	77,90	27	81,32	27	84,82	27	92,03	27
28	80,78	28	84,33	28	87,96	28	95,44	28
29	83,67	29	87,34	29	91,10	29	98,85	29
30	86,55	30	90,36	30	94,24	30	102,26	30
31	89,44	31	93,37	31	97,38	31	105,67	31
32	92,32	32	96,38	32	100,53	32	109,08	32
33	95,21	33	99,39	33	103,67	33	112,49	33
34	98,09	34	102,40	34	106,81	34	115,90	34
72,26 Z. U.		73,83 Z. U.		75,40 Z. U.		78,54 Z. U.		81,6

8 Zoll.		29 Zoll.		30 Zoll.		31 Zoll.		32 Zoll.		33 Zoll.	
f.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.	Lf.	Kfß.
2	8,55	2	9,17	2	9,81	2	10,48	2	11,17	2	11,87
3	12,82	3	13,76	3	14,72	3	15,72	3	16,75	3	17,81
4	17,10	4	18,34	4	19,63	4	20,96	4	22,34	4	23,75
5	21,38	5	22,93	5	24,54	5	26,20	5	27,92	5	29,69
6	25,65	6	27,52	6	29,45	6	31,44	6	33,51	6	35,63
7	29,93	7	32,10	7	34,36	7	36,69	7	39,09	7	41,57
8	34,20	8	36,69	8	39,26	8	41,93	8	44,68	8	47,51
9	38,48	9	41,28	9	44,17	9	47,17	9	50,26	9	53,45
0	42,76	10	45,86	10	49,08	10	52,41	10	55,85	10	59,39
1	47,03	11	50,45	11	53,99	11	57,65	11	61,43	11	65,33
2	51,31	12	55,04	12	58,90	12	62,89	12	67,02	12	71,27
3	55,58	13	59,63	13	63,81	13	68,13	13	72,60	13	77,21
4	59,86	14	64,21	14	68,72	14	73,38	14	78,19	14	83,15
5	64,14	15	68,80	15	73,63	15	78,62	15	83,77	15	89,09
6	68,41	16	73,39	16	78,53	16	83,86	16	89,36	16	95,03
7	72,69	17	77,97	17	83,44	17	89,10	17	94,94	17	100,97
8	76,96	18	82,56	18	88,35	18	94,34	18	100,53	18	106,91
9	81,24	19	87,15	19	93,26	19	99,58	19	106,11	19	112,85
0	85,52	20	91,73	20	98,17	20	104,82	20	111,70	20	118,79
1	89,79	21	96,32	21	103,08	21	110,07	21	117,28	21	124,73
2	94,07	22	100,91	22	107,99	22	115,31	22	122,87	22	130,67
3	98,34	23	105,49	23	112,90	23	120,55	23	128,45	23	136,61
4	102,62	24	110,08	24	117,80	24	125,79	24	134,04	24	142,54
5	106,90	25	114,67	25	122,71	25	131,03	25	139,62	25	148,48
6	111,17	26	119,26	26	127,62	26	136,27	26	145,21	26	154,42
7	115,45	27	123,84	27	132,53	27	141,51	27	150,79	27	160,36
8	119,72	28	128,43	28	137,44	28	146,76	28	156,38	28	166,30
9	124,00	29	133,02	29	142,35	29	152,00	29	161,96	29	172,24
0	128,28	30	137,60	30	147,26	30	157,24	30	167,55	30	178,18
1	132,55	31	142,19	31	152,17	31	162,48	31	173,13	31	184,12
2	136,83	32	146,78	32	157,07	32	167,72	32	178,72	32	190,06
3	141,10	33	151,36	33	161,98	33	172,96	33	184,30	33	196,00
4	145,38	34	155,95	34	166,89	34	178,20	34	189,89	34	201,94
,96 Z. U.		91,11 Z. U.		94,25 Z. U.		97,39 Z. U.		100,53 Z. U.		103,67 Z. U.	

II. Erfahrungs=T(

über den

Massengehalt der W(

von jeder Holzart angebend: die Gehaltshö
stehenden Scheitelhöhen H in Fußen mi
den Formzahlen, nach fünf verschiede
und Form=Klassen.

I. Kl. In mehr gedrängtem, dürftigem S
und spitzig.
II. Kl. In mäßigem Schlusse, mehr kräftig u
III. Kl. In räumlichem und lichterm Stande
nenvoll.
IV. Kl. In freierm Stande, kürzer, breiter u
V. Kl. In einzelnem Stande, niedrig und
Die Nadelholzstämme stehen hier ausnahmsw
einschließlich desselben fallen sie der IV. K
zweige sind in keiner Klasse mit begriffen.

Erläuterung mit Gebrauchsbe

Die seltenern Klassen IV und V wurden kenntlic
schen den andern wurden noch Übergangsstufen eingeschal
zur Scheitelhöhe liegt um $\frac{1}{4}$ des Stockdurchmessers übe
Gehaltshöhenzahl begreift also das eigentliche Erdholz i
befindlichen Gehaltshöhe sucht man den Holzmassen=Ge
unter der bezüglichen Stammstärke. Z. B.

1) Eine Buche II. Kl. mit 70′ H hätte 40,55 zu
4′ U. zum Massengehalt 51,62 Kfß.

2) Eine Fichte, ganz einzeln erwachsen, hätte
V. Kl. zu 50′ H nur 23,85 Gehaltshöhe und bei $4\frac{1}{2}$′ U.,
lich des vorausgesetzten Nutzungsverlustes würden dies
Klasse mit 33,85 Gehaltshöhe 54,54 Kfß. zukommen könn

3) Fallen beizubehaltende Scheitelhöhen zwischen
Fuß angenommenen, so berechnet man die zugehörige Ge
zwischen befindlichen Differenztheile. Eine Eiche von

Gehaltshöhe $46{,}93 + \frac{49{,}58 - 46{,}93}{5} \times 3 = 48{,}52.$

4) Wo die Scheitelhöhen der Tafeln eben nicht z
fragliche Gehaltshöhe nach der letzten Differenz. Ei
II. Kl. hätte nach der letztern Steigung über 110 hinaus
2,21 Gehaltshöhenzunahme, also zur Gehaltshöhe 57,69

5) Hätte in einem Kiefernbestande die ausge
$8\frac{1}{4}$′ U. an 178 Stämmen im Durchschnitte 65′ H und II. K
so ergäbe die Walzentafel:

Zur gesammten Stammgrundfläche von 100
von 78

im Gan

und dies multiplizirt mit der Gehaltshöhe

an Mas

Schaftshöhen und Formzahlen der Eiche in angemessenem Standorte.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	8,68	9,06	9,45	9,97	10,50	11,83	13,31	15
20	11,50	12,01	12,53	13,23	13,93	15,70	17,66	20
25	14,28	14,93	15,58	16,45	17,33	19,58	21,97	25
30	17,02	17,81	18,60	19,65	20,70	23,32	26,25	30
Fz.	0,567	0,593	0,620	0,655	0,690	0,777	0,875	30
35	19,73	20,65	21,58	22,80	24,03	27,08	30,47	35
40	22,40	23,46	24,53	25,93	27,33	30,80	34,66	40
45	25,03	26,24	27,45	29,02	30,60	34,48	38,81	45
50	27,62	28,97	30,33	32,08	33,83	38,12	42,91	50
Fz.	0,552	0,579	0,606	0,641	0,676	0,762	0,858	50
55	30,18	31,68	33,18	35,10	37,03	41,73	46,97	55
60	32,70	34,35	36,00	38,10	40,20	45,30	51,00	60
65	35,18	36,98	38,78	41,05	43,33	48,83	54,97	65
70	37,62	39,57	41,53	43,98	46,43	52,32	58,91	70
Fz.	0,537	0,565	0,593	0,628	0,663	0,747	0,841	70
75	40,03	42,14	44,25	46,87	49,50	55,78	—	75
80	42,40	44,66	46,93	49,73	52,53	59,20	—	80
85	44,73	47,15	49,58	52,55	55,53	62,58	—	85
90	47,02	49,61	52,20	55,35	58,50	65,92	—	90
Fz.	0,522	0,551	0,580	0,615	0,650	0,732	—	90
95	49,28	52,03	54,78	58,10	61,43	—	—	95
100	51,50	54,41	57,33	60,83	64,33	—	—	100
105	53,68	56,76	59,85	63,52	67,20	—	—	105
110	55,82	59,07	62,33	66,18	70,03	—	—	110
Fz.	0,507	0,537	0,566	0,601	0,636	—	—	110

Gehaltshöhen und Formza
der Waldbuche und Hain

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.
15	8,53	8,88	9,22	9,67	10,12
20	11,30	11,77	12,23	12,83	13,43
25	14,03	14,62	15,21	15,96	16,71
30	16,73	17,44	18,16	19,06	19,96
Fz.	0,557	0,581	0,605	0,635	0,665
35	19,39	20,23	21,07	22,12	23,17
40	22,01	22,98	23,95	25,15	26,35
45	24,60	25,70	26,80	28,15	29,50
50	27,15	28,38	29,61	31,11	32,61
Fz.	0,543	0,567	0,592	0,622	0,652
55	29,66	31,03	32,40	34,05	35,70
60	32,13	33,64	35,15	36,95	38,75
65	34,57	36,22	37,87	39,82	41,77
70	36,97	38,76	40,55	42,65	44,75
Fz.	0,528	0,553	0,579	0,609	0,639
75	39,34	41,27	43,20	45,45	47,70
80	41,66	43,74	45,82	48,22	50,62
85	43,95	46,18	48,41	50,96	53,51
90	46,21	48,59	50,96	53,66	56,36
Fz.	0,513	0,539	0,566	0,596	0,626
95	48,42	50,96	53,49	56,34	59,19
100	50,60	53,29	55,97	58,97	61,97
105	52,75	55,59	58,43	61,58	64,73
110	54,85	57,85	60,86	64,16	67,46
Fz.	0,498	0,525	0,553	0,583	0,613

Gehaltshöhen und Formzahlen der Linde und Esche, des Ahorns und der Ulme.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	8,38	8,69	9,00	9,38	9,75	10,65	11,83	15
20	11,10	11,52	11,94	12,44	12,94	14,14	15,70	20
25	13,79	14,32	14,85	15,47	16,10	17,60	19,64	25
30	16,44	17,08	17,72	18,47	19,22	21,02	23,34	30
Fz.	0,548	0,569	0,590	0,615	0,640	0,700	0,778	30
35	19,05	19,81	20,57	21,44	22,32	24,42	27,10	35
40	21,63	22,50	23,38	24,38	25,38	27,78	30,83	40
45	24,17	25,16	26,16	27,28	28,41	31,11	34,52	45
50	26,68	27,79	28,90	30,15	31,40	34,40	38,18	50
Fz.	0,533	0,555	0,578	0,603	0,628	0,688	0,763	50
55	29,14	30,38	31,62	33,00	34,37	37,67	41,80	55
60	31,58	32,94	34,31	35,81	37,31	40,91	45,38	60
65	33,97	35,46	36,96	38,58	40,21	44,11	48,92	65
70	36,33	37,95	39,58	41,83	43,08	47,28	52,43	70
Fz.	0,519	0,542	0,565	0,590	0,615	0,675	0,749	70
75	38,65	40,41	42,17	44,04	45,92	50,42	—	75
80	40,94	42,83	44,72	46,72	48,72	53,52	—	80
85	43,19	45,22	47,25	49,37	51,50	56,60	—	85
90	45,41	47,57	49,74	51,99	54,24	59,64	—	90
Fz.	0,504	0,528	0,552	0,577	0,602	0,662	—	90
95	47,58	49,89	52,20	54,58	56,96	—	—	95
100	49,72	52,18	54,63	57,13	59,63	—	—	100
105	51,83	54,43	57,03	59,66	62,28	—	—	105
110	53,90	56,65	59,40	62,15	64,90	—	—	110
Fz.	0,490	0,515	0,540	0,565	0,590	—	—	110

IV. Holzzuwachs-Tafeln
zur Ermittelung des laufenden
Jahreszuwachses
an Bäumen und Waldbeständen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

1) Taf. 88 u. 89: Hier findet man zuvörderst das ganze Höhenzuwachsmaß zu dem fest angenommenen halbzolligen Jahrringstärkenmaße in Werkzollen, für jede obenan stehende Umfangstärke und voran stehende Scheitelhöhe. Von einem Stamme zu $2\frac{1}{4}'$ U und 60' H beträgt dasselbe 68 Zoll.

2) Taf. 90 u. 91: Der volle Höhenzuwachs in Zollen zum jüngsten Jahrringe wird hinter jenem voran stehenden Höhenzuwachsmaße und unter der obenan stehenden jüngsten Jahrringstärke aufgesucht, mit dem wirklichen Höhenzuwachse verglichen und hiernach die Höhenzuwachsklasse zu 1, 3/4, 1/2, 1/4, oder 0 bestimmt. Finden sich zu obigem Höhenzuwachsmaße von 68 Zoll auf dem äußersten $\frac{1}{2}$ Zoll 11 Jahrringe, so kommt auf einen jeden (68 : 11) etwa 6 Zoll voller Höhenzuwachs, und ein wirklicher Höhenzuwachs von 3 Zoll entspräche der Höhenzuwachsklasse $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$. — Man findet die Inzahlen zu dem voran stehenden Höhenzuwachsmaße von 1 bis 20 hinter den 10mal größern Vorzahlen, auch alle ohne Unterschied mittels Division des Höhenzuwachsmaßes durch die auf dem Stärkenzuwachsmaße befindliche Jahrringzahl.

3) Taf. 92 bis 102: Prozente des Holzzuwachses. Diese sucht man hier von oben herein nach der Umfangstärke und der Höhenzuwachsklasse, von der Seite herein nach dem Stärkenzuwachse. Obiger Stamm von $2\frac{1}{4}'$ U, $\frac{1}{12}$ Stärken- und $\frac{1}{2}$ Höhenzuwachs hätte 2,16 pCt., also von 24 c' Massengehalt $\frac{24 \times 2{,}16}{100} = 0{,}5184$ c' zum laufenden einjährigen Massenzuwachse.

Hätten die zu Taf. II. im 5. Beispiele berechneten 173 Kiefern von $3\frac{1}{4}'$ U, 65 H, III. Klasse noch $\frac{1}{14}$ Stärken- und 8" wirklichen Höhenzuwachs gehabt: so betrüge ihr Höhenzuwachsmaß 58", ihr voller 1jähriger Höhenzuwachs 4", ihre Höhenzuwachsklasse $\frac{2}{4}$ und ihr Massenzuwachs 1,46 pCt. Dies gäbe von den 5500 Kfß. Massengehalt 80,3 Kfß. Zuwachs.

Käme eine in diesen Tafeln nicht befindliche Jahrringstärke vor, so wäre die ihr angehörige Zahl nach dem Betrage einer andern gegebenen Stärke leicht zu berechnen. Wäre z. B. das Höhenzuwachsmaß 30", so betrüge davon der volle 1jährige Zuwachs auf $\frac{1}{9}$ Jahrringstärke $30 \times \frac{1}{9} = 3\frac{1}{3}$"; auf $\frac{1}{3}$, $30 \times \frac{1}{3} = 10$"; auf $\frac{2}{3}$, $30 \times \frac{2}{3} = 20$"; auf $1\frac{1}{3}$, $30 \times \frac{4}{3} = 40$". Zu 2' U und $\frac{1}{2}$ Höhenzuwachs wären die Prozente des Holzzuwachses auf $\frac{1}{3}$ Jahrringstärke 10,9; also auf $\frac{2}{3}$ das Doppelte, $2 \times 10{,}9 = 21{,}8$; auf $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, $4 \times 10{,}9 = 43{,}6$, oder auch 32,7 auf 1 und dazu 10,9 auf $\frac{1}{3} = 43{,}6$.

Es lassen sich also diese Zuwachstafeln für jeden, in einer andern Bruchform ausgedrückten Stärkenzuwachs gebrauchen. Auch sind dieselben ohne Weiteres auf Zehntelmaß anzuwenden: man darf nur den wirklichen Höhenzuwachs nach Zwölftelfußen bestimmen und dazu dem Zuwachsstäbchen $\frac{1}{12}$ des Fußes zur Maßeinheit geben, was beides neben dem Gebrauche des zehntheiligen Maßes recht gut bestehen kann.

Gehaltshöhen und Formzahlen der Tanne und Fichte.

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	IV.	V.	H.
15	8,37	8,67	8,97	9,34	9,70	10,60	7,60	15
20	11,08	11,48	11,88	12,37	12,85	14,05	10,05	20
25	13,75	14,25	14,75	15,36	15,96	17,46	12,46	25
30	16,39	16,99	17,59	18,31	19,02	20,82	14,82	30
Fz.	0,546	0,566	0,586	0,610	0,634	0,694	0,494	30
35	18,98	19,68	20,38	21,21	22,05	24,15	17,15	35
40	21,54	22,34	23,14	24,08	25,02	27,42	19,42	40
45	24,05	24,95	25,85	26,91	27,96	30,66	21,66	45
50	26,53	27,53	28,53	29,69	30,85	33,85	23,85	50
Fz.	0,530	0,550	0,570	0,593	0,617	0,677	0,477	50
55	28,97	30,07	31,17	32,44	33,70	37,00	26,00	55
60	31,37	32,57	33,77	35,14	36,51	40,11	28,11	60
65	33,73	35,03	36,33	37,80	39,27	43,17	30,17	65
70	36,05	37,45	38,85	40,42	42,00	46,20	32,20	70
Fz.	0,515	0,535	0,555	0,577	0,600	0,660	0,460	70
75	38,33	39,83	41,33	43,00	44,67	49,17	34,17	75
80	40,57	42,17	43,77	45,54	47,31	52,11	36,11	80
85	42,77	44,47	46,17	48,04	49,98	55,00	38,00	85
90	44,93	46,73	48,53	50,49	52,45	57,85	39,85	90
Fz.	0,499	0,519	0,539	0,561	0,582	0,642	0,442	90
95	47,06	48,96	50,86	52,91	54,96	—	—	95
100	49,14	51,14	53,14	55,28	57,42	—	—	100
110	53,19	55,39	57,59	59,91	62,23	—	—	110
120	57,08	59,48	61,88	64,37	66,85	—	—	120
Fz.	0,475	0,495	0,515	0,536	0,557	—	—	120

Gehaltshöhen und Formzahl…
der Lärche und Kie…

H.	I.	I½.	II.	II½.	III.	I…
15	7,36	7,66	7,96	8,40	8,85	10,
20	9,76	10,16	10,56	11,15	11,73	13,
25	12,13	12,63	13,13	13,85	14,58	16,
30	14,47	15,07	15,67	16,53	17,40	19,
Fz.	0,482	0,502	0,522	0,551	0,580	0,6
35	16,78	17,48	18,18	19,18	20,18	22,
40	19,06	19,86	20,66	21,80	22,93	25,
45	21,31	22,21	23,11	24,38	25,65	28,
50	23,54	24,54	25,54	26,93	28,33	31,
Fz.	0,470	0,490	0,510	0,538	0,566	0,6
55	25,73	26,83	27,93	29,46	30,98	34,
60	27,90	29,10	30,30	31,95	33,60	37,
65	30,03	31,33	32,63	34,41	36,18	40,
70	32,14	33,54	34,94	36,83	38,73	43,
Fz.	0,459	0,479	0,499	0,526	0,553	0,6
75	34,22	35,72	37,22	39,23	41,25	46,
80	36,26	37,86	39,46	41,60	43,73	49,
85	38,28	39,98	41,68	43,93	46,18	51,
90	40,27	42,07	43,87	46,23	48,60	54,
Fz.	0,447	0,467	0,487	0,513	0,540	0,6
95	42,23	44,13	46,03	48,51	50,98	—
100	44,16	46,16	48,16	50,75	53,33	—
110	47,94	50,14	52,[illegible]	55,14	—	—
120	51,60	54,00	56,40	59,40	—	—
Fz.	0,430	0,450	0,470	0,495	—	—

Gehaltshöhen und Formzahlen der Birke.

H.	I.	I½.	II.	II½	III.	IV.	V.	H.
15	7,14	7,38	7,62	7,84	8,07	8,67	9,54	15
20	9,44	9,76	10,08	10,38	10,68	11,48	12,64	20
25	11,68	12,09	12,50	12,87	13,25	14,25	15,68	25
30	13,89	14,38	14,88	15,33	15,78	16,98	18,69	30
Fz.	0,463	0,479	0,496	0,511	0,526	0,566	0,623	30
35	16,04	16,63	17,22	17,74	18,27	19,67	21,64	35
40	18,16	18,84	19,52	20,12	20,72	22,32	24,56	40
45	20,22	21,00	21,78	22,45	23,13	24,93	27,42	45
50	22,25	23,12	24,00	24,75	25,50	27,50	30,25	50
Fz.	0,445	0,462	0,480	0,495	0,510	0,550	0,605	50
55	24,22	25,20	26,18	27,00	27,83	30,03	33,02	55
60	26,16	27,24	28,32	29,22	30,12	32,52	35,76	60
65	28,04	29,23	30,42	31,39	32,37	34,97	—	65
70	29,89	31,18	32,48	33,53	34,58	37,38	—	70
Fz.	0,427	0,445	0,464	0,479	0,494	0,534	—	70
75	31,68	33,09	34,50	35,62	36,75	39,75	—	75
80	33,44	34,96	36,48	37,68	38,88	42,08	—	80
85	35,14	36,78	38,42	39,69	40,97	—	—	85
90	36,81	38,56	40,32	41,67	43,02	—	—	90
Fz.	0,409	0,428	0,448	0,463	0,478	—	—	90

III. Erfahrungs-T

über den

Sortengehalt der Wa

Erläuterung mit Gebrauchsbe

1) Taf. 74 bis 76: Gehaltshöhen der Baum bestimmter Entgipfelung. Von oben herein sind d menden Baumarten namentlich auf die fünf Schaftgeh gangsstufen bezogen; außerhalb stehen die Schafthöhen. man z. B. für einen Tannenschaft, III½ Kl. und 9 55,73; dazu ergäbe die Walzentafel bei 6′ U zum Schaftg

2) Taf. 77 bis 81: Gehalt der Nadelholzbau fußen. Oben steht die Stammstärke in Umfangsfußen n menen Gehaltsklassen I, II und III; vorn herunter die von 5 zu 5 Fuß. Jeder dieser Zimmerstämme wird bei ½ messenen Stammstärke entgipfelt. Hiernach hätte z. B. III. Kl. von 6′ U und 95′ H, 160 Kfß. Taf. 76 gab schon bei 90′ H, weil die zu besonderm Gebrauche abgegel lich stärker entgipfelt werden.

3) Taf. 82 und 83: Knüppelholzgehalt in Kör

4) Taf. 84 und 85: Reisholzgehalt in Körper

Einen wie den andern findet man nach der Holzart u und nach der oben darüber stehenden Stammstärke in U z. B. einer Eiche von 5′ U im Knüppelholze die IV. die II. Holzgehalts-Klasse zu: so beträgt jenes 17,75 Kfß.

5) Taf. 86: Stockholzgehalt in Körperfuße und Rodestöcken, jede Sorte in fünf Nutzungsklassen, na und Wurzelhaltigkeit und der Ausbringung. Voran ste Umfangsfußen. Eine frei erwachsene Buche von 5½ Fu nach in IV. Kl. 18,79 Kfß. Rodestockholz geben können.

[1

Gehaltshöhen der Baumschäfte mit unbestimmter Entgipfelung.

Schafthöhe.								Schafthöhe.
			Tanne, Fichte.					
		Eiche, Buche, Linde.						
		Lärche, Kiefer, Esche.						
	Ahorn, Aspe, Ulme.							
	Pappel, Kirsche, Erle.							
	Birke.							
	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.	
11	10,94	10,96	10,96	10,97	10,97	10,98	10,99	11
12	11,87	11,91	11,92	11,93	11,94	11,96	11,98	12
13	12,78	12,84	12,86	12,88	12,90	12,92	12,96	13
14	13,66	13,76	13,79	13,82	13,85	13,88	13,93	14
15	14,52	14,66	14,71	14,75	14,79	14,83	14,90	15
16	15,36	15,55	15,61	15,67	15,72	15,77	15,85	16
17	16,18	16,42	16,50	16,57	16,64	16,69	16,80	17
18	16,97	17,28	17,38	17,47	17,54	17,61	17,74	18
19	17,74	18,12	18,24	18,35	18,44	18,52	18,67	19
20	18,50	18,95	19,10	19,22	19,33	19,43	19,60	20
21	19,22	19,76	19,93	20,08	20,20	20,32	20,51	21
22	19,93	20,56	20,76	20,93	21,07	21,20	21,42	22
23	20,62	21,34	21,57	21,76	21,93	22,07	22,32	23
24	21,28	22,11	22,37	22,59	22,77	22,93	23,21	24
25	21,92	22,86	23,16	23,40	23,61	23,79	24,10	25
26	22,54	23,60	23,93	24,20	24,43	24,63	24,97	26
27	23,14	24,32	24,69	24,99	25,25	25,47	25,84	27
28	23,71	25,03	25,44	25,77	26,05	26,29	26,70	28
29	24,26	25,72	26,17	26,54	26,84	27,11	27,55	29
30	24,80	26,40	26,90	27,30	27,63	27,92	28,40	30

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.=Stärke von d. 1/2 Zoll	Zu 3/4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Zu 1 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Jahrr.=Stärke von d. 1/2 Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1/2	1/4	0.	
1	105	96,7	87,7	78,7	69,7	78,9	72,2	65,6	58,9	52,3	1
1/2	52,8	48,3	43,8	39,3	34,8	39,4	36,1	32,8	29,4	26,1	1/2
1/3	35,2	32,2	29,2	26,2	23,2	26,3	24,0	21,8	19,6	17,4	1/3
1/4	26,4	24,1	21,9	19,6	17,4	19,7	18,0	16,4	14,7	13,0	1/4
1/5	21,1	19,3	17,5	15,7	13,9	15,7	14,4	13,1	11,7	10,4	1/5
1/6	17,6	16,1	14,6	13,1	11,6	13,1	12,0	10,9	9,83	8,72	1/6
1/7	15,1	13,8	12,5	11,2	9,96	11,2	10,3	9,37	8,42	7,47	1/7
1/8	13,2	12,0	10,9	9,84	8,72	9,86	9,03	8,20	7,37	6,54	1/8
1/9	11,7	10,7	9,75	8,75	7,75	8,77	8,03	7,29	6,55	5,81	1/9
1/10	10,5	9,67	8,77	7,87	6,97	7,89	7,22	6,56	5,89	5,23	1/10
1/11	9,61	8,79	7,97	7,16	6,34	7,17	6,57	5,96	5,36	4,75	1/11
1/12	8,81	8,06	7,31	6,56	5,81	6,57	6,02	5,47	4,91	4,36	1/12
1/13	8,13	7,44	6,75	6,05	5,36	6,07	5,56	5,04	4,53	4,02	1/13
1/14	7,55	6,91	6,26	5,62	4,98	5,63	5,16	4,68	4,21	3,73	1/14
1/15	7,04	6,44	5,85	5,25	4,65	5,26	4,81	4,37	3,93	3,48	1/15
1/16	6,60	6,04	5,48	4,92	4,36	4,93	4,51	4,10	3,68	3,27	1/16
1/17	6,21	5,69	5,16	4,63	4,10	4,64	4,25	3,86	3,46	3,07	1/17
1/18	5,87	5,37	4,87	4,37	3,87	4,38	4,01	3,64	3,27	2,90	1/18
1/19	5,56	5,09	4,61	4,14	3,67	4,15	3,80	3,45	3,10	2,75	1/19
1/20	5,28	4,83	4,38	3,93	3,48	3,94	3,61	3,28	2,94	2,61	1/20
1/21	5,03	4,60	4,17	3,75	3,32	3,75	3,44	3,12	2,80	2,49	1/21
1/22	4,80	4,39	3,98	3,58	3,17	3,58	3,28	2,98	2,68	2,37	1/22
1/23	4,59	4,20	3,81	3,42	3,03	3,43	3,14	2,85	2,56	2,27	1/23
1/24	4,40	4,03	3,65	3,28	2,90	3,28	3,01	2,73	2,45	2,18	1/24
1/25	4,22	3,86	3,51	3,15	2,79	3,15	2,89	2,62	2,35	2,09	1/25

Gehaltshöhen der Baumschäfte mit unbestimmter Entgipfelung.

H.	I.	II.	II½.	III.	III½.	IV.	V.	H.
62	—	40,16	43,12	45,41	47,24	48,77	51,18	62
64	—	40,51	43,69	46,15	48,12	49,75	52,33	64
66	—	40,80	44,21	46,84	48,95	50,70	53,45	66
68	—	41,03	44,68	47,49	49,74	51,60	54,54	68
70	—	41,20	45,10	48,10	50,50	52,48	55,60	70
72	—	—	45,46	48,65	51,20	53,31	56,62	72
74	—	—	45,77	49,16	51,87	54,10	57,61	74
76	—	—	46,03	49,63	52,50	54,86	58,57	76
78	—	—	46,24	50,05	53,09	55,58	59,50	78
80	—	—	46,40	50,42	53,63	56,27	60,40	80
82	—	—	—	50,75	54,13	56,91	61,26	82
84	—	—	—	51,03	54,59	57,52	62,09	84
86	—	—	—	51,26	55,01	58,09	62,89	86
88	—	—	—	51,45	55,39	58,62	63,66	88
90	—	—	—	51,60	55,73	59,12	64,40	90
92	—	—	—	—	56,03	59,57	65,10	92
94	—	—	—	—	56,28	59,99	65,77	94
96	—	—	—	—	56,49	60,37	66,41	96
98	—	—	—	—	56,67	60,72	67,02	98
100	—	—	—	—	56,80	61,03	67,60	100
102	—	—	—	—	—	61,29	68,14	102
104	—	—	—	—	—	61,53	68,65	104
106	—	—	—	—	—	61,72	69,13	106
108	—	—	—	—	—	61,88	69,58	108
110	—	—	—	—	—	62,00	70,00	110
112	—	—	—	—	—	—	70,38	112
114	—	—	—	—	—	—	70,73	114
116	—	—	—	—	—	—	71,05	116
118	—	—	—	—	—	—	71,34	118
120	—	—	—	—	—	—	71,60	120

Prozente des Holzzuwachses.

Jahr.=Stärke von b. 1 Zoll.	Zu 1³/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Zu 2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Jahr.=Stärke von b. 1 Zoll.
	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	
1	44,9	41,1	37,4	33,6	29,9	39,3	36,0	32,7	29,4	26,1	1
1/2	22,4	20,5	18,7	16,8	14,9	19,6	18,0	16,3	14,7	13,0	1/2
1/3	14,9	13,7	12,4	11,2	9,96	13,1	12,0	10,9	9,81	8,72	1/3
1/4	11,2	10,2	9,35	8,41	7,47	9,82	9,00	8,18	7,36	6,54	1/4
1/5	8,98	8,23	7,48	6,73	5,98	7,86	7,20	6,54	5,89	5,23	1/5
1/6	7,49	6,86	6,23	5,61	4,98	6,55	6,00	5,45	4,90	4,36	1/6
1/7	6,42	5,88	5,34	4,80	4,27	5,61	5,14	4,67	4,20	3,73	1/7
1/8	5,61	5,14	4,67	4,20	3,73	4,91	4,50	4,09	3,68	3,27	1/8
1/9	4,99	4,57	4,15	3,74	3,32	4,36	4,00	3,63	3,27	2,90	1/9
1/10	4,49	4,11	[illegible]	3,36	2,99	3,93	3,60	3,27	2,94	2,61	1/10
1/11	4,08	3,74	[illegible]	3,06	2,71	3,57	3,27	2,97	2,67	2,37	1/11
1/12	3,74	3,43	3,11	2,80	2,49	3,27	3,00	2,72	2,45	2,18	1/12
1/13	3,45	3,16	2,87	2,58	2,30	3,02	2,77	2,51	2,26	2,01	1/13
1/14	3,21	2,94	2,67	2,40	2,13	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	1/14
1/15	2,99	2,74	2,49	2,24	1,99	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	1/15
1/16	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,25	2,04	1,84	1,63	1/16
1/17	2,64	2,42	2,20	1,98	1,75	2,31	2,11	1,92	1,73	1,53	1/17
1/18	2,49	2,28	2,07	1,87	1,66	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1/18
1/19	2,36	2,16	1,96	1,77	1,57	2,06	1,89	1,72	1,55	1,37	1/19
1/20	2,24	2,05	1,87	1,68	1,49	1,96	1,80	1,63	1,47	1,30	1/20
1/21	2,14	1,96	1,78	1,60	1,42	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1/21
1/22	2,04	1,87	1,70	1,53	1,35	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1/22
1/23	1,95	1,79	1,62	1,46	1,30	1,70	1,56	1,42	1,28	1,13	1/23
1/24	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,50	1,36	1,22	1,09	1/24
1/25	1,79	1,64	1,49	1,34	1,19	1,57	1,44	1,30	1,17	1,04	1/25

Gehalt der Nadelholz=Bauſtämme in Körperfußen.

Länge Fuß.	2 1/4 Fuß Umfang.			2 1/2 Fuß Umfang.			2 3/4 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
30	6,5	7,3	8,0	8,1	9,0	9,9	9,8	10,9	12,0
35	7,6	8,4	9,2	9,4	10,4	11,4	11,4	12,6	13,8
40	8,7	9,6	10,5	10,7	11,8	12,9	12,9	14,3	15,7
45	9,7	10,7	11,7	12,0	13,2	14,4	14,5	16,0	17,5
50	10,7	11,8	12,9	13,3	14,6	15,9	16,0	17,7	19,3
55	11,7	12,9	14,0	14,5	15,9	17,3	17,6	19,3	21,0
60	12,8	14,0	15,2	15,8	17,3	18,8	19,1	20,9	22,7
65	13,8	15,0	16,3	17,0	18,6	20,1	20,6	22,5	24,4
70	14,8	16,1	17,4	18,2	19,9	21,5	22,1	24,0	26,0
75	15,7	17,1	18,5	19,4	21,1	22,8	23,5	25,6	27,6
80	16,7	18,1	19,5	20,6	22,4	24,1	25,0	27,1	29,2
85	17,7	19,1	20,5	21,8	23,6	25,4	26,4	28,6	30,7
90	18,6	20,1	21,5	23,0	24,8	26,6	27,8	30,0	32,2

Länge Fuß.	3 Fuß Umfang.			3 1/4 Fuß Umfang.			3 1/2 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
35	13,5	15,0	16,5	15,9	17,6	19,3	18,5	20,4	22,4
40	15,4	17,0	18,7	18,1	20,0	21,9	21,0	23,2	25,4
45	17,3	19,0	20,8	20,3	22,4	24,4	23,5	25,9	28,4
50	19,1	21,0	22,9	22,4	24,7	26,9	26,0	28,6	31,2
55	20,9	23,0	25,0	24,6	27,0	29,3	28,5	31,3	34,0
60	22,7	24,9	27,0	26,7	29,2	31,7	30,9	33,9	36,8
65	24,5	26,8	29,0	28,8	31,4	34,1	33,4	36,4	39,5
70	26,3	28,6	30,9	30,8	33,6	36,3	35,8	39,0	42,1
75	28,0	30,4	32,9	32,9	35,7	38,6	38,2	41,4	44,7
80	29,7	32,2	34,7	34,9	37,8	40,7	40,5	43,9	47,3
85	31,5	34,0	36,5	36,9	39,9	42,9	42,8	46,3	49,7
90	33,1	35,7	38,3	38,9	41,9	45,0	45,1	48,6	52,2
95	34,8	37,4	40,0	40,9	43,9	47,0	47,4	51,0	54,5

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von b. 1 Zoll	Zu 2³/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 3 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von b. 1 Zoll
	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	
1	28,5	26,1	23,7	21,4	19,0	26,1	23,9	21,8	19,6	17,4	1
1/2	14,2	13,0	11,8	10,7	9,51	13,0	11,9	10,9	9,81	8,72	1/2
1/3	9,52	8,72	7,93	7,13	6,34	8,72	7,99	7,27	6,54	5,81	1/3
1/4	7,14	6,54	5,94	5,35	4,75	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/4
1/5	5,71	5,23	4,75	4,28	3,80	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/5
1/6	4,76	4,36	3,96	3,56	3,17	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	1/6
1/7	4,08	3,74	3,39	3,05	2,71	3,74	3,42	3,11	2,80	2,49	1/7
1/8	3,57	3,27	2,97	2,67	2,37	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/8
1/9	3,17	2,90	2,64	2,37	2,11	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	1/9
1/10	2,85	2,61	2,37	2,14	1,90	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/10
1/11	2,59	2,38	2,16	1,94	1,73	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	1/11
1/12	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/12
1/13	2,19	2,01	1,83	1,64	1,46	2,01	1,84	1,67	1,50	1,34	1/13
1/14	2,04	1,87	1,69	1,52	1,35	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1/14
1/15	1,90	1,74	1,58	1,42	1,26	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/15
1/16	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/16
1/17	1,68	1,54	1,39	1,25	1,11	1,54	1,41	1,28	1,15	1,02	1/17
1/18	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1/18
1/19	1,50	1,37	1,25	1,12	1,00	1,37	1,26	1,14	1,03	0,91	1/19
1/20	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/20
1/21	1,36	1,24	1,13	1,01	0,90	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1/21
1/22	1,29	1,19	1,08	0,97	0,86	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1/22
1/23	1,24	1,13	1,03	0,93	0,82	1,13	1,04	0,94	0,85	0,75	1/23
1/24	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/24
1/25	1,14	1,04	0,95	0,85	0,76	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/25

Gehalt der Nadelholz-Baustämme in Körperfußen.

Länge Fuß.	5 1/4 Fuß Umfang.			5 1/2 Fuß Umfang.			5 3/4 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
50	58,6	64,5	70,3	64,3	70,8	77,2	70,3	77,3	84,4
55	64,2	70,4	76,7	70,5	77,3	84,1	77,0	84,5	92,0
60	69,7	76,3	82,9	76,5	83,7	90,9	83,6	91,5	99,4
65	75,2	82,0	88,9	82,5	90,1	97,6	90,2	98,4	106,7
70	80,6	87,7	94,9	88,4	96,3	104,1	96,6	105,2	113,8
75	85,9	93,3	100,7	94,3	102,4	110,5	103,1	111,9	120,8
80	91,2	98,8	106,4	100,1	108,4	116,8	109,4	118,5	127,6
85	96,4	104,2	112,0	105,8	114,4	122,9	115,7	125,0	134,3
90	101,6	109,5	117,4	111,5	120,2	128,9	121,9	131,4	140,8
95	106,7	114,7	122,7	117,2	125,9	134,7	128,0	137,6	147,2
100	111,8	119,9	127,9	122,7	131,5	140,4	134,1	143,8	153,4
105	116,8	124,9	132,9	128,2	137,1	145,9	140,2	149,8	159,5
110	121,8	129,8	137,9	133,7	142,5	151,3	146,1	155,8	165,4

Länge Fuß.	6 Fuß Umfang.			6 1/4 Fuß Umfang.			6 1/2 Fuß Umfang.		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
55	83,9	92,0	100,1	91,0	99,8	108,7	98,4	108,0	117,5
60	91,1	99,6	108,2	98,8	108,1	117,5	106,9	117,0	127,0
65	98,2	107,2	116,2	106,5	116,3	126,1	115,2	125,8	136,4
70	105,2	114,6	123,9	114,2	124,3	134,5	123,5	134,5	145,5
75	112,2	121,9	131,6	121,8	132,3	142,7	131,7	143,1	154,4
80	119,1	129,1	139,0	129,3	140,0	150,8	139,8	151,5	163,1
85	126,0	136,1	146,3	136,7	147,7	158,7	147,8	159,8	171,7
90	132,7	143,0	153,4	144,0	155,2	166,4	155,8	167,9	180,0
95	139,4	149,9	160,3	151,3	162,6	173,9	163,6	175,9	188,1
100	146,1	156,6	167,1	158,5	169,9	181,3	171,4	183,7	196,1
105	152,6	163,1	173,7	165,6	177,0	188,4	179,1	191,5	203,8
110	159,1	169,6	180,1	172,6	184,0	195,4	186,7	199,0	211,4
115	165,5	175,9	186,4	179,6	190,9	202,2	194,2	206,5	218,7

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll	Zu 4½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 5 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1/2	1/4	0.	
1	17,4	15,9	14,5	13,0	11,6	15,7	14,3	13,0	11,7	10,4	1
1/2	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1/2
1/3	5,81	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/3
1/4	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/4
1/5	3,48	3,19	2,90	2,61	2,32	3,14	2,87	2,61	2,35	2,09	1/5
1/6	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/6
1/7	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1/7
1/8	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/8
1/9	1,93	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/9
1/10	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/10
1/11	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1/11
1/12	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/12
1/13	1,34	1,23	1,11	1,00	0,89	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	1/13
1/14	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/14
1/15	1,16	1,06	0,96	0,87	0,77	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/15
1/16	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/16
1/17	1,02	0,94	0,85	0,76	0,68	0,92	0,84	0,76	0,69	0,61	1/17
1/18	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/18
1/19	0,91	0,84	0,76	0,68	0,61	0,82	0,75	0,68	0,61	0,55	1/19
1/20	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/20
1/21	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	1/21
1/22	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/22
1/23	0,75	0,69	0,63	0,56	0,50	0,68	0,62	0,56	0,51	0,45	1/23
1/24	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/24
1/25	0,69	0,63	0,58	0,52	0,46	0,62	0,57	0,52	0,47	0,41	1/25

Knüppelholzgehalt in Körperfußen.

Stammumf.		2	2½	3	3½	4	4½	5	5½
Eiche	I.	2,00	2,37	3,00	3,87	5,00	6,37	8,00	9,87
	II.	2,25	2,96	4,00	5,34	7,00	8,96	11,25	13,84
	III.	2,50	3,56	5,00	6,81	9,00	11,56	14,50	17,81
	IV.	2,75	4,15	6,00	8,28	11,00	14,15	17,75	21,78
	V.	3,00	4,75	7,00	9,75	13,00	16,75	21,00	25,75
Buche Linde	I.	1,90	2,23	2,80	3,58	4,60	5,83	7,30	8,98
	II.	2,15	2,79	3,72	4,93	6,42	8,19	10,25	12,58
	III.	2,40	3,35	4,65	6,28	8,25	10,55	13,20	16,18
	IV.	2,65	3,91	5,57	7,62	10,07	12,91	16,15	19,77
	V.	2,90	4,47	6,50	8,97	11,90	15,27	19,10	23,37
Esche Ahorn Ulme	I.	1,80	2,10	2,60	3,30	4,20	5,30	6,60	8,10
	II.	2,05	2,60	3,40	4,44	5,72	7,25	9,02	11,04
	III.	2,30	3,10	4,20	5,58	7,25	9,20	11,45	13,98
	IV.	2,55	3,60	5,00	6,72	8,77	11,15	13,87	16,92
	V.	2,80	4,11	5,80	7,86	10,30	13,11	16,30	19,86
Aspe Pappel Erle	I.	1,70	1,96	2,40	3,01	3,80	4,76	5,90	7,21
	II.	1,95	2,40	3,07	3,94	5,02	6,30	7,80	9,49
	III.	2,20	2,85	3,75	4,88	6,25	7,85	9,70	11,78
	IV.	2,45	3,30	4,42	5,81	7,47	9,40	11,60	14,06
	V.	2,70	3,75	5,10	6,75	8,70	10,95	13,50	16,35
Nadelholz	I.	1,80	1,82	1,86	1,94	2,07	2,27	2,57	2,99
	II.	1,97	2,01	2,10	2,26	2,52	2,92	3,51	4,35
	III.	2,15	2,21	2,34	2,58	2,97	3,57	4,46	5,72
	IV.	2,32	2,40	2,58	2,90	3,42	4,22	5,40	7,08
	V.	2,50	2,60	2,82	3,22	3,87	4,87	6,35	8,45
Birke	I.	1,60	1,82	2,20	2,72	3,40	4,22	5,20	6,32
	II.	1,85	2,21	2,75	3,45	4,32	5,36	6,57	7,95
	III.	2,10	2,60	3,30	4,18	5,25	6,50	7,95	9,58
	IV.	2,35	2,99	3,85	4,90	6,17	7,64	9,32	11,20
	V.	2,60	3,38	4,40	5,63	7,10	8,78	10,70	12,83



Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll	Zu 4½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	¾	½	¼	0.	Zu 5 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	¾	½	¼	0.	Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll
1	17,4	15,9	14,5	13,0	11,6	15,7	14,3	13,0	11,7	10,4	1
1/2	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1/2
1/3	5,81	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/3
1/4	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/4
1/5	3,48	3,19	2,90	2,61	2,32	3,14	2,87	2,61	2,35	2,09	1/5
1/6	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/6
1/7	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1/7
1/8	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/8
1/9	1,93	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/9
1/10	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/10
1/11	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1/11
1/12	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/12
1/13	1,34	1,23	1,11	1,00	0,89	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	1/13
1/14	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/14
1/15	1,16	1,06	0,96	0,87	0,77	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/15
1/16	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/16
1/17	1,02	0,94	0,85	0,76	0,68	0,92	0,84	0,76	0,69	0,61	1/17
1/18	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/18
1/19	0,91	0,84	0,76	0,68	0,61	0,82	0,75	0,68	0,61	0,55	1/19
1/20	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/20
1/21	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	1/21
1/22	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/22
1/23	0,75	0,69	0,63	0,56	0,50	0,68	0,62	0,56	0,51	0,45	1/23
1/24	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/24
1/25	0,69	0,63	0,58	0,52	0,46	0,62	0,57	0,52	0,47	0,41	1/25

Reisholzgehalt in Körperfußen.

Stammumf.		2	2½	3	3½	4	4½	5	5½
Eiche	I.	1,60	2,00	2,80	3,95	5,40	7,10	9,00	11,05
	II.	2,20	2,70	3,70	5,14	6,95	9,07	11,45	14,01
	III.	2,80	3,40	4,60	6,33	8,50	11,05	13,90	16,97
	IV.	3,40	4,10	5,50	7,52	10,05	13,02	16,35	19,93
	V.	4,00	4,80	6,40	8,70	11,60	15,00	18,80	22,90
Buche Linde	I.	1,50	1,87	2,62	3,70	5,05	6,62	8,37	10,25
	II.	2,07	2,54	3,48	4,82	6,51	8,48	10,66	13,01
	III.	2,65	3,21	4,33	5,95	7,97	10,33	12,96	15,77
	IV.	3,22	3,88	5,19	7,07	9,43	12,19	15,25	18,53
	V.	3,80	4,55	6,05	8,20	10,90	14,05	17,55	21,30
Esche Ahorn Ulme	I.	1,40	1,75	2,45	3,45	4,70	6,15	7,75	9,45
	II.	1,95	2,38	3,26	4,51	6,07	7,89	9,89	12,01
	III.	2,50	3,02	4,07	5,57	7,45	9,63	12,03	14,57
	IV.	3,05	3,66	4,88	6,63	8,82	11,37	14,17	17,13
	V.	3,60	4,30	5,70	7,70	10,20	13,10	16,30	19,70
Aspe Pappel Erle	I.	1,30	1,62	2,27	3,20	4,35	5,67	7,12	8,65
	II.	1,82	2,23	3,04	4,20	5,63	7,29	9,10	11,01
	III.	2,35	2,83	3,81	5,20	6,92	8,91	11,08	13,37
	IV.	2,87	3,44	4,58	6,20	8,21	10,53	13,06	15,73
	V.	3,40	4,05	5,35	7,20	9,50	12,15	15,05	18,10
Nadelholz	I.	0,60	0,80	1,20	1,77	2,50	3,35	4,30	5,32
	II.	1,15	1,43	2,01	2,84	3,90	5,15	6,56	8,10
	III.	1,70	2,07	2,82	3,91	5,30	6,95	8,82	10,88
	IV.	2,25	2,71	3,63	4,98	6,70	8,75	11,08	13,66
	V.	2,80	3,35	4,45	6,05	8,10	10,55	13,35	16,45
Birke	I.	1,20	1,50	2,10	2,95	4,00	5,20	6,50	7,85
	II.	1,65	2,02	2,77	3,83	5,15	6,65	8,27	9,96
	III.	2,10	2,55	3,45	4,72	6,30	8,10	10,05	12,07
	IV.	2,55	3,07	4,12	5,61	7,45	9,55	11,82	14,18
	V.	3,00	3,60	4,80	6,50	8,60	11,00	13,60	16,30



Reisholzgehalt in Körperfußen.

6	6½	7	7½	8	8½	9	9½	10	Klasse.
13,20	15,40	17,60	19,80	22,00	24,20	26,40	28,60	30,80	I.
16,70	19,45	22,20	24,95	27,70	30,45	33,20	35,95	38,70	II.
20,20	23,50	26,80	30,10	33,40	36,70	40,00	43,30	46,60	III.
23,70	27,55	31,40	35,25	39,10	42,95	46,80	50,65	54,50	IV.
27,20	31,60	36,00	40,40	44,80	49,20	53,60	58,00	62,40	V.
12,20	14,17	16,15	18,12	20,10	22,07	24,05	26,02	28,00	I.
15,45	17,91	20,39	22,85	25,32	27,79	30,26	32,73	35,20	II.
18,70	21,66	24,63	27,58	30,55	33,51	36,47	39,43	42,40	III.
21,95	25,40	28,87	32,31	35,77	39,23	42,68	46,14	49,60	IV.
25,20	29,15	33,10	37,05	41,00	44,95	48,90	52,85	56,80	V.
11,20	12,95	14,70	16,45	18,20	19,95	21,70	21,70	21,70	I.
14,20	16,38	18,57	20,76	22,95	25,13	27,32	27,32	27,32	II.
17,20	19,82	22,45	25,07	27,70	30,32	32,95	32,95	32,95	III.
20,20	23,26	26,32	29,38	32,45	35,51	38,57	38,57	38,57	IV.
23,20	26,70	30,20	33,70	37,20	40,70	44,20	44,20	44,20	V.
10,20	11,75	13,30	14,85	16,40	16,40	16,40	16,40	16,40	I.
12,95	14,88	16,82	18,76	20,70	20,70	20,70	20,70	20,70	II.
15,70	18,02	20,35	22,67	25,00	25,00	25,00	25,00	25,00	III.
18,45	21,16	23,87	26,58	29,30	29,30	29,30	29,30	29,30	IV.
21,20	24,30	27,40	30,50	33,60	33,60	33,60	33,60	33,60	V.
6,40	7,50	8,60	9,70	10,80	11,90	13,00	13,00	13,00	I.
9,75	11,46	13,21	14,98	16,78	18,56	20,35	20,35	20,35	II.
13,10	15,42	17,82	20,27	22,75	25,22	27,70	27,70	27,70	III.
16,45	19,38	22,43	25,56	28,73	31,88	35,05	35,05	35,05	IV.
19,80	23,35	27,05	30,85	34,70	38,55	42,40	42,40	42,40	V.
9,20	10,55	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	11,90	I.
11,65	13,34	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02	II.
14,10	16,13	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	18,15	III.
16,55	18,92	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	21,27	IV.
19,00	21,70	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	24,40	V.

Stockholzgehalt in Körperfußen.

Umfang. uß.	Haustöcke.					Rodestöcke.				
	I.	II.	III.	IV.	V.	I.	II.	III.	IV.	V.
1½	0,31	0,36	0,41	0,46	0,51	0,58	0,69	0,81	0,92	1,04
2	0,57	0,66	0,76	0,85	0,95	1,13	1,34	1,55	1,76	1,98
2½	0,92	1,07	1,23	1,38	1,54	1,93	2,27	2,62	2,97	3,32
3	1,36	1,59	1,82	2,05	2,29	2,99	3,51	4,03	4,55	5,08
3½	1,90	2,22	2,55	2,88	3,21	4,32	5,06	5,80	6,54	7,28
4	2,54	2,99	3,43	3,88	4,32	5,93	6,93	7,93	8,93	9,94
4½	3,22	3,78	4,35	4,91	5,47	7,83	9,14	10,45	11,76	13,08
5	3,97	4,67	5,37	6,06	6,76	10,03	11,70	13,37	15,04	16,72
5½	4,81	5,65	6,50	7,34	8,18	12,54	14,62	16,71	18,79	20,88
6	5,72	6,73	7,73	8,73	9,74	15,37	17,92	20,47	23,02	25,58
6½	6,72	7,90	9,07	10,25	11,43	18,53	21,60	24,68	27,76	30,84
7	7,79	9,16	10,52	11,89	13,25	22,03	25,69	29,35	33,01	36,68
7½	8,95	10,51	12,08	13,65	15,21	25,88	30,19	34,50	38,81	43,12
8	10,18	11,96	13,75	15,53	17,31	30,09	35,11	40,13	45,15	50,18
8½	11,49	13,51	15,52	17,53	19,54	34,67	40,47	46,27	52,07	57,88
9	12,89	15,14	17,40	19,65	21,91	39,63	46,28	52,93	59,58	66,24
9½	14,36	16,87	19,39	21,90	24,41	44,98	52,55	60,13	67,70	75,28
0	15,91	18,70	21,48	24,27	27,05	50,73	59,30	67,87	76,44	85,02

IV. Holzzuwachs-Ta
zur Ermittelung des laufend
Jahreszuwa
an Bäumen und Waldbe

Erläuterung mit Gebrauchsbei

1) Taf. 88 u. 89: Hier findet man zuvörderst das ga maß zu dem fest angenommenen halbzolligen maße in Werkzollen, für jede obenan stehende Umfa stehende Scheitelhöhe. Von einem Stamme zu 2¾′ dasselbe 68 Zoll.

2) Taf. 90 u. 91: Der volle Höhenzuwachs in sten Jahrringe wird hinter jenem voran stehenden H und unter der obenan stehenden jüngsten Jahrring dem wirklichen Höhenzuwachse verglichen und hiernach zu 1, 3/4, 1/2, 1/4, oder 0 bestimmt. Finden sich zu obig von 68 Zoll auf dem äußersten ½ Zoll 11 Jahrringe, so (68 : 11) etwa 6 Zoll voller Höhenzuwachs, und ein w von 3 Zoll entspräche der Höhenzuwachsklasse ½ oder ¼. zahlen zu dem voran stehenden Höhenzuwachsmaße von 10mal größern Vorzahlen, auch alle ohne Unterschied Höhenzuwachsmaßes durch die auf dem Stärkenzuwachs ringzahl.

3) Taf. 92 bis 102: Prozente des Holzzuwach hier von oben herein nach der Umfangstärke und klasse, von der Seite herein nach dem Stärkenzuwa von 2¾′ U, $\frac{1}{11}$ Stärken- und ½ Höhenzuwachs hätte 2,1

Massengehalt $\frac{24 \times 2{,}16}{100} = 0{,}5184$ c′ zum laufende zuwachse.

Hätten die zu Taf. II. im 5. Beispiele berechneten 1 65 H, III. Klasse noch $\frac{1}{12}$ Stärken- und 3″ wirklichen H betrüge ihr Höhenzuwachsmaß 58″, ihr voller 1jähriger Höhenzuwachsklasse ¼ und ihr Massenzuwachs 1,46 pCt 5500 Kfß. Massengehalt 80,3 Kfß. Zuwachs.

Käme eine in diesen Tafeln nicht befindliche Jahrring ihr angehörige Zahl nach dem Betrage einer andern gege berechnen. Wäre z. B. das Höhenzuwachsmaß 30″, so b 1jährige Zuwachs auf ⅛ Jahrringstärke 30 × ⅛ = 3¾″; a auf ⅔, 30 × ⅔ = 20″; auf 1⅓, 30 × ⁴⁄₃ = 40″. Zu 2′ wären die Prozente des Holzzuwachses auf ¼ Jahrringstärk Doppelte, 2 × 10,9 = 21,8; auf 1⅓ = ⁴⁄₃, 4 × 10,9 = auf 1 und dazu 10,9 auf ⅓ = 43,6.

Es lassen sich also diese Zuwachstafeln für jeden, form ausgedrückten Stärkenzuwachs gebrauchen. Auch si teres auf Zehntelmaß anzuwenden: man darf nur den w nach Zwölftelfußen bestimmen und dazu dem Zuwachsstäb Maßeinheit geben, was beides neben dem Gebrauche de recht gut bestehen kann.

Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen zu dem halbzolligen Jahrringstärkenmaße.

	Der Stämme											
he	Umfangstärke in Fußen.											
ß.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	3
10	125	62	41	31	25	20	17	15	13	12	11	10
15	188	94	62	47	37	31	26	23	20	18	17	15
20	251	125	83	62	50	41	35	31	27	25	22	20
25	314	157	104	78	62	52	44	39	34	31	28	26
30	376	188	125	94	75	62	53	47	41	37	34	31
35	439	219	146	109	87	73	62	54	48	43	39	36
40	502	251	167	125	100	83	71	62	55	50	45	41
45	565	282	188	141	113	94	80	70	62	56	51	47
50	628	314	209	157	125	104	89	78	69	62	57	52
55	691	345	230	172	138	115	98	86	76	69	62	57
60	753	376	251	188	150	125	107	94	83	75	68	62
65	816	408	272	204	163	136	116	102	90	81	74	68
70	879	439	293	219	175	146	125	109	97	87	79	73
75	942	471	314	235	188	157	134	117	104	94	85	78
80	1005	502	335	251	201	167	143	125	111	100	91	83
85	1068	534	356	267	213	178	152	133	118	106	97	89
90	1130	565	376	282	226	188	161	141	125	113	102	94
95	1193	596	397	298	238	198	170	149	132	119	108	99
00	1256	628	418	314	251	209	179	157	139	125	114	104
05	1319	659	439	329	263	219	188	164	146	131	119	109
10	1382	691	460	345	276	230	197	172	153	138	125	115
15	1445	722	481	361	289	240	206	180	160	144	131	120
20	1507	753	502	376	301	251	215	188	167	150	137	125
25	1570	785	523	392	314	261	224	196	174	157	142	130
30	1633	816	544	408	326	272	233	204	181	163	148	136

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von b. 1 Zoll.	Zu 2³/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 3 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von b. 1 Zoll.
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1/2	1/4	0.	
1	28,5	26,1	23,7	21,4	19,0	26,1	23,9	21,8	19,6	17,4	1
1/2	14,2	13,0	11,8	10,7	9,51	13,0	11,9	10,9	9,81	8,72	1/2
1/3	9,52	8,72	7,93	7,13	6,34	8,72	7,99	7,27	6,54	5,81	1/3
1/4	7,14	6,54	5,94	5,35	4,75	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/4
1/5	5,71	5,23	4,75	4,28	3,80	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/5
1/6	4,76	4,36	3,96	3,56	3,17	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	1/6
1/7	4,08	3,74	3,39	3,05	2,71	3,74	3,42	3,11	2,80	2,49	1/7
1/8	3,57	3,27	2,97	2,67	2,37	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/8
1/9	3,17	2,90	2,64	2,37	2,11	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	1/9
1/10	2,85	2,61	2,37	2,14	1,90	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/10
1/11	2,59	2,38	2,16	1,94	1,73	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	1/11
1/12	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/12
1/13	2,19	2,01	1,83	1,64	1,46	2,01	1,84	1,67	1,50	1,34	1/13
1/14	2,04	1,87	1,69	1,52	1,35	1,87	1,71	1,55	1,40	1,24	1/14
1/15	1,90	1,74	1,58	1,42	1,26	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/15
1/16	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/16
1/17	1,68	1,54	1,39	1,25	1,11	1,54	1,41	1,28	1,15	1,02	1/17
1/18	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1/18
1/19	1,50	1,37	1,25	1,12	1,00	1,37	1,26	1,14	1,03	0,91	1/19
1/20	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/20
1/21	1,36	1,24	1,13	1,01	0,90	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1/21
1/22	1,29	1,19	1,08	0,97	0,86	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1/22
1/23	1,24	1,13	1,03	0,93	0,82	1,13	1,04	0,94	0,85	0,75	1/23
1/24	1,19	1,09	0,99	0,89	0,79	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/24
1/25	1,14	1,04	0,95	0,85	0,76	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/25

Ganzes Höhenzuwachsmaß in Zollen.	Antheil des jüngsten Jahrringes von dem 1/2 Zoll im R.										
	1/4	1/6	1/8	1/10	1/12	1/14	1/16	1/18	1/20	1/22	1/24
22	5,5	3,6	2,7	2,2	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9
24	6,0	4,0	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	1,0	1,0
26	6,5	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0
28	7,0	4,6	3,5	2,8	2,3	2,0	1,7	1,5	1,4	1,2	1,1
30	7,5	5,0	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	1,3	1,2
32	8,0	5,3	4,0	3,2	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	1,4	1,3
34	8,5	5,6	4,2	3,4	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	1,5	1,4
36	9,0	6,0	4,5	3,6	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	1,6	1,5
38	9,5	6,3	4,7	3,8	3,1	2,7	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5
40	10,0	6,6	5,0	4,0	3,3	2,8	2,5	2,2	2,0	1,8	1,6
42	10,5	7,0	5,2	4,2	3,5	3,0	2,6	2,3	2,1	1,9	1,7
44	11,0	7,3	5,5	4,4	3,6	3,1	2,7	2,4	2,2	2,0	1,8
46	11,5	7,6	5,7	4,6	3,8	3,2	2,8	2,5	2,3	2,0	1,9
48	12,0	8,0	6,0	4,8	4,0	3,4	3,0	2,6	2,4	2,1	2,0
50	12,5	8,3	6,2	5,0	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	2,2	2,0
52	13,0	8,6	6,5	5,2	4,3	3,7	3,2	2,8	2,6	2,3	2,1
54	13,5	9,0	6,7	5,4	4,5	3,8	3,3	3,0	2,7	2,4	2,2
56	14,0	9,3	7,0	5,6	4,6	4,0	3,5	3,1	2,8	2,5	2,3
58	14,5	9,6	7,2	5,8	4,8	4,1	3,6	3,2	2,9	2,6	2,4
60	15,0	10,0	7,5	6,0	5,0	4,2	3,7	3,3	3,0	2,7	2,5
62	15,5	10,3	7,7	6,2	5,1	4,4	3,8	3,4	3,1	2,8	2,5
64	16,0	10,6	8,0	6,4	5,3	4,5	4,0	3,5	3,2	2,9	2,6
66	16,5	11,0	8,2	6,6	5,5	4,7	4,1	3,6	3,3	3,0	2,7
68	17,0	11,3	8,5	6,8	5,6	4,8	4,2	3,7	3,4	3,0	2,8
70	17,5	11,6	8,7	7,0	5,8	5,0	4,3	3,8	3,5	3,1	2,9
72	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	3,2	3,0
74	18,5	12,3	9,2	7,4	6,1	5,2	4,6	4,1	3,7	3,3	3,0
76	19,0	12,6	9,5	7,6	6,3	5,4	4,7	4,2	3,8	3,4	3,1
78	19,5	13,0	9,7	7,8	6,5	5,5	4,8	4,3	3,9	3,5	3,2
80	20,0	13,3	10,0	8,0	6,6	5,7	5,0	4,4	4,0	3,6	3,3

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll.	Zu 4½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 5 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von d. ½ Zoll.
	1	¾	½	¼	0.	1	¾	½	¼	0.	
1	17,4	15,9	14,5	13,0	11,6	15,7	14,3	13,0	11,7	10,4	1
1/2	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1/2
1/3	5,81	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,79	4,36	3,92	3,48	1/3
1/4	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/4
1/5	3,48	3,19	2,90	2,61	2,32	3,14	2,87	2,61	2,35	2,09	1/5
1/6	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/6
1/7	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1/7
1/8	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/8
1/9	1,93	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1/9
1/10	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/10
1/11	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1/11
1/12	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/12
1/13	1,34	1,23	1,11	1,00	0,89	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	1/13
1/14	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/14
1/15	1,16	1,06	0,96	0,87	0,77	1,04	0,95	0,87	0,78	0,69	1/15
1/16	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/16
1/17	1,02	0,94	0,85	0,76	0,68	0,92	0,84	0,76	0,69	0,61	1/17
1/18	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/18
1/19	0,91	0,84	0,76	0,68	0,61	0,82	0,75	0,68	0,61	0,55	1/19
1/20	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/20
1/21	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	1/21
1/22	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/22
1/23	0,75	0,69	0,63	0,56	0,50	0,68	0,62	0,56	0,51	0,45	1/23
1/24	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/24
1/25	0,69	0,63	0,58	0,52	0,46	0,62	0,57	0,52	0,47	0,41	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.=Stärke von d. ⅒ Zoll	Zu 1/4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Zu 1/2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Jahrr.=Stärke von d. ⅒ Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1/2	1/4	0.	
1	342	309	275	242	209	160	146	132	118	104	1
1/2	171	154	137	121	104	80,2	73,3	66,3	59,3	52,3	1/2
1/3	114	103	91,9	80,8	69,7	53,5	48,8	44,2	39,5	34,8	1/3
1/4	85,6	77,3	68,9	60,6	52,3	40,1	36,6	33,1	29,6	26,1	1/4
1/5	68,5	61,8	55,1	48,5	41,8	32,1	29,3	26,5	23,7	20,9	1/5
1/6	57,1	51,5	45,9	40,4	34,8	26,7	24,4	22,1	19,7	17,4	1/6
1/7	48,9	44,1	39,4	34,6	29,9	22,9	20,9	18,9	16,9	14,9	1/7
1/8	42,8	38,6	34,4	30,3	26,1	20,0	18,3	16,5	14,8	13,0	1/8
1/9	38,0	34,3	30,6	26,9	23,2	17,8	16,2	14,7	13,1	11,6	1/9
1/10	34,2	30,9	27,5	24,2	20,9	16,0	14,6	13,2	11,8	10,4	1/10
1/11	31,1	28,1	25,0	22,0	19,0	14,5	13,3	12,0	10,7	9,51	1/11
1/12	28,5	25,7	22,9	20,2	17,4	13,3	12,2	11,0	9,88	8,72	1/12
1/13	26,3	23,7	21,2	18,6	16,1	12,3	11,2	10,2	9,12	8,05	1/13
1/14	24,4	22,0	19,7	17,3	14,9	11,4	10,4	9,47	8,47	7,47	1/14
1/15	22,8	20,6	18,3	16,1	13,9	10,7	9,77	8,84	7,90	6,97	1/15
1/16	21,4	19,3	17,2	15,1	13,0	10,0	9,16	8,28	7,41	6,54	1/16
1/17	20,1	18,1	16,2	14,2	12,3	9,44	8,62	7,80	6,97	6,15	1/17
1/18	19,0	17,1	15,3	13,4	11,6	8,92	8,14	7,36	6,59	5,81	1/18
1/19	18,0	16,2	14,5	12,7	11,0	8,45	7,71	6,98	6,24	5,50	1/19
1/20	17,1	15,4	13,7	12,1	10,4	8,02	7,33	6,63	5,93	5,23	1/20
1/21	16,3	14,7	13,1	11,5	9,96	7,64	6,98	6,31	5,64	4,98	1/21
1/22	15,5	14,0	12,5	11,0	9,51	7,29	6,66	6,02	5,39	4,75	1/22
1/23	14,8	13,4	11,9	10,5	9,10	6,98	6,37	5,76	5,15	4,55	1/23
1/24	14,2	12,8	11,4	10,1	8,72	6,69	6,10	5,52	4,94	4,36	1/24
1/25	13,7	12,3	11,0	9,70	8,37	6,42	5,86	5,30	4,74	4,18	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll	Zu 7 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 8 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1/2	1/4	0.	
1	11,2	10,2	9,34	8,41	7,47	9,81	8,99	8,17	7,35	6,54	1
1/2	5,60	5,14	4,67	4,20	3,73	4,90	4,49	4,08	3,67	3,27	1/2
1/3	3,73	3,42	3,11	2,80	2,49	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/3
1/4	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,24	2,04	1,83	1,63	1/4
1/5	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/5
1/6	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/6
1/7	1,60	1,46	1,33	1,20	1,06	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1/7
1/8	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1,22	1,12	1,02	0,91	0,81	1/8
1/9	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/9
1/10	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/10
1/11	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	1/11
1/12	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/12
1/13	0,86	0,79	0,71	0,64	0,57	0,75	0,69	0,62	0,56	0,50	1/13
1/14	0,80	0,73	0,66	0,60	0,53	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	1/14
1/15	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/15
1/16	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	0,61	0,56	0,51	0,45	0,40	1/16
1/17	0,65	0,60	0,54	0,49	0,43	0,57	0,52	0,48	0,43	0,38	1/17
1/18	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	1/18
1/19	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	0,51	0,47	0,43	0,38	0,34	1/19
1/20	0,56	0,51	0,46	0,42	0,37	0,49	0,44	0,40	0,36	0,32	1/20
1/21	0,53	0,48	0,44	0,40	0,35	0,46	0,42	0,38	0,35	0,31	1/21
1/22	0,50	0,46	0,42	0,38	0,33	0,44	0,40	0,37	0,33	0,29	1/22
1/23	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,42	0,39	0,35	0,31	0,28	1/23
1/24	0,46	0,42	0,38	0,35	0,31	0,40	0,37	0,34	0,30	0,27	1/24
1/25	0,44	0,41	0,37	0,33	0,29	0,39	0,35	0,32	0,29	0,26	1/25

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll	Zu 1¹/₄ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 1¹/₂ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll
	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	1	³/₄	¹/₂	¹/₄	0.	
1	63,0	57,7	52,4	47,1	41,8	52,4	48,0	43,6	39,2	34,8	1
1/2	31,5	28,8	26,2	23,5	20,9	26,2	24,0	21,8	19,6	17,4	1/2
1/3	21,0	19,2	17,4	15,7	13,9	17,4	16,0	14,5	13,0	11,6	1/3
1/4	15,7	14,4	13,1	11,7	10,4	13,1	12,0	10,9	9,82	8,72	1/4
1/5	12,6	11,5	10,4	9,43	8,37	10,4	9,61	8,73	7,85	6,97	1/5
1/6	10,5	9,62	8,74	7,85	6,97	8,74	8,01	7,27	6,54	5,81	1/6
1/7	9,00	8,24	7,49	6,73	5,98	7,49	6,86	6,23	5,61	4,98	1/7
1/8	7,87	7,21	6,55	5,89	5,23	6,55	6,00	5,45	4,91	4,36	1/8
1/9	7,00	6,41	5,82	5,23	4,65	5,82	5,34	4,85	4,36	3,87	1/9
1/10	6,30	5,77	5,24	4,71	4,18	5,24	4,80	4,36	3,92	3,48	1/10
1/11	5,72	5,24	4,76	4,28	3,80	4,76	4,37	3,97	3,57	3,17	1/11
1/12	5,25	4,81	4,37	3,92	3,48	4,37	4,00	3,63	3,27	2,90	1/12
1/13	4,84	4,44	4,03	3,62	3,22	4,03	3,69	3,35	3,02	2,68	1/13
1/14	4,50	4,12	3,74	3,36	2,99	3,74	3,43	3,11	2,80	2,49	1/14
1/15	4,20	3,84	3,49	3,14	2,79	3,49	3,20	2,91	2,61	2,32	1/15
1/16	3,93	3,60	3,27	2,94	2,61	3,27	3,00	2,72	2,45	2,18	1/16
1/17	3,70	3,39	3,08	2,77	2,46	3,08	2,82	2,56	2,31	2,05	1/17
1/18	3,50	3,20	2,91	2,61	2,32	2,91	2,67	2,42	2,18	1,93	1/18
1/19	3,31	3,03	2,76	2,48	2,20	2,76	2,53	2,29	2,06	1,83	1/19
1/20	3,15	2,88	2,62	2,35	2,09	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	1/20
1/21	3,00	2,74	2,49	2,24	1,99	2,49	2,28	2,07	1,87	1,66	1/21
1/22	2,86	2,62	2,38	2,14	1,90	2,38	2,18	1,98	1,78	1,58	1/22
1/23	2,74	2,51	2,28	2,05	1,82	2,28	2,09	1,89	1,70	1,51	1/23
1/24	2,62	2,40	2,18	1,96	1,74	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1/24
1/25	2,52	2,30	2,09	1,88	1,67	2,09	1,92	1,74	1,57	1,39	1/25

V. Abstands-Tafeln,

der

Waldbestände Schluß und Dichtheit

zu bestimmen.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen.

Voran steht die Abstandszahl oder die Entfernung der Stämme nach ihrem mittlern Umfange bemessen; hintenan findet man den dazu gehörigen Antheil, welchen die Stammgrundflächensumme von der Bestandsfläche einnimmt; dazwischen ist der ebenmäßige Stammgrundflächen-Gehalt mehrer Flächenmaße mit aufgereiht. Leicht läßt sich der Betrag jeder andern, in gemeinen Fußen ausgedrückten Forstflächeneinheit nach dem allgemeinen Stammgrundflächen-Antheile zu einer solchen Reihe auffummiren.

1) In einem Buchenbestande habe man von je einem ausgesuchten Nachbarstamme zum andern folgende Abstandsmaße gefunden:

$2\frac{1}{2}'$ U	zu $3'$	U,	Entfernung	$15'$,	mithin	Abstand	5,45,
3	» » $2\frac{3}{4}$	»	»	» 16	»	»	5,57,
$2\frac{3}{4}$	» » $3\frac{1}{4}$	»	»	» $16\frac{1}{2}$	»	»	5,50,
$3\frac{1}{4}$	» » $3\frac{3}{8}$	»	»	» $18\frac{1}{8}$	»	»	5,48,

also den Durchschnitts-Abstand: $\frac{22}{4} = 5{,}5$.

2) Der Massengehalt dieses Bestandes, von 75′ H, II. Formkl. und 43,2 Gehaltshöhe, wäre auf dem preuß. Morg. zu 67 q′ Stammgrundfläche $43{,}2 \times 67 = 2894$ Kfß.

3) Sollte derselbe Bestand eben verjüngt werden, und erforderte die Schlagstellung den Abstand 7, also an Stammgrundfläche 42 q′: so hätte man $43{,}2 \times 42 = 1814$ Kfß. stehen zu lassen und $2894 - 1814 = 1080$ Kfß. zu schlagen.

4) Wäre dieser zu 7 Abstand gestellte Schlagbestand von 3′ durchschnittlicher Umfangstärke und mit $\frac{1}{4}$ Stärkenzuwachs nach 10 Jahren wieder zu berichtigen; betrüge also bis dahin der Stärkenzuwachs $\frac{10}{8}$ des halben Zolles im Halbmesser oder 2′′ im Durchmesser, etwa $\frac{1}{2}$ Fuß im Umfang: so stellte sich inzwischen der Abstand bei der anfänglichen Entfernung von $7 \times 3 = 21'$ auf $\frac{21}{3\frac{1}{2}} = 6$; mithin stiege die Stammgrundfläche von $6^2 : 7^2$ oder $36 : 49$, und der Schlagbestand könnte dann wieder von seiner Stammgrundfläche $\frac{13}{49}$ abgeben. Die fraglichen Bestandsmassen lassen sich leicht bestimmen, wenn man den Höhenzuwachs und die etwaige Formveränderung mit in Rechnung nimmt.

Prozente des Holzzuwachses.

Jahr.-Stärke von b. 1 Zoll	Zu 2 1/4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	3/4	1/2	1/4	0.	Zu 2 1/2 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	3/4	1/2	1/4	0.	Jahr.-Stärke von b. 1 Zoll
1	34,9	32,0	29,0	26,1	23,2	31,4	28,8	26,1	23,5	20,9	1
1/2	17,4	16,0	14,5	13,0	11,6	15,7	14,4	13,0	11,7	10,4	1/2
1/3	11,6	10,6	9,69	8,72	7,75	10,4	9,60	8,72	7,85	6,97	1/3
1/4	8,73	8,00	7,27	6,54	5,81	7,85	7,20	6,54	5,88	5,23	1/4
1/5	6,98	6,40	5,81	5,23	4,65	6,28	5,76	5,23	4,71	4,18	1/5
1/6	5,82	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,80	4,36	3,92	3,48	1/6
1/7	4,98	4,57	4,15	3,73	3,32	4,48	4,11	3,74	3,36	2,99	1/7
1/8	4,36	4,00	3,63	3,27	2,90	3,92	3,60	3,27	2,94	2,61	1/8
1/9	3,88	3,55	3,23	2,90	2,58	3,49	3,20	2,90	2,61	2,32	1/9
1/10	3,49	3,20	2,90	2,61	2,32	3,14	2,88	2,6[illegible]	2,35	2,09	1/10
1/11	3,17	2,91	2,64	2,37	2,11	2,85	2,61	[illegible]	2,14	1,90	1/11
1/12	2,91	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,40	2,18	1,96	1,74	1/12
1/13	2,68	2,46	2,23	2,01	1,78	2,41	2,21	2,01	1,81	1,61	1/13
1/14	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,87	1,68	1,49	1/14
1/15	2,32	2,13	1,93	1,74	1,55	2,09	1,92	1,74	1,57	1,39	1/15
1/16	2,18	2,00	1,81	1,63	1,45	1,96	1,80	1,63	1,47	1,30	1/16
1/17	2,05	1,88	1,71	1,53	1,36	1,84	1,69	1,54	1,38	1,23	1/17
1/18	1,94	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,60	1,45	1,30	1,16	1/18
1/19	1,83	1,68	1,53	1,37	1,22	1,65	1,51	1,37	1,23	1,10	1/19
1/20	1,74	1,60	1,45	1,30	1,16	1,57	1,44	1,30	1,17	1,04	1/20
1/21	1,66	1,52	1,38	1,24	1,10	1,49	1,37	1,24	1,12	0,99	1/21
1/22	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,19	1,07	0,95	1/22
1/23	1,51	1,39	1,26	1,13	1,01	1,36	1,25	1,13	1,02	0,91	1/23
1/24	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,20	1,09	0,98	0,87	1/24
1/25	1,39	1,28	1,16	1,04	0,93	1,25	1,15	1,04	0,94	0,83	1/25

Abstands-Verhältnisse.

Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.	Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stamm-grund-flächen-Antheil.
	Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig			Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig	
4,58	98,4	152	155,6	0,00380	3,97	130,8	202	206,8	0,00505
4,55	99,7	154	157,6	0,00385	3,95	132,1	204	208,8	0,00510
4,52	101,0	156	159,7	0,00390	3,93	133,4	206	210,9	0,00515
4,49	102,3	158	161,7	0,00395	3,91	134,7	208	212,9	0,00520
4,46	103,6	160	163,8	0,00400	3,89	136,0	210	215,0	0,00525
4,43	104,9	162	165,8	0,00405	3,87	137,3	212	217,0	0,00530
4,41	106,2	164	167,9	0,00410	3,85	138,6	214	219,1	0,00535
4,38	107,5	166	169,9	0,00415	3,84	139,9	216	221,1	0,00540
4,35	108,8	168	172,0	0,00420	3,82	141,2	218	223,2	0,00545
4,32	110,1	170	174,0	0,00425	3,80	142,5	220	225,2	0,00550
4,30	111,4	172	176,1	0,00430	3,78	143,8	222	227,3	0,00555
4,27	112,7	174	178,1	0,00435	3,77	145,1	224	229,3	0,00560
4,25	114,0	176	180,2	0,00440	3,75	146,4	226	231,4	0,00565
4,23	115,3	178	182,2	0,00445	3,74	147,7	228	233,4	0,00570
4,21	116,6	180	184,3	0,00450	3,72	149,0	230	235,5	0,00575
4,18	117,9	182	186,3	0,00455	3,70	150,3	232	237,5	0,00580
4,16	119,2	184	188,4	0,00460	3,68	151,6	234	239,6	0,00585
4,13	120,5	186	190,4	0,00465	3,67	152,9	236	241,6	0,00590
4,11	121,8	188	192,5	0,00470	3,65	154,2	238	243,7	0,00595
4,09	123,1	190	194,5	0,00475	3,64	155,5	240	245,7	0,00600
4,07	124,4	192	196,6	0,00480	3,62	156,8	242	247,8	0,00605
4,05	125,7	194	198,6	0,00485	3,61	158,1	244	249,8	0,00610
4,03	127,0	196	200,7	0,00490	3,59	159,4	246	251,9	0,00615
4,01	128,3	198	202,7	0,00495	3,58	160,7	248	253,9	0,00620
3,99	129,6	200	204,8	0,00500	3,56	162,0	250	256,0	0,00625

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.=Stärke von d. ½ Zoll	Zu 3½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Zu 4 Fuß Umfang und der Höhenzuw.=Klasse:					Jahrr.=Stärke von d. ½ Zoll
	1	¾	½	¼	0.	1	¾	½	¼	0.	
1	22,4	20,5	18,6	16,8	14,9	19,6	17,9	16,3	14,7	13,0	1
1/2	11,2	10,2	9,34	8,41	7,47	9,81	8,99	8,17	7,36	6,54	1/2
1/3	7,47	6,85	6,23	5,60	4,98	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/3
1/4	5,60	5,14	4,67	4,20	3,73	4,90	4,49	4,08	3,68	3,27	1/4
1/5	4,48	4,11	3,73	3,36	2,99	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/5
1/6	3,73	3,42	3,11	2,80	2,49	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/6
1/7	3,20	2,93	2,67	2,40	2,13	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	1/7
1/8	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,24	2,04	1,84	1,63	1/8
1/9	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/9
1/10	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/10
1/11	2,03	1,86	1,69	1,52	1,35	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1/11
1/12	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/12
1/13	1,72	1,58	1,43	1,29	1,15	1,51	1,38	1,25	1,13	1,00	1/13
1/14	1,60	1,46	1,33	1,20	1,06	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1/14
1/15	1,49	1,37	1,24	1,12	0,99	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/15
1/16	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1,22	1,12	1,02	0,92	0,81	1/16
1/17	1,31	1,20	1,09	0,98	0,87	1,15	1,05	0,96	0,86	0,76	1/17
1/18	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/18
1/19	1,18	1,08	0,98	0,88	0,78	1,03	0,94	0,86	0,77	0,68	1/19
1/20	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/20
1/21	1,06	0,97	0,89	0,80	0,71	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	1/21
1/22	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	1/22
1/23	0,97	0,89	0,81	0,73	0,65	0,85	0,78	0,71	0,64	0,56	1/23
1/24	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/24
1/25	0,89	0,82	0,74	0,67	0,59	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/25

Jahrr.-Stärke von b. ⅒ Zoll	Zu 4½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	¾	½	¼	0.	Zu 5 Fu[ß] und der Höhe[n…] 1	¾	½
1	17,4	15,9	14,5	13,0	11,6	15,7	14,3	13,
1/2	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,5
1/3	5,81	5,33	4,84	4,36	3,87	5,23	4,79	4,3
1/4	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,2
1/5	3,48	3,19	2,90	2,61	2,32	3,14	2,87	2,6
1/6	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,1
1/7	2,49	2,28	2,07	1,86	1,66	2,24	2,05	1,8
1/8	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,6
1/9	1,93	1,77	1,61	1,45	1,29	1,74	1,59	1,4
1/10	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,3
1/11	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,42	1,30	1,1
1/12	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,0
1/13	1,34	1,23	1,11	1,00	0,89	1,20	1,10	1,0
1/14	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,9
1/15	1,16	1,06	0,96	0,87	0,77	1,04	0,95	0,8
1/16	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,8
1/17	1,02	0,94	0,85	0,76	0,68	0,92	0,84	0,7
1/18	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,7
1/19	0,91	0,84	0,76	0,68	0,61	0,82	0,75	0,6
1/20	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,6
1/21	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,74	0,68	0,6
1/22	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,5
1/23	0,75	0,69	0,63	0,56	0,50	0,68	0,62	0,5
1/24	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,5
1/25	0,69	0,63	0,58	0,52	0,46	0,62	0,57	0,5

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll	Zu 5½ Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 6 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Jahrr.-Stärke von d. 1 Zoll
	1	¾	½	¼	0.	1	¾	½	¼	0.	
1	14,2	13,0	11,8	10,7	9,51	13,0	11,9	10,9	9,81	8,72	1
1/2	7,13	6,54	5,94	5,35	4,75	6,54	5,99	5,45	4,90	4,36	1/2
1/3	4,75	4,36	3,96	3,56	3,17	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	1/3
1/4	3,56	3,27	2,97	2,67	2,37	3,27	2,99	2,72	2,45	2,18	1/4
1/5	2,85	2,61	2,37	2,14	1,90	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/5
1/6	2,37	2,18	1,98	1,78	1,58	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1/6
1/7	2,03	1,86	1,69	1,52	1,35	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1/7
1/8	1,78	1,63	1,48	1,33	1,18	1,63	1,49	1,36	1,22	1,09	1/8
1/9	1,58	1,45	1,32	1,18	1,05	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1/9
1/10	1,42	1,30	1,18	1,07	0,95	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/10
1/11	1,29	1,18	1,08	0,97	0,86	1,18	1,09	0,99	0,89	0,79	1/11
1/12	1,18	1,09	0,99	0,89	0,79	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	1/12
1/13	1,09	1,00	0,91	0,82	0,73	1,00	0,92	0,83	0,75	0,67	1/13
1/14	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	1/14
1/15	0,95	0,87	0,79	0,71	0,63	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/15
1/16	0,89	0,81	0,74	0,66	0,59	0,81	0,74	0,68	0,61	0,54	1/16
1/17	0,83	0,76	0,69	0,62	0,55	0,76	0,70	0,64	0,57	0,51	1/17
1/18	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	1/18
1/19	0,75	0,68	0,62	0,56	0,50	0,68	0,63	0,57	0,51	0,45	1/19
1/20	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/20
1/21	0,67	0,62	0,56	0,50	0,45	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	1/21
1/22	0,64	0,59	0,54	0,48	0,43	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	1/22
1/23	0,62	0,56	0,51	0,46	0,41	0,56	0,52	0,47	0,42	0,37	1/23
1/24	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	1/24
1/25	0,57	0,52	0,47	0,42	0,38	0,52	0,47	0,43	0,39	0,34	1/25

Jahrr.-Stärke von b. 1/x Zoll	Zu 7 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse:					Zu 8 F und der Hö		
	1	3/4	1/2	1/4	0.	1	3/4	1
1	11,2	10,2	9,34	8,41	7,47	9,81	8,99	8,
1/2	5,60	5,14	4,67	4,20	3,73	4,90	4,49	4,
1/3	3,73	3,42	3,11	2,80	2,49	3,27	2,99	2,
1/4	2,80	2,57	2,33	2,10	1,86	2,45	2,24	2,
1/5	2,24	2,05	1,86	1,68	1,49	1,96	1,79	1,
1/6	1,86	1,71	1,55	1,40	1,24	1,63	1,49	1,
1/7	1,60	1,46	1,33	1,20	1,06	1,40	1,28	1,
1/8	1,40	1,28	1,16	1,05	0,93	1,22	1,12	1,
1/9	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,09	0,99	0,
1/10	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	0,98	0,89	0,
1/11	1,01	0,93	0,84	0,76	0,67	0,89	0,81	0,
1/12	0,93	0,85	0,77	0,70	0,62	0,81	0,74	0,
1/13	0,86	0,79	0,71	0,64	0,57	0,75	0,69	0,
1/14	0,80	0,73	0,66	0,60	0,53	0,70	0,64	0,
1/15	0,74	0,68	0,62	0,56	0,49	0,65	0,59	0,
1/16	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	0,61	0,56	0,
1/17	0,65	0,60	0,54	0,49	0,43	0,57	0,52	0,
1/18	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	0,54	0,49	0,
1/19	0,59	0,54	0,49	0,44	0,39	0,51	0,47	0,
1/20	0,56	0,51	0,46	0,42	0,37	0,49	0,44	0,
1/21	0,53	0,48	0,44	0,40	0,35	0,46	0,42	0,
1/22	0,50	0,46	0,42	0,38	0,33	0,44	0,40	0,
1/23	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,42	0,39	0,
1/24	0,46	0,42	0,38	0,35	0,31	0,40	0,37	0,
1/25	0,44	0,41	0,37	0,33	0,29	0,39	0,35	0,

Prozente des Holzzuwachses.

Jahrr.-Stärke von d. 1/1 Zoll.	Zu 9 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	3/4	1/2	1/4	0.	Zu 10 Fuß Umfang und der Höhenzuw.-Klasse: 1	3/4	1/2	1/4	0.	Jahrr.-Stärke von d. 1/1 Zoll.
1	8,72	7,99	7,26	6,54	5,81	7,85	7,19	6,54	5,88	5,23	1
1/2	4,36	3,99	3,63	3,27	2,90	3,92	3,59	3,27	2,94	2,61	1/2
1/3	2,90	2,66	2,42	2,18	1,93	2,61	2,39	2,18	1,96	1,74	1/3
1/4	2,18	1,99	1,81	1,63	1,45	1,96	1,79	1,63	1,47	1,30	1/4
1/5	1,74	1,59	1,45	1,30	1,16	1,57	1,43	1,30	1,17	1,04	1/5
1/6	1,45	1,33	1,21	1,09	0,96	1,30	1,19	1,09	0,98	0,87	1/6
1/7	1,24	1,14	1,03	0,93	0,83	1,12	1,02	0,93	0,84	0,74	1/7
1/8	1,09	0,99	0,90	0,81	0,72	0,98	0,89	0,81	0,73	0,65	1/8
1/9	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	1/9
1/10	0,87	0,79	0,72	0,65	0,58	0,78	0,71	0,65	0,58	0,52	1/10
1/11	0,79	0,72	0,66	0,59	0,52	0,71	0,65	0,59	0,53	0,47	1/11
1/12	0,72	0,66	0,60	0,54	0,48	0,65	0,59	0,54	0,49	0,43	1/12
1/13	0,67	0,61	0,55	0,50	0,44	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	1/13
1/14	0,62	0,57	0,51	0,46	0,41	0,56	0,51	0,46	0,42	0,37	1/14
1/15	0,58	0,53	0,48	0,43	0,38	0,52	0,47	0,43	0,39	0,34	1/15
1/16	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	0,49	0,44	0,40	0,36	0,32	1/16
1/17	0,51	0,47	0,42	0,38	0,34	0,46	0,42	0,38	0,34	0,30	1/17
1/18	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,43	0,39	0,36	0,32	0,29	1/18
1/19	0,45	0,42	0,38	0,34	0,30	0,41	0,37	0,34	0,30	0,27	1/19
1/20	0,43	0,39	0,36	0,32	0,29	0,39	0,35	0,32	0,29	0,26	1/20
1/21	0,41	0,38	0,34	0,31	0,27	0,37	0,34	0,31	0,28	0,24	1/21
1/22	0,39	0,36	0,33	0,29	0,26	0,35	0,32	0,29	0,26	0,23	1/22
1/23	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	1/23
1/24	0,36	0,33	0,30	0,27	0,24	0,32	0,29	0,27	0,24	0,21	1/24
1/25	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,31	0,28	0,26	0,23	0,20	1/25

V. Abstands-Tafel

der

Waldbestände Schluß und

zu bestimmen.

Erläuterung mit Gebrauchsbe

Voran steht die Abstandszahl oder die Entfern ihrem mittlern Umfange bemessen; hintenan findet man theil, welchen die Stammgrundflächensumme einnimmt; dazwischen ist der ebenmäßige Stammgr mehrer Flächenmaße mit aufgereiht. Leicht läßt sich de in gemeinen Fußen ausgedrückten Forstflächeneinheit nach d grundflächen-Antheile zu einer solchen Reihe aufsummire

1) In einem Buchenbestande habe man von je ei barstamme zum andern folgende Abstandsmaße gefunden:

2½′	U	zu	3′	U,	Entfernung	15′,	mithin	Abstand	
3	»	»	2¾	»	»	»	16	»	»
2¾	»	»	3¼	»	»	»	16½	»	»
3¼	»	»	3½	»	»	»	18½	»	»

also den Durchschnitts-Abstand

2) Der Massengehalt dieses Bestandes, von 75′ H Gehaltshöhe, wäre auf dem preuß. Morg. zu 67 q′ Stan = 2894 Kfß.

3) Sollte derselbe Bestand eben verjüngt werden, un stellung den Abstand 7, also an Stammgrundfläche 42 q′: = 1814 Kfß. stehen zu lassen und 2894 — 1814 = 108

4) Wäre dieser zu 7 Abstand gestellte Schlagbestand Umfangstärke und mit ⅙ Stärkenzuwachs nach 10 Jahre beträge also bis dahin der Stärkenzuwachs ¹⁰⁄₆₀ des hal ser oder 2″ im Durchmesser, etwa ½ Fuß im Umfang:

der Abstand bei der anfänglichen Entfernung von 7 × 3 =

hin stiege die Stammgrundfläche von $6^2 : 7^2$ oder 36 : stand könnte dann wieder von seiner Stammgrundfläche lichen Bestandsmassen lassen sich leicht bestimmen, wenn und die etwaige Formveränderung mit in Rechnung nim

---

Abstands-Verhältnisse.

Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stammgrundflächen-Antheil.	Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von			Stammgrundflächen-Antheil.
	Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig			Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig	
28,21	2,5	4	4,0	0,0001	5,58	66,0	102	104,4	0,00255
19,92	5,1	8	8,1	0,0002	5,53	67,3	104	106,4	0,00260
16,29	7,7	12	12,2	0,0003	5,48	68,6	106	108,5	0,00265
14,10	10,3	16	16,3	0,0004	5,43	69,9	108	110,5	0,00270
12,61	12,9	20	20,4	0,0005	5,38	71,2	110	112,6	0,00275
11,52	15,5	24	24,5	0,0006	5,33	72,5	112	114,6	0,00280
10,66	18,1	28	28,6	0,0007	5,28	73,8	114	116,7	0,00285
9,97	20,7	32	32,7	0,0008	5,24	75,1	116	118,7	0,00290
9,40	23,3	36	36,8	0,0009	5,19	76,4	118	120,8	0,00295
8,92	25,9	40	40,9	0,0010	5,15	77,7	120	122,8	0,00300
8,51	28,6	44	45,0	0,0011	5,11	79,0	122	124,9	0,00305
8,14	31,1	48	49,1	0,0012	5,07	80,3	124	126,9	0,00310
7,82	33,6	52	53,2	0,0013	5,03	81,6	126	129,0	0,00315
7,54	36,2	56	57,3	0,0014	4,99	82,9	128	131,0	0,00320
7,28	38,8	60	61,4	0,0015	4,95	84,2	130	133,1	0,00325
7,05	41,4	64	65,5	0,0016	4,91	85,5	132	135,1	0,00330
6,84	44,0	68	69,6	0,0017	4,87	86,8	134	137,2	0,00335
6,65	46,6	72	73,7	0,0018	4,84	88,1	136	139,2	0,00340
6,47	49,2	76	77,8	0,0019	4,80	89,4	138	141,3	0,00345
6,31	51,8	80	81,9	0,0020	4,77	90,7	140	143,3	0,00350
6,16	54,4	84	86,0	0,0021	4,73	92,0	142	145,4	0,00355
6,01	57,0	88	90,1	0,0022	4,70	93,3	144	147,4	0,00360
5,88	59,6	92	94,2	0,0023	4,67	94,6	146	149,5	0,00365
5,76	62,2	96	98,3	0,0024	4,64	95,9	148	151,5	0,00370
5,64	64,8	100	102,4	0,0025	4,61	97,2	150	153,6	0,00375

Abstands = Verhältnisse.

Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von: Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig	Stammgrundflächen-Antheil.	Abstand in Umfängen	Stammgrundfl.-Fuß zu den Maßen von: Preußen	Baiern Baden Darmstadt	Hannover Braunschweig	Stammgrundflächen-Antheil.
3,55	163,2	252	258,0	0,00630	3,23	196,9	304	311,2	0,0076
3,54	164,5	254	260,0	0,00635	3,21	199,5	308	315,3	0,0077
3,53	165,8	256	262,1	0,00640	3,19	202,1	312	319,4	0,0078
3,51	167,1	258	264,1	0,00645	3,17	204,7	316	323,5	0,0079
3,50	168,4	260	266,2	0,00650	3,15	207,3	320	327,6	0,0080
3,48	169,7	262	268,2	0,00655	3,13	209,9	324	331,7	0,0081
3,47	171,0	264	270,3	0,00660	3,12	212,5	328	335,8	0,0082
3,46	172,3	266	272,3	0,00665	3,10	215,1	332	339,9	0,0083
3,45	173,6	268	274,4	0,00670	3,08	217,7	336	344,0	0,0084
3,43	174,9	270	276,4	0,00675	3,06	220,3	340	348,1	0,0085
3,42	176,2	272	278,5	0,00680	3,04	222,9	344	352,2	0,0086
3,41	177,5	274	280,5	0,00685	3,02	225,5	348	356,3	0,0087
3,40	178,8	276	282,6	0,00690	3,01	228,0	352	360,4	0,0088
3,38	180,1	278	284,6	0,00695	2,99	230,6	356	364,5	0,0089
3,37	181,4	280	286,7	0,00700	2,97	233,2	360	368,6	0,0090
3,36	182,7	282	288,7	0,00705	2,96	235,8	364	372,7	0,0091
3,35	184,0	284	290,8	0,00710	2,94	238,4	368	376,8	0,0092
3,33	185,3	286	292,8	0,00715	2,93	241,0	372	380,9	0,0093
3,32	186,6	288	294,9	0,00720	2,91	243,6	376	385,0	0,0094
3,31	187,9	290	296,9	0,00725	2,89	246,2	380	389,1	0,0095
3,30	189,2	292	299,0	0,00730	2,88	248,8	384	393,2	0,0096
3,29	190,5	294	301,0	0,00735	2,86	251,4	388	397,3	0,0097
3,28	191,8	296	303,1	0,00740	2,85	254,0	392	401,4	0,0098
3,27	193,1	298	305,1	0,00745	2,84	256,6	396	405,5	0,0099
3,26	194,4	300	307,2	0,00750	2,82	259,2	400	409,6	0,0100

VI. Waldmassen = Ta

zur leichten

Bestandes = Sch

in preußischem Maß

Erläuterung mit Gebrauchsbe

Es greifen je zwei Seiten in einander. Voran st
standshöhe, hintenan die mittlere Stammform
Waldbestände. Unter den auch wörtlich bezeichneten
Klassenabtheilungen findet sich hinter der Abstan
gehalt pr. Morgen in Körperfußen.

1) Beispiele von einem Kiefernbestande.

a) Zur Klasse IIc mit 60′ H ergeben sich 2331 K

b) Zur gleichen Klasse und 63′ H, 2331 + $\frac{2598 -}{}$

c) Zwischen Klasse IIc und IIIa zu 60′ H, $\frac{2526 +}{2}$

d) Zu IIc Kl. 60′ H und 0,52 Stammform gehör

0,494 : 0,52 = 2331 : M

$$\frac{0{,}52 \times 2331}{0{,}494} = 2453$$ Kfß. Massenge

was man auch bei 62½′ H ziemlich nahe gefun

2) Es sei ein mehr räumlicher, zu IIb gehöriger
von Buchen in drei verschiedene Höhenklassen gesond
25′ hohe Unterwuchs 0,5, das 45′ hohe Mittelholz 0,2 u
holz 0,3 der Bestandsfläche ein: so beträgt der Massenge

Unterwuchs	643 × 0,5 =	321,5 Kf
Mittelholz	1331 × 0,2 =	266,2 »
Oberholz	1931 × 0,3 =	579,3 »
	Zusammen:	1167 Kfß.

3) In einem zu IIIc geschlossenen Bestande von
fände sich, daß die 85′ hohen Buchen 0,6 und die 95′
der gesammten Bestandsfläche einnähmen. Dies ergäbe

Buchenholz	4140 × 0,6 =	2484 Kf
Tannenholz	6422 × 0,4 =	2568 »
	Zusammen pr. Mg.:	5052 K

---

preuß. Fuß	in Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß
5	10,34	61	9,66	70	9,11	78	8,63	87	8,24	95	7,90	104
10	9,80	134	9,16	153	8,65	172	8,20	192	7,82	211	7,49	230
15	9,40	218	8,78	249	8,28	280	7,86	312	7,49	343	7,18	374
20	9,06	310	8,48	354	7,99	399	7,58	443	7,23	488	6,92	532
25	8,80	409	8,22	467	7,75	526	7,36	584	7,01	643	6,71	701
30	8,58	512	8,02	586	7,57	659	7,18	732	6,84	805	6,55	879
35	8,40	619	7,86	707	7,42	795	7,03	884	6,70	972	6,42	1061
40	8,24	730	7,71	835	7,27	939	6,89	1043	6,57	1148	6,30	1252
45	8,07	847	7,57	968	7,14	1089	6,76	1210	6,45	1331	6,18	1452
50	7,94	969	7,43	1108	7,01	1246	6,64	1385	6,34	1523	6,07	1662
55	7,80	1097	7,30	1254	6,89	1410	6,53	1567	6,23	1723	5,96	1880
60	7,67	1229	7,18	1405	6,77	1580	6,42	1756	6,12	1931	5,86	2107
65	7,55	1366	7,06	1561	6,66	1756	6,32	1951	6,02	2146	5,77	2841
70	7,44	1507	6,95	1723	6,56	1938	6,22	2154	5,93	2369	5,68	2585
75	7,32	1654	6,85	1891	6,46	2127	6,13	2364	5,84	2600	5,60	2836
80	7,23	1796	6,77	2052	6,38	2309	6,05	2565	5,77	2822	5,53	3079
85	7,16	1932	6,70	2208	6,32	2484	5,99	2760	5,71	3036	5,47	3312
90	7,11	2060	6,65	2355	6,27	2649	5,95	2943	5,67	3238	5,43	3532
95	7,08	2180	6,62	2491	6,24	2802	5,92	3114	5,64	3425	5,40	3737
00	7,06	2289	6,60	2615	6,22	2942	5,90	3269	5,63	3596	5,39	3923

Buchen-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und F

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gebr			
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gebr.		b. zieml. g	
Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	
7,58	113	7,30	121	7,05	130	6,83	139	6,63	
7,19	249	6,93	268	6,70	287	6,48	307	6,29	
6,89	405	6,64	436	6,42	467	6,21	499	6,03	
6,63	576	6,40	621	6,18	665	5,99	709	5,81	
6,44	760	6,21	818	6,01	877	5,82	935	5,64	
6,29	952	6,06	1025	5,86	1098	5,67	1171	5,50	
6,17	1149	5,94	1237	5,74	1326	5,56	1414	5,39	
6,05	1356	5,83	1461	5,63	1565	5,45	1669	5,29	
5,93	1573	5,72	1694	5,53	1815	5,35	1936	5,19	
5,83	1800	5,62	1939	5,43	2077	5,25	2216	5,10	
5,73	2037	5,52	2193	5,33	2350	5,16	2507	5,01	
5,63	2282	5,43	2458	5,25	2633	5,08	2809	4,93	
5,54	2536	5,34	2732	5,16	2927	5,00	3122	4,85	
5,45	2800	5,26	3015	5,08	3231	4,92	3446	4,77	
5,37	3072	5,18	3309	5,00	3545	4,84	3781	4,70	
5,30	3335	5,11	3592	4,94	3848	4,78	4105	4,64	
5,25	3588	5,06	3864	4,89	4140	4,73	4416	4,59	
5,22	3826	5,03	4121	4,86	4415	4,70	4709	4,56	
5,19	4048	5,00	4359	4,83	4671	4,68	4982	4,54	
5,18	4250	4,99	4577	4,82	4904	4,67	5231	4,53	

Mittelhöhe preuß. Fuß	in Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht		b. zieml. licht		c. etwas licht		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Absf.	Kfuß	Absf.	Kfuß	Absf.	Kfuß	Absf.	Kfuß	Absf.	Kfuß	Absf.	Kfuß
5	8,73	79	8,16	90	7,70	101	7,30	113	6,96	124	6,66	135
10	8,30	174	7,76	199	7,32	223	6,94	248	6,62	272	6,33	297
15	7,95	282	7,43	322	7,01	363	6,63	403	6,34	444	6,07	484
20	7,65	403	7,17	461	6,75	518	6,40	576	6,11	634	5,84	691
25	7,42	535	6,94	611	6,54	687	6,20	764	5,91	840	5,66	917
30	7,22	674	6,74	771	6,36	867	6,04	963	5,75	1060	5,51	1156
35	7,04	821	6,59	938	6,21	1055	5,89	1172	5,62	1289	5,38	1407
40	6,91	972	6,45	1111	6,08	1250	5,77	1389	5,51	1528	5,27	1667
45	6,79	1126	6,34	1287	5,98	1448	5,67	1609	5,41	1770	5,18	1931
50	6,67	1288	6,24	1472	5,88	1656	5,57	1840	5,32	2024	5,09	2208
55	6,56	1456	6,14	1664	5,78	1872	5,48	2080	5,23	2288	5,00	2496
60	6,45	1630	6,04	1863	5,69	2096	5,40	2329	5,15	2562	4,93	2795
65	6,35	1811	5,94	2070	5,60	2329	5,32	2588	5,07	2847	4,85	3106
70	6,26	1999	5,86	2284	5,52	2570	5,24	2856	5,00	3142	4,78	3427
75	6,17	2193	5,78	2506	5,44	2819	5,16	3132	4,93	3445	4,71	3759
80	6,09	2392	5,70	2734	5,36	3076	5,09	3418	4,86	3759	4,65	4101
85	6,01	2598	5,62	2969	5,29	3340	5,02	3711	4,79	4082	4,59	4453
90	5,93	2799	5,55	3199	5,23	3599	4,96	3999	4,73	4399	4,53	4799
95	5,88	2997	5,49	3425	5,18	3853	4,92	4281	4,69	4709	4,49	5137
100	5,83	3187	5,45	3642	5,14	4097	4,88	4553	4,65	5008	4,45	5463
105	5,79	3370	5,42	3851	5,11	4332	4,85	4814	4,62	5295	4,42	5777
110	5,77	3543	5,39	4049	5,08	4555	4,82	5061	4,59	5567	4,40	6073
115	5,75	3705	5,37	4235	5,07	4764	4,81	5294	4,58	5823	4,39	6353
120	5,74	3855	5,36	4406	5,06	4957	4,80	5508	4,57	6058	4,38	6609

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und F

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gebrä		
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gebr.		b. zieml. g
Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.
6,41	146	6,17	158	5,96	169	5,77	180	5,60
6,08	322	5,86	347	5,66	372	5,48	396	5,32
5,83	524	5,62	565	5,43	605	5,25	645	5,10
5,62	749	5,41	806	5,23	864	5,06	922	4,91
5,44	993	5,24	1069	5,07	1146	4,90	1222	4,76
5,29	1252	5,10	1348	4,93	1445	4,76	1541	4,63
5,17	1524	4,98	1642	4,81	1759	4,65	1876	4,52
5,06	1805	4,88	1944	4,71	2083	4,56	2222	4,43
4,97	2092	4,79	2253	4,63	2414	4,48	2575	4,35
4,89	2392	4,71	2576	4,55	2760	4,40	2944	4,28
4,81	2704	4,64	2912	4,48	3120	4,33	3328	4,21
4,74	3028	4,57	3261	4,41	3494	4,26	3727	4,14
4,66	3365	4,50	3624	4,34	3882	4,20	4141	4,08
4,59	3713	4,43	3998	4,28	4284	4,14	4570	4,02
4,52	4072	4,36	4385	4,22	4698	4,08	5011	3,96
4,46	4443	4,30	4785	4,16	5127	4,02	5468	3,90
4,40	4824	4,24	5195	4,10	5567	3,97	5938	3,85
4,35	5199	4,19	5599	4,05	5999	3,92	6399	3,81
4,31	5565	4,15	5993	4,01	6422	3,88	6850	3,77
4,27	5919	4,12	6374	3,98	6829	3,85	7284	3,74
4,25	6258	4,10	6739	3,96	7221	3,83	7702	3,72
4,23	6579	4,08	7085	3,94	7592	3,81	8098	3,70
4,22	6882	4,07	7411	3,93	7940	3,80	8469	3,69
4,21	7160	4,06	7711	3,92	8262	3,79	8812	3,68

Massengehalt der Kiefern- und

preuß. Fuß.	in Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan											
	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß
5	9,43	61	8,81	70	8,32	79	7,90	88	7,52	96	7,20	105
10	8,90	138	8,32	158	7,84	177	7,44	197	7,10	216	6,79	236
15	8,48	226	7,92	259	7,46	291	7,08	323	6,75	356	6,46	388
20	8,12	326	7,59	373	7,16	419	6,79	466	6,47	513	6,20	559
25	7,83	436	7,32	498	6,91	560	6,55	622	6,24	684	5,98	747
30	7,60	552	7,10	631	6,70	710	6,35	789	6,06	868	5,80	947
35	7,40	675	6,92	772	6,53	868	6,18	965	5,90	1061	5,65	1158
40	7,23	803	6,77	918	6,38	1032	6,05	1147	5,77	1261	5,52	1376
45	7,10	933	6,64	1066	6,26	1199	5,94	1333	5,66	1466	5,42	1599
50	6,96	1070	6,51	1222	6,14	1375	5,83	1528	5,55	1680	5,32	1833
55	6,84	1212	6,40	1385	6,03	1558	5,72	1731	5,45	1904	5,22	2077
60	6,72	1360	6,29	1554	5,93	1748	5,62	1948	5,36	2137	5,13	2331
65	6,62	1514	6,18	1730	5,83	1947	5,53	2165	5,28	2382	5,05	2598
70	6,52	1667	6,10	1905	5,75	2143	5,46	2382	5,21	2620	4,98	2858
75	6,44	1818	6,03	2078	5,68	2337	5,39	2597	5,14	2856	4,92	3116
80	6,38	1964	5,97	2245	5,63	2525	5,34	2806	5,09	3087	4,87	3367
85	6,33	2105	5,92	2406	5,58	2707	5,29	3008	5,05	3309	4,84	3610
90	6,30	2241	5,89	2561	5,55	2881	5,26	3201	5,02	3521	4,81	3841
95	6,27	2368	5,87	2706	5,53	3044	5,24	3382	5,00	3720	4,79	4059
100	6,26	2486	5,86	2841	5,52	3196	5,23	3551	4,99	3906	4,78	4261

Lärchen-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und F…

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gebrä…			
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gebr.		b. zieml. g…	
Abst.	Kfus	Abst.	Kfus	Abst.	Kfus	Abst.	Kfus	Abst.	K…
6,92	114	6,66	123	6,44	132	6,24	140	6,05	[illegible]
6,53	256	6,28	275	6,07	295	5,88	315	5,70	[illegible]
6,21	420	5,99	453	5,78	485	5,60	517	5,43	[illegible]
5,95	606	5,74	652	5,54	699	5,37	746	5,20	[illegible]
5,75	809	5,54	871	5,35	933	5,18	995	5,02	1…
5,57	1026	5,37	1105	5,19	1184	5,02	1263	4,87	1…
5,43	1254	5,23	1351	5,05	1447	4,89	1544	4,75	1…
5,30	1491	5,11	1605	4,94	1720	4,78	1835	4,64	1…
5,20	1733	5,01	1866	4,84	1999	4,69	2132	4,55	22…
5,11	1986	4,92	2139	4,75	2292	4,60	2444	4,47	25…
5,02	2250	4,83	2423	4,67	2597	4,52	2770	4,39	29…
4,93	2526	4,75	2720	4,59	2914	4,44	3108	4,31	33…
4,85	2814	4,68	3031	4,52	3247	4,37	3463	4,24	36…
4,78	3096	4,61	3334	4,45	3572	4,31	3811	4,18	40…
4,73	3376	4,56	3635	4,40	3895	4,26	4155	4,13	44…
4,68	3648	4,51	3928	4,36	4209	4,22	4490	4,09	47…
4,65	3911	4,48	4212	4,33	4512	4,19	4813	4,06	51…
4,62	4161	4,45	4481	4,30	4802	4,17	5122	4,04	54…
4,60	4397	4,43	4735	4,28	5073	4,15	5411	4,02	57…
4,59	4616	4,42	4971	4,27	5327	4,14	5682	4,01	60…

Massengehalt der Erlen- und andern mehr

in Körperfußen preußischen Maßes zur nebenan

Mittelhöhe pr. Fuß.	I. Klasse. Lichter Stand.						II. Klasse. Räumlicher Stand.					
	a. ganz licht.		b. zieml. licht.		c. etwas licht.		a. ganz räuml.		b. zieml. räuml.		c. etwas räuml.	
	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß
5	11,57	46	10,80	53	10,18	59	9,66	66	9,22	73	8,81	79
10	10,88	103	10,18	118	9,60	133	9,11	148	8,69	162	8,31	177
15	10,40	170	9,72	194	9,16	218	8,68	242	8,29	266	7,92	291
20	9,99	243	9,34	277	8,81	312	8,35	347	7,97	382	7,62	417
25	9,66	321	9,05	367	8,53	413	8,09	459	7,72	505	7,38	551
30	9,42	403	8,81	461	8,31	518	7,89	576	7,52	634	7,20	691
35	9,24	486	8,64	556	8,15	625	7,73	695	7,37	764	7,06	834
40	9,05	574	8,47	656	7,99	738	7,58	820	7,23	903	6,92	985
45	8,90	666	8,32	761	7,84	856	7,44	952	7,09	1047	6,79	1142
50	8,74	762	8,17	871	7,70	980	7,30	1089	6,96	1198	6,67	1307
55	8,58	862	8,02	985	7,57	1108	7,18	1232	6,84	1355	6,55	1478
60	8,43	966	7,89	1104	7,44	1242	7,05	1380	6,73	1518	6,44	1656
65	8,32	1067	7,78	1219	7,34	1371	6,96	1524	6,64	1676	6,36	1829
70	8,24	1162	7,71	1328	7,27	1494	6,89	1660	6,57	1827	6,30	1993
75	8,19	1252	7,66	1431	7,23	1610	6,85	1789	6,53	1968	6,26	2147
80	8,16	1334	7,63	1524	7,20	1715	6,83	1905	6,51	2096	6,24	2287



weichen Laubholz-Bestände pr. [cut off]

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und F[cut off]

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gebr[cut off]			
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gebr.		b. ziemlich g[cut off]	
Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	[cut off]
8,47	86	8,17	92	7,90	99	7,64	106	7,41	
7,99	192	7,70	207	7,44	222	7,20	236	6,99	
7,62	315	7,34	339	7,10	363	6,87	387	6,66	
7,33	451	7,06	486	6,82	521	6,61	555	6,41	
7,10	596	6,84	642	6,61	688	6,40	734	6,21	
6,92	749	6,66	806	6,44	864	6,24	922	6,05	
6,78	903	6,53	973	6,31	1042	6,11	1112	5,93	1
6,64	1067	6,41	1149	6,19	1231	5,99	1313	5,81	1
6,52	1237	6,29	1332	6,08	1427	5,88	1523	5,70	1
6,40	1415	6,17	1524	5,97	1633	5,77	1742	5,60	1
6,29	1601	6,06	1724	5,86	1847	5,67	1971	5,50	2
6,18	1794	5,96	1932	5,76	2070	5,58	2208	5,41	2
6,10	1981	5,88	2133	5,68	2286	5,50	2438	5,34	2
6,05	2159	5,83	2325	5,63	2491	5,45	2657	5,29	2
6,01	2325	5,79	2504	5,59	2683	5,42	2862	5,26	3
5,99	2477	5,77	2668	5,57	2858	5,40	3049	5,24	3

Massengehalt der Birken-Bestände pr. Morgen.

Mittelhöhe preuß. Fuß.	in Körperfußen preuß. Maßes zur nebenan stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl. I. Klasse. Lichter Stand.		II. Klasse. Räumlicher Stand.		III. Klasse. Geschlossener Stand.		IV. Klasse. Gedrängter Stand.		Mittl. Stammformzahl.
	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	
5	12,47	34	10,64	47	9,44	59	8,56	73	0,516
10	11,72	77	9,99	106	8,86	135	8,04	164	0,512
15	11,14	127	9,52	175	8,43	222	7,66	270	0,508
20	10,73	181	9,16	249	8,12	317	7,36	385	0,504
25	10,42	239	8,88	328	7,88	418	7,14	507	0,500
30	10,18	298	8,68	409	7,70	521	6,99	633	0,496
35	9,96	359	8,50	494	7,54	629	6,83	764	0,492
40	9,75	425	8,32	584	7,38	743	6,69	903	0,488
45	9,56	494	8,16	679	7,24	864	6,56	1049	0,484
50	9,38	565	8,00	777	7,10	989	6,44	1201	0,480
55	9,22	640	7,86	880	6,96	1120	6,32	1360	0,476
60	9,10	711	7,75	978	6,87	1244	6,23	1511	0,472
65	9,01	777	7,69	1069	6,81	1360	6,18	1652	0,468
70	8,96	837	7,65	1151	6,78	1465	6,15	1779	0,464

weichen Laubholz-Bestände pr. Morgen.

stehenden Mittelhöhe, Abstands- und Formzahl.

III. Klasse. Geschlossener Stand.						IV. Klasse. Gedrängter Stand.						Mittl. Stamm-form-Zahl.
a. etwas geschl.		b. zieml. geschl.		c. ganz geschl.		a. etwas gedr.		b. zieml. gedr.		c. ganz gedr.		
Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	Abst.	Kfuß	
8,47	86	8,17	92	7,90	99	7,64	106	7,41	112	7,20	119	0,596
7,99	192	7,70	207	7,44	222	7,20	236	6,99	251	6,79	266	0,592
7,62	315	7,34	339	7,10	363	6,87	387	6,66	412	6,48	436	0,588
7,33	451	7,06	486	6,82	521	6,61	555	6,41	590	6,23	625	0,584
7,10	596	6,84	642	6,61	688	6,40	734	6,21	780	6,03	826	0,580
6,92	749	6,66	806	6,44	864	6,24	922	6,05	979	5,88	1037	0,576
6,78	903	6,53	973	6,31	1042	6,11	1112	5,93	1181	5,76	1251	0,572
6,64	1067	6,41	1149	6,19	1231	5,99	1313	5,81	1395	5,64	1477	0,568
6,52	1237	6,29	1332	6,08	1427	5,88	1523	5,70	1618	5,54	1713	0,564
6,40	1415	6,17	1524	5,97	1633	5,77	1742	5,60	1851	5,44	1960	0,560
6,29	1601	6,06	1724	5,86	1847	5,67	1971	5,50	2094	5,35	2217	0,556
6,18	1794	5,96	1932	5,76	2070	5,58	2208	5,41	2346	5,26	2484	0,552
6,10	1981	5,88	2133	5,68	2286	5,50	2438	5,34	2591	5,19	2743	0,548
6,05	2159	5,83	2325	5,63	2491	5,45	2657	5,29	2822	5,14	2989	0,544
6,01	2325	5,79	2504	5,59	2683	5,42	2862	5,26	3041	5,11	3220	0,540
5,99	2477	5,77	2668	5,57	2858	5,40	3049	5,24	3239	5,09	3430	0,536

Durchschnitt[…]
über alle Waldgattungen Deutschlan[…]

Waldgattungen, worin die genannten Holzarten vorherrschen.	Die Ertragfähigkeit des Standortes, so […]				
	0,1 äußerst gering	0,2 sehr gering	0,3 gering	0,4 gering mittelm.	0,5 mittelmä[…]
Hochwald von					
Eichen	——	——	——	19,2...24,8	24 ...31
Waldbuchen . . .	——	——	——	——	25 ...32
Ahorn, Eschen, Ulmen	——	——	——	18,4...23,2	23 ...29
Hainbuchen	——	——	——	——	21 ...26
Birken	——	——	11,4...13,2	15,2...17,6	19 ...22
Erlen	——	——	18 ...21	24 ...28	30 ...35
Tannen	——	——	——	37,2...47,2	46,5...59
Fichten	8,8...11	17,6...22	26,4...33	35,2...44	44 ...55
Kiefern	7,5... 9	15 ...18	22,5...27	30 ...36	37,5...45
Lärchen	8,2...10	16,4...20	24,6...30	32,8...40	41 ...50
Gem. Buchen, Eichen, Birk. u. Nadelh. mit Oberbestand	——	——	21 ...24	28 ...32	35 ...40
Mittelwald von					
Buchen m. Ah. Esch. Salw. rc.	——	——	12 ...14,4	16 ...19,2	20 ...24
Eichen m. Buch. Birk. Asp. rc.	——	——	——	15,2...18,4	19 ...23
Niederwald von					
Gem. Buchen, Ah., Esch. rc.	3,4... 4,2	6,8... 8,4	10,2...12,6	13,6...16,8	17 ...21
Eichen m. Buch. Birk. Asp. rc.	3,6... 4,4	7,2... 8,8	10,8...13,2	14,4...17,6	18 ...22
Birken	——	——	9 ...10,8	12 ...14,4	15 ...18
Erlen	5 ... 6	10 ...12	15 ...18	20 ...24	25 ...30
Buschh. v. Has. Buch. Ah. Esch.	——	——	8,4...10,2	11,2...13,6	14 ...17
Weiden	——	——	——	——	23,5...27
Pläntерwald von					
Buchen	——	——	10,8...13,2	14,4...17,6	18 ...22
Tannen, Fichten . .	——	12 ...15	18 ...22,5	24 ...30	30 ...37,5

VII. Forstliche Verhältniß-Tafeln

über der Hölzer Durchschnitts-Ertrag, Fügsamkeit, Schwinden und Gewicht, nebst vergleichenden Übersichten mehrer Wald- und Samenmaße.

Erläuterung mit Gebrauchsbeispielen:

1) Taf. 118 u. 119: Durchschnitts-Ertragstafel über alle Waldgattungen Deutschlands; hauptsächlich zur Vergleichung der verschiedenen Waldergiebigkeiten und zur Bestimmung künftiger Holzerträge. Hiernach wäre z. B. von einer Lärchenanlage in gutem Standorte (zu 0,7) und in 50jährigem Alter, pr. Mg. zu rechnen auf $57,4 \times 50 = 2870$ Kfß. Hauptertrag und $(70 - 57,4) \times 50 = 630$ Kfß. Vorertrag.

2) Taf. 120: Vergleichende Übersicht mehrer Waldmaße Deutschlands, vornehmlich zum Umrechnen fremder Längen- und Flächenmaße und Forsterträge. Wollte man z. B. obigen in preußischem Maße gegebenen Lärchenertrag auf badensches Maß übertragen: so geschähe dies bloß durch $2870 \times 1,614$ und $630 \times 1,614$; denn 1 Ertrag in preuß. Maße ist 1,614 im badenschen.

3) Taf. 121: Der Holzmaße Massenhaltigkeit in Theilen ihres wirklichen Rauminhaltes, nach Holzlänge und Form. Ein Beispiel ist unter der Tafel gegeben.

4) Taf. 122: Schwindungs-Verhältnisse der Hölzer nach den verschiedenen Härtegraden, welche man durch die Eigenschwere näher zu bestimmen suchte. Ein Beispiel dazu findet sich unter der Tafel.

5) Taf. 123: Mittleres Gewicht der Hölzer und zwar sammt der Rinde und ganz grün gemessen; bloß zu forstlichen Zwecken, also ohne Berücksichtigung des nachherigen Schwindens im Austrocknen; das Reisig nur bis zum völlig lufttrocknen Zustand, über welchen hinaus diese unreife Holzsorte wenig Gewichtsverlust hat.

6) Taf. 124 u. 125: Nachweisungen der Fruchtmaße und Gewichte, welche bei Holzsamen oder sonst öfterer zur Frage kommen; schon an sich deutlich.

7) Taf. 126: Die scharf- und rundkantige Geviertstärke zu dem eben nutzbaren Durchmesser und Umfang, wobei also Rinde und Splint nicht mit anzurechnen wären.

Vergleichende Übersicht mehrer Waldmaße Deutschlands.

Namen der Staaten.	Der Werkfuß enthält:		Auf die geometr. Längeneinheit gehen gemeine Fuße.	Die Forstflächeneinheit enthält:			Davon der Massenertrag:	
	pariser Linien.	v. d. pr. Fuße.		Geometr. Geviert-Ruthen u. d. g.	Gemeine Flächen-Fuße.	von dem preuß. Morg.	Für je 1. c.' pr. Maßes in den eignen Kfußen.	Für je 1. c.' des eignen Maßes in preuß. Kfußen.
Preußen . . .	139,13	1	12 auf die Ruthe	180 auf den Morgen	25920	1	1	1
Baden	132,99	0,956	10 auf die Ruthe	400 auf den Morgen	40000	1,410	1,614	0,619
Baiern	129,38	0,930	10 auf die Ruthe	400 auf d. Tagwerk	40000	1,334	1,659	0,603
Braunschweig . .	126,5	0,909	16 auf die Ruthe	160 auf d. Waldmg.	40960	1,306	1,738	0,575
Hannover . . .	129,5	0,931	16 auf die Ruthe	160 auf d. Waldmg.	40960	1,369	1,698	0,589
Hessen-Kassel . .	127,536	0,917	14 zu 126,3 p. L. a. d. R.	150 auf den Acker	29400	0,935	1,213	0,824
Hessen-Darmstadt	110,824	0,797	10 auf die Ruthe	400 auf den Morgen	40000	0,979	1,937	0,516
Mecklenburg . .	127	0,913	16 zu 129 p. L. a. d. R.	100 auf d. Waldmg.	25600	0,849	1,117	0,895
Österreich . . .	140,13	1,007	6 auf die Klafter	1600 auf d. wien. Joch	57600	2,254	2,206	0,453
Königreich Sachsen	125,5	0,902	15⅞ auf die Ruthe	300 auf den Acker	69008⅛	2,167	2,951	0,339
Großhrzgth. Sachsen	125	0,898	16 auf die Ruthe	140 auf den Acker	35840	1,116	1,539	0,650
Württemberg . .	127	0,913	10 auf die Ruthe	384 auf den Morgen	38400	1,234	1,623	0,616
Frankreich . . .	147,765 p. L. = 1,062 prß. Fuß = ⅓ Mètre = ⅙ Toise.			10000 Q.-Mètres = 100 Ares = 1 Hectare = 3,917 prß. Mg.			Für je 1. c.' preuß. Maßes, 8,260 Kfß. = 0,121 KMtr. od. Stères v. d. Hect.	

Der Holzmaße Massenhaltigkeit in Theilen ihres wirklichen Rauminhaltes.

Scheitlänge.	Spaltscheite.								Knüppelscheite.			
	Gerade.			Krumme.			Knotige.		Gerade.		Krumme.	
Fuß.	Grobe.	Mittelm.	Klare.	Grobe.	Mittelm.	Klare.	Grobe.	Mittelm.	Starke.	Schwache.	Starke.	Schwache.
2	0,84	0,76	0,68	0,77	0,70	0,63	0,72	0,66	0,64	0,59	0,61	0,56
2½	0,83	0,75	0,67	0,755	0,685	0,615	0,70	0,64	0,625	0,575	0,59	0,54
3	0,82	0,74	0,66	0,74	0,67	0,60	0,68	0,62	0,61	0,56	0,57	0,52
3½	0,81	0,73	0,65	0,725	0,655	0,585	0,66	0,60	0,595	0,545	0,55	0,50
4	0,80	0,72	0,64	0,71	0,64	0,57	0,64	0,58	0,58	0,53	0,53	0,48
4½	0,79	0,71	0,63	0,695	0,625	0,555	0,62	0,56	0,565	0,515	0,51	0,46
5	0,78	0,70	0,62	0,68	0,61	0,54	0,60	0,54	0,55	0,50	0,49	0,44

Schwindungs-Verhältnisse der deutschen Wald- und Feldhölzer.

Härtegrad nach Maßgabe des grünen Gewichtes.	Im Durchmesser:				Im Umfang:				In der Querfläche:			
	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet	grün	an-trocken	luft-trocken	ausge-trocknet
sehr hart zu 65 bis 68 Pfd. pr. c'.	1	0,989	0,967	0,935	1	0,982	0,945	0,890	1	0,971	0,914	0,832
hart zu 61 bis 64 Pfd. pr. c'.	1	0,990	0,972	0,945	1	0,984	0,952	0,905	1	0,975	0,926	0,855
mittelhart zu 57 bis 60 Pfd. pr. c'.	1	0,992	0,977	0,955	1	0,986	0,960	0,920	1	0,979	0,938	0,878
weich zu 53 bis 56 Pfd. pr. c'.	1	0,994	0,982	0,965	1	0,989	0,967	0,935	1	0,983	0,950	0,902
sehr weich zu 49 bis 52 Pfd. pr. c'.	1	0,996	0,987	0,975	1	0,992	0,975	0,950	1	0,987	0,962	0,926

Birkenscheitholz, das seinem lebendigen Gewichte nach zu dem mittelharten gehörte, schwindet in der Querfläche bis zum völlig lufttrocknen Zustande von 1 : 0,938, verliert also inzwischen 0,062 von seinem ursprünglichen Körpergehalte. Das aufgeklafterte Scheitholz setzt sich zwar nicht so zusammen, wegen der gegenseitigen Spannung; soll aber ein solcher Stoß fortgelegt werden, und ist dabei eine Höhe von 6 Fuß zu gewähren: so muß man im grünen Zustande $\frac{6}{0,938} = 6,4$ Fuß Klafterhöhe geben.

Mittleres Gewicht der deutschen Wald
vom preußischen Körperfuße in preußi
sammt der Rinde grün abge

Holzarten.	Derbholz:			
	grün	an- trocken	luft- trocken	a tr
Eiche	68	59	50	
Waldbuche	63,9	55,6	47,3	
Hainbuche	65,2	57,6	50	
Ahorn	62	54	46	
Esche	61	53	45	
Ulme	61,2	53	44,8	
Birke	58	50	42	
Erle	54,6	45,6	36,6	
Linde	52,3	43,8	35,3	
Aspe	50,3	42,2	34,1	
Pappel	50	41,5	33	
Weide	51	42,8	34,6	
Tanne	54,6	46,5	38,4	
Fichte	52,4	44	35,6	
Kiefer	57	48	39	
Lärche	55	46,2	37,4	

Im Buchenwalde wiegt die grün aufgesetzte Kla
gehalt 100 × 63,9 = 6390 Pfd., im lufttrocknen Zustande
verminderung in der Zwischenzeit beträgt also 26 pCt.
sich somit auf 74. Kein unbedeutender Vortheil in wirths

Vergleichende Übersicht mehrer Frucht-Maße.

Namen der Staaten.	Die Maßeinheit heißt und umfaßt:	hält pariser Körperzolle:	beträgt in preußischen Scheffeln:	Anmerkungen.
Preußen . . .	Scheffel 4 Vierk. zu 4 Mtz.	2770,7	1	24 Schffl. = 1 Wispel; der berliner Scheffel = 0,996.
Baden	Malter 10 Sester zu 10 Mäßl.	7561,8	2,729	
Baiern . . .	Scheffel 6 Mtz. zu 4 Vierling.	11209,6	4,046	
Braunschweig .	Himten 4 Vierfaß zu 4 Mtz.	1570,1	0,567	40 Himten = 1 Wispel.
Hannover . . .	Himten 4 Spint zu 4 Hoop.	1570,4	0,567	6 Himten = 1 Malter.
Hessen-Kassel .	Scheffel 8 Mtz. zu 4 Mäßch.	4051,6	1,462	8 Scheffel = 1 Malter.
Hessen-Darmstadt	Simmer 4 Kumpf zu 4 Geschd.	1613,2	0,582	4 Simmer = 1 Malter.
Mecklenburg . .	Scheffel 4 Faß zu 4 Spint.	1960,5	0,707	12 Scheffel = 1 Drömt.
Österreich . . .	Metze 16 Mäßel.	3100,3	1,119	30 Metzen = 1 Muth.
Kgr. Sachsen .	Scheffel 4 Quart zu 4 Mtz.	5229,6	1,887	12 Scheffel = 1 Malter.
Sachsen-Weimar	Scheffel 4 Viertel zu 4 Mtz.	3880	1,400	
Württemberg . .	Simri 4 Vierling zu 4 Mäßlein.	1116,8	0,403	8 Simri = 1 Scheffel.
Frankreich . . .	Hectolitre 10 Decalitre zu 10 Litre.	5041,25	1,819	Nach dem neuen Maß-Sst.

Namen der Staaten.	Die Gewichtseinheit		
	heißt und besteht:	hält pariser Grammen:	beträgt preußische Pfunde:
Preußen . . .	Pfund 110 zu 1 Cntr. 22 zu 1 Stein.	467,7	1
Baden	Pfund 100 zu 1 Cntr.	500	1,069
Baiern . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	560	1,197
Braunschweig .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	467,7	1
Hannover . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	467,7	1
Hessen=Kassel .	Pfund 108 zu 1 Cntr.	{ 467,8 484,2	1 1,035
Hessen=Darmstadt	Pfund 100 zu 1 Cntr.	500	1,069
Mecklenburg . .	Pfund 112 zu 1 Cntr.	484,7	1,036
Österreich . . .	Pfund 100 zu 1 Cntr.	560	1,197
Kgr. Sachsen .	Pfund 110 zu 1 Cntr.	467,1	0,998
Sachsen=Weimar	Pfund 110 zu 1 Cntr.	467,4	0,999
Württemberg . .	Pfund 104 zu 1 Cntr.	467,7	1
Frankreich . . .	Kilogramme 100 zu 1 Quintal.	1000	2,138

Die scharf- und rundkantige Geviertstärke zu dem eben nutzbaren Durchmesser und Umfang.

Durchmesser. Zoll.	Umfang. Zoll.	Scharfk. Stärke. Zoll.	Rundk. Stärke. Zoll.	Durchmesser. Zoll.	Umfang. Zoll.	Scharfk. Stärke. Zoll.	Rundk. Stärke. Zoll.
1	3,1416	0,7071	0,8	31	97,3896	21,9201	24,8
2	6,2832	1,4142	1,6	32	100,5312	22,6272	25,6
3	9,4248	2,1213	2,4	33	103,6728	23,3343	26,4
4	12,5664	2,8284	3,2	34	106,8144	24,0414	27,2
5	15,7080	3,5355	4,0	35	109,9560	24,7485	28,0
6	18,8496	4,2426	4,8	36	113,0976	25,4556	28,8
7	21,9912	4,9497	5,6	37	116,2392	26,1627	29,6
8	25,1328	5,6568	6,4	38	119,3808	26,8698	30,4
9	28,2744	6,3639	7,2	39	122,5224	27,5769	31,2
10	31,4160	7,0710	8,0	40	125,6640	28,2840	32,0
11	34,5576	7,7781	8,8	41	128,8056	28,9911	32,8
12	37,6992	8,4852	9,6	42	131,9472	29,6982	33,6
13	40,8408	9,1923	10,4	43	135,0888	30,4053	34,4
14	43,9824	9,8994	11,2	44	138,2304	31,1124	35,2
15	47,1240	10,6065	12,0	45	141,3720	31,8195	36,0
16	50,2656	11,3136	12,8	46	144,5136	32,5266	36,8
17	53,4072	12,0207	13,6	47	147,6552	33,2337	37,6
18	56,5488	12,7278	14,4	48	150,7968	33,9408	38,4
19	59,6904	13,4349	15,2	49	153,9384	34,6479	39,2
20	62,8320	14,1420	16,0	50	157,0800	35,3550	40,0
21	65,9736	14,8491	16,8	51	160,2216	36,0621	40,8
22	69,1152	15,5562	17,6	52	163,3632	36,7692	41,6
23	72,2568	16,2633	18,4	53	166,5048	37,4763	42,4
24	75,3984	16,9704	19,2	54	169,6464	38,1834	43,2
25	78,5400	17,6775	20,0	55	172,7880	38,8905	44,0
26	81,6816	18,3846	20,8	56	175,9296	39,5976	44,8
27	84,8232	19,0917	21,6	57	179,0712	40,3047	45,6
28	87,9648	19,7988	22,4	58	182,2128	41,0118	46,4
29	91,1064	20,5059	23,2	59	185,3544	41,7189	47,2
30	94,2480	21,2130	24,0	60	188,4960	42,4260	48,0

VIII. Waldwert[...]
Berechnungs-T[...]

Erläuterung mit Gebrauchsbei[...]

Der nächste Gebrauch dieser Hülfstafeln ist unter ei[...] zeigt. Hier würde man nur Beispiele zu lösen haben für [...] berechnung. Jedes derselben ist durch eine Zeitscala erl[...] behaltung einer Einnahme von 50 Thlr., eines 4proz. Zi[...] Perioden vereinfacht.

1) Jetztwerthe verschiedener Jahresrente[...]

a) Hinteres Rentenstück, nach 10 Jahren ein[...]

0..........*1111111111*1111111111*1[...]

$\frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} = 16{,}88912.$ Dies mit 50, giebt 84[...]

b) Vorderes Rentenstück, dem 1. Jahrzehnd [...]

01111111111*..........*..........*[...]

$\frac{100}{4} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} = 25 - 16{,}88912.$ Dies [...]

c) Mittleres Rentenstück vom 2. Jahrzehnd[...]

0..........*1111111111*..........*[...]

$\frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{10} - \frac{100}{4} \times \left(\frac{100}{104}\right)^{20} = 16{,}88912 -$ [...]

und dies mit der Rentenpost 50 multiplizirt, gieb[...]

2) Jetztwerthe verschiedener Periodenre[...] mit A.

a) Im Anfangspunkte der Zwischenzeit:

0.........1.........1.........1.........[...]

$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} = 2{,}08228.$ Dies mit 50, giebt 104,1 [...]

b) Am Ende des 4. Jahres:

0...*.....1...*.....1...*.....1...*.....[...]

$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} \times 1{,}04^4 = 2{,}08228 \times 1{,}16986 = 2$[...]

multiplizirt, giebt 121,8 Thlr.

c) Im Anfange einer Periode, wenn jedes [...] 50 Thlr. abwirft:

0.......111.......111.......111.......[...]

$\frac{1}{1{,}04^{10} - 1} \times (1{,}0816 + 1{,}04 + 1) = 2{,}08228$

Diese 6,50004 mit 50 multiplizirt, giebt 325 Thlr.

Man hat hier die drei Einnahmeposten mit ihrem N[...] des je 10. Jahres zusammengefaßt und dadurch den Fall[...]

A. Nachwerthe

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	1,03000	1,03500	1,04000	1,04500	1,05000
2	1,06090	1,07122	1,08160	1,09202	1,10250
3	1,09273	1,10872	1,12486	1,14117	1,15762
4	1,12551	1,14752	1,16986	1,19252	1,21551
5	1,15927	1,18768	1,21665	1,24618	1,27628
6	1,19405	1,22925	1,26532	1,30226	1,34010
7	1,22987	1,27228	1,31593	1,36086	1,40710
8	1,26677	1,31681	1,36857	1,42210	1,47745
9	1,30477	1,36290	1,42331	1,48609	1,55133
10	1,34391	1,41060	1,48024	1,55297	1,62889
11	1,38423	1,45997	1,53945	1,62285	1,71034
12	1,42576	1,51107	1,60103	1,69588	1,79586
13	1,46853	1,56395	1,66507	1,77220	1,88565
14	1,51259	1,61869	1,73167	1,85195	1,97993
15	1,55797	1,67535	1,80094	1,93528	2,07893
16	1,60470	1,73398	1,87298	2,02237	2,18287
17	1,65285	1,79467	1,94790	2,11338	2,29202
18	1,70243	1,85749	2,02581	2,20848	2,40662
19	1,75350	1,92250	2,10685	2,30786	2,52695
20	1,80611	1,98978	2,19112	2,41171	2,65330
21	1,86029	2,05943	2,27876	2,52024	2,78596
22	1,91610	2,13151	2,36991	2,63365	2,92526
23	1,97358	2,20611	2,46471	2,75217	3,07152
24	2,03279	2,28332	2,56330	2,87601	3,22510
25	2,09377	2,36324	2,66583	3,00544	3,38635

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl von Jahren, um wieviel später die fragliche Post erhoben wird. Die Inzahlen sind die entsprechenden späteren Werthe von 1.



...der Einheit zu $\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$.

n. Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.
26	2,15659	2,44595	2,77246
27	2,22129	2,53156	2,88336
28	2,28792	2,62016	2,99869
29	2,35656	2,71187	3,11864
30	2,42726	2,80678	3,24339
31	2,50008	2,90502	3,37312
32	2,57508	3,00670	3,50805
33	2,65238	3,11198	3,64837
34	2,73190	3,22085	3,79430
35	2,81386	3,33358	3,94608
40	3,26203	3,95924	4,80100
45	3,78159	4,70233	5,84115
50	4,38389	5,58489	7,10665
55	5,08213	6,63810	8,64632
60	5,89158	7,87803	10,51957
65	6,82996	9,35668	12,79866
70	7,91779	11,11274	15,57152
75	9,17889	13,19844	18,94513
80	10,64084	15,67559	23,04963
85	12,33565	18,61768	28,04338
90	14,30039	22,11195	34,11906
95	16,57807	26,26205	41,51103
100	19,21852	31,19105	50,50449
110	25,82807	43,99801	74,75892
120	34,71075	62,06846	110,66140

Die Zahl 1 hat 30 Jahre nachher mit 4 pCt. Z...

$\left(\frac{104}{100}\right)^{30} = 3{,}24339$; die Zahl 320 also: $320 \times 3{,}24339$

A. Nachwerthe

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	1,03000	1,03500	1,04000	1,04500	1,05000
2	1,06090	1,07122	1,08160	1,09202	1,10250
3	1,09273	1,10872	1,12486	1,14117	1,15762
4	1,12551	1,14752	1,16986	1,19252	1,21551
5	1,15927	1,18768	1,21665	1,24618	1,27628
6	1,19405	1,22925	1,26532	1,30226	1,34010
7	1,22987	1,27228	1,31593	1,36086	1,40710
8	1,26677	1,31681	1,36857	1,42210	1,47745
9	1,30477	1,36290	1,42331	1,48609	1,55133
10	1,34391	1,41060	1,48024	1,55297	1,62889
11	1,38423	1,45997	1,53945	1,62285	1,71034
12	1,42576	1,51107	1,60103	1,69588	1,79586
13	1,46853	1,56395	1,66507	1,77220	1,88565
14	1,51259	1,61869	1,73167	1,85195	1,97993
15	1,55797	1,67535	1,80094	1,93528	2,07893
16	1,60470	1,73398	1,87298	2,02237	2,18287
17	1,65285	1,79467	1,94790	2,11338	2,29202
18	1,70243	1,85749	2,02581	2,20848	2,40662
19	1,75350	1,92250	2,10685	2,30786	2,52695
20	1,80611	1,98978	2,19112	2,41171	2,65330
21	1,86029	2,05943	2,27876	2,52024	2,78596
22	1,91610	2,13151	2,36991	2,63365	2,92526
23	1,97358	2,20611	2,46471	2,75217	3,07152
24	2,03279	2,28332	2,56330	2,87601	3,22510
25	2,09377	2,36324	2,66583	3,00544	3,38635

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; vpran steht n die Anzahl von Jahren, um wieviel später die fragliche Post erhoben wird. Die Inzahlen sind die entsprechenden späteren Werthe von 1.

der Einheit zu $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p
26	0,46369	0,40884	0,36069	
27	0,45019	0,39501	0,34682	
28	0,43708	0,38165	0,33348	
29	0,42435	0,36875	0,32065	
30	0,41199	0,35628	0,30832	
31	0,39999	0,34423	0,29646	
32	0,38834	0,33259	0,28506	
33	0,37703	0,32134	0,27409	
34	0,36605	0,31048	0,26355	
35	0,35538	0,29998	0,25342	
40	0,30656	0,25257	0,20829	
45	0,26444	0,21266	0,17120	
50	0,22811	0,17905	0,14071	
55	0,19677	0,15076	0,11566	
60	0,16973	0,12693	0,09506	
65	0,14641	0,10688	0,07813	
70	0,12630	0,08999	0,06422	
75	0,10895	0,07577	0,05278	
80	0,09398	0,06379	0,04338	
85	0,08107	0,05371	0,03566	
90	0,06993	0,04522	0,02931	
95	0,06032	0,03808	0,02409	
100	0,05203	0,03206	0,01980	
110	0,03872	0,02273	0,01338	
120	0,02881	0,01611	0,00904	

Die Zahl 1 hat 28 Jahre zuvor bei 3 pCt.
$\left(\frac{100}{103}\right)^{28}$ = 0,43708; die Zahl 250 also: 250 × 0,4370

C. Jahres-Rentenwerth

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
0	33,33333	28,57143	25,00000	22,22222	20,00000
1	32,36245	27,60524	24,03847	21,26528	19,04762
2	31,41986	26,67174	23,11391	20,34955	18,14058
3	30,50473	25,76980	22,22491	19,47325	17,27676
4	29,61624	24,89836	21,37011	18,63469	16,45405
5	28,75363	24,05689	20,54819	17,85224	15,67053
6	27,91614	23,24289	19,75787	17,06435	14,92431
7	27,10306	22,45690	18,99796	16,32952	14,21363
8	26,31365	21,69749	18,26727	15,62634	13,53679
9	25,54724	20,96376	17,56468	14,95343	12,89218
10	24,80314	20,25485	16,88912	14,30950	12,27827
11	24,08072	19,56990	16,23954	13,69330	11,69359
12	23,37934	18,90812	15,61494	13,10364	11,13675
13	22,69839	18,26872	15,01437	12,53937	10,60643
14	22,03728	17,65094	14,43689	11,99939	10,10136
15	21,39541	17,05405	13,88163	11,48267	9,62034
16	20,77225	16,47734	13,34772	10,98820	9,16223
17	20,16723	15,92014	12,83435	10,51503	8,72593
18	19,57984	15,38178	12,34072	10,06223	8,31041
19	19,00955	14,86162	11,86608	9,62892	7,91468
20	18,45588	14,35906	11,40969	9,21428	7,53779
21	17,91833	13,87349	10,97086	8,81749	7,17885
22	17,39644	13,40434	10,54891	8,43779	6,83700
23	16,88975	12,95105	10,14318	8,07444	6,51143
24	16,39782	12,51309	9,75306	7,72674	6,20136
25	15,92021	12,08995	9,37794	7,39401	5,90605

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl Jahre nach welcher der volle Rentenwerth eintritt. Die Inzahlen sind die dazu gehörigen, gegenwärtigen Rentenwerthe von 1.



der Einheit zu $\frac{100}{p} \times \left(\frac{100}{100+p}\right)^n$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.
26	15,45651	11,68111	9,01725
27	15,00632	11,28610	8,67044
28	14,56925	10,90444	8,33696
29	14,14490	10,53569	8,01631
30	13,73292	10,17942	7,70799
31	13,33293	9,83519	7,41153
32	12,94459	9,50260	7,12647
33	12,56756	9,18126	6,85237
34	12,20152	8,87078	6,58882
35	11,84614	8,57080	6,33541
40	10,21858	7,21639	5,20724
45	8,81464	6,07601	4,27998
50	7,60359	5,11584	3,51783
55	6,55893	4,30740	2,89140
60	5,65779	3,62672	2,37652
65	4,88046	3,05360	1,95333
70	4,20998	2,57105	1,60550
75	3,63152	2,16476	1,31960
80	3,13258	1,82267	1,08462
85	2,70219	1,53464	0,89148
90	2,33094	1,29213	0,73273
95	2,01069	1,08794	0,60225
100	1,73444	0,91601	0,49500
110	1,29058	0,64938	0,33441
120	0,96032	0,46036	0,22591

Die jährliche Einnahme von 1 hat bei 3 pCt. Zins

21. Jahre, jetzt, 20 Jahre früher, zum Werthe $\frac{100}{3} \times$

eine solche Rente von 225 ist also: 225 × 18,45588 = 41

D. Perioden-Rentenwert

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	33,33333	28,57143	25,00000	22,22222	20,0000
2	16,42036	14,04001	12,25505	10,86661	9,7561
3	10,78435	9,19811	8,00871	7,08386	6,3441
4	7,96756	6,77865	5,88730	5,19429	4,6402
5	6,27849	5,32808	4,61570	4,06204	3,6194
6	5,15326	4,36195	3,76906	3,30840	2,94035
7	4,35021	3,67270	3,16525	2,77114	2,45640
8	3,74856	3,15649	2,71320	2,36910	2,09444
9	3,28114	2,75561	2,36233	2,05721	1,81380
10	2,90769	2,43548	2,08228	1,80842	1,59009
11	2,60259	2,17406	1,85373	1,60551	1,40778
12	2,34874	1,95669	1,66381	1,43702	1,25651
13	2,13432	1,77319	1,50360	1,29501	1,12911
14	1,95088	1,61631	1,36673	1,17378	1,02048
15	1,79222	1,48072	1,24853	1,06919	0,92685
16	1,65370	1,36243	1,14550	0,97812	0,84540
17	1,53175	1,25838	1,05497	0,89817	0,77398
18	1,42363	1,16620	0,97484	0,82749	0,71092
19	1,32713	1,08401	0,90347	0,76461	0,65490
20	1,24053	1,01032	0,83955	0,70836	0,6048
21	1,16240	0,94391	0,78200	0,65779	0,5599
22	1,09158	0,88378	0,72997	0,61212	0,5194
23	1,02713	0,82911	0,68273	0,57072	0,4827
24	0,96825	0,77923	0,63967	0,53304	0,4494
25	0,91426	0,73355	0,60030	0,49864	0,419

Obenan steht p der Zinsfuß in Prozenten; voran steht n die Anzahl von einer Periodeneinnahme zur anderen verlaufenden Jahre. Die Zahlen die dazu gehörigen Werthe der wechselnden Einnahme von 1, ge Beginn der Zwischenzeit.

der Einheit zu $\frac{1}{\left(\frac{100+p}{100}\right)^n - 1}$.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p
26	0,86461	0,69159	0,56419	
27	0,81881	0,65293	0,53097	
28	0,77644	0,61722	0,50033	
29	0,73716	0,58416	0,47200	
30	0,70064	0,55347	0,44575	
31	0,66663	0,52493	0,42138	
32	0,63489	0,49833	0,39872	
33	0,60521	0,47350	0,37759	
34	0,57740	0,45028	0,35787	
35	0,55131	0,42853	0,33943	
40	0,44208	0,33792	0,26309	
45	0,35951	0,27010	0,20656	
50	0,29552	0,21811	0,16376	
55	0,24497	0,17752	0,13078	
60	0,20443	0,14539	0,10505	
65	0,17153	0,11966	0,08475	
70	0,14455	0,09888	0,06863	
75	0,12227	0,08198	0,05572	
80	0,10372	0,06814	0,04535	
85	0,08822	0,05676	0,03698	
90	0,07518	0,04737	0,03019	
95	0,06419	0,03958	0,02468	
100	0,05489	0,03312	0,02020	
110	0,04028	0,02326	0,01356	
120	0,02966	0,01638	0,00912	

Die periodisch aussetzende Einnahme von 1 hat,
mit 24jähriger Zwischenzeit, im Beginn derselben, zum
= 0,44942; eine solche Periodeneinnahme von 320 i
= 143,81 werth.

E. Vergangenheits-Rentenwerthe der Einheit. §. 111.

n Jahre.	p=3 Prozent.	p=3½ Prozent.	p=4 Prozent.	p=4½ Prozent.	p=5 Prozent.
1	1,03000	1,03500	1,04000	1,04500	1,05000
2	2,09090	2,10622	2,12160	2,13702	2,15250
3	3,18363	3,21494	3,24646	3,27819	3,31012
4	4,30914	4,36246	4,41632	4,47071	4,52563
5	5,46841	5,55014	5,63297	5,71689	5,80191
6	6,66246	6,77939	6,89829	7,01915	7,14201
7	7,89233	8,05167	8,21422	8,38001	8,54911
8	9,15910	9,36848	9,58279	9,80211	10,02656
9	10,46387	10,73138	11,00610	11,28820	11,57789
10	11,80778	12,14198	12,48634	12,84117	13,20678
11	13,19201	13,60195	14,02579	14,46402	14,91712
12	14,61777	15,11302	15,62682	16,15990	16,71298
13	16,08630	16,67697	17,29189	17,93210	18,59863
14	17,59889	18,29566	19,02356	19,78405	20,57856
15	19,15686	19,97101	20,82450	21,71933	22,65749
16	20,76156	21,70499	22,69748	23,74170	24,84036
17	22,41441	23,49966	24,64538	25,85508	27,13238
18	24,11684	25,35715	26,67119	28,06356	29,53900
19	25,87034	27,27965	28,77804	30,37142	32,06595
20	27,67645	29,26943	30,96916	32,78313	34,71925
21	29,53674	31,32886	33,24792	35,30337	37,50521
22	31,45284	33,46037	35,61783	37,93702	40,43047
23	33,42642	35,66648	38,08254	40,68919	43,50199
24	35,45921	37,94980	40,64584	43,56520	46,72709
25	37,56298	40,31304	43,31167	46,57064	50,11344
30	49,00260	53,42936	58,32821	63,75239	69,76078
35	62,27585	69,00744	76,59813	85,16397	94,83631
40	77,66319	87,50936	98,82634	111,84669	126,83974
45	95,50133	109,48383	125,87035	145,09821	167,68514
50	116,18063	135,58261	158,77352	186,53566	219,81537

Forstlehranstalt zu E

im Großherzogthum Sachs

Die nun 40 Jahre bestehende Forstlehranstalt des Unterzeichne
forstschule von Ruhla nach Eisenach verlegt und mit der Forst
herzogthums, so wie mit der Verwaltung der nächsten Forstrevie
der Großherzoglichen Kammer ist sie Staats- und Privat-A
weit Autorität, Überwachung und Unterstützung erforderlich f
greifendes Walten und fleißigeres Wirken mit mehr Ökonomie
sächlicher Zweck ist: gründliche Unterrichtung und tüchtige Vort
dienste in möglich kurzer Zeit mit strenger Einhaltung des e
Der Besuch dieser Anstalt, wozu alle Forstbeflissenen des Inlan
bunden sind, steht auch Ausländern offen, die sich für den Forst
oder in der Forstabschätzung weiter belehren, oder zu höheren f
täts-Studien vorbereiten wollen, so weit es die bestimmte Anzal
beflissenen eben gestattet.

Die Lehranstalt besitzt zur Erfüllung ihres Zweckes die rei
dem unten genannten Direktor zählt sie noch vier ständige Lehr
ders für die reine Mathematik und Naturwissenschaften, einen
metischen und geometrischen Übungen und den Großherzogliche
weisen in den Forstgeschäften. Die im nahen Umkreise befindli
Hügellande bis zur Gebirgshöhe des Thüringer-Waldes und
klimatischen Verhältnissen die meisten Gebirgsbildungen vom
Sie bestehen aus Laub- und Nadelhölzern aller deutschen Ga
Zusammensetzung. Ihr Betrieb umfaßt alle Erziehungsarten, b
ten, vielfach belehrenden Kultur und findet an Schwierigkeit
Wirthschaftsverhältnisse dieser Lehr- und Versuchsforste nöthige
prägen in unsern Unterricht einen eben so eingreifenden Typu
mittel nur irgend ausreicht, vermeiden wir den Gebrauch von E
den Anstalten nur zur Parade und den Lehrern zum Behelfe de
die Schüler eingebildete Halbwisser werden, die im Examen wo
bestehen. Unsere Forsteinrichtung und Abschätzung bietet dem Un
doch würde man deren Wesen sehr verkennen, wenn sie schon
schüler ganz zugänglich sein sollte.

Der Lehrgang ist im Wesentlichen auf zwei Semester besch
jedoch findet auch Michaelis ein geeigneter Abschnitt Statt zu b
führt dieser Kursus den nicht eben ausgezeichnet Vorbereiteten
ein Mal nicht wohl zu bewältigenden Umfang des Lernens; d
anderthalbjährigen Unterrichts, wo möglich mit zwei Sommer-
Manchem reicht ein zweijähriger Besuch der Forstschule kaum z
halt war bis jetzt weder der Anstalt, noch dem Schüler von de
der Regel nicht mehr gestattet.

Die Hauptlehrgegenstände sind in beide Semester so verth
so verbunden, daß erforderlichen Falls Jeder nach seinen Bed
kann. Nur werden die zusammen gehörigen Lehrzweige nicht
delt, sondern folgerecht nach einander gelehrt.

I. Unterricht während des Sommerhalbjahres,

vom 1. Mai bis gegen Ende September, wöchentlich:

Stunden	Gegenstand		Betrag
6 Stunden,	reine Mathematik, nämlich: Arithmetik mit Algebra, Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie . . . . Honorar	5	Thlr.
6 St.	Physiologie der Gewächse; dann Kenntniß der forstlich wichtigeren Pflanzen, Insekten, Vögel und Säugethiere . . . Hon.	6	„
12 St.	Zuerst Waldstandortkunde oder die Lehren von dem Klima, der Bodenform, den Gebirgs- und Bodenarten und der Standortgüte. Hiernächst Waldbestandeskunde, die Lehren von den Waldgewächsen an sich, dem Waldwuchse in seinen Formen und den Wälderzuständen. Dann von der Forstbehandlung: die Waldordnung oder die allgemeinen Behandlungsgrundsätze; der Waldabtrieb, die zuchtgemäße Hinwegnahme der haubaren Hölzer; der Waldanbau, die werkthätige Herstellung der erforderlichen Holzanwüchse . . . . Hon.	10	„
4 St.	Die Fundamente der Forsttaxation; 4. Abtheilung von König's Forstmathematik . . . . Hon.	4	„
2 St.	Grundzüge der Volkswirthschaftslehre . . . . Hon.	2	„
3 St.	Übungen im Landmessen, Terrain-Aufnehmen und Planzeichnen, im Holzmessen und Schätzen . . . . Hon.	4	„
In Zwischenzeiten:	Anleitung zum Betriebe der Forstgeschäfte; forstliche, botanische und geognostische Exkursionen; Bearbeitung neuer, von der Zeit hervorgerufener forstwissenschaftlicher Themate . . Hon.	3	„
	Beleggeld	1	„
	Zusammen	35	Thlr.

II. Unterricht während des Winterhalbjahres,

vom 1. November bis zu Ende März, wöchentlich:

Stunden	Gegenstand		Betrag
6 Stunden,	forstliche Mathematik, nämlich: Arithmetik mit Waldwerthberechnung, Planimetrie mit Forstvermessung und Theilung, Stereometrie bis zur Holzschätzung; 1., 2. und 3. Abthl. von König's Forstmathematik. Honorar	5	Thlr.
4 St.	Grundgesetze der Physik und Chemie; dann Atmosphärologie und Geognosie mit Bodenkunde . . . . Hon.	5	„
12 St.	Noch zur Forstbehandlung: die Waldpflege oder Erhaltung der Wälder im nutzbarsten Zustande. Dann die Forstbenutzung in folgenden Theilen: Nutzbarkeit der Walderzeugnisse, Betrieb der Holznutzung, Betrieb der Nebennutzung und Forstschutz, zur Sicherung des Eigenthums . . . . Hon.	10	„
2 St.	Anweisung zu Geschäftsschriften und andern Ausarbeitungen. Hon.	2	„
3 St.	Übungen im Rechnen, geometrischen Konstruiren und Planzeichnen . . . . Hon.	4	„
In Zwischenzeiten:	Anleitung zu Forstgeschäften, Bearbeitung forstwissenschaftlicher Themate u. s. w. . . . . Hon.	2	„
	Beleggeld	2	„
	Zusammen	30	Thlr.

Die Führungen ins Freie während der Unterrichtszeit finden nur Statt, so weit dadurch die eigentlichen Studien nicht gestört werden und seltnere Lehrgegenstände einer näheren Anschauung durchaus bedürfen. Zum müßigen Umherwandern ist den Lernenden die Zeit zu theuer. Dagegen werden während der Ferien in den Monaten April und Oktober alltäglich Förstergeschäfte, besonders Holzkulturen und Hiebsauszeichnungen, mit Unterweisung geübt. Wer an diesen, eigentlich mit zum Kursus gehörigen Übungen Theil nimmt, zahlt an Honorar für jede Ferienzeit 2 Thlr., darf aber keinen Tag willkürlich versäumen. Auch wird in den Monaten September und Oktober eine kleine Taxations-Arbeit zur Übung der mehr Unterrichteten aufgegeben.

Der Lehrerverein wird Jedem gern rathen, welche Leh
treiben, oder einstweilen aussetzen könnte. Nur so viel ist hier
daß das Studium der Mathematik und Naturwissenschaften a
müßte, selbst auf Kosten der eigentlichen Forstwissenschaft;
durchaus keinen festen Fuß ohne jene Grundlagen und mehrjäh
turwissenschaften sollte es Jeder so weit bringen, daß er selbst
Allem sicher bestimmen kann. Der allgemeine mathematische un
richt soll hier bloß zur Wiederholung und Ergänzung der Vork
Wahl seiner Gegenstände, zum Fundamente des forstlichen Unte
Lehrer, ist er zumal nicht zünftiger Fachgenosse, sich auf nähe
wendungen einläßt. Dieser, bei Forstlehranstalten nicht selten
dadurch gehoben, daß die auf das Forstwesen angewendete Math
wirklichen Forstwirthen besonders vorgetragen werden.

Obschon diese Lehranstalt sich so viel als möglich bestrebt,
tische Beziehung zu geben und die Lernenden für den einstigen
und brauchbar zu machen: so hat sie sich doch in einer langen
daß dieses Bemühen mehr oder minder vergeblich ist, wenn ein
besucht, ohne vorhergegangenen Vorbereitungsunterricht von
schafter auf einem lehrreichen Forste. Ältere Förstergehülfen, f
ihnen nur nicht an Elementarunterricht, beweisen dies stets du
genften Fortschritte.

Wer in der Forstschule aufgenommen wird, muß sich zur
lichen Ordnung verpflichten:

1. Vorlegung des letztern Entlassungszeugnisses, wo mög
pfehlung; eigenhändige Einzeichnung des Namens, Geburtsor
Nachweisung des Vaters oder Vormundes.

2. Fleiß, Ordnung und sittliches Betragen mit Unterlas
Zweck der Lehranstalt gefährdet. Achtung und Folgsamkeit geg
und friedliches Benehmen gegen Jedermann, besonders gegen di

3. Bestimmte Wohnung in der Stadt und ungesäumte A
nen Hausnummer.

4. Beibehaltung des im Auditorium einem Jeden bes
nach der daselbst angehefteten Sitzliste, in welcher zugleich
wird.

5. Pünktlicher Besuch der Vorlesungen mit gehöriger Vo
Aufmerksamkeit und ungesäumter Wiederholung; nicht minder
Übungen und fleißige Fertigung aller Aufgaben.

6. Ohne Vorwissen und Genehmigung des Vorstehers
darf weder ein ganzer Lehrzweig aufgegeben, noch eine beso
Übung versäumt werden. Jede Vorlesung nimmt längstens
ihren Anfang. Über die Versäumnisse werden genaue Listen ge

7. Stilles Verhalten in den Lehrstunden und bei den Üb
rungen, namentlich des Mitbringens von Speisen, Tabakspfeif
Aufmerksamkeit abziehenden Dingen.

8. Schonung des Auditoriums und aller Zubehörungen;
Werkzeuge, Karten, Schriften, Sammlungsstücke und sonstig
digt und zeitig wieder abgeliefert werden. Widrigenfalls, Ersa

9. Enthaltung alles eigenmächtigen Jagens. Es ist nich
bezirk ohne Einladung und Aufsicht mit Schießgewehr zu bet
der Strenge des Gesetzes bestraft.

10. Größte Vorsicht beim Gebrauche von Schießgewehren
nie ein geladenes Gewehr geführt werden; auf der Straße un
ist eine zureichende Versicherung zu gebrauchen und dennoch d
aufwärts zu tragen; das Abschießen darf nur an gefahrlosen
geschehen.

I. Unterricht während des Sommerhalbjahres,

vom 1. Mai bis gegen Ende September, wöchentlich:

6 Stunden, reine Mathematik, nämlich: Arithmetik mit Algebra, Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie . . . . Honorar 6 Thlr.

6 St. Physiologie der Gewächse; dann Kenntniß der forstlich wichtigeren Pflanzen, Insekten, Vögel und Säugethiere . . . Hon. 6 »

12 St. Zuerst Waldstandortkunde oder die Lehren von dem Klima, der Bodenform, den Gebirgs- und Bodenarten und der Standortgüte. Hiernächst Waldbestandskunde, die Lehren von den Waldgewächsen an sich, dem Waldwuchse in seinen Formen und den Wälderzuständen. Dann von der Forstbehandlung: die Waldordnung oder die allgemeinen Behandlungsgrundsätze; der Waldabtrieb, die zuchtgemäße Hinwegnahme der haubaren Hölzer; der Waldanbau, die werkthätige Herstellung der erforderlichen Holzanwüchse . . . . Hon. 10 »

4 St. Die Fundamente der Forsttaxation; 4. Abtheilung von König's Forstmathematik . . . . Hon. 4 »

2 St. Grundzüge der Volkswirthschaftslehre . . . . Hon. 2 »

8 St. Übungen im Landmessen, Terrain-Aufnehmen und Planzeichnen, im Holzmessen und Schätzen . . . . Hon. 4 »

In Zwischenzeiten: Anleitung zum Betriebe der Forstgeschäfte; forstliche, botanische und geognostische Exkursionen; Bearbeitung neuer, von der Zeit hervorgerufener forstwissenschaftlicher Themate . . Hon. 3 »

Beleggeld 1 »

Zusammen 36 Thlr.

II. Unterricht während des Winterhalbjahres,

vom 1. November bis zu Ende März, wöchentlich:

6 Stunden, forstliche Mathematik, nämlich: Arithmetik mit Waldwerthberechnung, Planimetrie mit Forstvermessung und Theilung, Stereometrie bis zur Holzschätzung; 1., 2. und 3. Abthl. von König's Forstmathematik.
Honorar 6 Thlr.

4 St. Grundgesetze der Physik und Chemie; dann Atmosphärologie und Geognosie mit Bodenkunde . . . . Hon. 5 »

12 St. Noch zur Forstbehandlung: die Waldpflege oder Erhaltung der Wälder im nutzbarsten Zustande. Dann die Forstbenutzung in folgenden Theilen: Nutzbarkeit der Walderzeugnisse, Betrieb der Holznutzung, Betrieb der Nebennutzung und Forstschutz, zur Sicherung des Eigenthums . . . . Hon. 10 »

2 St. Anweisung zu Geschäftsschriften und andern Ausarbeitungen.
Hon. 2 »

8 St. Übungen im Rechnen, geometrischen Konstruiren und Planzeichnen . . . . Hon. 4 »

In Zwischenzeiten: Anleitung zu Forstgeschäften, Bearbeitung forstwissenschaftlicher Themate u. s. w. . . . . Hon. 3 »

Beleggeld 2 »

Zusammen 30 Thlr.

Die Führungen ins Freie während der Unterrichtszeit finden nur Statt, so weit dadurch die eigentlichen Studien nicht gestört werden und seltnere Lehrgegenstände einer näheren Anschauung durchaus bedürfen. Zum müßigen Umherwandern ist den Lernenden die Zeit zu theuer. Dagegen werden während der Ferien in den Monaten April und Oktober [illegible] Förstergeschäfte, besonders Holzkulturen und Hiebsauszeichnungen, mit Unterweisung geübt. Wer an diesen, eigentlich mit zum Kursus gehörigen Übungen Theil nimmt, zahlt an Honorar für jede Ferienzeit 2 Thlr., darf aber keinen Tag willkürlich versäumen. Auch wird in den Monaten September und Oktober eine kleine Taxations-Arbeit zur Übung der mehr Unterrichteten aufgegeben.

32

33

36

38

43

4[...]

45

57

58

11. Unschicklichkeiten, Glücksspiele, nächtliche Gelage, Ausschweifungen jeder Art, Störung der öffentlichen Ruhe und andere Ungebührnisse sind gänzlich zu vermeiden und werden um so strenger geahndet, je mehr sie zur Verführung Anderer gereichten.

12. Wer wider diese Ordnung starrsinnig handelt, muß ohne Weiteres von der Lehranstalt weggewiesen werden.

13. In allen Polizei-, Civil- und Kriminal-Sachen steht der Forstschüler unter den allgemeinen Behörden; seine dahin einschlagenden Angelegenheiten werden nach den bestehenden Landesgesetzen und geltenden Rechten gerichtet.

14. Jeder Lehrer der Anstalt ist eben so verbunden, als berechtigt, die Forstbeflissenen in ihren Studien und Sitten zu überwachen und Kenntniß zu nehmen von ihrem Privatfleiße und sonstigem häuslichen Verhalten.

15. Jedes Semester wird mit einer Hauptprüfung geschlossen. Dann werden den Abgehenden Abgangs-Censuren und den Bleibenden Zwischen-Censuren über Betragen, Befleißigung, wissenschaftliche Fortschritte und Versäumnisse ertheilt. Die Zwischen-Censuren sendet der Vorsteher auf Verlangen an die Behörden oder Angehörigen der Forstschüler.

16. Außer dem Honorar der Lehrer und dem Beleggelde werden durchaus keine weiteren Gebühren entrichtet. Die Zahlung geschieht halbjährlich an den Kassirer der Anstalt, und zwar unerläßlich noch in der ersten Woche des eben angetretenen Semesters; es müßte denn ein schriftliches Versprechen vom Vater, oder Vormunde beigebracht werden. Diese Maßregel ist nöthig, damit das dazu mitgebrachte Geld nicht unter der Hand gemißbraucht werde.

17. Unbemittelten Ausländern bürgerlichen Standes, die sich zunächst dem Verwaltungsdienste widmen, besonders älteren Förstergehülfen und Förstersöhnen, wird auf Verlangen das Honorar bis zur Hälfte erlassen, wenn sie sich allen, für die Inländer bestehenden Anordnungen unterwerfen und von ihrer Forstbehörde hierzu besonders empfohlen und überwacht werden, so daß diese die etwa erforderlichen Mittheilungen und die ausgestellten Censuren annimmt, wohl auch monatliche Berichte über das Gelernte verlangt. Sie unterziehen sich dadurch einer strengeren Kontrole zu ihrem Vortheil, wofern ihre Abgangs-Censur gut ausfällt, die freilich über alle einzelnen Lehrzweige das strengste Urtheil aussprechen muß.

18. Wer diese Lehranstalt zu freieren Studien besucht, den gehen vorstehende Anordnungen nur in so weit an, als er Theil nimmt.

Schließlich wird noch bemerkt, daß die Aufnahme ohne zeitige Anmeldung zweifelhaft ist, und daß jeder Eintretende für Wohnung, Beköstigung und die übrigen Bedürfnisse selbst zu sorgen hat und ein besseres, billigeres Unterkommen findet, wenn er die Vermittelung eines der dazu bereiten Lehrer annimmt. Eine zureichende Wohnung mit allem Zubehör kostet monatlich 2 bis 3 Thlr.; der Mittagstisch in Speisehäusern monatlich 4 bis 6 Thlr. Minder Bemittelte können Wohnung und gänzliche Beköstigung zusammen monatlich für 6 bis 7 Thlr. bekommen; Wohlhabendere mögen dafür das Doppelte rechnen, aber das leidige Verweilen an Wirthstafeln meiden. Fleiß und Sittlichkeit machen den Aufenthalt billig, angenehm und bildend, zumal für Solche, die Zutritt in die besseren Gesellschaften suchen. Empfehlungen an hiesige Familien tragen zur leichteren Einführung bei und verhelfen in allen Begegnissen zu freundlichem Rathe und Beistande.

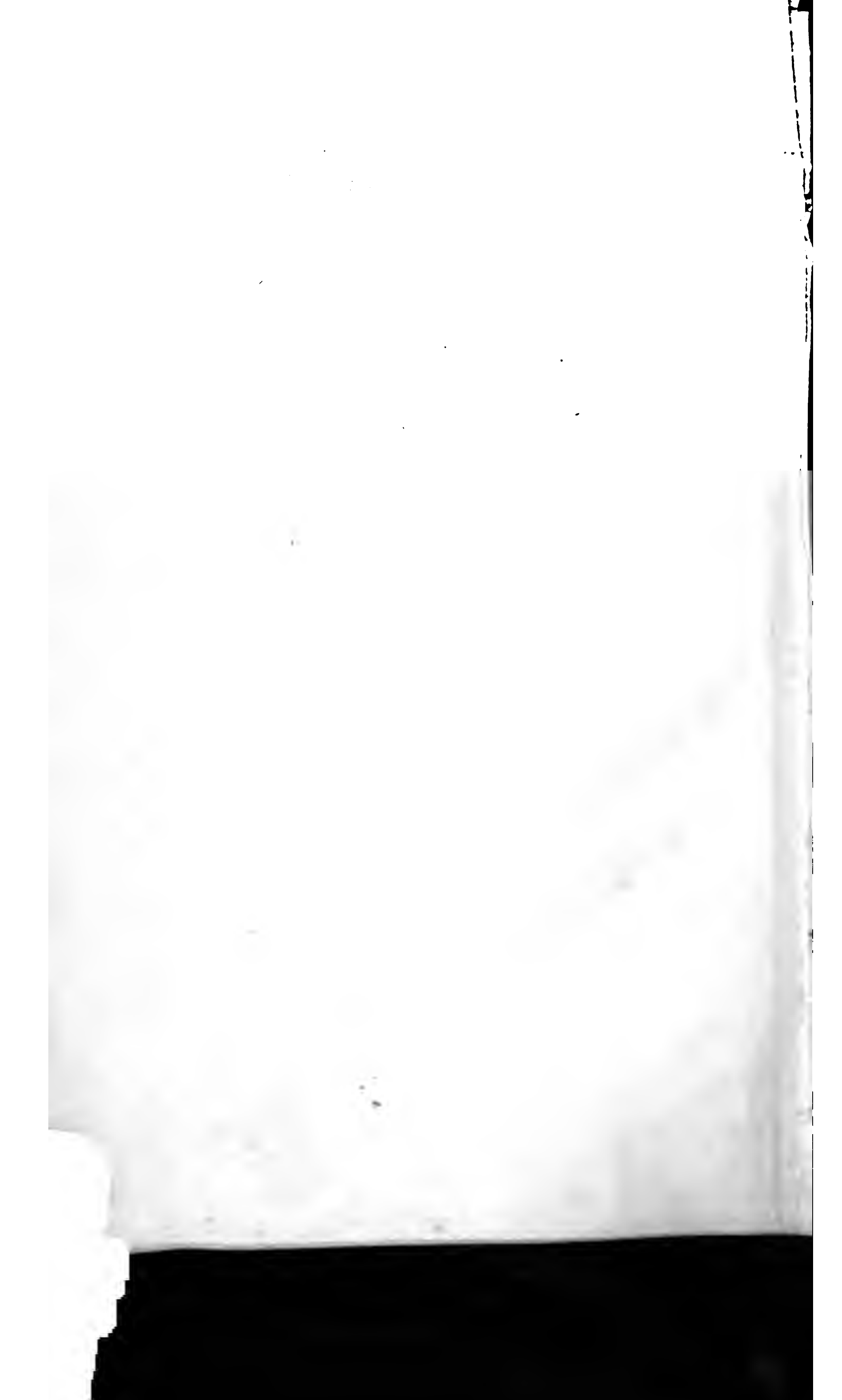
Eisenach, den 1. Januar 1846.

Dr. G. König,

Großherzogl. Sächs. Oberforstrath rc.



C
n
o
A
32
6
E
C
g
20
A
J
33
F
D
A
B
S
C
38
a
b
c
E
B
J
A
C
G
d
C
F
D
A
45
r
E
q
M
E
M
L
F
f
D
43
C
K
B
J
H
G
n
A
o
a
B
57
A
x
y
B
n
58
A




3 2

